ĐỀ 1	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. **[Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+2x+4}$. **B.** $y=x^2+4x+5$. **C.** $y=x+4$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+2x}$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y=-5x^3-5x^2-3$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{3-5x}$.

C. $y=-3x+\sqrt{-5x-5}$. **D.** $y=-x^2-5x-3$.

Câu 3. **[Mức độ 2]** Tìm tọa độ đỉnh I của đồ thị hàm số $y=5x^2+5x-4$.

A. $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{21}{4}\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $I(-1;-4)$. **D.** $I(1;6)$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a>0$ và có $\Delta\le 0$. Khi đó

A. $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 5. **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+5x-4\le 0$ là:

A. $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:2x-3y+5=0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(2;3)$.

Câu 7. **[Mức độ 2]** Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;2)$ và $B(3;1)$ là

A. $2x-y-4=0$. **B.** $2x-y=0$. **C.** $x+2y+5=0$. **D.** $x+2y-5=0$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** cho 2 đường thẳng d_1,d_2 có VTPT lần lượt là $\vec{n_1},\vec{n_2}$. Biết góc giữa $\vec{n_1}$ và $\vec{n_2}$ là 30^0. Góc giữa 2 đường thẳng d_1,d_2 là

A. 30^0. **B.** 45^0 **C.** 150^0 **D.** 60^0

Câu 9. **[Mức độ 2]** Xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng $d_1:x-y-1=0,d_2:2x-2y-1=0$

A. Cắt nhau nhưng không vuông góc. **B.** Vuông góc.

C. Trùng nhau. **D.** Song song.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x+3)^2+(y-4)^2=25$. Khi đó toạ độ tâm I và bán kính R của (C) là

A. $I(-3,4);R=25$ **B.** $I(3;-4);R=5$

C. $I(3;-4);R=25$ **D.** $I(-3;4);R=5$

Câu 11. **[Mức độ 2]** Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2+y^2-6x+4y-12=0$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm $A(-1;1)$ là:

A. $-4x+3y-7=0$ **B.** $4x+3y+1=0$

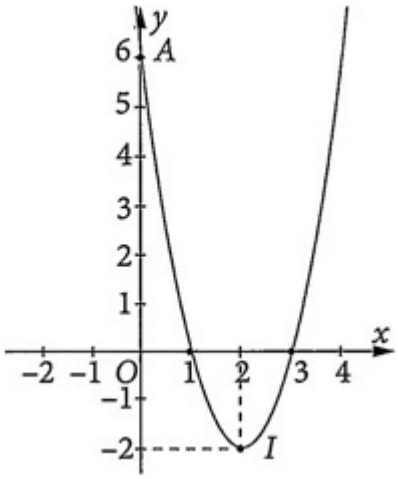
C. $3x+4y-1=0$ **D.** $3x-4y+7=0$

Câu 12. **[Mức độ 1]** Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của Hypepol:

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=0$. **C.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=2$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. *Thí sinh trả lời từ câu 20 đến câu 23.*

Câu 13. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ có dạng như hình sau:



a) [NB] Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2;-2)$.

b) [TH] Hàm số đã cho là $y=2x^2-2x+6$.

c) [NB] Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

d) [TH] $f(x)\geq 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng Δ có phương trình tổng quát như sau: $-4y+3x-6=0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) [NB] Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-4;3)$.

b) [TH] Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=2+4t\\y=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) [NB] Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=\frac{3}{4}$.

d) [TH] Có hai điểm A mà khoảng cách từ điểm A nằm trên trục Ox đến Δ là 3.

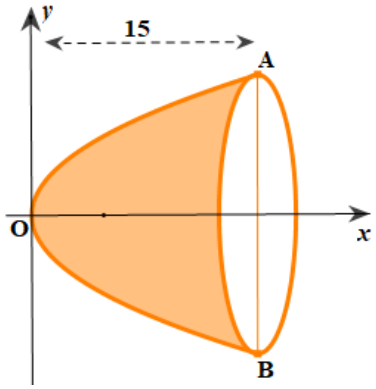
PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: [2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $-x^2+(m+1)x-2m+1\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 2: [2] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3}=\sqrt{-2x^2+5}$ là:

Câu 3: [2] Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d:3x-4y+5=0$ có bán kính là?

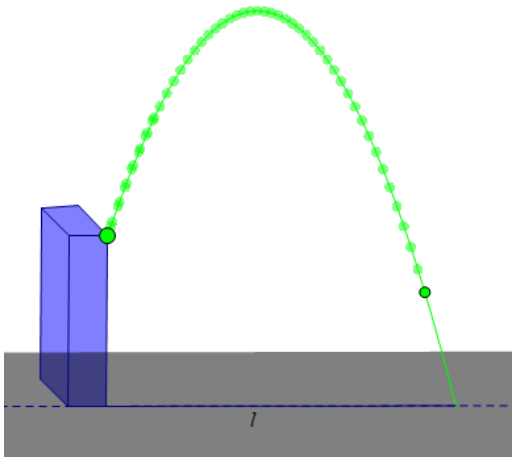
Câu 4: [2] Một gương lõm có mặt cắt hình parabol như hình vẽ dưới, có tiêu điểm cách đỉnh 5 cm, bề sâu của gương là 15 cm. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị đo tương ứng 1 cm, hãy xác định đường kính của gương (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



PHẦN IV. TỰ LUẬN

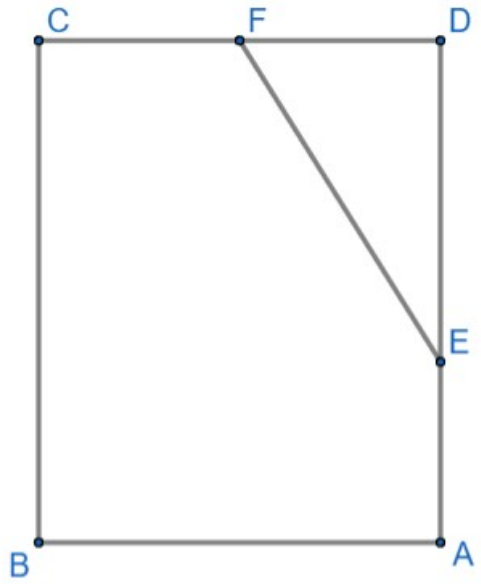
Câu 1: [2] Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{-x+3}$.

Câu 2: [2] Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75$ m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước tạo hình cầu vòng. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và chạm đất tại một vị trí cách chân tháp $3,5$ m (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Người ta ước thấy tại một vị trí trên mặt đất cách tháp $1,5$ m thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?



Câu 3: [3] Tìm tập nghiệm phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x-1}-|2x+1|=1$

Câu 4: [3] Nhân dịp nghỉ hè, Nam về quê ở với ông bà nội. Nhà ông bà nội có một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD = 15m$, chiều rộng $AB = 12m$. Phần tam giác DEF là nơi ông bà nuôi vịt với $AE = 5m$, $CF = 6m$ như hình vẽ.



Nam đứng ở vị trí B để câu cá, biết lưỡi câu có thể quăng ra xa $10,7m$. Hỏi lưỡi câu có thể rơi vào nơi nuôi vịt được hay không?

Câu 5: [3] Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(1;2)$; $B(3;4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x + y - 3 = 0$.

Câu 6: [2] Một người đàn ông chạy trên trường đua ngựa, thấy rằng tổng khoảng cách từ anh ta đến hai cột cờ là 10 m, khoảng cách giữa hai cột cờ là 8 m. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị đo tương ứng 1 m, giả sử hai cột cờ có tọa độ lần lượt là $(-4;0)$ và $(4;0)$. Hãy tìm phương trình đường cong mô tả vị trí của người đàn ông.

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I.

1.C	**2.D**	**3.A**	**4.A**	**5.A**	**6.A**
7.D	**8.A**	**9.D**	**10.D**	**11.A**	**12.C**

PHẦN II.

Câu 13	**Câu 14**
a) Đ	**S**
b) S	**Đ**
c) S	**Đ**
d) S	**Đ**

PHẦN III:

Câu	1	2	3	4
Đáp án	5	1	2	34,6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. **[Mức độ 1]** Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+2x+4}$. **B.** $y=x^2+4x+5$. **C.** $y=x+4$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+2x}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$ là $y=x+4$ vì $a=1>0$.

Câu 2. **[Mức độ 1]** Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y=-5x^3-5x^2-3$. **B.** $y=\dfrac{1-x}{3-5x}$.

C. $y=-3x+\sqrt{-5x-5}$. **D.** $y=-x^2-5x-3$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số bậc hai là $y=-x^2-5x-3$.

Câu 3. **[Mức độ 2]** Tìm tọa độ đỉnh I của đồ thị hàm số $y=5x^2+5x-4$.

A. $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{21}{4}\right)$. **B.** $I\left(\dfrac{1}{2};-\dfrac{1}{4}\right)$. **C.** $I(-1;-4)$. **D.** $I(1;6)$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=5x^2+5x-4$ có tọa độ đỉnh là $I\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{21}{4}\right)$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Cho tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a>0$ và có $\Delta\le 0$. Khi đó

A. $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tam thức bậc hai $f(x)=ax^2+bx+c$ thoả mãn $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$.

Câu 5. **[Mức độ 2]** Tập nghiệm của bất phương trình $-x^2+5x-4\le 0$ là:

A. $(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1]$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $-x^2+5x-4=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu vế trái của bất phương trình

x	$-\infty$		1		4		$+\infty$
VT		$-$	0	$+$	0	$-$	

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là : $S=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:2x-3y+5=0$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(3;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2)$. **D.** $\vec{n}=(2;3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ phương trình đường thẳng $d:2x-3y+1=0$, ta có một vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(2;-3)$.

Câu 7. **[Mức độ 2]** Phương trình tổng quát của đường thẳng đi qua $A(1;2)$ và $B(3;1)$ là

A. $2x-y-4=0$. **B.** $2x-y=0$. **C.** $x+2y+5=0$. **D.** $x+2y-5=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;-1)$.

Vectơ pháp tuyến của đường thẳng đi qua $A(1;2)$ và $B(3;1)$ là $\vec{n}=(1;2)$

Vậy phương trình tổng quát của đường thẳng là: $(x-1)+2(y-2)=0$ hay $x+2y-5=0$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** cho 2 đường thẳng d_1,d_2 có VTPT lần lượt là $\vec{n_1},\vec{n_2}$. Biết góc giữa $\vec{n_1}$ và $\vec{n_2}$ là 30^0. Góc giữa 2 đường thẳng d_1,d_2 là

A. 30^0. **B.** 45^0 **C.** 150^0 **D.** 60^0

Lời giải

Chọn A

Do góc giữa $\overrightarrow{n_1}$ và $\overrightarrow{n_2}$ là 30^0 nên góc giữa 2 đường thẳng d_1, d_2 là 30^0

Câu 9. **[Mức độ 2]** Xét vị trí tương đối của 2 đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0, d_2 : 2x - 2y - 1 = 0$

A. Cắt nhau nhưng không vuông góc.

B. Vuông góc.

C. Trùng nhau.

D. Song song.

Lời giải

Chọn D

Xét hệ phương trình $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 2x - 2y - 1 = 0 \end{cases}$

Do $\frac{1}{2} = \frac{-1}{-2} \neq \frac{-1}{-1}$ nên hệ vô nghiệm.

Vậy $d_1 // d_2$.

Câu 10. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C) : (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$. Khi đó toạ độ tâm I và bán kính R của (C) là

A. $I(-3,4); R = 25$

B. $I(3;-4); R = 5$

C. $I(3;-4); R = 25$

D. $I(-3;4); R = 5$

Lời giải

Chọn D

Đường tròn $(C) : (x+3)^2 + (y-4)^2 = 25$ có tâm $I(-3;4)$ và bán kính $R = 5$

Câu 11. **[Mức độ 2]** Cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn tại điểm $A(-1;1)$ là:

A. $-4x + 3y - 7 = 0$

B. $4x + 3y + 1 = 0$

C. $3x + 4y - 1 = 0$

D. $3x - 4y + 7 = 0$

Lời giải

Chọn A

Phương trình của (C) là:

$x^2 + y^2 - 6x + 4y - 12 = 0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+2)^2 = 25$

Đường tròn này có tâm $I(3;-2)$ và bán kính $R = 5$

Ta có tiếp tuyến tại $A(-1;1)$ và nhận $\overrightarrow{AI}(4;-3)$ làm VTPT nên có phương trình:

$4(x+1) - 3(y-1) = 0$ hay $4x - 3y + 7 = 0$

$-4x + 3y - 7 = 0$

Câu 12. **[Mức độ 1]** Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của Hypepol:

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=0$. **C.** $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=2$.

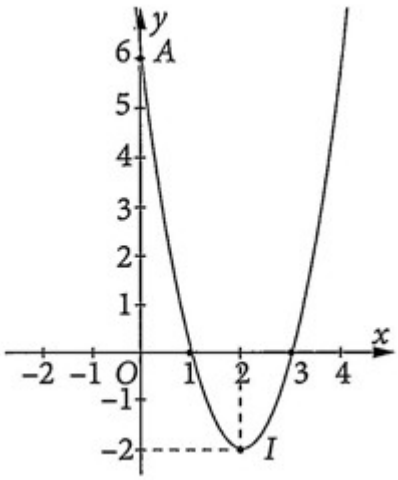
Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc của Hypepol là $\frac{x^2}{7}-\frac{y^2}{9}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. *Thí sinh trả lời từ câu 20 đến câu 23.*

Câu 13. Cho đồ thị hàm số bậc hai $y=f(x)$ có dạng như hình sau:



a) [NB] Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2;-2)$.

b) [TH] Hàm số đã cho là $y=2x^2-2x+6$.

c) [NB] Phương trình $f(x)=0$ vô nghiệm.

d) [TH] $f(x)\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai

a) Đỉnh I của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2;-2)$. Suy ra **a) đúng.**

b) Hàm số bậc hai có dạng $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$ nên $a\cdot 0^2+b\cdot 0+c=6\Rightarrow c=6$.

Mặt khác, đồ thị có toạ độ đỉnh là $I(2;-2)$ nên ta có:

$$\begin{cases}-\frac{b}{2a}=2\\ a\cdot 2^2+b\cdot 2+6=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4a+b=0\\ 4a+2b=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=-8\end{cases}.$$

Vậy hàm số đã cho là $y=2x^2-8x+6$. Suy ra **b) sai.**

c) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt. Suy ra **c) sai.**

d) Dựa vào đồ thị ta có $f(x)\ge 0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1]\cup[3;+\infty)$. Suy ra **d) sai.**

Câu 14. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, đường thẳng Δ có phương trình tổng quát như sau: $-4y+3x-6=0$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau.

a) [NB] Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(-4;3)$.

b) [TH] Đường thẳng Δ có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=2+4t\\y=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) [NB] Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=\dfrac{3}{4}$.

d) [TH] Có hai điểm A mà khoảng cách từ điểm A nằm trên trục Ox đến Δ là 3.

Lời giải

a) Sai.

Đường thẳng Δ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-4)$.

b) Đúng.

Ta có: $-4y+3x-6=0\Rightarrow VTCP:\vec{u}(4;3)\Rightarrow\begin{cases}x=2+4t\\y=3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Đúng.

Đường thẳng Δ có hệ số góc $k=\dfrac{3}{4}$.

d) Đúng.

Điểm A thuộc trục hoành nên có tọa độ $A=(m;0)$

Khoảng cách từ A đến đường thẳng Δ là:

$$d_{(A;\Delta)}=3\Rightarrow\frac{|-4.0+3.m-6|}{\sqrt{(-4)^2+(3)^2}}=3\Rightarrow\frac{|3.m-6|}{5}=3$$

$$\Rightarrow|3.m-6|=3.5\Rightarrow\left[\begin{array}{l}3m-6=15\\3m-6=-15\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=7\\m=-3\end{array}\right.$$

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: [2] Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để bất phương trình $-x^2+(m+1)x-2m+1\le 0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải:

Đáp số: 5

Ta có: $\Delta = (m+1)^2 - 4.(-1).(-2m+1) = m^2 - 6m + 5$.

Để bất phương trình $-x^2 + (m+1)x - 2m + 1 \le 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$ thì:

$$\begin{cases} -1 < 0 \quad (thoả) \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - 6m + 5 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le m \le 5.$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2: [2] Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{-2x^2+5}$ là:

Lời giải

$$\sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{-2x^2+5}$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x - 3 = -2x^2 + 5 \Leftrightarrow 3x^2 + 2x - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{4}{3} \\ x = -2 \end{array}\right.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy $x = \frac{4}{3}$ thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

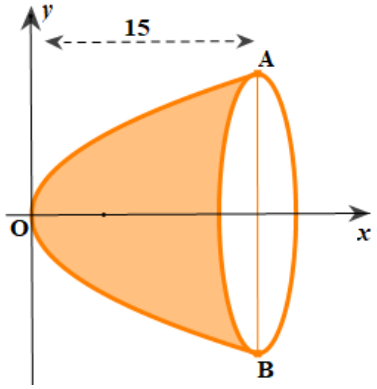
Trả lời: 1

Câu 3: [2] Đường tròn (C) có tâm $I(-1;3)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ có bán kính là?

Lời giải

Bán kính đường tròn là $R = d(I,\Delta) = \frac{|3.(-1) - 4.3 + 5|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$.

Câu 4: [2] Một gương lõm có mặt cắt hình parabol như hình vẽ dưới, có tiêu điểm cách đỉnh 5 cm, bề sâu của gương là 15 cm. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị đo tương ứng 1 cm, hãy xác định đường kính của gương (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Trả lời: 34,6

Vì gương lõm có tiêu điểm cách đỉnh 5 cm nên tiêu điểm có tọa độ $(5;0) \Rightarrow p = 10$.

Phương trình parabol: $y^2 = 20x$.

Dựa vào hình vẽ, ta có $A(15; y_A)$. Vì A thuộc parabol nên $y_A = 10\sqrt{3}$.

Vậy đường kính của gương là $AB = 2.10\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \approx 34,6$ cm.

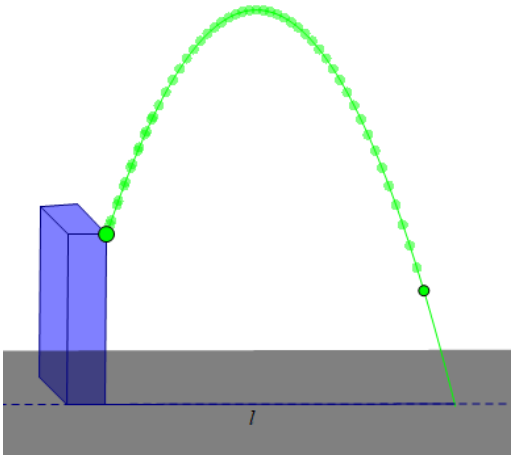
PHẦN IV. TỰ LUẬN

Câu 1: [2] Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{-x+3}$.

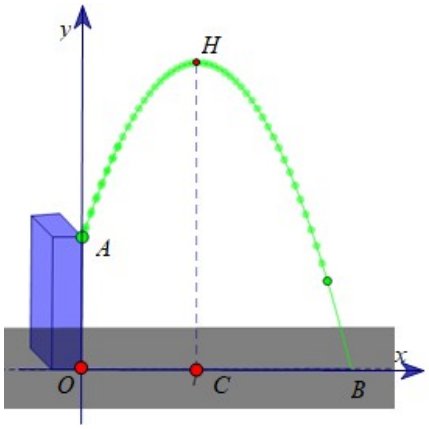
Lời giải

Biểu thức $\sqrt{-x+3}$ có nghĩa khi $x \le 3$. Vậy tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; 3]$.

Câu 2: [3] Ở một điểm cao trên tháp cách mặt đất $1,75$ m nhà thiết kế có đặt một vòi phun nước tạo hình cầu vòng. Biết rằng đường đi của các giọt nước sau khi ra khỏi vòi có dạng đường cong parabol và chạm đất tại một vị trí cách chân tháp $3,5$ m (*tham khảo hình vẽ bên dưới*). Người ta ước thấy tại một vị trí trên mặt đất cách tháp $1,5$ m thì giọt nước ở vị trí cao nhất. Hỏi vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất bao nhiêu mét?



Lời giải



Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên với A là vị trí đặt vòi phun nước; B là vị trí nước tiếp đất, C là vị trí trên mặt đất mà giọt nước đạt vị trí cao nhất. Khi đó $A\left(0;\frac{7}{4}\right);B\left(\frac{7}{2};0\right);C\left(\frac{3}{2};0\right)$.

Gọi hàm số bậc hai có đồ thị thể hiện đường đi của giọt nước khi ra khỏi vòi phun nước là $y=ax^2+bx+c$. Khi đó đồ thị hàm số đi qua hai điểm A,B và nhận đường thẳng $x=\frac{3}{2}$ làm trục đối xứng.

Do đó $\begin{cases} c=\frac{7}{4} \\ a.\left(\frac{7}{2}\right)^2+b\left(\frac{7}{2}\right)+c=0 \\ -\frac{b}{2a}=\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=\frac{7}{4} \\ 49a+14b+7=0 \\ b=-3a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=\frac{7}{4} \\ a=-1 \\ b=3 \end{cases}$.

Do đó hàm số bậc hai là $y=-x^2+3x+\frac{7}{4}$.

Gọi H là vị trí giọt nước cao nhất khi đó $CH=y_H=y\left(x_C\right)=-\left(\frac{3}{2}\right)^2+3.\left(\frac{3}{2}\right)+\frac{7}{4}=4$.

Vậy vị trí cao nhất của giọt nước cách mặt đất 4 mét.

Câu 3: [3] Tìm tập nghiệm phương trình sau: $\sqrt{x^2-4x-1}-|2x+1|=1$.

Lời giải

Trường hợp 1: Với $2x+1\ge 0$ hay $x\ge -\frac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành:

$$\sqrt{x^2-4x-1}-(2x+1)=1\Leftrightarrow\sqrt{x^2-4x-1}=2x+2 \quad (1)$$

Bình phương hai vế của phương trình (1), ta được:

$x^2-4x-1=4x^2+8x+4\Rightarrow 3x^2+12x+5=0$

$\Rightarrow x=\frac{-6+\sqrt{21}}{3}$ hoặc $x=\frac{-6-\sqrt{21}}{3}$.

Mà $x\ge -\frac{1}{2}$ nên ta nhận $x=\frac{-6+\sqrt{21}}{3}$.

$x=\dfrac{-6+\sqrt{21}}{3}$

Thay vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Trường hợp 2: Với $2x+1<0$ hay $x<-\dfrac{1}{2}$, phương trình đã cho trở thành

$\sqrt{x^2-4x-1}+2x+1=1\Leftrightarrow\sqrt{x^2-4x-1}=-2x.$ (2)

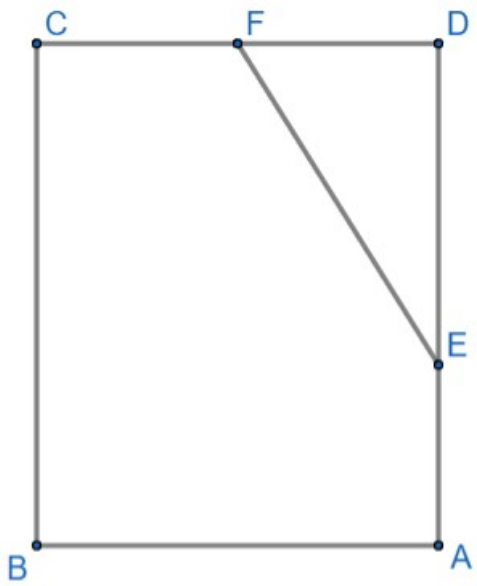
Bình phương hai vế của phương trình (2), ta được:

$x^2-4x-1=4x^2\Rightarrow 3x^2+4x+1=0\Rightarrow x=\dfrac{-1}{3}$ hoặc $x=-1.$ Mà $x<-\dfrac{1}{2}$ nên ta nhận $x=-1$.

Thay $x=-1$ vào phương trình đã cho, ta thấy giá trị này thoả mãn.

Vậy tập nghiệm của phương trình đã cho là $S=\left\{\dfrac{-6+\sqrt{21}}{3};-1\right\}$.

Câu 4: [3] Nhân dịp nghỉ hè, Nam về quê ở với ông bà nội. Nhà ông bà nội có một ao cá có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với chiều dài $AD=15m$, chiều rộng $AB=12m$. Phần tam giác DEF là nơi ông bà nuôi vịt với $AE=5m$, $CF=6m$ như hình vẽ.



Nam đứng ở vị trí B để câu cá, biết lưỡi câu có thể quăng ra xa $10,7m$. Hỏi lưỡi câu có thể rơi vào nơi nuôi vịt được hay không?

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy, có điểm O trùng với điểm B, các tia Ox, Oy tương ứng trùng với các tia BA và BC. Khi đó ta có tọa độ các điểm như sau: $B(0;0)$; $A(12;0)$; $C(0;15)$; $D(12;15)$; $E(12;5)$ và $F(6;15)$.

Để lưỡi câu có thể rơi vào ao nuôi vịt thì $10,7$ phải lớn hơn hoặc bằng khoảng cách từ B đến đường thẳng EF.

Ta có: $\overrightarrow{EF}=(-6;10)$. Ta chọn $\vec{n}=(5;3)$ làm vector pháp tuyến của đường thẳng EF.

Khi đó phương trình tổng quát của đường thẳng EF là:

$$(EF):5(x-12)+3(y-5)=0\Leftrightarrow 5x+3y-75=0$$

.

Khoảng cách từ vị trí B đến đường thẳng EF là:

$$d(B;EF)=\frac{|5.0+3.0-75|}{\sqrt{5^2+3^2}}=\frac{75}{\sqrt{34}}\approx 12,86(m)$$

Vì $10,7<12,86$ nên lưỡi câu không thể rơi vào nơi nuôi vịt.

Câu 5: [3] Viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(1;2)$; $B(3;4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $d:3x+y-3=0$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của $AB\Rightarrow M(2;3)$

$\overrightarrow{AB}(2;2)$

Gọi Δ là đường trung trực của đoạn thẳng AB, suy ra Δ đi qua M và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm VTPT.

Phương trình Δ là: $2(x-2)+2(y-3)=0\Leftrightarrow x+y-5=0$.

Đường tròn đi qua hai điểm *A; B* nên có tâm $I\in\Delta\Rightarrow I(t;5-t)$.

$$IA=\sqrt{(t-1)^2+(3-t)^2}=\sqrt{2t^2-8t+10}$$

$$d(I;(d))=\frac{|3t+5-t-3|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\frac{|2t+2|}{\sqrt{10}}$$

Vì đường tròn tiếp xúc với $d: 3x+y-3=0$ nên ta có $R = IA = d\left(I;(d)\right)$.

Do đó:

$$\sqrt{2t^2-8t+10} = \frac{|2t+2|}{\sqrt{10}} \Leftrightarrow 20t^2-80t+100 = 4t^2+8t+4 \Leftrightarrow 16t^2-88t+96=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=\frac{3}{2} \end{array}\right.$$

*) Với $t=4$ ta có $I(4;1)$ và $R=\sqrt{10}$ nên ta có phương trình đường tròn

$$(x-4)^2+(y-1)^2=10 \Leftrightarrow x^2+y^2-8x-2y+7=0$$

.

*) Với $t=\frac{3}{2}$ ta có $I\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$ và $R=\frac{5}{\sqrt{10}}$ nên ta có phương trình đường tròn

$$\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\left(y-\frac{7}{2}\right)^2=\frac{5}{2} \Leftrightarrow x^2+y^2-3x-7y+12=0$$

.

Vậy có hai đường tròn thoả mãn bài toán có phương trình là:

$(C_1): x^2+y^2-8x-2y+7=0$

$(C_2): x^2+y^2-3x-7y+12=0$.

Câu 6: [2] Một người đàn ông chạy trên trường đua ngựa, thấy rằng tổng khoảng cách từ anh ta đến hai cột cờ là 10m, khoảng cách giữa hai cột cờ là 8m. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị đo tương ứng 1m, giả sử hai cột cờ có tọa độ lần lượt là $(-4;0)$ và $(4;0)$. Hãy tìm phương trình đường cong mô tả vị trí của người đàn ông.

Lời giải

Đường cong mô tả vị trí của người đàn ông là một hình ellipse.

Giả sử phương trình ellipse có dạng là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$, trong đó $a>b>0$.

Theo đề ta có $\left\{\begin{array}{l} 2a=10 \\ c=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=5 \\ c=4 \end{array}\right. \Rightarrow b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.

Vậy phương trình đường cong mô tả vị trí người đàn ông là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

	MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <12>. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị hàm số $y=f(x)=2x+1$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây

A. $M(3;5)$. **B.** $N(2;6)$. **C.** $P(0;-3)$. **D.** $Q(0;1)$.

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y^2=x^2+2x+1$. **B.** $y=x^2+3$. **C.** $y=x^3-2x^2+7$. **D.** $y=\dfrac{2025}{x^2-x+1}$.

Câu 3: Cho $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Câu 4: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2-3t\\ y=3+4t\end{cases}$. Tìm tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $(-3;-4)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(4;3)$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $A(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta:5x+12y-6=0$ là

A. 13. **B.** $\dfrac{11}{13}$. **C.** $\dfrac{11}{\sqrt{119}}$. **D.** 1.

Câu 6: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C):x^2+y^2+4x+6y-12=0$ có tâm là

A. $I(-2;-3)$ **B.** $I(2;3)$ **C.** $I(4;6)$ **D.** $I(-4;-6)$

Câu 7: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$, có độ dài trục lớn là:

A. 5. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 50.

Câu 8: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip $(E):\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{64}=1$, có độ dài trục bé là:

A. 8. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 18.

Câu 9: Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-4x+3$ âm trong khoảng nào dưới đây.

A. $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 10: Cho phương trình $\sqrt{2x^2+2x+9}=x-2$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 3. **B.** 2 **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11: **[Mức độ 2]** Các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn là

A. $1 < m < 2$. **B.** $m < -2$ hoặc $m > -1$.

C. $m < -2$ hoặc $m > 1$. **D.** $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, tiêu điểm của parabol $y^2 = \sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <2>. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc 2: $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số trên là $D = \square$.

b) Tập giá trị của hàm số trên là $(-1;0)$.

c) Hàm số trên đạt giá trị nhỏ nhất $y_{\min} = -1$.

d) Với $m > 1$ thì phương trình $f(x) = 2m - 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;-2), B(-3;-1)$ và đường thẳng $(\Delta): 3x + 4y - 5 = 0$.

a) **[Mức độ 1]** Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $x + 4y + 7 = 0$.

b) **[Mức độ 2]** Phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng (Δ) và cách điểm A một khoảng bằng 3 là $(d): 3x + 4y + 20 = 0$ hoặc $(d): 3x + 4y + 10 = 0$.

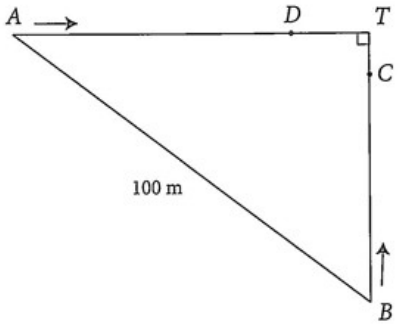
c) **[Mức độ 1]** Hai đường thẳng AB và (Δ) cắt nhau tại điểm có tọa độ là $(a;b)$. Khi đó $2ab = -39$.

d) **[Mức độ 2]** Phương trình đường thẳng đi qua điểm B và tạo với đường thẳng (Δ) một góc $45°$ có phương trình là $x - 7y - 4 = 0$ hoặc $7x + y + 22 = 0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <4>.

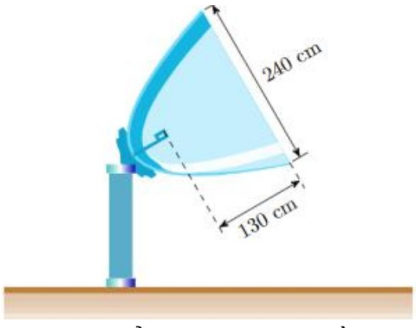
Câu 1: Một doanh nghiệp A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung kinh doanh xe mẫu X với chi phí mua vào là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong 1 năm sẽ tăng 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 2: Hai anh em trong một gia đình cùng hẹn nhau lái xe o tô về quê ăn tết ở thành phố T. Lúc 8 giờ sáng, hai người cùng xuất phát tại thành phố A và thành phố B cách nhau $100\,km$ chạy về thành phố T. Vận tốc của hai ô tô chạy từ thành phố A và thành phố B lần lượt là $55\,km/h$ và $45\,km/h$. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ thành phố A đến thị trấn D cách thành phố T là $14\,km$ thì ô tô đi từ thành phố B đến thị trấn C cách thành phố T là $6\,km$. Hỏi thời gian ô tô đi từ thành phố A đến thị trấn D là bao nhiêu?



Câu 3: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d: x+2y-5=0$. $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó đường thẳng BC có dạng $x+ay+b=0$. Tính $a+b$.

Câu 4. **[Mức độ 2]** Anten vệ tinh parabol có đầu thu đặt tại tiêu điểm, đường kính anten là $240cm$, khoảng cách từ đầu thu tới miệng anten là $130cm$ như hình vẽ.



Tính khoảng cách (làm tròn tới hàng phần chục) từ vị trí đặt đầu thu đến đỉnh anten?

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1a. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{x+2m-1}+\sqrt{4-2m-\frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x\in[0;2]$ khi $m\in[a;b]$. Giá trị $a+b=?$

1b. Cho hàm số $y=x^2-4x+3$ có đồ thị *(P)* và đường thẳng *d*: $y=mx+3$. Có bao nhiêu giá trị của tham số *m* để *d* cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho tam giác *OAB* có diện tích bằng $\frac{9}{2}$.

Câu 2:

a) Xét dấu của tam thức bậc hai sau $f(x)=-x^2+6x+7$.

b) Một kết quả khảo sát đầu năm 2025 của Thành phố X cho thấy trong năm t, $t \ge 2025$ có dân số là $P(t) = 20(t-2025) + 3000$ (nghìn người) và tổng thu nhập là $I(t) = \sqrt{2(t-2025)^2 + 0,5(t-2025) + 119}$ (nghìn tỉ đồng). Khi đó, thu nhập bình quân đầu người của thành phố X trong năm t được tính bởi công thức $\frac{I(t)}{P(t)}$. Vào năm bao nhiêu thì thu nhập bình quân đầu người của thành phố X là 5625000 đồng/người?

Câu 3a. [Mức độ 2] Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-5;7)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$.

Câu 3b. [Mức độ 3] Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(0;9)$, $B(-3;0)$, $C(5;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác đó.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	D	B	D	B	D	A	B	C	A	D	D	D

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2
	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
	30,5	1,2	12	46,9

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <12>. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Đồ thị hàm số $y=f(x)=2x+1$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây

A. $M(3;5)$. **B.** $N(2;6)$. **C.** $P(0;-3)$. **D.** $Q(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 2: Hàm số nào sau đây là hàm số bậc hai?

A. $y^2=x^2+2x+1$. **B.** $y=x^2+3$. **C.** $y=x^3-2x^2+7$. **D.** $y=\dfrac{2025}{x^2-x+1}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Cho $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ và $\Delta=b^2-4ac$. Điều kiện cần và đủ để $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$ là

A. $\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta\ge 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\ \Delta>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ \Delta<0\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Câu 4: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2-3t\\ y=3+4t\end{cases}$. Tìm tọa độ một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $(-3;-4)$. **B.** $(-3;4)$. **C.** $(4;-3)$. **D.** $(4;3)$.

Lời giải

$d:\begin{cases}x=-2-3t\\ y=3+4t\end{cases}$ Vectơ chỉ phương của đường thẳng là $(-3;4)$.

Câu 5: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, khoảng cách từ điểm $A(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta:5x+12y-6=0$ là

A. 13. **B.** $\dfrac{11}{13}$. **C.** $\dfrac{11}{\sqrt{119}}$. **D.** 1.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $A(1;-1)$ đến đường thẳng $\Delta:5x+12y-6=0$ là

$$d(A,\Delta)=\frac{|5.1-12.1-6|}{\sqrt{5^2+12^2}}=1.$$

Câu 6: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, đường tròn $(C):x^2+y^2+4x+6y-12=0$ có tâm là

A. $I(-2;-3)$ **B.** $I(2;3)$ **C.** $I(4;6)$ **D.** $I(-4;-6)$

Lời giải

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2+(y+3)^2=25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2;-3)$.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$, có độ dài trục lớn là:

A. 5. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 50.

Lời giải

Phương trình của Elip: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ có độ dài trục lớn: $A_1A_2=2a$.

Xét $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}$

$\Rightarrow A_1A_2=2a=2.5=10$.

Câu 8: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, cho Elip $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1$, có độ dài trục bé là:

A. 8. **B.** 10. **C.** 16. **D.** 18.

Lời giải

Phương trình của Elip: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ có độ dài trục bé: $B_1B_2=2b$.

Xét $(E):\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{64}=1\Rightarrow\begin{cases}a=10\\b=8\end{cases}$

$\Rightarrow B_1B_2=2b=2.8=16$.

Câu 9: Tam thức bậc hai $f(x)=x^2-4x+3$ âm trong khoảng nào dưới đây.

A. $(1;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Xét tam thức bậc hai $f(x)=x^2-4x+3$ có hai nghiệm phân biệt $x_1=1$, $x_2=3$ và $a=1>0$.

Bảng xét dấu $f(x)$:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu suy ra $f(x)<0$ trong khoảng $(1;3)$.

Câu 10: Cho phương trình $\sqrt{2x^2+2x+9}=x-2$. Số nghiệm thực của phương trình là

A. 3. **B.** 2 **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Bình phương hai vế phương trình ta được $2x^2+2x+9=(x-2)^2 \Leftrightarrow 2x^2+2x+9=x^2-4x+4$

$\Leftrightarrow x^2+6x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-1 \end{array}\right.$

Thử lại ta thấy $x=-5$ và $x=-1$ đều không thỏa mãn phương trình.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 11: **[Mức độ 2]** Các giá trị của tham số m để phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn là

A. $1<m<2$. **B.** $m<-2$ hoặc $m>-1$.

C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $m<1$ hoặc $m>2$.

Lời giải

Ta có: $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$

$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} -2a=-2(m+2) \\ -2b=4m \\ c=19m-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=m+2 \\ b=-2m \\ c=19m-6 \end{array}\right.$

Phương trình $x^2+y^2-2(m+2)x+4my+19m-6=0$ là phương trình đường tròn

$\Leftrightarrow a^2+b^2-c>0$

$\Leftrightarrow (m+2)^2+4m^2-19m+6>0$

$\Leftrightarrow 5m^2-15m+10>0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>2 \\ m<1 \end{array}\right.$

Vậy $m<1$ hoặc $m>2$ thỏa mãn bài toán.

Câu 12: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, tiêu điểm của parabol $y^2=\sqrt{3}x$ là

A. $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$. **B.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **C.** $F\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. **D.** $F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$.

Lời giải

Ta có: $y^2=\sqrt{3}x$

$\Rightarrow 2p=\sqrt{3}$

$\Rightarrow p = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow F\left(\frac{\sqrt{3}}{4};0\right)$

.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <2>.

Câu 1: Cho hàm số bậc 2: $f(x) = 2x^2 - 4x + 1$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R}$.

b) Tập giá trị của hàm số trên là $(-1;0)$.

c) Hàm số trên đạt giá trị nhỏ nhất $y_{\min} = -1$.

d) Với $m > 1$ thì phương trình $f(x) = 2m - 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng. Tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R}$.

b) Sai. Ta có: $a = 2 > 0 \Rightarrow$ Đồ thị hàm số có bề lõm hướng lên trên.

Tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a};-\frac{\Delta}{4a}\right)$

Có: $x_I = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{2.2} = 1 \quad y_I = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{(-4)^2 - 4.2.1}{4.2} = -1$;

Tọa độ đỉnh $I(1;-1)$

Vậy: tập giá trị của hàm số là $[-1;+\infty)$.

c) Đúng. $y_{\min} = y_I = -1$.

d) Đúng. Để phương trình $f(x) = 2m - 3$ có 2 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x + 1 = 2m - 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

Xét: $2x^2 - 4x + 1 = 2m - 3 \Leftrightarrow 2x^2 - 4x - 2m + 4 = 0$

Để phương trình có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0$

$\Leftrightarrow b^2 - a.c > 0$

$\Leftrightarrow (-2)^2 - 2.(-2m+4) > 0$

$\Leftrightarrow 4 + 4m - 8 > 0$

$\Leftrightarrow 4m - 4 > 0$

$\Leftrightarrow m > 1$

Vậy: với $m > 1$ thì phương trình $f(x) = 2m - 3$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho hai điểm $A(1;-2), B(-3;-1)$ và đường thẳng $(\Delta): 3x + 4y - 5 = 0.$

a) [Mức độ 1] Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm A, B là $x + 4y + 7 = 0.$

b) [Mức độ 2] Phương trình đường thẳng (d) song song với đường thẳng (Δ) và cách điểm A một khoảng bằng 3 là $(d): 3x + 4y + 20 = 0$ hoặc $(d): 3x + 4y + 10 = 0.$

c) [Mức độ 1] Hai đường thẳng AB và (Δ) cắt nhau tại điểm có tọa độ là $(a;b).$ Khi đó $2ab = -39.$

d) [Mức độ 2] Phương trình đường thẳng đi qua điểm B và tạo với đường thẳng (Δ) một góc $45°$ có phương trình là $x - 7y - 4 = 0$ hoặc $7x + y + 22 = 0.$

Lời giải

Đáp án:

a) Đúng

Đường thẳng AB đi qua A, B nên nhận $\overrightarrow{AB} = (-4;1)$ làm VTCP $\Rightarrow$ VTPT $\overrightarrow{n_{AB}} = (1;4).$

Khi đó ta có: $AB: 1(x-1) + 4(y+2) = 0 \Leftrightarrow x + 4y + 7 = 0.$

b) Sai

Vì $(d) // (\Delta) \Rightarrow (d)$ có dạng: $3x + 4y + m = 0, (m \neq -5).$

$$d(A;(d)) = 3 \Leftrightarrow \frac{|3.1 + 4.(-2) + m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 3 \Leftrightarrow |m - 5| = 15 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 20 \\ m = -10 \end{array}\right.$$

Lại có

Do đó ta có: $(d): 3x + 4y + 20 = 0$ hoặc $(d): 3x + 4y - 10 = 0.$

c) Đúng

Tọa độ giao điểm của đường thẳng (AB) và (Δ) là nghiệm của hệ: $\begin{cases} x+4y=-7 \\ 3x+4y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=\dfrac{-13}{4}. \end{cases}$ Vậy $\left(6;\dfrac{-13}{4}\right)$ là giao điểm của hai đường thẳng (AB) và (Δ).

Suy ra $a=6; b=\dfrac{-13}{4} \Rightarrow 2ab=-39.$

d) Đúng

Có $(\Delta): 3x+4y-5=0 \Rightarrow \overrightarrow{n_\Delta}=(3;4).$

Gọi (d) là đường thẳng cần tìm, suy ra VTPT của (d) là $\overrightarrow{n_d}=(A;B), (A^2+B^2>0).$

$$(d;\Delta)=45^\circ \Rightarrow \cos(d;\Delta)=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \left|\cos\left(\overrightarrow{n_d};\overrightarrow{n_\Delta}\right)\right|=\cos 45^\circ \Leftrightarrow \frac{\left|\overrightarrow{n_d}.\overrightarrow{n_\Delta}\right|}{\left|\overrightarrow{n_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_\Delta}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Ta có

$$\Leftrightarrow \frac{|3A+4B|}{\sqrt{3^2+4^2}.\sqrt{A^2+B^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{2}|3A+4B|=5\sqrt{A^2+B^2} \Leftrightarrow 2(3A+4B)^2=25(A^2+B^2)$$

$$\Leftrightarrow 2(9A^2+24AB+16B^2)=25(A^2+B^2) \Leftrightarrow 7A^2-48AB-7B^2=0 \quad (1)$$

TH1: Xét $A=0.$ Phương trình $(1) \Leftrightarrow -7B^2=0 \Leftrightarrow B=0 \ (ktm).$

TH2: Xét $A\neq 0,$ chọn $A=1.$

$$(1) \Leftrightarrow -7B^2-48B+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} B=-7 \rightarrow \overrightarrow{n_d}=(1;-7) \\ B=\dfrac{1}{7} \rightarrow \overrightarrow{n_d}=\left(1;\dfrac{1}{7}\right) \rightarrow \overrightarrow{n_d}=(7;1). \end{array}\right.$$

Khi đó ta có

Với $\overrightarrow{n_d}=(1;-7):$

Đường thẳng qua điểm $B(-3;-1)$ nhận $\overrightarrow{n_d}=(1;-7)$ làm VTPT có phương trình là:

$$1(x+3)-7(y+1)=0 \Leftrightarrow x-7y-4=0.$$

Với $\overrightarrow{n_d}=(7;1)$

Đường thẳng qua điểm $B(-3;-1)$ nhận $\overrightarrow{n_d} = (7;1)$ làm VTPT có phương trình là:

$$7(x+3)+1(y+1)=0 \Leftrightarrow 7x+y+22=0.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <4>.

Câu 1: Một doanh nghiệp A chuyên kinh doanh xe gắn máy các loại. Hiện nay doanh nghiệp đang tập trung kinh doanh xe mẫu X với chi phí mua vào là 27 triệu đồng và bán ra với giá 31 triệu đồng. Với giá bán này thì số lượng xe mà khách sẽ mua trong một năm là 600 chiếc. Nhằm mục tiêu đẩy mạnh hơn nữa lượng tiêu thụ dòng xe này, doanh nghiệp dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 triệu đồng mỗi chiếc xe thì số lượng xe bán ra trong 1 năm sẽ tăng 200 chiếc. Vậy doanh nghiệp phải định giá bán mới là bao nhiêu để sau khi đã thực hiện giảm giá, lợi nhuận thu được là cao nhất.

Lời giải

Đáp án: 30,5

Gọi x (triệu đồng) là số tiền mà doang nghiệp A dự định giảm giá: $0 \le x \le 4$.

Khi đó

Lợi nhuận thu được khi bán một chiếc xe là: $31-x-27=4-x$.

Số xe mà doanh nghiệp sẽ bán được trong một năm là: $600+200x$.

Lợi nhuận mà doanh nghiệp thu được trong một năm là:

$$f(x)=(4-x)(600+200x)=-200x^2+200x+2400$$

.

Xét hàm số $f(x)=-200x^2+200x+2400$ trên đoạn $[0;4]$.

TXĐ: $D=R$

Đỉnh $I\left(\frac{1}{2};2450\right)$

BBT:

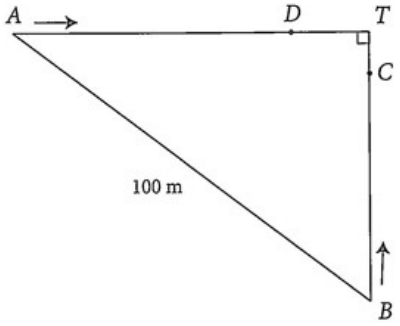
x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		4		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2400	$\nearrow$	2450	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $\max\limits_{[0;4]} f(x)=2450 \Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$.

Tức là khi giảm giá mỗi xe đi 0,5 triệu đồng thì số xe bán ra được nhiều nhất

Vậy giá mới của chiếc xe là 30,5 triệu đồng thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 2: Hai anh em trong một gia đình cùng hẹn nhau lái xe o tô về quê ăn tết ở thành phố T. Lúc 8 giờ sáng, hai người cùng xuất phát tại thành phố A và thành phố B cách nhau $100\,km$ chạy về thành phố T. Vận tốc của hai ô tô chạy từ thành phố A và thành phố B lần lượt là $55\,km/h$ và $45\,km/h$. Biết rằng tại thời điểm ô tô đi từ thành phố A đến thị trấn D cách thành phố T là $14\,km$ thì ô tô đi từ thành phố B đến thị trấn C cách thành phố T là $6\,km$. Hỏi thời gian ô tô đi từ thành phố A đến thị trấn D là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1,2

Gọi x (giờ) là thời gian ô tô đi từ thành phố A đến thị trấn $D(x>0)$.

Vì hai ô tô xuất phát cùng một lúc nên thời gian ô tô đi từ thành phố B đến thị trấn C cũng là x giờ.

Do đó, quảng đường AD và BC lần lượt là $55x(km)$ và $45x(km)$.

Suy ra khoảng cách từ thành phố A và thành phố B đến thành phố T lần lượt là $55x+14(km)$ và $45x+6(km)$.

Vì khoảng cách giữa hai thành phố A và B là $100\,km$ nên ta có phương trình:

$$\sqrt{(55x+14)^2+(45x+6)^2}=100 \Rightarrow 5050x^2+2080x+232=10000.$$

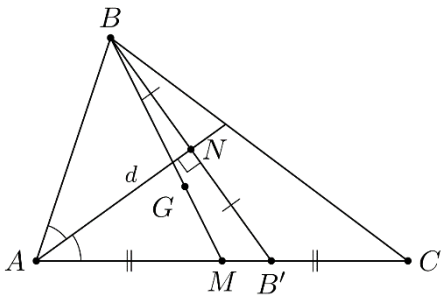
Giải phương trình này và kết hợp với điều kiện $x>0$, ta nhận $x=\frac{6}{5}=1,2$.

Câu 3: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC có đỉnh $B(-12;1)$, đường phân giác trong góc A có phương trình $d: x+2y-5=0$. $G\left(\frac{1}{3};\frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó đường thẳng BC có dạng $x+ay+b=0$. Tính $a+b$.

Lời giải

Đáp án: 12.

Gọi M là trung điểm của $AC.$



Ta có: $\overrightarrow{BG}=\left(\frac{37}{3};-\frac{1}{3}\right);$

$$\overrightarrow{BM}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BG}\Rightarrow\begin{cases}x_M+12=\frac{3}{2}.\frac{37}{3}=\frac{37}{2}.\\ y_M-1=\frac{3}{2}.\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{3}.\end{cases}\Rightarrow M\left(\frac{13}{2};\frac{1}{2}\right).$$

Gọi B' đối xứng với B qua $d\Rightarrow B'\in AC.$

$BB'\perp d$ và BB' qua $B\Rightarrow BB':2x-y+25=0.$

Gọi N là giao điểm của BB' và $d.$ Suy ra $N(-9;7)\Rightarrow B'(-6;13).$

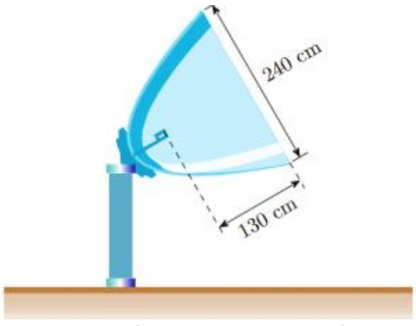
Đường thẳng AC qua $B'(-6;13),\ M\left(\frac{13}{2};\frac{1}{2}\right)$ nên có phương trình $AC:x+y-7=0.$

Ta lại có A là giao điểm của AC và d nên $A(9;-2).$

M là trung điểm của AC nên $C(4;3).$ Khi đó phương trình

$BC:x-8y+20=0\Rightarrow a=-8;\ b=20\rightarrow a+b=12.$

Câu 4. **[Mức độ 2]** Anten vệ tinh parabol có đầu thu đặt tại tiêu điểm, đường kính anten là $240cm$, khoảng cách từ đầu thu tới miệng anten là $130cm$ như hình vẽ.



Tính khoảng cách (làm tròn tới hàng phần chục) từ vị trí đặt đầu thu đến đỉnh anten?

Lời giải

Trả lời: 46,9

Gọi mặt cắt ngang của anten vệ tinh parabol có phương trình là $y^2 = 2px$.

Vì đường kính anten là $240cm$, khoảng cách từ đầu thu tới miệng anten là $130cm$

Nên $120^2 = 2p\left(\frac{p}{2} + 130\right) \Leftrightarrow p^2 + 260p - 14400 = 0 \Leftrightarrow p \approx 46,9cm$.

Vậy khoảng cách (gần đúng) từ vị trí đặt đầu thu đến đỉnh anten là $46,9cm$.

Phần IV. Tự luận

Câu 1a. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x + 2m - 1} + \sqrt{4 - 2m - \frac{x}{2}}$ xác định với mọi $x \in [0;2]$ khi $m \in [a;b]$.

Giá trị $a + b = ?$

1b. Cho hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ có đồ thị *(P)* và đường thẳng *d*: $y = mx + 3$. Có bao nhiêu giá trị của tham số *m* để *d* cắt *(P)* tại hai điểm phân biệt *A, B* sao cho tam giác *OAB* có diện tích bằng $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Đáp án: 1a. $a + b = 2$

1b. 2

1a. Hàm số $f(x) = \sqrt{x + 2m - 1} + \sqrt{4 - 2m - \frac{x}{2}}$ xác định khi: $\begin{cases} x \ge 1 - 2m \\ x \le 8 - 4m \end{cases}$

Hàm số xác định trên [0; 2] nên:

$$\begin{cases} 1 - 2m \le 0 \\ 2 \le 8 - 4m \end{cases} \Leftrightarrow \frac{1}{2} \le m \le \frac{3}{2} \Rightarrow m \in \left[\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right] \Rightarrow a + b = 2$$

1b. Xét phương trình hoành độ giao điểm của d và (P):

$$x^2 - 4x + 3 = mx + 3$$
$$\Leftrightarrow x^2 - (4 + m)x = 0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = m + 4 \end{array}\right.$$

Gọi $A(0;3); B(m + 4; m^2 + 4m + 3)$, ta có $OA \in Oy$ nên $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA.d(B, Oy) = \frac{1}{2}.3.|m + 4| = \frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow |m+4|=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-7 \end{array}\right.$

Vậy có 2 giá trị m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 2: **a)** Xét dấu của tam thức bậc hai sau $f(x)=-x^2+6x+7$.

b) Một kết quả khảo sát đầu năm 2025 của Thành phố X cho thấy trong năm t, $t \geq 2025$ có dân số là $P(t)=20(t-2025)+3000$ (nghìn người) và tổng thu nhập là $I(t)=\sqrt{2(t-2025)^2+0,5(t-2025)+119}$ (nghìn tỉ đồng). Khi đó, thu nhập bình quân đầu người của thành phố X trong năm t được tính bởi công thức $\dfrac{I(t)}{P(t)}$. Vào năm bao nhiêu thì thu nhập bình quân đầu người của thành phố X là 5625000 đồng/người?

Lời giải

$-x^2+6x+7=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7 \end{array}\right.$

a) Xét phương trình

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		7		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$f(x)>0 \Leftrightarrow x \in (-1;7)$

Khi đó

$f(x)<0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (7;+\infty)$

$f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=7 \end{array}\right.$.

b) Đổi 5625000 đồng/người = $\dfrac{9}{1600}$ nghìn tỉ đồng/ nghìn người

Để thu nhập bình quân đầu người của thành phố x trong năm t là $\dfrac{9}{1600}$ nghìn tỉ đồng/ nghìn người thì:

$$\frac{\sqrt{2(t-2025)^2+0,5(t-2025)+119}}{20(t-2025)+3000}=\frac{9}{1600} \quad (*)$$

Đặt $x = t - 2025, t \ge 0$, phương trình $(*)$ trở thành

$$\frac{\sqrt{2x^2 + 0,5x + 119}}{20x + 3000} = \frac{9}{1600}$$
$$\Leftrightarrow 1600\sqrt{2x^2 + 0,5x + 119} = 9(20x + 3000)$$

Bình phương hai vế thu gọn phương trình trên ta được phương trình:

$$12719x^2 - 21100x - 1060900 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = x_0 < 0 \end{array}\right.$$

Với $x = 10$ ta có $t - 2025 = 10 \Leftrightarrow t = 2035$

Câu 3a. [Mức độ 2] Trong mặt phẳng Oxy, lập phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-5;7)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng Δ qua điểm $A(-5;7)$, Δ vuông góc với $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 5 + 3t \end{cases}$ nên Δ nhận $\vec{u}_d = (-2;3)$ làm vec tơ pháp tuyến. Suy ra một vec tơ chỉ phương của Δ là $(3;2)$

Khi đó Δ có phương trình tham số là $d: \begin{cases} x = -5 + 3t \\ y = 7 + 2t \end{cases}$.

Câu 3b. [Mức độ 3] Trong mặt phẳng Oxy, cho tam giác ABC với $A(0;9)$, $B(-3;0)$, $C(5;4)$. Viết phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác đó.

Lời giải

Các đoạn thẳng AB, AC lần lượt có trung điểm là $M\left(\frac{-3}{2};\frac{9}{2}\right), N\left(\frac{5}{2};\frac{13}{2}\right)$.

Đường trung trực Δ_1 qua $M\left(\frac{-3}{2};\frac{9}{2}\right)$, nhận $\overrightarrow{BA} = (3;9)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $\Delta_1 : x + 3y - 12 = 0$.

Đường trung trực Δ_2 qua $N\left(\frac{5}{2};\frac{13}{2}\right)$, nhận $\overrightarrow{AC} = (5;-5)$ làm vec tơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là $\Delta_2 : x - y + 4 = 0$.

Đường tròn (C) có tâm I là giao điểm của Δ_1 và Δ_2. Suy ra $I(0;4)$ và bán kính $R = IA = 5$.

Vậy $(C): x^2 + (y-4)^2 = 25$.

ĐỀ 3	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <12>. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 2. Khoảng đồng biến của hàm số $y = x^2 - 4x + 3$ là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 3. **[NB]** Cho biểu thức $f(x) = -6x^2 + x - 1$. Tìm khẳng định đúng.

A. $f(x) \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **B.** $f(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$. **D.** $f(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n} = (1;4)$ có phương trình tổng quát là

A. $x + 4y + 5 = 0$. **B.** $x + 4y - 11 = 0$. **C.** $3x - 2y + 5 = 0$. **D.** $x + 4y + 11 = 0$.

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho đường thẳng Δ có phương trình $3x - 4y + 2 = 0$ và điểm $A(2;-3)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{18}{5}$. **D.** 4.

Câu 6. **[Mức độ 1]** Đường tròn tâm $A(-2;4)$ và đi qua điểm $B(1;3)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 10$. **B.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 10$.

C. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = \sqrt{10}$. **D.** $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 100$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Cho elip có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{25} + \dfrac{y^2}{16} = 1$. Tiêu cự của elip bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 18.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường Elip?

A. $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$.

Câu 9. **[TH]** Bảng xét dấu như hình dưới đây là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	0	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0 $+$ 0		$-$

A. $f(x)=8x^2+4x$. **B.** $f(x)=8x^2+4x$.

C. $f(x)=-8x^2-4x$. **D.** $f(x)=-8x^2+4x$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. **[Mức độ 2]** Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$.

A. $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.

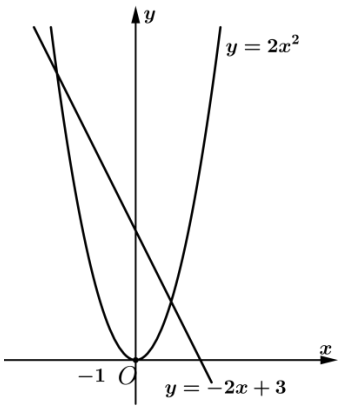
C. $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$. **D.** $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.

Câu 12. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$.

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{31}-\frac{y^2}{31}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <2>. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho đồ thị các hàm số $y=f(x)=-2x+3; y=g(x)=2x^2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ là một đường cong

b) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2$ tại hai điểm

c) Hàm số $y=-2x+3$ nghịch biến trên $\square$.

d) Hàm số $y=g(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1), B(4;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $x-y+2=0$.

a) Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1)$.

b) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $x-3y+2=0$.

c) Đường thẳng AB cắt đường thẳng d tại điểm $I(2;0)$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên d $(a>0)$ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 4. Khi đó $a.b=8$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu <1> đến câu <4>.

Câu 1. **[Mức độ 2]** Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ là một parabol có đỉnh $I(2;-1)$ và đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị của biểu thức $S=4a-b-2c$ bằng bao nhiêu ?

Câu 2. **[Mức độ 3]** Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AB ngắn hơn cạnh AC là $4\,cm$. Biết chu vi tam giác ABC là $48\,cm$. Biết diện tích tam giác ABC là $a\,cm^2$ $(a\in\square^*)$. Tìm a.

Câu 3. Tổng các giá trị của tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$\Delta_1:\begin{cases}x=8-(m+1)t\\y=10+t\end{cases}$ và $\Delta_2: mx+2y-14=0$.

Câu 4. Giả sử điểm $M(m;n)$ nằm trên hypebol $(H): 4x^2-9y^2=36$ và nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 của hypebol này dưới một góc vuông. Khi đó giá trị của m^2-2n^2 bằng bao nhiêu? (Kết quả làm làm tròn đến hàng phần trăm)

PHẦN IV. Tự luận.

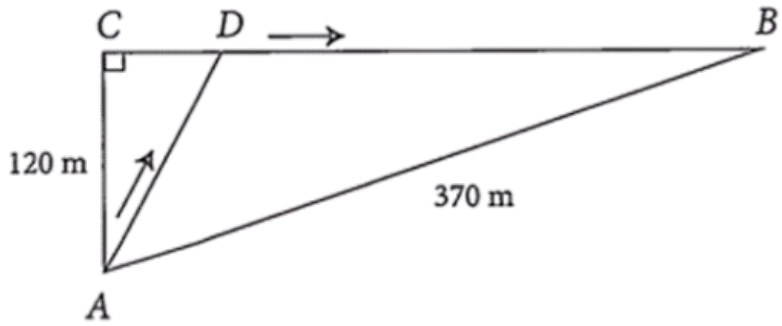
Câu 1. a) **[Mức độ 3]** Cho hàm số $y=\dfrac{2025x}{\sqrt{x-m}\left(x-2m+1\right)}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho xác định trên $[-2;+\infty)$.

b) [Mức độ 3] Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá $40\,000$ đồng và trung bình mỗi tháng cơ sở đó bán được 3000 chiếc. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch giảm giá bán để có doanh thu tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý cơ sở thấy rằng nếu từ mức giá $40\,000$ đồng mà cứ giảm 1000 đồng thì số lượng khăn mặt bán ra mỗi tháng sẽ tăng thêm 100 chiếc. Hãy tìm mức giá bán mỗi chiếc khăn để doanh thu hàng tháng là lớn nhất.

Câu 2. **a) [Mức độ 3]** a) Cho $f\left(x\right)=\left(m-1\right)x^2-2\left(m-1\right)x+m+5$. Tìm các giá trị của tham số m để $f\left(x\right)$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) [Mức độ VD] Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A, cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A là $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang tại vị trí B là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



Câu 3. **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;1)$ và hai đường thẳng $d_1:x-y-1=0$, $d_2:x-2y-6=0$.

a) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d_1:x-y-1=0$ và cách d_1 một khoảng bằng 1.

b) Viết phương trình đường tròn (C) đi qua A, tiếp xúc với d_1 và có tâm thuộc d_2.

BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM

Phần 1: Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Mã	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	C	B	D	A	D	B	C	D	C	B	A	A

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2	3	4	5	6
a)	S	Đ				
b)	Đ	Đ				
c)	Đ	S				
d)	S	Đ				

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
Đáp án	2	96	-1	9,31				

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$

Vậy tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 2. Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^2-4x+3$ là

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Hàm số $y=x^2-4x+3$ có $a=1>0$ nên đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{b}{2a};+\infty\right)$.

Vì vậy hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 3. **[NB]** Cho biểu thức $f(x)=-6x^2+x-1$. Tìm khẳng định đúng.

A. $f(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)=0,\forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Lời giải

Vì $\Delta=-23<0$ và $a=-6<0$ nên $f(x)=-6x^2+x-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 4. **[Mức độ 1]** Đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;4)$ có phương trình tổng quát là

A. $x+4y+5=0$. **B.** $x+4y-11=0$. **C.** $3x-2y+5=0$. **D.** $x+4y+11=0$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(3;-2)$ có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(1;4)$ có phương trình tổng quát là:

$$1(x-3)+4(y+2)=0\Leftrightarrow x+4y+5=0$$

Câu 5. **[Mức độ 1]** Cho đường thẳng Δ có phương trình $3x-4y+2=0$ và điểm $A(2;-3)$. Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ bằng

A. $\frac{4}{5}$. **B.** 3. **C.** $\frac{18}{5}$. **D.** 4.

Lời giải

Theo công thức tính khoảng cách, ta có:

$$d(A,\Delta)=\frac{|3.2-4.(-3)+2|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}=4$$

Câu 6. **[Mức độ 1]** Đường tròn tâm $A(-2;4)$ và đi qua điểm $B(1;3)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+4)^2=10$. **B.** $(x+2)^2+(y-4)^2=10$.

C. $(x-2)^2+(y+4)^2=\sqrt{10}$. **D.** $(x+2)^2+(y-4)^2=100$.

Lời giải

Đường tròn tâm $A(-2;4)$ và đi qua điểm $B(1;3)$ nên $R=AB=\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$.

Phương trình đường tròn là: $(x+2)^2+(y-4)^2=10$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Cho elip có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. Tiêu cự của elip bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 18.

Lời giải

Từ phương trình chính tắc của elip ta có: $a^2=25, b^2=16$.

Suy ra $c^2=a^2-b^2=9\Rightarrow c=3$. Do đó tiêu cự của elip là $2c=6$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng Oxy, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường Elip?

A. $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=-1$. **C.** $\frac{x^2}{3^2}+\frac{y^2}{4^2}=1$. **D.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{3^2}=1$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của đường elip có dạng $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>b>0)$ nên chỉ có đáp án D là phương trình chính tắc của đường elip.

Câu 9. **[TH]** Bảng xét dấu như hình dưới đây là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

A. $f(x)=8x^2+4x$. **B.** $f(x)=8x^2+4x$.

C. $f(x)=-8x^2-4x$. **D.** $f(x)=-8x^2+4x$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta có hệ số $a<0$.

Dựa vào bảng xét dấu ta có biểu thức cần có nghiệm là $x=-\frac{1}{2}, x=0$.

Tìm nghiệm cho các phương án thỏa mãn $a<0$ ta được $f(x)=-8x^2-4x$.

Câu 10. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{4-3x^2}=2x-1$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

$\sqrt{4-3x^2}=2x-1$

Bình phương hai vế của phương trình trên ta được:

$4-3x^2=(2x-1)^2$

$4-3x^2=4x^2-4x+1$

$-7x^2+4x+3=0$

Ta tìm được $x=1$ hoặc $x=-\frac{3}{7}$.

Thay vào phương trình đã cho ta nhận $x=1$.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 11. **[Mức độ 2]** Viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(2;0)$ và $B(0;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: x+y+1=0$.

A. $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$. **B.** $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.

C. $\left(x+\frac{1}{6}\right)^2+\left(y-\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$. **D.** $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{170}{6}$.

Lời giải

Ta có phương trình tham số của $\Delta:\begin{cases}x=t\\y=-t-1\end{cases}$.

Do tâm I của (C) nằm trên Δ nên $I(t;-1-t)$.

Ta có $IA=IB\Rightarrow(2-t)^2+(1+t)^2=(-t)^2+(2+t)^2\Leftrightarrow t=\frac{1}{6}$, suy ra $I\left(\frac{1}{6};-\frac{7}{6}\right)$, bán kính $IA=\frac{\sqrt{170}}{6}$.

Phương trình đường tròn cần tìm có dạng: $\left(x-\frac{1}{6}\right)^2+\left(y+\frac{7}{6}\right)^2=\frac{85}{18}$.

Câu 12. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng Oxy, viết phương trình chính tắc của hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm $A\left(4\sqrt{2};2\right)$ và $B\left(-6;-\sqrt{5}\right)$.

A. $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$. **B.** $\frac{x^2}{31}-\frac{y^2}{31}=1$. **C.** $\frac{x^2}{24}-\frac{y^2}{12}=1$. **D.** $\frac{x^2}{32}-\frac{y^2}{8}=1$.

Lời giải

Giả sử hypebol (H) có phương trình là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1\ (a>0,\ b>0)$.

$A\left(4\sqrt{2};2\right)\in(H)\Leftrightarrow\frac{32}{a^2}-\frac{4}{b^2}=1\ (1)$

.

$B\left(-6;-\sqrt{5}\right)\in(H)\Leftrightarrow\frac{36}{a^2}-\frac{5}{b^2}=1\ (2)$

.

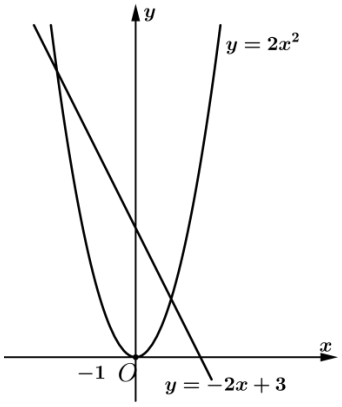
$$(1),(2)\Rightarrow\begin{cases}\frac{1}{a^2}=\frac{1}{16}\\ \frac{1}{b^2}=\frac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=16\\ b^2=4\end{cases}$$

Từ .

Vậy phương trình hypebol (H) là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{4}=1$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Cho đồ thị các hàm số $y=f(x)=-2x+3;y=g(x)=2x^2$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ là một đường cong

b) Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2$ tại hai điểm

c) Hàm số $y=-2x+3$ nghịch biến trên .

d) Hàm số $y=g(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$

Lời giải

(a) Sai

Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ là một đường thẳng.

(b) Đúng

Đồ thị hàm số $y=-2x+3$ cắt đồ thị hàm số $y=2x^2$ tại hai điểm.

(c) Đúng

Dựa vào đồ thị ta có: Hàm số $y=-2x+3$ nghịch biến trên $\square$.

(d) Sai

Hàm số $y=g(x)=2x^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Hàm số $y=g(x+1)=2(x+1)^2=2x^2+4x+2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 2: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai điểm $A(1;1), B(4;2)$ và đường thẳng d có phương trình: $x-y+2=0$.

a) Đường thẳng AB có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;1)$.

b) Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là $x-3y+2=0$.

c) Đường thẳng AB cắt đường thẳng d tại điểm $I(2;0)$.

d) Điểm $M(a;b)$ nằm trên d $(a>0)$ sao cho tam giác MAB có diện tích bằng 4. Khi đó $a.b=8$.

Lời giải

a) Đúng:

$\overrightarrow{AB}=(3;1)$ là một VTCP của đường thẳng AB.

b) Đúng:

$\overrightarrow{AB}=(3;1)\Rightarrow \vec{n}_{AB}=(1;-3)$

$\Rightarrow$ Phương trình tổng quát của đường thẳng AB là

$1(x-1)-3(y-1)=0\Leftrightarrow x-3y+2=0$.

c) Sai:

Xét hệ: $\begin{cases}x-3y+2=0\\x-y+2=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=0\end{cases}$

$\Rightarrow$ Đường thẳng AB cắt đường thẳng d tại điểm $I(-2;0)$.

d) Đúng: Ta có $AB=\sqrt{10}$.

$M(a;b)\in d\Rightarrow a-b+2=0\Rightarrow b=a+2$

$$S_{MAB}=\frac{1}{2}AB.d(M;AB)=\frac{1}{2}.\sqrt{10}.\frac{|a-3b+2|}{\sqrt{10}}=\frac{|a-3b+2|}{2}=\frac{|2a+4|}{2}$$

$$S_{MAB}=4\Rightarrow|2a+4|=8\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=2\ (TM)\\a=-6\ (KTM)\end{array}\right.\Rightarrow b=4\Rightarrow ab=8$$

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Biết rằng đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ là một parabol có đỉnh $I(2;-1)$ và đi qua điểm $A(0;2)$. Giá trị của biểu thức $S=4a-b-2c$ bằng bao nhiêu ?

Lời giải

Đáp án: 2

Đồ thị hàm số $y=ax^2+bx+c$ là một parabol có đỉnh $I(2;-1)$ và đi qua điểm $A(0;2)$ nên ta có

$$\left\{\begin{array}{l}a\neq 0\\\dfrac{-b}{2a}=2\\a.2^2+b.2+c=-1\end{array}\right.$$

Khi đó $S=4a-b-2c=4.\dfrac{3}{4}+3-2.2=2$.

Câu 2. **[Mức độ 3]** Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh AB ngắn hơn cạnh AC là $4\,cm$. Biết chu vi tam giác ABC là $48\,cm$. Biết diện tích tam giác ABC là $a\,cm^2\ (a\in\mathbb{N}^*)$. Tìm a.

Lời giải

Đáp số: 96

Đặt $AB=x\,(cm),(x>0)$, suy ra $AC=x+4$.

ΔABC vuông tại $A\Rightarrow BC=\sqrt{AC^2+AB^2}=\sqrt{x^2+(x+4)^2}=\sqrt{2x^2+8x+16}$

Chu vi tam giác ABC là $48\,cm$ nên $x+(x+4)+\sqrt{2x^2+8x+16}=48\ (*)$

$\Rightarrow\sqrt{2x^2+8x+16}=44-2x$

$\Rightarrow 2x^2+8x+16=1936-176x+4x^2$

$\Rightarrow 2x^2-184x+1920=0$

$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=12\\x=80\end{array}\right.$

Thử lại, ta thấy chỉ có $x=12$ thỏa phương trình $(*)$

$\Rightarrow AB=12\,cm, AC=16\,cm, BC=20\,cm$

Vậy diện tích tam giác ABC là $S=\dfrac{1}{2}.AB.AC=\dfrac{1}{2}.12.16=96\,cm^2$.

Câu 3. Tổng các giá trị của tham số m để các đường thẳng sau đây song song:

$\Delta_1 : \begin{cases} x = 8-(m+1)t \\ y = 10+t \end{cases}$ và $\Delta_2 : mx+2y-14=0$.

Lời giải

Đáp số: -1

$\overrightarrow{u_1} = (-m-1;1)$

$\overrightarrow{n_2} = (m;2)$

$\Delta_1 \parallel \Delta_2 \Leftrightarrow \overrightarrow{u_1} \perp \overrightarrow{n_2}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{n_2} = 0$

$\Leftrightarrow m(-m-1)+2=0$

$\Leftrightarrow -m^2-m+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-2 \end{array}\right.$

Thử lại ta thấy cả 2 giá trị đều thỏa mãn 2 đường thẳng song song

$\Rightarrow S = 1+(-2) = -1$

Câu 4. Giả sử điểm $M(m;n)$ nằm trên hypebol $(H): 4x^2-9y^2=36$ và nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 của hypebol này dưới một góc vuông. Khi đó giá trị của m^2-2n^2 bằng bao nhiêu? (Kết quả làm làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp số: $9,31$.

Ta có $(H): 4x^2-9y^2=36 \Leftrightarrow \frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$. Khi đó, $a^2=9, b^2=4 \Rightarrow c^2=9+4=13 \Rightarrow c=\sqrt{13}$.

Tiêu cự $F_1F_2 = 2\sqrt{13}.$

Vì $M(m;n)$ thuộc hypebol nên $4m^2-9n^2=36 \quad (1)$.

Mà M nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 hypebol này dưới một góc vuông nên $OM = \frac{F_1F_2}{2} = \sqrt{13} \Rightarrow m^2+n^2=13 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có hệ

$$\begin{cases} 4m^2-9n^2=36 \\ m^2+n^2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2=\frac{153}{13} \\ n^2=\frac{16}{13} \end{cases} \Rightarrow m^2-2n^2 = \frac{121}{13} \approx 9,31.$$

PHẦN IV. CÂU TỰ LUẬN

Câu 1. **a) [Mức độ 3]** Cho hàm số $y=\dfrac{2025x}{\sqrt{x-m}\left(x-2m+1\right)}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đã cho xác định trên $\left[-2;+\infty\right)$.

b) [Mức độ 3] Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá $40\,000$ đồng và trung bình mỗi tháng cơ sở đó bán được 3000 chiếc. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch giảm giá bán để có doanh thu tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý cơ sở thấy rằng nếu từ mức giá $40\,000$ đồng mà cứ giảm 1000 đồng thì số lượng khăn mặt bán ra mỗi tháng sẽ tăng thêm 100 chiếc. Hãy tìm mức giá bán mỗi chiếc khăn để doanh thu hàng tháng là lớn nhất.

Lời giải

(a)

* Điều kiện $\begin{cases}x-m>0\\x-2m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>m\\x\neq 2m-1\end{cases}$

* Hàm số đã cho xác định trên $\left[-2;+\infty\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2\\2m-1\notin\left[-2;+\infty\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2\\2m-1<-2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<-2\\m<-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m<-2$

Vậy: $m<-2$.

(b)

Gọi x (nghìn đồng) là giá bán một chiếc khăn thì số tiền giảm giá so với mức giá cũ là $40-x$ (nghìn đồng).

Số khăn bán trong một tháng giảm là: $100.\left(40-x\right)$.

Số khăn bán được sau khi giảm giá là: $3000+100.\left(40-x\right)=7000-100x$.

Gọi $R\left(x\right)$ là doanh thu từ tiến bán khăn trong một tháng khi giá bán một chiếc khăn x (nghìn đồng). Khi đó:

$R\left(x\right)=\left(7000-100x\right).x=-100x^2+7000x$ (nghìn đồng).

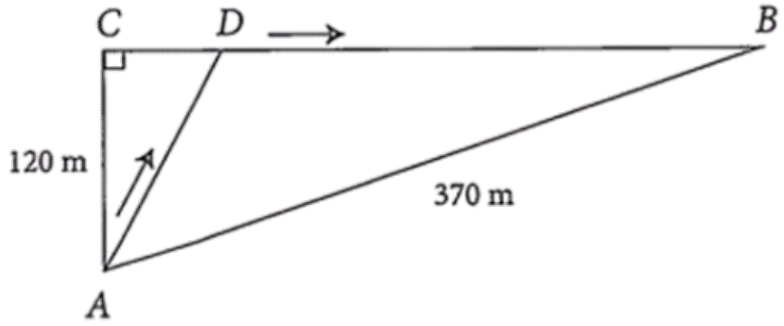
Hàm số $R(x)$ là một hàm số bậc hai có hệ số $a=-100<0$ nên đạt giá trị lớn nhất tại $x=35$.

Khi đó $R(35)=122500$ (nghìn đồng).

Vậy doanh thu lớn nhất mà cơ sở sản xuất khăn mặt có thể thu được mỗi tháng là 122500000 (đồng) khi giá bán mỗi chiếc khăn là 35000 đồng.

Câu 2. **a) [Mức độ 3]** a) Cho $f(x)=(m-1)x^2-2(m-1)x+m+5$. Tìm các giá trị của tham số m để $f(x)$ luôn dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

b) [Mức độ VD] Một chú thỏ ngày nào cũng ra bờ suối ở vị trí A, cách cửa hang của mình tại vị trí B là $370m$ để uống nước, sau đó chú thỏ sẽ đến vị trí C cách vị trí A là $120m$ để ăn cỏ rồi trở về hang. Tuy nhiên, hôm nay sau khi uống nước ở bờ suối, chú thỏ không đến vị trí C như mọi ngày mà chạy đến vị trí D để tìm cà rốt rồi mới trở về hang (xem hình bên dưới). Biết rằng, tổng thời gian chú thỏ chạy từ vị trí A đến vị trí D rồi về hang tại vị trí B là 30 giây (không kể thời gian tìm cà rốt), trên đoạn AD chú thỏ chạy với vận tốc là $13m/s$, trên đoạn BD chú thỏ chạy với vận tốc là $15m/s$. Vị trí C cách vị trí D bao nhiêu mét?



Lời giải

(a)

Trường hợp 1: Với $m-1=0\Leftrightarrow m=1$.

Khi đó $f(x)=(1-1)x^2-2(1-1)x+1+5=1+5=6>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $m=1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Trường hợp 2: Với $m-1\neq 0\Leftrightarrow m\neq 1$.

Khi đó $f(x)$ là một tam thức bậc hai nên $f(x)$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m-1 > 0 \\ (m-1)^2 - (m-1)(m+5) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m^2 - 2m + 1 - \left(m^2 + 4m - 5\right) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ 6 - 6m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow m > 1.$$

Vậy với $m \geq 1$ thì $f(x)$ luôn dương với mọi $x \in \mathbb{R}$.

(b)

Gọi thời gian chú thỏ chạy trên đoạn AD là $x\ (0 < x < 30)$ (giây),

Khi đó thời gian chú thỏ chạy trên đoạn BD là $30 - x$ (giây).

Do đó, quãng đường AD và BD lần lượt là $13x\,(m)$ và $15(30-x)\ (m)$.

Độ dài quãng đường BC là: $\sqrt{370^2 - 120^2} = 350(m)$.

Tam giác ACD vuông tại C nên $CD = \sqrt{(13x)^2 - 120^2}\,(m)$.

Mặt khác, $CD = BC - BD = 350 - 15(30-x)(m)$.

Do đó, ta có:

$$\sqrt{(13x)^2 - 120^2} = 350 - 15(30 - x)$$
$$\Rightarrow (13x)^2 - 120^2 = \left(15x - 100\right)^2$$
$$\Rightarrow 56x^2 - 3000x + 24400 = 0$$
$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 10 \\ x_2 = \dfrac{305}{7} \end{array}\right.$$

Sau khi thử nghiệm và kết hợp với điều kiện $0 < x < 30$, ta nhận $x = 10$ (giây).

Vậy khoảng cách giữa vị trí C và vị trí D là: $350 - 15 \cdot (30 - 10) = 50(m)$.

Câu 3. **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;1)$ và hai đường thẳng $d_1 : x - y - 1 = 0$, $d_2 : x - 2y - 6 = 0$.

a) Viết phương trình đường thẳng Δ song song với đường thẳng $d_1: x-y-1=0$ và cách d_1 một khoảng bằng 1.

b) Viết phương trình đường tròn (C) đi qua A, tiếp xúc với d_1 và có tâm thuộc d_2.

Lời giải

a, Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. Do Δ song song với đường thẳng d_1 nên có dạ $\Delta: x-y+c=0.$

Gọi điểm $A(1;0)\in(d_1): x-y-1=0$.

Vì Δ cách d một khoảng bằng 1 nên:

$$d(d_1;\Delta)=1\Leftrightarrow d(A;\Delta)=1\Leftrightarrow\frac{|1+c|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=1\Leftrightarrow|c+1|=\sqrt{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=-1+\sqrt{2}\\c=-1-\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Với $c=-1+\sqrt{2}$, ta được $\Delta: x-y-1+\sqrt{2}=0.$

Với $c=-1-\sqrt{2}$, ta được $\Delta: x-y-1-\sqrt{2}=0.$

Vậy có hai đường thẳng cần tìm $\Delta: x-y-1+\sqrt{2}=0$ hoặc $\Delta: x-y-1-\sqrt{2}=0.$.

b, Nhận thấy $A\in d_1$, nên đường tròn (C) tiếp xúc với d_1 tại A.

Do tâm $I\in d_2$ nên $I(2b+6;b)$.

Ta có $\overrightarrow{AI}=(2b+4;b-1)$ và d_1 có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{a_1}=(1;1)$

Do $\overrightarrow{AI}\perp\overrightarrow{a_1}\Leftrightarrow\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{a_1}=0\Rightarrow 2b+4+b-1=0\Rightarrow b=-1\Rightarrow I(4;-1)$.

Suy ra bán kính đường tròn (C): $R=IA=2\sqrt{2}$.

Vậy phương trình đường tròn $(C):(x-4)^2+(y+1)^2=8$.

ĐỀ 4	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025

	MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

PHẦN I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1: **[1]** Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+2025}{\sqrt{x+4}}$ là

A. $[-4;+\infty]$. **B.** $D=(-4;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-4\}$. **B.** $[-4;+\infty)$.

Câu 2: **[1]** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^2-2x+4$?

A. $(4;4)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;-4)$. **B.** $(4;0)$.

Câu 3: **[2]** Cho hàm số bậc hai $y=x^2-2x-3$ có đồ thị là (P). Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

A. Đồ thị (P) có tọa độ đỉnh là $I(1;-4)$.

B. Trục đối xứng của đồ thị (P) là đường thẳng $x=1$.

C. Đồ thị hàm số (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

D. Giao điểm của đồ thị hàm số (P) với trục tung là $A(0;3)$.

Câu 4: **[1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x-3<0$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Câu 5: **[2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+x+6$ không âm

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 6: **[1]** Cho đường thẳng $(d):3x+2y-10=0$. Véctơ nào sau đây không phải là véctơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}=(6;-9)$. **B.** $\vec{u}=(4;-6)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Câu 7: **[2]** Cho 2 điểm $A(1;-2),B(3;-4).$ Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x+y-2=0$. **B.** $x-y+3=0$. **C.** $2x-2y-5=0$. **D.** $x-y-5=0$.

Câu 8: **[1]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;3)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x+1=0$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

A. 1. **B.** 4. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 9: **[2]** Cho hai đường thẳng $d_1:(m+2)x-2y-1=0$ và $d_2:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. Với giá trị nào của m thì $d_1\perp d_2$.

A. $m=-2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 10: **[1]** Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(1;-2)$ và bán kính bằng $\sqrt{3}$?

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=\sqrt{3}$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=9$.

Câu 11: **[2]** Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

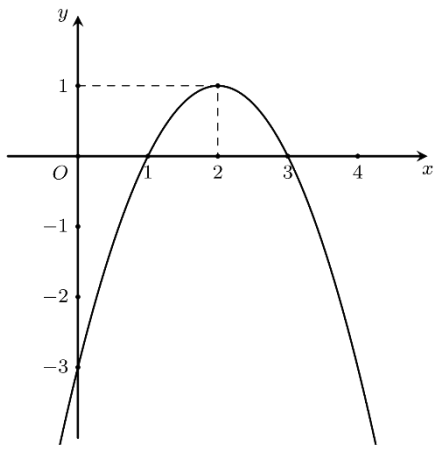
C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{5}$.

Câu 12: **[1]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=0$.

PHẦN II. PHẦN TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

[1] a) Hàm số đồng biến trên khoảng (1;3)

[2] b) Tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a=-2$.

[1] c) Bất phương trình $f(x)<0$ khi $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

[2] d) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(x)\ge 0$ là 1.

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d:x-2y+3=0$, $\Delta:2x+y-1=0$ và điểm $M(1;-2)$.

[1] a) Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1)$.

[2] b) Góc giữa hai đường thẳng Δ và d là 60°.

[1] c) Hai đường thẳng D và d cắt nhau tại điểm $N\left(\frac{8}{5};\frac{7}{5}\right)$.

[2] d) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng D bằng $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

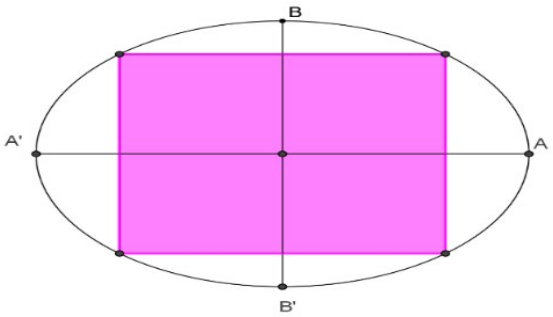
Phần III. Trả lời ngắn

Câu 1: **[Mức độ 2]** Tìm số giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x)=-x^2-4x+5$ không âm.

Câu 2: **[Mức độ 2]** Phương trình $\sqrt{3x^2+9x}=\sqrt{2x^2+3x-8}$ có bao nhiêu nghiệm?

Câu 3: **[Mức độ 2]** Cho đường tròn đi qua hai điểm $A(3;-1), B(1;1)$ và có tâm thuộc trục Ox. Bình phương bán kính của đường tròn đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 4: **[Mức độ 3]** Một công viên có dạng hình elip có độ dài trục lớn bằng 100 m, độ dài trục bé bằng 80 m. Người ta muốn trồng hoa trong một hình chữ nhật nội tiếp elip, phần còn lại sẽ trồng cỏ. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông?



Phần IV. Tự luận

Câu 1: **[Mức độ 2]** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\dfrac{2x-1}{x^2-3x+2}$

b) $y=\sqrt{-2x+3}-\sqrt{x-1}$

Câu 2: **[Mức độ 3]** Cổng một trường học có dạng là một parabol như hình vẽ. Người ta đo được khoảng cách giữa hai chân cổng là $8m$. Khoảng cách từ một điểm M trên thân cổng tới một điểm H gần nhất trên mặt đất (khoảng cách tới mặt đất) là $4,5m$. Từ điểm H người ta đo được khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $0,8m$. Tìm chiều cao của chiếc cổng?

Câu 3: **[Mức độ 3]** Buổi sáng chủ nhật hai bạn An và Khang cùng đi từ nhà đến trường để dự lễ sơ kết học kì 1. Do bạn An muốn mua đồ dùng học tập nên bạn đi từ nhà đến nhà sách tại ngã tư, rồi mới đến trường. Còn bạn Khang đi thẳng từ nhà đến trường. Biết khoảng cách từ nhà bạn An đến trường là $4\,\text{km}$ (theo đường chim bay), còn khoảng cách từ nhà bạn Khang đến nhà sách là $4\,\text{km}$. Tổng quãng đường của bạn An cũng bằng quãng đường của bạn Khang đến trường. Tính quãng đường từ nhà sách đến trường (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, đường cao hạ từ C và phân giác trong của góc B lần lượt có phương trình là $x-y+1=0$ và $2x+y+5=0$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.

Câu 5: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (C) là đường tròn đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(1;4)$ và tiếp xúc với trục Ox. Đường tròn này cắt trục Oy theo dây cung MN. Tính độ dài MN.

Câu 6: **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(8;6)$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua

điểm A và có hai tiêu điểm F_1, F_2 sao cho $\widehat{F_1AF_2}=90^0$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	D	B	B	D	D	A	D	C	C	C

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2
a)	S	Đ
b)	S	S
c)	Đ	S
d)	S	Đ

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4
Đáp án	7	1	2	4000

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Phần I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Câu 1: **[1]** Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{x+2025}{\sqrt{x+4}}$ là

A. $[-4;+\infty]$. **B.** $D=(-4;+\infty)$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\{-4\}$. **B.** $[-4;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số $y=\dfrac{x+2025}{\sqrt{x+4}}$ xác định khi và chỉ khi $x+4>0\Leftrightarrow x>-4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-4;+\infty)$.

Câu 2: **[1]** Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^2-2x+4$?

A. $(4;4)$. **B.** $(0;4)$. **C.** $(0;-4)$. **B.** $(4;0)$.

Lời giải

Ta có: $4=0^2-2.0+4$ nên điểm $(0;4)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3: **[2]** Cho hàm số bậc hai $y=x^2-2x-3$ có đồ thị là (P). Khẳng định nào dưới đây là sai?

A. Đồ thị (P) có tọa độ đỉnh là $I(1;-4)$.

B. Trục đối xứng của đồ thị (P) là đường thẳng $x=1$.

C. Đồ thị hàm số (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

D. Giao điểm của đồ thị hàm số (P) với trục tung là $A(0;3)$.

Lời giải

A. Đúng: Đồ thị hàm số (P) có tọa độ đỉnh là $\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)=(1;-4)$.

B. Đúng: Trục đối xứng của đồ thị (P) là đường thẳng $x=\dfrac{-b}{2a}=1$.

C. Đúng: Số giao điểm của đồ thị hàm số (P) và trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

D. Sai: Với $x=0$ thì $y=-3$ nên giao điểm của đồ thị hàm số (P) với trục tung là $A(0;-3)$.

Câu 4: **[1]** Tập nghiệm của bất phương trình $x^2+2x-3<0$ là

A. $(-1;3)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)\cup(3;+\infty)$.

Lời giải

$$x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$$

Xét phương trình bậc hai:

Xét dấu tam thức bậc hai:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
x^2+2x-3		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy tập nghiệm của BPT là: $T=(-3;1)$.

Câu 5: **[2]** Có bao nhiêu giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x)=-x^2+x+6$ không âm

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$$-x^2+x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=3\end{array}\right.$$

Phương trình $f(x)=-x^2+x+6$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$-x^2+x+6$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy các giá trị nguyên của x để $f(x)=-x^2+x+6$ không âm là: $-2,-1,0,1,2,3$.

Có 6 giá trị

Câu 6: **[1]** Cho đường thẳng $(d):3x+2y-10=0$. Véctơ nào sau đây không phải là véctơ chỉ phương của (d)?

A. $\vec{u}=(6;-9)$. **B.** $\vec{u}=(4;-6)$. **C.** $\vec{u}=(-2;3)$. **D.** $\vec{u}=(2;3)$.

Lời giải

Đường thẳng (d) có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;2)$ nên (d) có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;-3)$.

Do đó các véc tơ $\vec{u}=(6;-9)$, $\vec{u}=(4;-6)$ cũng là véc tơ chỉ phương của (d).

Câu 7: **[2]** Cho 2 điểm $A(1;-2),B(3;-4)$. Viết phương trình tổng quát đường trung trực của đoạn thẳng AB.

A. $x+y-2=0$. **B.** $x-y+3=0$. **C.** $2x-2y-5=0$. **D.** $x-y-5=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB, suy ra $I(2;-3)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2;-2)$.

Đường thẳng (d) đi qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}$ làm vec tơ pháp tuyến nên có phương trình $(d): x-y-5=0.$

Câu 8: **[1]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $A(0;3)$ và đường thẳng Δ có phương trình $x+1=0$. Tính khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ.

A. 1. **B.** 4. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $d(A,\Delta)=\frac{|0+1|}{\sqrt{0^2+1^2}}=1$.

Câu 9: **[2]** Cho hai đường thẳng $d_1:(m+2)x-2y-1=0$ và $d_2:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. Với giá trị nào của m thì $d_1\perp d_2$.

A. $m=-2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có 1 vectơ pháp tuyến là: $\overrightarrow{n_1}=(m+2;-2)$.

Đường thẳng d_2 có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-2;1)$, nên d_2 có 1 vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_2}=(1;2)$.

Ta có $d_1\perp d_2\Leftrightarrow\overrightarrow{n_1}\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow m+2+2.(-2)=0\Leftrightarrow m=2$.

Câu 10: **[1]** Phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(1;-2)$ và bán kính bằng $\sqrt{3}$?

A. $(x+1)^2+(y-2)^2=9$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2=\sqrt{3}$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2=3$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2=9$.

Lời giải

Phương trình của đường tròn tâm $I(1;-2)$ và bán kính bằng $\sqrt{3}$ là:

$$(x-1)^2+(y+2)^2=3.$$

Câu 11: **[2]** Trong hệ trục tọa độ Oxy, cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d):3x+4y-2=0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2+(y-1)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-1)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-1)^2=1$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có bán kính $R=d(I,d)=\frac{|3\cdot1+4\cdot1-2|}{\sqrt{3^2+4^2}}=1$.

Vậy đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 12: **[1]** Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho elip (E) có độ dài trục lớn bằng 12 và độ dài trục bé bằng 6. Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip (E)

A. $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{36}=1$. **C.** $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$. **D.** $\frac{x^2}{144}+\frac{y^2}{36}=0$.

Lời giải

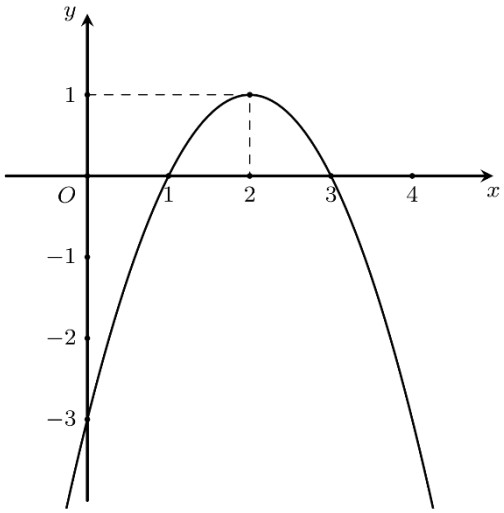
Chọn C

Phương trình chính tắc của elip có dạng $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1\ \ (a,b>0)$.

Ta có $a=6$, $b=3$, vậy phương trình của Elip là: $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{9}=1$.

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Cho tam thức bậc hai $f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây:



Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

[1] a) Hàm số đồng biến trên khoảng (1;3).

[2] b) Tam thức bậc hai $f(x)$ có hệ số $a=-2$.

[1] c) Bất phương trình $f(x)<0$ khi $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

[2] d) Số nghiệm nguyên của bất phương trình $f(x)\ge 0$ là 1.

Lời giải

a) S	**b) S**	**c) Đ**	**d) S**

a) **Sai**

Hàm số không đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

b) **Sai**

Đồ thị của hàm số bậc hai ở trên đi qua 3 điểm $A(1;0),B(3;0),C(2;1).$

$$\begin{cases}a+b+c=0\\9a+3b+c=0\\4a+2b+c=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=-3\end{cases}.$$

Khi đó ta có hệ phương trình

c) **Đúng**

Tập nghiệm của bất phương trình $f(x)<0$ là tập hợp các giá trị của x ứng với phần parabol nằm phía dưới trục hoành.

Từ đồ thị ta có $f(x)<0$ khi $x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$.

d) **Sai**

Từ đồ thị ta có $f(x)\ge 0$ khi $x\in[1;3]$.

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{1;2;3\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên x thỏa mãn.

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d:x-2y+3=0$, $\Delta:2x+y-1=0$ và điểm $M(1;-2)$.

[1] a) Đường thẳng d có véc-tơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;1)$.

[2] b) Góc giữa hai đường thẳng Δ và d là $60°$.

[1] c) Hai đường thẳng Δ và d cắt nhau tại điểm $N\left(\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

[2] d) Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng Δ bằng $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ

a. Đúng

Đường thẳng $d: x-2y+3=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2)$.

Suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(2;1)$.

Vậy **a** đúng.

b. Sai

Đường thẳng $d: x-2y+3=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=(1;-2)$.

Đường thẳng $\Delta: 2x+y-1=0$ có véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(2;1)$.

$$\cos(d,\Delta)=\frac{|\vec{n_1}\cdot\vec{n_2}|}{|\vec{n_1}|\cdot|\vec{n_2}|}=\frac{|1\cdot 2+(-2)\cdot 1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{2^2+1^2}}=0$$

Khi đó, .

Suy ra góc giữa hai đường thẳng d và Δ bằng $90°$.

Vậy **b** sai.

c. Sai

Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x-2y+3=0 \\ 2x+y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-3 \\ 2x+y=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{1}{5} \\ y=\frac{7}{5} \end{cases}$$

Vậy giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $N\left(-\frac{1}{5};\frac{7}{5}\right)$.

Do đó, **c** sai.

d. Đúng

Khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng D là $\mathrm{d}(M,\mathrm{D})=\frac{|2\times+(-2)-1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$.

Vậy **d** đúng.

Phần III. Câu trả lời ngắn.

Câu 1: **[Mức độ 2]** Tìm số giá trị nguyên của x để tam thức bậc hai $f(x)=-x^2-4x+5$ không âm.

Lời giải

Đáp án: 7

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow -x^2-4x+5=0 \Leftrightarrow x=1,\ x=-5$.

Mà hệ số $a=-1<0$ nên: $f(x)\ge 0 \Leftrightarrow x\in[-5;1]$.

Do $x\in$ nên $x\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;\}$. Vậy số giá trị nguyên của x là 7.

Câu 2: **[Mức độ 2]** Phương trình $\sqrt{3x^2+9x}=\sqrt{2x^2+3x-8}$ có bao nhiêu nghiệm?

Lời giải

Đáp số: 1.

Bình phương hai vế, ta được: $3x^2+9x=2x^2+3x-8 \Leftrightarrow x^2+6x+8=0 \Leftrightarrow x=-4$ hoặc $x=-2$.

Với $x=-2$, phương trình đã cho trở thành:

$$\sqrt{3(-2)^2+9.(-2)}=\sqrt{2(-2)^2+3.(-2)-8} \Leftrightarrow \sqrt{-6}=\sqrt{-6}$$ (vô lý)

Với $x=-4$, phương trình đã cho trở thành:

$$\sqrt{3(-4)^2+9.(-4)}=\sqrt{2(-4)^2+3.(-4)-8} \Leftrightarrow \sqrt{12}=\sqrt{12}$$ (Đúng)

Vậy phương trình đã cho chỉ có đúng 1 nghiệm.

Câu 3: **[Mức độ 3]** Cho đường tròn đi qua hai điểm $A(3;-1), B(1;1)$ và có tâm thuộc trục Ox. Bình phương bán kính của đường tròn đã cho bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 2.

Gọi $I(a;0)\in Ox$ là tâm đường tròn đi qua hai điểm A,B.

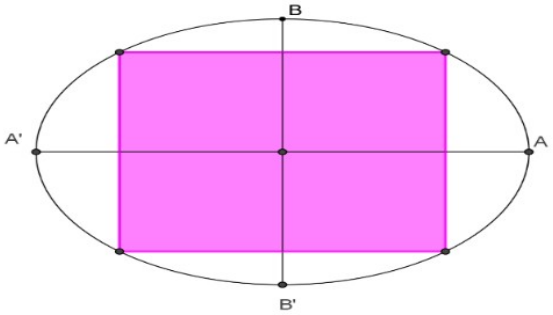
Ta có: $IA=IB \Leftrightarrow \sqrt{(a-3)^2+1}=\sqrt{(a-1)^2+1} \Leftrightarrow a=2$

Suy ra đường tròn có tâm $I(2;0)$ và bán kính $R=IA=\sqrt{2}$.

$(x-2)^2+y^2=2$

Vậy phương trình đường tròn là .

Câu 4: **[Mức độ 3]** Một công viên có dạng hình elip có độ dài trục lớn bằng 100 m, độ dài trục bé bằng 80 m. Người ta muốn trồng hoa trong một hình chữ nhật nội tiếp elip, phần còn lại sẽ trồng cỏ. Diện tích trồng hoa lớn nhất bằng bao nhiêu mét vuông?



Lời giải

Đáp số: 4000.

$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,\ (a>b>0)$

Phương trình chính tắc của elip

$\begin{cases}2a=100\Rightarrow a=50\\2b=80\Rightarrow b=40\end{cases}$

Theo giả thiết ta có

$(E):\frac{x^2}{2500}+\frac{y^2}{1600}=1$

Suy ra phương trình elip .

Gọi $M(x_M;y_M)$ là đỉnh hình chữ nhật với $x_M>0,\ y_M>0$. Ta có $\frac{x_M^2}{2500}+\frac{y_M^2}{1600}=1$

Diện tích hình chữ nhật nội tiếp Elip nhận M làm đỉnh là

$S=2x_M.2y_M=4x_My_M=4000.2.\frac{x_M}{50}.\frac{y_M}{40}\le 4000\left(\frac{x_M^2}{2500}+\frac{y_M^2}{1600}\right)=4000(m^2)$

.

Vậy diện tích trồng hoa lớn nhất bằng $4000(m^2)$.

Phần IV. Tự luận

Câu 1: **[Mức độ 2]** Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y=\frac{2x-1}{x^2-3x+2}$

b) $y=\sqrt{-2x+3}-\sqrt{x-1}$

Lời giải

a) Hàm số xác định khi $x^3-3x+2\neq 0\Leftrightarrow (x-1)(x^2+x-2)\neq 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1\neq 0 \\ x^2+x-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -2 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq 1 \\ x\neq -2 \end{cases}.$$

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;1\}$.

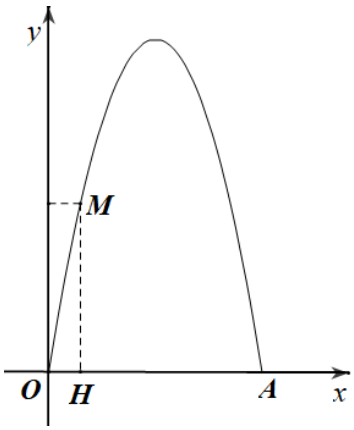
b) Hàm số xác định khi $\begin{cases} -2x+3\geq 0 \\ x-1\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\leq \dfrac{3}{2} \\ x\geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1\leq x\leq \dfrac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 2: **[Mức độ 3]** Cổng một trường học có dạng là một parabol như hình vẽ. Người ta đo được khoảng cách giữa hai chân cổng là $8m$. Khoảng cách từ một điểm M trên thân cổng tới một điểm H gần nhất trên mặt đất (khoảng cách tới mặt đất) là $4,5m$. Từ điểm H người ta đo được khoảng cách tới chân cổng gần nhất là $0,8m$. Tìm chiều cao của chiếc cổng?

Lời giải

Chọn hệ trục tọa đô Oxy với hai chân cổng nằm trên truc Ox như hình vẽ.



Vì cổng có dạng parabol đi qua $O(0;0)$ nên có phương trình là $y = ax^2 + bx$.

Vì các điểm $A(8;0), M(0,8;4,5)$ thuộc parabol nên ta có

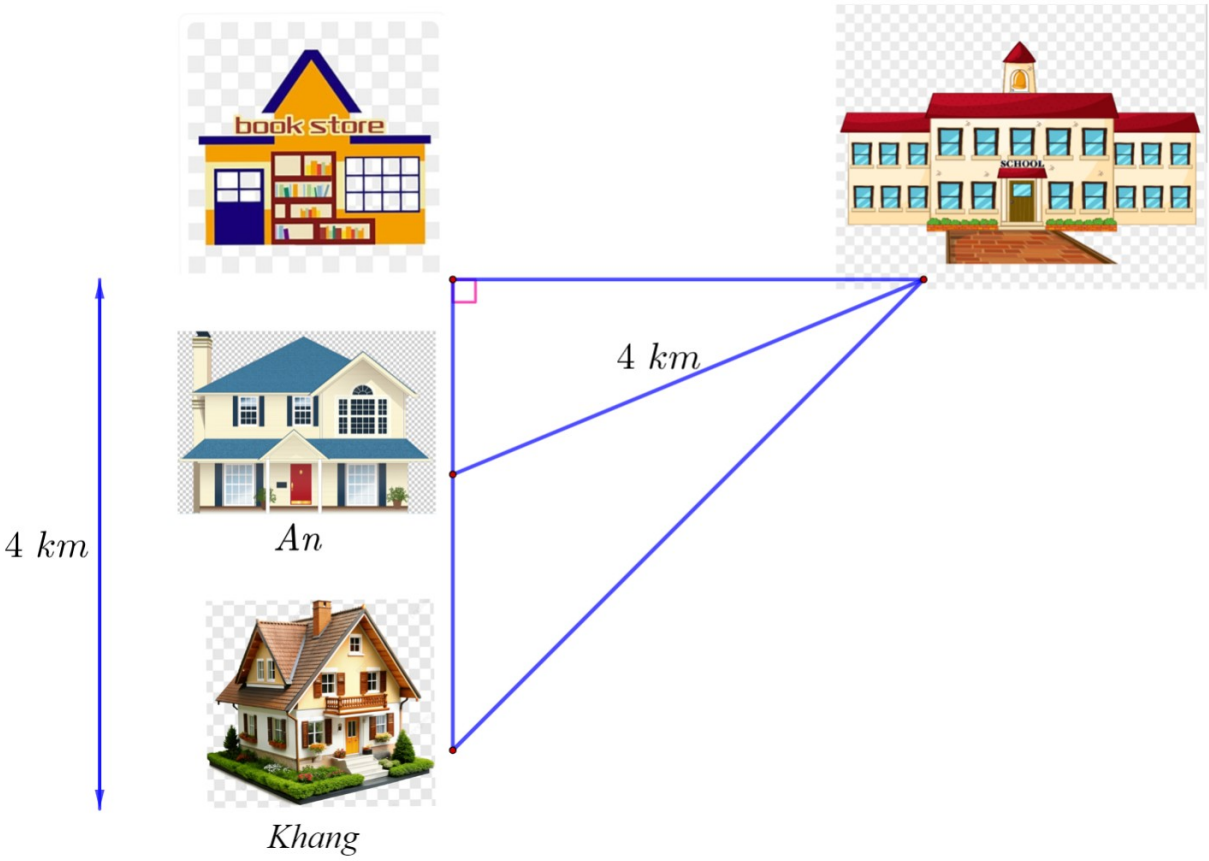
$$\begin{cases} 64a + 8b = 0 \\ 0,64a + 0,8b = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-25}{32} \\ b = \dfrac{25}{4} \end{cases}.$$

Suy ra phương trình parabol là $y = \dfrac{-25}{32}x^2 + \dfrac{25}{4}x$.

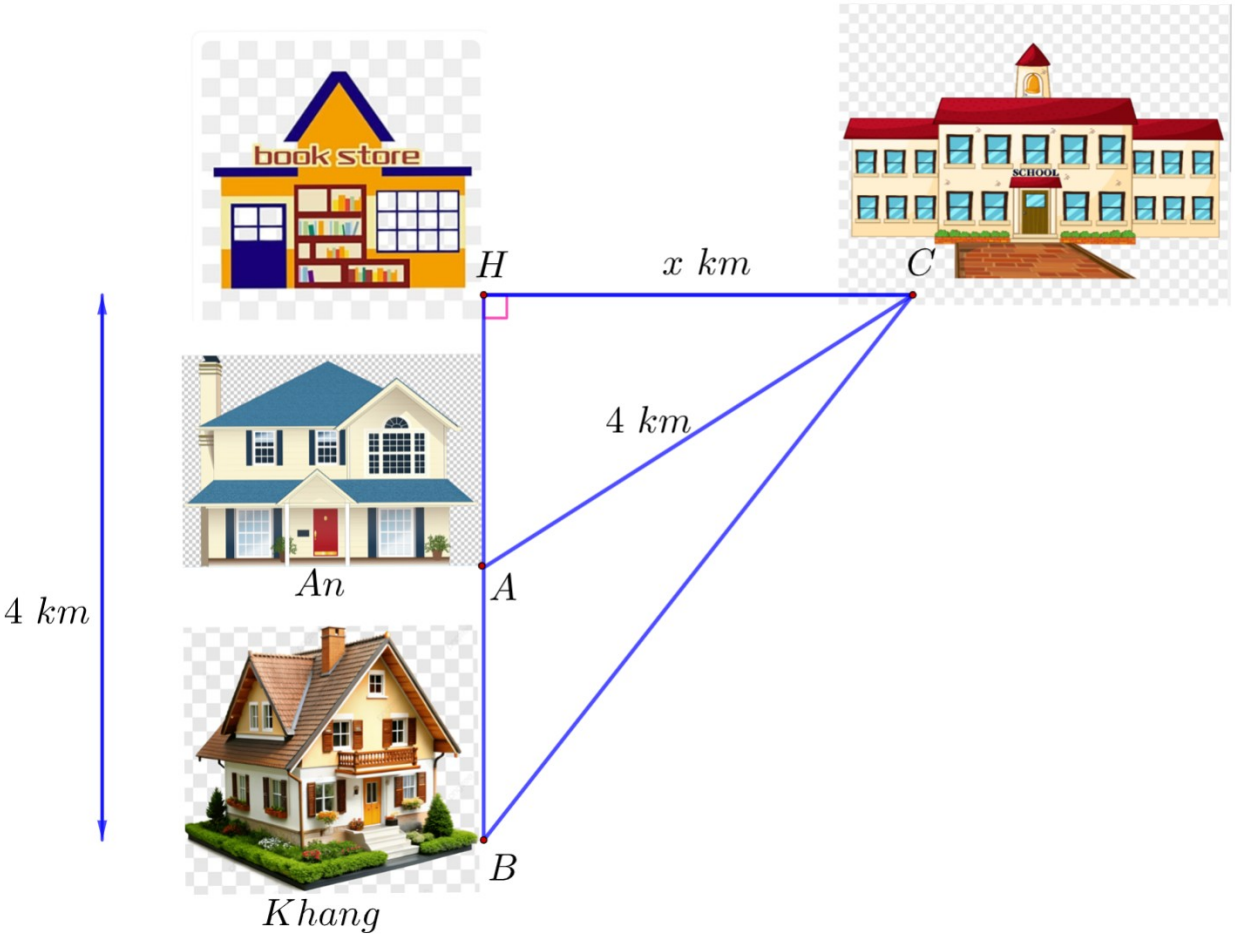
Parabol này có đỉnh $I\left(4; \dfrac{25}{2}\right)$.

Vậy chiều cao của cổng là $\dfrac{25}{2} = 12,5m$.

Câu 3: **[Mức độ 3]** Buổi sáng chủ nhật hai bạn An và Khang cùng đi từ nhà đến trường để dự lễ sơ kết học kì 1. Do bạn An muốn mua đồ dùng học tập nên bạn đi từ nhà đến nhà sách tại ngã tư, rồi mới đến trường. Còn bạn Khang đi thẳng từ nhà đến trường. Biết khoảng cách từ nhà bạn An đến trường là $4\,\text{km}$ (theo đường chim bay), còn khoảng cách từ nhà bạn Khang đến nhà sách là $4\,\text{km}$. Tổng quãng đường của bạn An cũng bằng quãng đường của bạn Khang đến trường. Tính quãng đường từ nhà sách đến trường (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải



Gọi H, A, B, C lần lượt là vị trí nhà sách, nhà bạn An, nhà bạn Khang và trường học.

Đặt $HC = x$ km, $x > 0$.

Ta có: tam giác HAC vuông tại H

$AH = \sqrt{AC^2 - CH^2} = \sqrt{16 - x^2}$ $(0 < x \le 4)$,.

$\Rightarrow AH + HC = \sqrt{16 - x^2} + x$.

Tam giác HBC vuông tại H

$BC = \sqrt{BH^2 + CH^2} = \sqrt{16 + x^2}$

Mà: $AH + CH = BC \Leftrightarrow \sqrt{16 - x^2} + x = \sqrt{16 + x^2}$

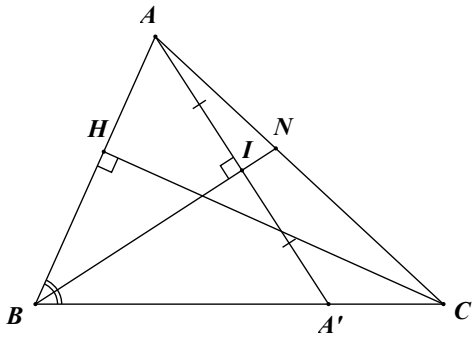
$\Leftrightarrow 16 - x^2 + 2x.\sqrt{16 - x^2} + x^2 = 16 + x^2$

$\Leftrightarrow 2x.\sqrt{16 - x^2} = x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \le 4 \\ 2\sqrt{16 - x^2} = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 < x \le 4 \\ x \approx 3,58\,\text{km} \end{cases}$.

Vậy quãng đường từ nhà sách đến trường là $3,58\,\text{km}$.

Câu 4: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có $A(1;-2)$, đường cao hạ từ C và phân giác trong của góc B lần lượt có phương trình là $x - y + 1 = 0$ và $2x + y + 5 = 0$. Tìm tọa độ đỉnh C của tam giác ABC.

Lời giải



Giả sử đường cao CH có phương trình $x - y + 1 = 0$ và đường phân giác trong BN có phương trình $2x + y + 5 = 0$.

Đường thẳng AB đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng CH nên có phương trình

$x+y+1=0$. Khi đó, tọa độ điểm B là nghiệm của hệ $\begin{cases} x+y+1=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Rightarrow B(-4;3)$.

Gọi I là hình chiếu của A trên phân giác trong BN và A' là điểm đối xứng của A qua BN (ta có I là trung điểm của AA' và $A' \in BC$)

Đường thẳng AI đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BN nên có phương trình $x-2y-5=0$. Khi đó, tọa độ điểm I là nghiệm của hệ $\begin{cases} x-2y-5=0 \\ 2x+y+5=0 \end{cases} \Rightarrow I(-1;-3)$.

Lại có I là trung điểm của $AA' \Rightarrow A'(-3;-4)$.

Đường thẳng BC đi qua điểm $B(-4;3)$ và điểm $A'(-3;-4)$ nên có phương trình $7x+y+25=0$. Khi đó, tọa độ điểm C là nghiệm của hệ $\begin{cases} 7x+y+25=0 \\ x-y+1=0 \end{cases} \Rightarrow C\left(\frac{-13}{4};\frac{-9}{4}\right)$.

Vậy $C\left(\frac{-13}{4};\frac{-9}{4}\right)$.

Câu 5: **[Mức độ 3]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (C) là đường tròn đi qua hai điểm $A(1;1)$, $B(1;4)$ và tiếp xúc với trục Ox. Đường tròn này cắt trục Oy theo dây cung MN. Tính độ dài MN.

Lời giải

Đường trung trực d của đoạn AB đi qua trung điểm $K\left(1;\frac{5}{2}\right)$ của AB và nhận $\overrightarrow{AB}=(0;3)$ làm vec tơ pháp tuyến nên phương trình có dạng: $0(x-1)+3\left(y-\frac{5}{2}\right)=0 \Leftrightarrow y-\frac{5}{2}=0$.

Vì đường tròn (C) đi qua hai điểm $A,\ B$ nên tâm I của nó phải thuộc (d).

Giả sử $I\left(a;\frac{5}{2}\right)$.

Ta có: $R=IA=d(I;Ox)$.

Hay $\sqrt{(1-a)^2+\left(1-\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{5}{2}\Leftrightarrow a^2-2a-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=-1\\a=3\end{array}\right.$.

Trường hợp 1: Với $a=-1$ phương trình đường tròn (C) là: $(x+1)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$

Đường tròn này cắt trục Oy tại hai điểm $M\left(0;\frac{5}{2}-\frac{\sqrt{21}}{4}\right)$ $N\left(0;\frac{5}{2}+\frac{\sqrt{21}}{4}\right)$;

Khi đó độ dài $MN=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Trường hợp 2: Với $a=3$ phương trình đường tròn (C) là: $(x-3)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$. Đường tròn

này không cắt trục Oy.

Vậy $MN=\frac{\sqrt{21}}{2}$.

Câu 6: **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $A(8;6)$. Viết phương trình chính tắc của elip (E) đi qua điểm A và có hai tiêu điểm F_1, F_2 sao cho $\widehat{F_1AF_2}=90^0$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của elip (E) có dạng: $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ với a > b > 0

Biết (E) qua $A(8;6)$ nên $\frac{64}{a^2}+\frac{36}{b^2}=1$

$\widehat{F_1AF_2}=90^0\Rightarrow OA=\frac{F_1F_2}{2}=c\Rightarrow c=\sqrt{8^2+6^2}=10$

Có $a^2=b^2+c^2=b^2+100\Rightarrow\frac{64}{b^2+100}+\frac{36}{b^2}=1\Rightarrow b^2=60$

$a^2=b^2+100=160$

$\frac{x^2}{160}+\frac{y^2}{60}=1$

Vậy (E):

ĐỀ 5	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biết điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}$

A. $(7;3)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;2)$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y=-3x^2+2x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=3x-2$. **D.** $y=2025$.

Câu 3. Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-2x-3$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $f(-1)=0$. **B.** $f(3)<0$. **C.** $f(4)>0$. **D.** $f(0)<0$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ ta có tập nghiệm T là

A. $T=6$. **B.** $T=\varnothing$.

C. $T=\{6\}$. **D.** $T=\{2;6\}$.

Câu 6. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x-2y-3=0$. **B.** $x+y+4=0$. **C.** $-x+2y+4=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng $5x-12y-7=0$ là

A. 26. **B.** 13. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8: Cho đường thẳng $d_1:2x+y+4=0$ và $d_2:x-3y-1=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C):(x-2)^2+(y+3)^2=16$. Đường tròn có tâm và bán kính là

A. $I(-2;3),\ R=4$. **B.** $I(2;-3),\ R=4$. **C.** $I(-3;2),\ R=16$. **D.** $I(-2;3),\ R=16$.

Câu 10. Elip $(E):\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 5. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 50.

Câu 11. Đường tròn đường kính AB với $A(3;-1),B(1;-5)$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=5.$ **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2=17.$

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=\sqrt{5}.$ **D.** $(x-2)^2+(y+3)^2=5.$

Câu 12. Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng:

A. $f=\frac{3}{2}.$ **B.** $f=\frac{3}{\sqrt{5}}.$ **C.** $f=\frac{2}{3}.$ **D.** $f=\frac{\sqrt{5}}{3}.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$, m là tham số

a) Hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ là hàm số bậc hai .

b) Khi $m=0$ hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

c) Khi $m=4$ bất phương trình $x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4<0$ có tập nghiệm là $(-4;-2)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương của m thì hàm số $y=\sqrt{x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4}$ xác định trên $\square$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1:-2x+y-3=0$ và $\Delta_2:3x+y-8=0$

a) Đường thẳng Δ_1 nhận $\vec{n}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.

b) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ là $(1;5)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng 60°.

d) Biết điểm M nằm trên trục Ox có hoành độ dương và cách đường thẳng Δ_2 một khoảng bằng $\sqrt{10}$. Khi đó giá trị hoành độ của điểm M thuộc khoảng $(1;5)$.

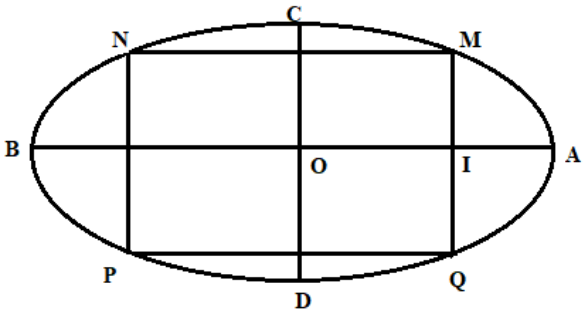
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55000 khán giả. Với giá mỗi vé là 120 nghìn đồng, số khán giả vào trong sân xem bóng đá là 28000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3500 khán giả vào trong sân xem bóng đá. Ban tổ chức nên bán giá mỗi vé bao nhiêu (nghìn đồng) để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

Câu 2. Có hai con tàu A,B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t (giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases}x=3-33t\\y=-4+25t\end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4-30t;3-40t)$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu km? (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất có dạng $(d):ax+by+1=0$. Giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng

Câu 4. Một mảnh vườn hình elip như hình vẽ. Biết độ dài các đoạn thẳng $AB = 20m$; $CD = 12m$. Biết I là trung điểm của OA và các điểm M, N, P, Q đều nằm trên elip và tạo thành một hình chữ nhật. Người ta trồng hoa toàn bộ diện tích hình chữ nhật $MNPQ$. Biết số tiền để trồng hoàn thiện $1m^2$ hoa là 300.000 đồng. Tổng số tiền để trồng hoa bằng bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

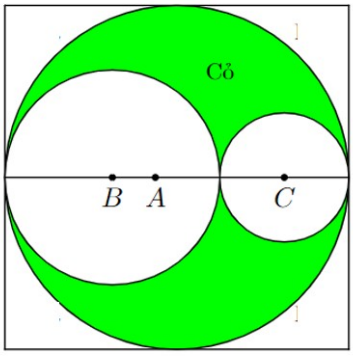


PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm $I(a;b)$ là đỉnh của (P). Giá trị của $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Giải phương trình sau : $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = 3x - 1$.

Câu 3. Thiết kế khu vườn hình vuông cạnh $10\,\text{m}$ như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$. Gọi M là điểm thuộc (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 120°. Tính khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E).

----HẾT----

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho biết điểm nào sau đây thuộc đồ thị của hàm số $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{2-x}$

A. $(7;3)$. **B.** $(0;0)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;2)$.

Lời giải

Ta thấy các điểm không thuộc đồ thị của hàm số là: $(7;3),(0;0),(-2;0)$. Và điểm $(2;2)$ thuộc đồ thị hàm số.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y=-3x^2+2x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=3x-2$. **D.** $y=2025$.

Lời giải

Theo định nghĩa, hàm số $y=-3x^2+2x+1$ là hàm số bậc hai

Câu 3. Cho tam thức bậc hai $f(x)=x^2-2x-3$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $f(-1)=0$. **B.** $f(3)<0$. **C.** $f(4)>0$. **D.** $f(0)<0$.

Lời giải

Ta có $f(-1)=(-1)^2-2.(-1)-3=0; f(3)=3^2-2.3-3=0;$
$f(4)=4^2-2.4-3=5>0; f(0)=0^2-2.0-3=-3<0.$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\sqrt{5x+6}=x-6$ bằng

A. 15. **B.** 6. **C.** 2 và 15. **D.** 2.

Lời giải

$$\sqrt{5x+6}=x-6\Leftrightarrow\begin{cases}x-6\ge 0\\5x+6=x^2-12x+36\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 6\\x^2-17x+30=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 6\\\left[\begin{array}{l}x=2\\x=15\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=15.$$

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=15$.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{2x-3}=x-3$ ta có tập nghiệm T là

A. $T=6$. **B.** $T=\varnothing$.

C. $T=\{6\}$. **D.** $T=\{2;6\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{2x-3}=x-3\Rightarrow 2x-3=x^2-6x+9\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=6\end{array}\right.$

Thay lần lượt $x=2$, $x=6$ vào phương trình, ta thấy chỉ có $x=6$ là thỏa phương trình.

Câu 6. Đường thẳng đi qua $A(-1;2)$, nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm véc tơ pháp tuyến có phương trình là:

A. $x-2y-3=0$. **B.** $x+y+4=0$. **C.** $-x+2y+4=0$. **D.** $x-2y+5=0$.

Lời giải

Gọi (d) là đường thẳng đi qua $A(-1;2)$ và nhận $\vec{n}=(2;-4)$ làm VTPT

$\Rightarrow (d): x+1-2(y-2)=0 \Leftrightarrow x-2y+5=0$

Câu 7: Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng $5x-12y-7=0$ là

A. 26. **B.** 13. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Khoảng cách từ điểm $A(1;2)$ đến đường thẳng $\Delta: 5x-12y-7=0$ là

$$d(A,\Delta)=\frac{|5.1-12.2-7|}{\sqrt{5^2+(-12)^2}}=2$$

.

Câu 8: Cho đường thẳng $d_1: 2x+y+4=0$ và $d_2: x-3y-1=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

B. d_1 và d_2 song song với nhau.

C. d_1 và d_2 trùng nhau.

D. d_1 và d_2 vuông góc với nhau.

Lời giải

Đường thẳng $d_1: 2x+y+4=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_1}=(2;1)$

Đường thẳng $d_2: x-3y-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n_2}=(1;-3)$.

Ta thấy $\frac{2}{1}\neq\frac{1}{-3}$ và $\vec{n_1}\vec{n_2}=2.1+1.(-3)=-1\neq 0$.

Vậy d_1 và d_2 cắt nhau và không vuông góc với nhau.

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn $(C): (x-2)^2+(y+3)^2=16$. Đường tròn có tâm và bán kính là

A. $I(-2;3),\ R=4$. **B.** $I(2;-3),\ R=4$. **C.** $I(-3;2),\ R=16$. **D.** $I(-2;3),\ R=16$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(2;-3)$ và bán kính $R=4$.

Câu 10. Elip $(E): \frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$ có độ dài trục lớn bằng:

A. 5. **B.** 10. **C.** 25. **D.** 50.

Lời giải

Gọi phương trình của Elip là $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1,$ có độ dài trục lớn $A_1A_2=2a.$

Xét $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1\Rightarrow\begin{cases}a^2=25\\b^2=9\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=3\end{cases}\longrightarrow A_1A_2=2.5=10.$

Câu 11. Đường tròn đường kính AB với $A(3;-1),B(1;-5)$ có phương trình là:

A. $(x+2)^2+(y-3)^2=5.$

B. $(x+1)^2+(y+2)^2=17.$

C. $(x-2)^2+(y+3)^2=\sqrt{5}.$

D. $(x-2)^2+(y+3)^2=5.$

Lời giải

Ta có $(C):\begin{cases}I(2;-3)\\R=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\sqrt{(1-3)^2+(-5+1)^2}=\sqrt{5}\end{cases}\Rightarrow(C):(x-2)^2+(y+3)^2=5.$

Câu 12. Elip $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$. Tỉ số f của độ dài trục lớn và tiêu cự của elip bằng:

A. $f=\frac{3}{2}.$

B. $f=\frac{3}{\sqrt{5}}.$

C. $f=\frac{2}{3}.$

D. $f=\frac{\sqrt{5}}{3}.$

Lời giải

Xét $(E):\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2=9\\c^2=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\c=\sqrt{5}\end{cases}.$

Vậy tỉ số f cần tính là $f=\frac{2a}{2c}=\frac{3}{\sqrt{5}}.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$, m là tham số

a) Hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ là hàm số bậc hai.

b) Khi $m=0$ hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

c) Khi $m=4$ bất phương trình $x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4<0$ có tập nghiệm là $(-4;-2)$.

d) Có 5 giá trị nguyên dương của m thì hàm số $y=\sqrt{x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4}$ xác định trên $\mathbb{R}$

Lời giải

Câu 1.	**Giải chi tiết(giải thích)**

a) Đ	Hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ Ta có $a=1\neq 0$ nên hàm số $y=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ là hàm số bậc hai
b) S	Khi $m=0$ ta có hàm số $y=x^2-2x+4$, hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$
c) Đ	Khi $m=4$ ta có bất phương trình $x^2+6x+8<0$ Ta có $x^2+6x+8<0\Leftrightarrow -4<x<-2$ Tập nghiệm bất phương trình là $(-4;-2)$
d) S	Hàm số $y=\sqrt{x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4}$ xác định trên $\mathbb{R}$ khi $x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ $f(x)=x^2+2(m-1)x+m^2-3m+4$ $\Delta=(m-1)^2-(m^2-3m+4)=m-3$ Do đó $f(x)\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ m-3\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\leq 3$ $m\in\{1;2;3\}$

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ, cho hai đường thẳng $\Delta_1: -2x+y-3=0$ và $\Delta_2: 3x+y-8=0$

a) Đường thẳng Δ_1 nhận $\vec{n}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.

b) Hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ là $(1;5)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng 60°.

d) Biết điểm M nằm trên trục Ox có hoành độ dương và cách đường thẳng Δ_2 một khoảng bằng $\sqrt{10}$. Khi đó giá trị hoành độ của điểm M thuộc khoảng $(1;5)$.

Lời giải

Câu 1.	**Giải chi tiết(giải thích)**
a) Đ	Ta có: $-1\,\vec{n}=(-2;1)$ Do đó đường thẳng Δ_1 nhận $\vec{n}=(2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến.
b) Đ	Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}-2x+y-3=0\\ 3x+y-8=0\end{cases}$. Giải hệ ta được: $\begin{cases}x=1\\ y=5\end{cases}$. Vậy hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 cắt nhau tại điểm có tọa độ là $(1;5)$.

c) s	Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_1 là $\overrightarrow{n_1}=(-2;1)$. Một vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ_2 là $\overrightarrow{n_2}=(3;1)$. Gọi φ là góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2, ta có: $\cos\varphi=\dfrac{\left\|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right\|}{\left\|\overrightarrow{n_1}\right\|.\left\|\overrightarrow{n_2}\right\|}=\dfrac{\left\|(-2).3+1.1\right\|}{\sqrt{(-2)^2+1^2}.\sqrt{3^2+1^2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Suy ra: $(\Delta_1,\Delta_2)=\varphi=45^\circ$. Vậy góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 bằng 45°.
d) s	Vì M nằm trên trục Ox có hoành độ dương, suy ra $M(a;0),a>0$. Theo giả thiết: $d(M,\Delta_2)=\sqrt{10}\Leftrightarrow d(M,\Delta_2)=\dfrac{\left\|3a-8\right\|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\sqrt{10}\Leftrightarrow\left\|3a-8\right\|=10\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=6\\a=-\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$ So với điều kiện $a>0$ thì ta được $a=6$. Vậy giá trị hoành độ của điểm M **không** thuộc khoảng $(1;5)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Một đội bóng đá thi đấu trong một sân vận động có sức chứa 55000 khán giả. Với giá mỗi vé là 120 nghìn đồng, số khán giả vào trong sân xem bóng đá là 28000 người. Qua thăm dò dư luận, người ta thấy rằng mỗi khi giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng, sẽ có thêm khoảng 3500 khán giả vào trong sân xem bóng đá. Ban tổ chức nên bán giá mỗi vé bao nhiêu (nghìn đồng) để doanh thu từ tiền bán vé là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 100

Gọi x (nghìn đồng) là số tiền giảm của 1 vé $0<x<120$

Khi đó số vé thực tế bán được là $28+0,35x$ (nghìn vé)

Giá bán thực tế mỗi vé là $120-x$ (nghìn đồng)

Doanh thu là $R(x)=(28+0,35x)(120-x)=-0,35x^2+14x+3360$

Doanh thu lớn nhất khi $x=20$

Vậy cần giảm 20 nghìn đồng trên 1 vé

Để doanh thu lớn nhất thì cần bán 100 nghìn đồng trên 1 vé

Câu 2. Có hai con tàu A,B xuất phát từ hai bến, chuyển động theo đường thẳng ngoài biển. Trên màn hình ra-đa của trạm điều khiển (xem như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính bằng ki-lô-mét), tại thời điểm t

(giờ), vị trí của tàu A có tọa độ được xác định bởi công thức $\begin{cases} x = 3 - 33t \\ y = -4 + 25t \end{cases}$; vị trí tàu B có tọa độ là $(4-30t; 3-40t)$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai tàu bằng bao nhiêu km? (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 1,32

$A(3-33t;-4+25t)$, $B(4-30t;3-40t)$

$AB = \sqrt{(1+3t)^2 + (7-65t)^2} = \sqrt{4234t^2 - 904t + 50}. \geq 1,32 \Leftrightarrow t=0,11$

Khi đó : $AB_{\min} \approx 1,32(km) \Leftrightarrow t = 0,11$.

Câu 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm $M(2;1)$ và đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-2)^2=4$. Phương trình đường thẳng (d) qua điểm M và cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A;B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất có dạng $(d):ax+by+1=0$. Giá trị của biểu thức $a+2b$ bằng

Lời giải

Đáp số: 1.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$ và $IM=\sqrt{2}<R=2$ nên điểm M nằm trong đường tròn.

Giả sử gọi H là trung điểm của AB khi đó $AB = 2HB = 2.\sqrt{IB^2 - IH^2} = 2\sqrt{4 - IH^2}$

Vì $IH \leq IM = \sqrt{2}$ nên $AB = 2\sqrt{4 - IH^2} \geq 2\sqrt{4 - IM^2} = 2\sqrt{2}$

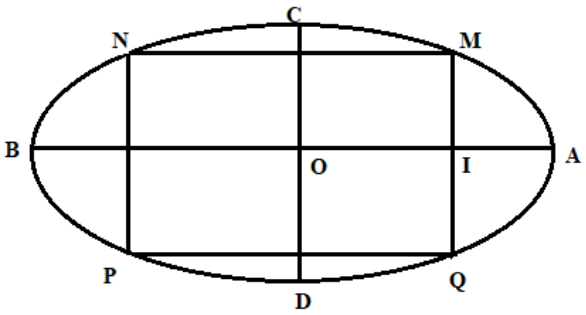
Do đó AB ngắn nhất khi $IH = IM$ hay $H \equiv M$.

Lúc đó đường thẳng d qua $M(2;1)$ và nhận $\overrightarrow{IM} = (1;-1)$ làm vecto pháp tuyến

Phương trình đường thẳng (d) là: $1(x-2)-1(y-1)=0 \Leftrightarrow (d): x-y-1=0 \Leftrightarrow -x+y+1=0$

Khi đó $a=-1; b=1$ nên $a+2b=1$.

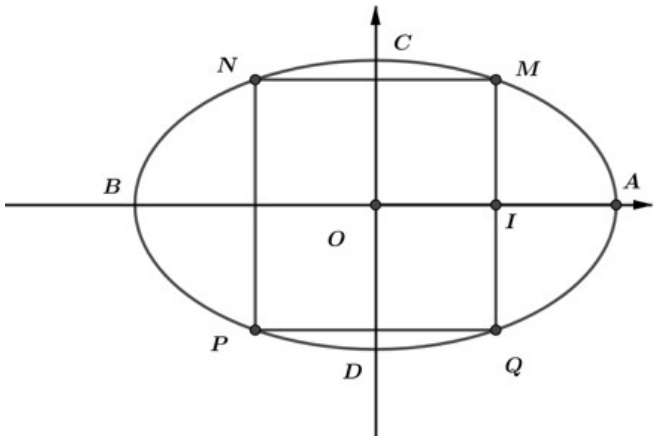
Câu 4. Một mảnh vườn hình elip như hình vẽ. Biết độ dài các đoạn thẳng $AB=20m$; $CD=12m$. Biết I là trung điểm của OA và các điểm M,N,P,Q đều nằm trên elip và tạo thành một hình chữ nhật. Người ta trồng hoa toàn bộ diện tích hình chữ nhật $MNPQ$. Biết số tiền để trồng hoàn thiện $1m^2$ hoa là 300.000 đồng. Tổng số tiền để trồng hoa bằng bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 31.

Đặt hệ trục tọa độ Oxy vào mảnh vườn như hình vẽ:



Gọi phương trình elip là: $(E): \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

Độ dài trục lớn $AB=20 \Rightarrow 2a=20 \Leftrightarrow a=10$

Độ dài trục nhỏ $CD=12 \Rightarrow 2b=12 \Leftrightarrow b=6$

Phương trình $(E): \frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$

Do I là trung điểm của $OA \Rightarrow$ điểm I có hoành độ $x_I=5 \Rightarrow$ điểm M có hoành độ $x_M=5$

Do điểm M nằm trên hình elip như hình vẽ nên $\frac{5^2}{100}+\frac{y_M^2}{36}=1 \Rightarrow y_M=3\sqrt{3}$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có cạnh $MQ=6\sqrt{3}$ và $MN=10$

$\Rightarrow$ Diện tích tứ giác $MNPQ$ là: $S = 10.6\sqrt{3} = 60\sqrt{3}\left(m^2\right)$

Tổng số tiền dành để trồng hoa vào hình chữ nhật $MNPQ$ là:

$60\sqrt{3}.300000 \approx 31$ triệu đồng.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. Cho parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$. Điểm $I(a;b)$ là đỉnh của (P). Giá trị của $S = a + b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 1

Ta có: hoành độ đỉnh của $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là $x = -\dfrac{b}{2a} = \dfrac{1}{3} \Rightarrow y = 3\left(\dfrac{1}{3}\right)^2 - 2.\dfrac{1}{3} + 1 = \dfrac{2}{3}$.

Suy ra $I\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{3} \\ b = \dfrac{2}{3} \end{cases}$.

Vậy $S = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3} = 1$.

Câu 2. Giải phương trình sau : $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = 3x - 1$.

Lời giải

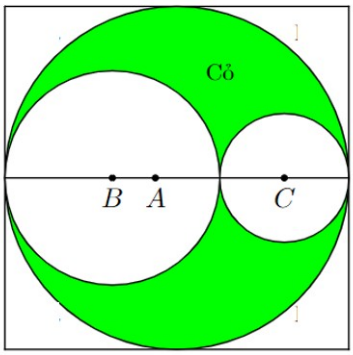
Trả lời: 1

Ta có: $\sqrt{x^2 - 2x + 5} = 3x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 \ge 0 \\ x^2 - 2x + 5 = (3x - 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{3} \\ x^2 - 2x + 5 = 9x^2 - 6x + 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{3} \\ 8x^2 - 4x - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \ge \dfrac{1}{3} \\ x = 1 \\ x = -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow x = 1$

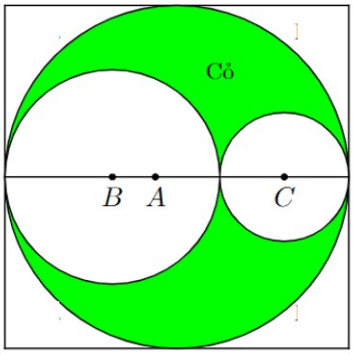
Vậy Phương trình có nghiệm là $x = 1$.

Câu 3. Thiết kế khu vườn hình vuông cạnh $10\,\text{m}$ như hình vẽ.



Phần được tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại lát gạch. Biết mỗi mét vuông trồng cỏ chi phí 100 nghìn đồng, mỗi mét vuông lát gạch chi phí 300 nghìn đồng. Khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất thì tổng chi phí thi công vườn bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng nghìn)?

Lời giải

Câu	HD GIẢI	ĐIỂM
3	 Gọi $x, y(m)$ lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn $(x, y>0)$ ta có $x+y=5.$ Gọi $S(m^2)$ là phần diện tích được lát gạch của khu vườn $(S>0)$, ta có $S=100-25\pi+\pi x^2+\pi y^2=100+\pi\left(x^2+y^2-25\right) \Leftrightarrow x^2+y^2=\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}.$	0.25
	Ta có: $(C): x^2+y^2=\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}$ có tâm $O(0;0),$ bán kính $R=\sqrt{\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta: x+y-5=0.$ Khi đó (C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi $R \geq d(O;\Delta)$	0.25
	$R \geq d(O,\Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{S+25\pi-100}{\pi}} \geq \dfrac{5}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow S+25\pi-100 \geq \dfrac{25\pi}{2} \Leftrightarrow S \geq 100-\dfrac{25\pi}{2}$	0.25
	Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất bằng $S_{\min}=100-\dfrac{25\pi}{2}.$ Từ đó chi phí để thi công khu vườn là $100.\left(100-S_{\min}\right)+300.S_{\min}=22146$ nghìn đồng.	0.25

Câu 4. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho elip $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{4}=1$. Gọi M là điểm thuộc (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm của (E) dưới một góc 120°. Tính khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E).

Lời giải

Gọi F_1,F_2 lần lượt là hai tiêu điểm của (E). Khi đó

$$\begin{cases}F_1F_2=2c=2\sqrt{25-4}=2\sqrt{21}\\ MF_1+MF_2=2a=10\end{cases}$$

Áp dụng định lí cosine cho tam giác F_1MF_2, ta có

$$\cos 120^\circ=\frac{MF_1^2+MF_2^2-F_1F_2^2}{2MF_1.MF_2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}=\frac{\left(MF_1+MF_2\right)^2-2MF_1.MF_2-84}{2MF_1.MF}$$

$$\Leftrightarrow MF_1.MF_2=16$$

Vì thế ta có $\begin{cases}MF_1+MF_2=10\\ MF_1.MF_2=16\end{cases}$.

Lúc này MF_1,MF_2 là hai nghiệm phương trình $X^2-10X+16=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}X=8\\ X=2\end{array}\right.$.

Vậy $\begin{cases}MF_1=2\\ MF_2=8\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}MF_1=8\\ MF_2=2\end{cases}$.

ĐỀ 6	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\frac{-x-4}{5x+1}$.

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{5}\right)$.

B. $D=\left(-\frac{1}{5};+\infty\right)$.

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{5}\right\}$.

D. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{5}\right\}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=x^2-4x+2$. Khi đó:

A. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;0)$.

B. Hàm số giảm trên khoảng $(5;+\infty)$.

C. Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có bảng xét dấu như hình dưới đây. Tìm khẳng định đúng.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

A. $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}$, $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $f(x)<0, \forall x \in \mathbb{R}$.

C. $f(x)>0, \forall x \in \mathbb{R}$, $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $f(x)\geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$, $\left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

Câu 4. Phương trình nào sau đây **không** có dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$?

A. $\sqrt{2x+1}=\sqrt{x-1}$. **B.** $\sqrt{2x^2-x+1}=\sqrt{x}$.

C. $\sqrt{x+3}=\sqrt{x^2-2x+3}$. **D.** $\sqrt{3x^2+4x-1}=x\sqrt{x}$.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+6}=2x-1$ có tập nghiệm S là

A. $S=\left\{1;-\frac{5}{3}\right\}$. **B.** $S=\{1;7\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\{7\}$.

Câu 6. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(3;-6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-2)$ là:

A. $\begin{cases}x=3+2t\\y=-6-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-6+4t\\y=3-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=1-2t\end{cases}$.

Câu 7: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y=3x-2$.

A. $-3x+y=0$. **B.** $3x-y-6=0$. **C.** $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-6=0$.

Câu 8: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ và $d_2: 3x-7y+3=0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

A. 30°. **B.** 135°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Câu 9: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.

C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Câu 10. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{5^2}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$.

Câu 11. Phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 12. Phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Số lượng táo thu hoạch được từ mỗi cây trong vườn táo phụ thuộc vào mật độ của cây trồng. Nếu n cây táo được trồng trên 1 ha đất thì mỗi cây sẽ cho $1800-9n$ quả táo.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số lượng táo thu được trên mỗi ha là $A(n)=-9n^2+1800n$.

b) Nếu trồng 80 cây táo trên 1 ha thì ta thu được 8000 quả táo.

c) $A(n)\ge 0$ khi $n\in[0;200]$.

d) Ta nên trồng 100 cây trên một ha đất để đạt được năng suất lớn nhất.

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d_1: 3x-y+1=0$ và $d_2: x-2y+2=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(3;-1); \overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.

b) Giao điểm của hai đường d_1 và d_2 là điểm $B(1;0)$.

c) Góc giữa hai đường d_1 và d_2 bằng 30^0.

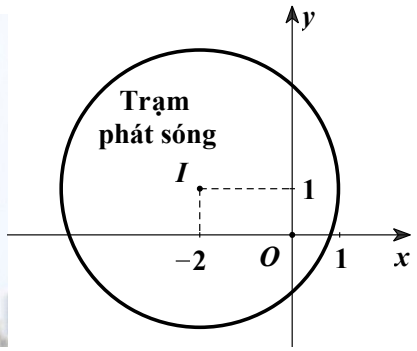
d) Gọi d_3 là đường thẳng vuông góc với d_1 và lần lượt cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại A và C, ta được diện tích tam giác ABC bằng 5. Khi đó, phương trình đường thẳng d_3 có dạng $x+3y-12=0$ hoặc $x+3y+7=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

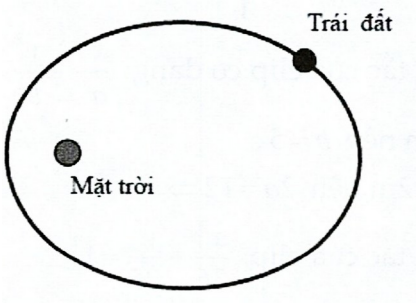
Câu 1. Tìm tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2-x+4}=x+2$.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A(2;-3)$, $B(2;4)$, $C(-2;2)$. Phương trình tổng quát đường thẳng d đi qua A và song song với BC có dạng $ax+by+c=0$ với a, b, c là các hằng số tối giản. Tính $a+b+c$.

Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3km.



Câu 4. Một elip chính tắc với bán trục lớn a và bán tiêu cự c, tỉ số $e=\dfrac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip chính tắc (E) trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu km. Tính tâm sai của elip (E)? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

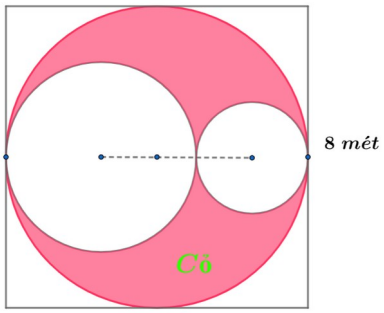


PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}$

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{11x^2-14x-12}=\sqrt{3x^2+4x-7}$

Câu 3. Người ta thiết kế một khu vườn hình vuông cạnh 8 mét như hình vẽ. Phần tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại thì lát gạch. Biết mỗi mét vuông lát gạch có chi phí là 250000 đồng. Tính chi phí lát gạch khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?



Câu 4. Một đèn có bát đáy là parabol. Biết đường kính của nắp bóng rộng 18 cm và độ sâu của bóng là 6 cm. Sợi dây của bóng đèn đặt tại tâm. Tính khoảng cách từ dây tóc tới đỉnh bát đáy.

---HẾT---

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\dfrac{-x-4}{5x+1}$.

A. $D=\left(-\infty;-\frac{1}{5}\right)$ **B.** $D=\left(-\frac{1}{5};+\infty\right)$

C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{5}\right\}$ **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

Lời giải

Hàm số xác định khi $5x+1\neq 0\Leftrightarrow x\neq -\frac{1}{5}$.

Vậy tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{5}\right\}$

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)=x^2-4x+2$. Khi đó:

A. Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;0)$. **B.** Hàm số giảm trên khoảng $(5;+\infty)$.

C. Hàm số giảm trên khoảng $(-\infty;2)$. **D.** Hàm số tăng trên khoảng $(-\infty;2)$.

Lời giải

Ta có $a=1>0$ và $-\frac{b}{2a}=2$ nên hàm số giảm trên $(-\infty;2)$ và tăng trên $(2;+\infty)$

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=ax^2+bx+c$ có bảng xét dấu như hình dưới đây. Tìm khẳng định đúng.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$-$	

A. $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **B.** $f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

C. $f(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}$. **D.** $f(x)\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

$f(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

Câu 4. Phương trình nào sau đây **không** có dạng $\sqrt{ax^2+bx+c}=\sqrt{dx^2+ex+f}$?

A. $\sqrt{2x+1}=\sqrt{x-1}$. **B.** $\sqrt{2x^2-x+1}=\sqrt{x}$.

C. $\sqrt{x+3}=\sqrt{x^2-2x+3}$. **D.** $\sqrt{3x^2+4x-1}=x\sqrt{x}$.

Lời giải

Chọn D

$\sqrt{3x^2+4x-1}=x\sqrt{x}$.

Câu 5. Giải phương trình $\sqrt{x^2-6x+6}=2x-1$ có tập nghiệm S là

A. $S=\left\{1;-\frac{5}{3}\right\}$. **B.** $S=\{1;7\}$. **C.** $S=\{1\}$. **D.** $S=\{7\}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x^2-6x+6}=2x-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-1\ge 0 \\ x^2-6x+6=4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge \dfrac{1}{2} \\ 3x^2+2x-5=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $S=\{1\}$.

Câu 6. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(3;-6)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-2)$ là:

A. $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-6-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-6+4t \\ y=3-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=1-2t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d có VTCP là $(4;-2)$ cùng phương $(2;-1)$ và đi qua $A(3;-6)$ có phương trình tham số là $\begin{cases} x=3+2t \\ y=-6-t \end{cases}$.

Câu 7: Phương trình nào sau đây là phương trình đường thẳng **không** song song với đường thẳng $d: y=3x-2$.

A. $-3x+y=0$. **B.** $3x-y-6=0$. **C.** $3x-y+6=0$. **D.** $3x+y-6=0$.

Lời giải

Chọn D

$d: y=3x-2 \Leftrightarrow 3x-y-2=0$. Suy ra: (d) có VTPT $\vec{n}=(3;-1)$.

Đường thẳng $3x+y-6=0$ có VTPT $\vec{n_1}=(3;1)\ne k\vec{n}$ nên $\vec{n}$ và $\vec{n_1}$ không cùng phương. Do đó đường thẳng $3x+y-6=0$ không song song với đường thẳng (d).

Câu 8: Cho hai đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ và $d_2: 3x-7y+3=0$. Góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng

A. 30°. **B.** 135°. **C.** 45°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d_1: 2x+5y-2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_1}=(2;5)$.

Đường thẳng $d_2: 3x-7y+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n_2}=(3;-7)$.

Góc giữa hai đường thẳng được tính bằng công thức

$$\cos(d_1,d_2)=\left|\cos(\vec{n_1},\vec{n_2})\right|=\frac{\left|\vec{n_1}.\vec{n_2}\right|}{\left|\vec{n_1}\right|.\left|\vec{n_2}\right|}=\frac{|2.3+5.(-7)|}{\sqrt{2^2+5^2}.\sqrt{3^2+(-7)^2}}=\frac{29}{29\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$\Rightarrow (d_1;d_2)=45^\circ$.

Vậy góc tạo bởi đường thẳng d_1 và d_2 bằng 45°.

Câu 9: Phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

A. $x^2+y^2-4xy+2x+8y-3=0$. **B.** $x^2+2y^2-4x+5y-1=0$.

C. $x^2+y^2-14x+2y+2018=0$. **D.** $x^2+y^2-4x+5y+2=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương án A: có tích xy nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án B: có hệ số bậc hai không bằng nhau nên không phải là phương trình đường tròn.

Phương án C: ta có $x^2+y^2-14x+2y+2018=0 \Leftrightarrow (x-7)^2+(y+1)^2+1968=0$ không tồn tại x, y nên cũng không phải phương trình đường tròn.

Câu 10. Trong các phương trình sau, phương trình nào là phương trình chính tắc của đường hypebol?

A. $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=-1$. **B.** $\frac{x^2}{4^2}+\frac{y^2}{5^2}=1$. **C.** $\frac{x^2}{5^2}+\frac{y^2}{5^2}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{5^2}-\frac{y^2}{4^2}=1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của hypebol có dạng $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$, với $a>0, b>0$ nên D là phương trình chính tắc của đường hypebol.

Câu 11. Phương trình chính tắc của elip (E) có độ dài trục lớn bằng 8, trục nhỏ bằng 6 là:

A. $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $9x^2+16y^2=1$. **D.** $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases}2a=8\\2b=6\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=4\\b=3\end{cases}$.

Vậy phương trình chính tắc của (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$.

Câu 12. Phương trình chính tắc của elip (E) có tiêu cự bằng 6 và đi qua điểm $A(5;0)$ là:

A. $\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{81}=1$. **B.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$. **C.** $\frac{x^2}{15}+\frac{y^2}{16}=1$. **D.** $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

Chọn B

Do (E) có tiêu cự bằng 6 nên $2c=6\Rightarrow c=3.$

Do (E) đi qua điểm $A(5;0)$ nên $a=5\Rightarrow b^2=a^2-c^2=25-9=16$.

Phương trình chính tắc của (E) là $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16}=1$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 14. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Số lượng táo thu hoạch được từ mỗi cây trong vườn táo phụ thuộc vào mật độ của cây trồng. Nếu n cây táo được trồng trên 1 ha đất thì mỗi cây sẽ cho $1800-9n$ quả táo.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số lượng táo thu được trên mỗi ha là $A(n)=-9n^2+1800n$.

b) Nếu trồng 80 cây táo trên 1 ha thì ta thu được 8000 quả táo.

c) $A(n)\ge 0$ khi $n\in[0;200]$.

d) Ta nên trồng 100 cây trên một ha đất để đạt được năng suất lớn nhất.

Lời giải

Câu	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	n cây táo được trồng trên 1 ha đất thì mỗi cây sẽ cho $1800-9n$ quả táo. Vậy Số lượng táo thu được trên mỗi ha là $A(n)=n(1800-9n)=-9n^2+1800n$.
b) s	Trồng 80 cây táo trên 1 ha ta thu được $A(80)=80(1800-9.80)=86400$ quả táo.
c) Đ	$A(n)\ge 0\Leftrightarrow n(1800-9n)\ge 0\Leftrightarrow -9n^2+1800n\ge 0\Leftrightarrow 0\le n\le 200$.
d) Đ	Xét $A(n)=-9n^2+1800n$. Ta có $a=-9<0$ nên parabol quay bề lõm xuống dưới. Đỉnh $I(100;90000)$. Bảng biến thiên n: $-\infty$; 100 ; $+\infty$ $A(n)$: $-\infty$ ↗ 90000 ↘ $-\infty$ Dựa vào bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất bằng 90000 khi $n=100$. Ta nên trồng 100 cây trên một ha đất để đạt được năng suất lớn nhất.

Câu 2: Cho hai đường thẳng $d_1:3x-y+1=0$ và $d_2:x-2y+2=0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d_1;d_2$ lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(3;-1);\overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.

b) Giao điểm của hai đường d_1 và d_2 là điểm $B(1;0)$.

c) Góc giữa hai đường d_1 và d_2 bằng 30^0.

d) Gọi d_3 là đường thẳng vuông góc với d_1 và lần lượt cắt hai đường thẳng d_1, d_2 tại A và C, ta được diện tích tam giác ABC bằng 5. Khi đó, phương trình đường thẳng d_3 có dạng $x+3y-12=0$ hoặc $x+3y+7=0$.

Lời giải

Câu 2.	**Giải chi tiết(giải thích)**
a) Đ	Vectơ pháp tuyến của đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt là $\overrightarrow{n_1}=(3;-1); \overrightarrow{n_2}=(1;-2)$.
b) S	Ta có: $\frac{3}{1}\neq\frac{-1}{-2}\Rightarrow$ d_1 và d_2 cắt nhau. Giả sử $d_1\cap d_2=\{B\}$. Tọa độ giao điểm B là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}3x-y+1=0\\x-2y+2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x-y=-1\\x-2y=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=1\end{cases}\Rightarrow B(0;1).$
c) S	$\cos(d_1,d_2)=\frac{\lvert 3.1+(-1).(-2)\rvert}{\sqrt{3^2+(-1)^2}\sqrt{1^2+(-2)^2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow(d_1,d_2)=45^0$.
d) S	Vì $d_3\perp d_1\Rightarrow$ Phương trình đường thẳng d_3 có dạng: $x+3y+c=0$. Tam giác ABC có: $\left.\begin{array}{l}d_3\perp d_1\Rightarrow \widehat{BAC}=90^0\\(d_1,d_2)=45^0\Rightarrow\widehat{ABC}=45^0\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta ABC$ vuông cân tại A. Diện tích tam giác ABC là: $S=\frac{1}{2}.AB.AC=\frac{1}{2}.AB^2=\frac{1}{2}.\left[d(B,d_3)\right]^2=5$ $\Leftrightarrow d(B,d_3)=\sqrt{10}\Leftrightarrow\frac{\lvert 0+3.1+c\rvert}{\sqrt{1^2+3^2}}=\sqrt{10}\Leftrightarrow\lvert c+3\rvert=10\Leftrightarrow\begin{cases}c+3=10\\c+3=-10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=7\\c=-13\end{cases}$ Vậy phương trình đường thẳng d_3 có dạng $x+3y-13=0$ hoặc $x+3y+7=0$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 15 đến câu 18. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Tìm tổng bình phương các nghiệm của phương trình $\sqrt{2x^2-x+4}=x+2$.

Lời giải

Đáp án: 25

Bình phương hai vế của phương trình ta được:

$$2x^2-x+4=x^2+4x+4.$$

Sau khi thu gọn ta được $x^2-5x=0$. Từ đó tìm được $x=0$ hoặc $x=5$. Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị đều thoả mãn.

Phương trình đã cho có nghiệm là $x=0$ và $x=5$.

Tổng bình phương các nghiệm của phương trình đã cho bằng 25.

Câu 2. Cho tam giác ABC có $A(2;-3)$, $B(2;4)$, $C(-2;2)$. Phương trình tổng quát đường thẳng d đi qua A và song song với BC có dạng $ax+by+c=0$ với a, b, c là các hằng số tối giản. Tính $a+b+c$.

Lời giải

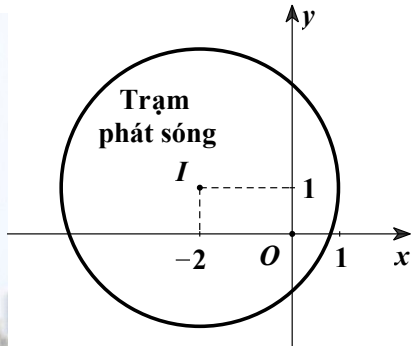
Đáp án: -9

Ta có $\overrightarrow{BC}=(-4;-2)$. Đường thẳng d song song với BC nên d có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-4)$.

Phương trình tổng quát của đường thẳng d đi qua A và song song với BC được xác định:

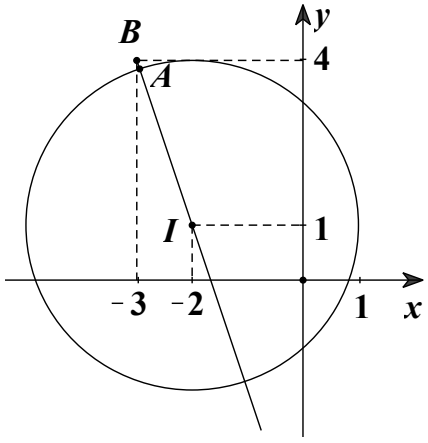
$2(x-2)-4(y+3)=0 \Leftrightarrow 2x-4y-16=0 \Leftrightarrow x-2y-8=0$. Ta có: $a+b+c=-9$.

Câu 3. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng 3km.



Lời giải

Đáp án: 0,16



Đường tròn mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng 3km nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

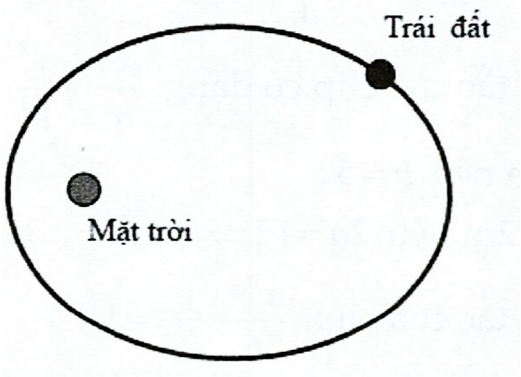
Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm của đường tròn tâm I và đoạn thẳng BI

$\Rightarrow$ Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí $B(-3;4)$ tới vùng phủ sóng là BA

Ta có: $IB=\sqrt{(-3+2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{10}$

Suy ra $AB=IB-IA=\sqrt{10}-3=0,16$.

Câu 4. Một elip chính tắc với bán trục lớn a và bán tiêu cự c, tỉ số $e=\dfrac{c}{a}$ được gọi là tâm sai của elip. Quỹ đạo của trái đất quanh mặt trời là một elip chính tắc (E) trong đó mặt trời là một trong các tiêu điểm. Biết khoảng cách nhỏ nhất và lớn nhất giữa mặt trời và trái đất lần lượt là 147 triệu km, 152 triệu km. Tính tâm sai của elip (E)? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp án: 0,02

Một elip có phương trình: $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1, a>b>0$, khoảng cách từ tiêu điểm đến một điểm bất kì M có hoành độ x_M là $d_M=a\pm\dfrac{c\cdot x_M}{a}$, cho nên khoảng cách lớn nhất và nhỏ nhất từ một tiêu điểm đến một điểm thuộc elip lần lượt là $a+c$ và $a-c$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}a+c=152\\a-c=147\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{299}{2}\\c=\dfrac{5}{2}\end{cases}$

Vậy tâm sai của (E) là $e=\dfrac{c}{a}=\dfrac{5}{299}\approx 0,02$.

PHẦN IV. Tự luận

Câu 1. Tìm tập xác định của hàm số $y=\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x}$

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x+1\ge 0\\1-x\ge 0\end{cases}\Rightarrow -1\le x\le 1$.

Vậy hàm số có tập xác định là $D=[-1;1]$

$$\sqrt{11x^2-14x-12}=\sqrt{3x^2+4x-7}$$

Câu 2. Giải phương trình

Lời giải

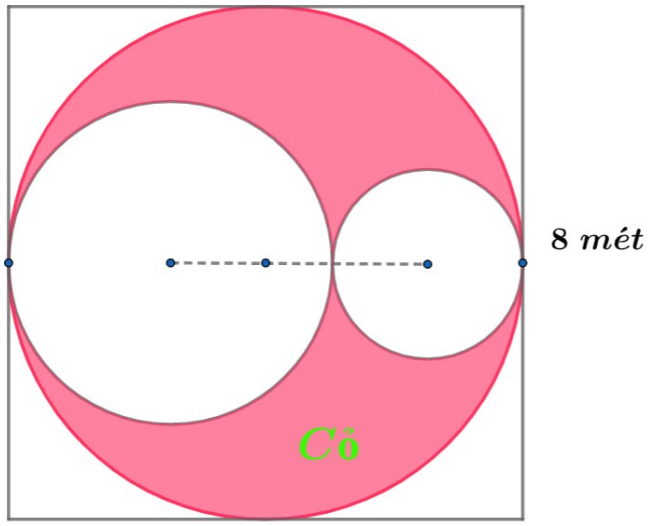
$$\sqrt{11x^2-14x-12}=\sqrt{3x^2+4x-7}\Rightarrow 11x^2-14x-12=3x^2+4x-7$$

$$\Rightarrow 8x^2-18x-5=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{5}{2} \\ x=-\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$$

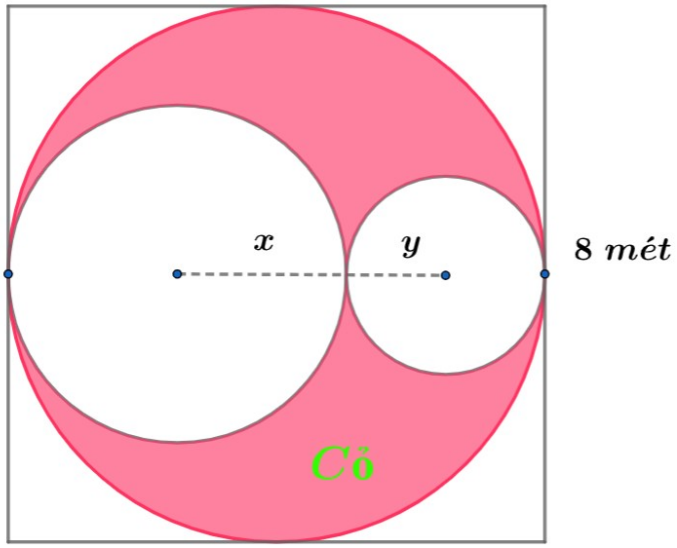
Thay lần lượt $x=\dfrac{5}{2}$ và $x=-\dfrac{1}{4}$ các giá trị trên vào phương trình đã cho ta thấy, chỉ có $x=\dfrac{5}{2}$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=\dfrac{5}{2}$

Câu 3. Người ta thiết kế một khu vườn hình vuông cạnh 8 mét như hình vẽ. Phần tô đậm dùng để trồng cỏ, phần còn lại thì lát gạch. Biết mỗi mét vuông lát gạch có chi phí là $250\,000$ đồng. Tính chi phí lát gạch khi diện tích phần lát gạch là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?



Lời giải



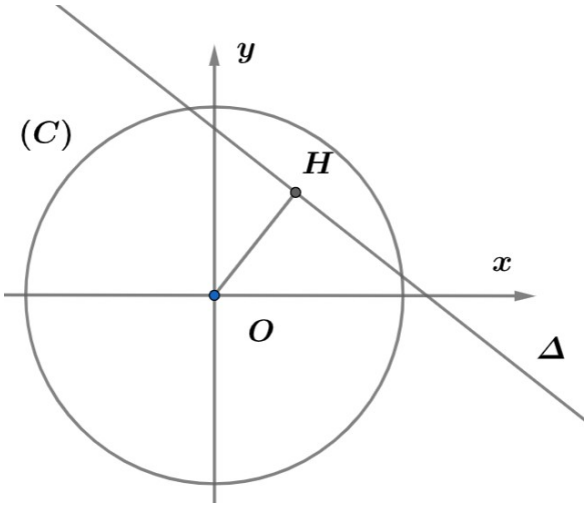
Gọi x, y (mét) lần lượt là bán kính của phần lát gạch hình tròn $(x, y > 0)$, ta có: $x + y = 4$.

Diện tích phần lát gạch là:

$$S = 64 - 16\pi + \pi x^2 + \pi y^2 = 64 - 16\pi + \pi\left(x^2 + y^2\right) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = \frac{S + 16\pi - 64}{\pi}.$$

Ta có: $(C): x^2 + y^2 = \frac{S + 16\pi - 64}{\pi}$ là phương trình đường tròn tâm $O(0;0)$ bán kính $R = \sqrt{\frac{S + 16\pi - 64}{\pi}}$ và đường thẳng $\Delta : x + y - 4 = 0$.

Bài toán trở thành: Tìm R nhỏ nhất để (C) và Δ có ít nhất một điểm chung với hoành độ và tung độ dương.



(C) và Δ có ít nhất một điểm chung khi và chỉ khi

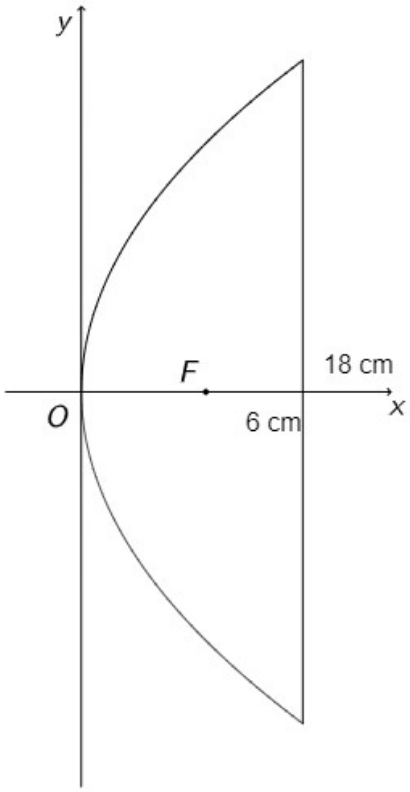
$$R \geq d(O, \Delta) \Leftrightarrow \sqrt{\frac{S + 16\pi - 64}{\pi}} \geq \frac{4}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{S + 16\pi - 64}{\pi} \geq 8 \Leftrightarrow S \geq 64 - 8\pi.$$

Vậy diện tích phần lát gạch nhỏ nhất là: $S_{\min} = 64 - 8\pi \left(m^2\right)$.

Chi phí lát gạch cần tính là: $250\,000.(64 - 8\pi) = 9\,717\,000$ (đồng).

Câu 4. Một đèn có bát đáy là parabol. Biết đường kính của nắp bóng rộng 18 cm và độ sâu của bóng là 6 cm. Sợi dây của bóng đèn đặt tại tâm. Tính khoảng cách từ dây tóc tới đỉnh bát đáy.

Lời giải



Trong hệ trục tọa độ Oxy, gọi parabol có phương trình chính tắc là $y^2 = 2px\,(p > 0)$.

Theo giả thiết ta có parabol đi qua điểm $(6;9)$ nên ta có $(9)^2 = 2p.6$.

Suy ra $p = \dfrac{27}{4}$.

Vậy khoảng cách từ tóc bóng đèn đỉnh bát là $OF = \dfrac{p}{2} = \dfrac{27}{8} = 3,375$ (cm).

ĐỀ 7	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. ***Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.*** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Tập giá trị của hàm số $y = x^2$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Vì $x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên tập giá trị của hàm số là $[0;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số bậc hai $y=(x+m)^2+n$ có đồ thị là đường (P). Tọa độ đỉnh của (P) là

A. $I(m\,;n)$. **B.** $I(-m\,;-n)$. **C.** $I(n;m)$. **D.** $I(-m\,;n)$.

Lời giải

Ta có $(x+m)^2+n \geq n, \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số đạt giá trị lớn nhất là $y=n$ tại $x=-m$.

Vậy tọa độ đỉnh của (P) là $I(-m;n)$.

Câu 3. Cho $m>n>0$, tập nghiệm của bất phương trình $(x+m)(x+n)>0$ là

A. $(n;m)$. **B.** $(-\infty;n)\cup(m;+\infty)$.

C. $(-\infty;-n)\cup(-m;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-m)\cup(-n;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $f(x)=(x+m)(x+n)$ là tam thức bậc hai có hệ số cao nhất là $a=1>0$ và hai nghiệm phân biệt là $x=-m$ và $x=-n$.
Vì $m>n>0$ nên $-m<-n<0$.

Do đó bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $(-\infty;-m)\cup(-n;+\infty)$.

Câu 4. Bình phương cả hai vế của phương trình $\sqrt{x^2+3x+2}=\sqrt{3x^2+1}$ rồi biến đổi, thu gọn ta được phương trình nào sau đây?

A. $2x^2+3x+1=0$. **B.** $2x^2-3x-1=0$. **C.** $2x^2+3x+3=0$. **D.** $x^2+1=0$.

Lời giải

$\sqrt{x^2+3x+2}=\sqrt{3x^2+1} \Rightarrow x^2+3x+2=3x^2+1 \Rightarrow 2x^2-3x-1=0$.

Câu 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=-1+3t\end{cases}$. Vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là

A. $\vec{n}=(2;-3)$. **B.** $\vec{n}=(3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3)$. **D.** $\vec{n}=(3;2)$.

Lời giải

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=(-2;3)$.

Suy ra vectơ pháp tuyến của đường thẳng d là $\vec{n}=(3;2)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, khoảng cách từ điểm $M(5;-1)$ đến đường thẳng $\Delta: 3x+2y+13=0$ bằng

A. $\frac{28}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{13}{\sqrt{2}}$. **C.** $2\sqrt{13}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $d(M,\Delta)=\frac{|3.5+2.(-1)+13|}{\sqrt{3^2+2^2}}=2\sqrt{13}$.

Câu 7: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, phương trình đường tròn tâm $I(2;-1)$ bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-2)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x-2)^2+(y+1)^2=2$.

C. $(x+2)^2+(y-1)^2=4$. **D.** $(x-2)^2-(y+1)^2=4$.

Lời giải

Phương trình đường tròn tâm $I(2;-1)$ bán kính $R=2$ có phương trình là $(x-2)^2+(y+1)^2=4$

Câu 8: **[Mức độ 1]** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho phương trình chính tắc của parabol là $y^2=32x$, Khi đó parabol có tiêu điểm là

A. $F(8;0)$. **B.** $F(0;8)$. **C.** $F(16;0)$. **D.** $F(0;16)$.

Lời giải

Ta có: $y^2=32x=2.16x\Rightarrow p=16\Rightarrow F(8;0)$.

Câu 9: **[Mức độ 2]** Hàm số $y=-x^2+4x-3$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;6)$. **B.** $(1;6)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(1;3)$.

Lời giải

Tọa độ đỉnh $I(2;1)$ và $a=-1<0$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 10: Bảng xét dấu như hình dưới đây là của biểu thức nào?

x	$-\infty$		$\frac{5}{3}$		3		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $f(x)=-3x^2+14x+15.$

B. $f(x)=3x^2+14x+15.$

C. $f(x)=3x^2-14x+15.$

D. $f(x)=-3x^2+14x-15.$

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu, ta có hệ số $a>0$. Loại được phương án A và D.

Dựa vào bảng xét dấu, ta có biểu thức cần có nghiệm là $x=\frac{5}{3}, x=3$.

Tìm nghiệm cho các phương án thỏa mãn $a>0$ ta được $f(x)=3x^2-14x+15.$

Câu 11: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hai đường thẳng $(d):-3x+8y+3=0$ và $(d'):-16x-6y-10=0$. Xét vị trí tương đối của d và d'.

A. d và d' cắt nhau và không vuông góc.

B. d và d' cắt nhau và vuông góc.

C. d và d' trùng nhau.

D. d và d' song song.

Lời giải

Do $(-3).(-16)+8.(-6)=0$ nên d và d' vuông góc nhau và cắt nhau.

Câu 12: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, đường tròn (C) có tâm $I(-4;4)$ và đường kính bằng 44 có phương trình là

A. $(x+4)^2+(y-4)^2=1936$.

B. $(x-4)^2+(y+4)^2=484$.

C. $(x+4)^2+(y-4)^2=484$.

D. $(x-4)^2+(y+4)^2=22$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-4;4)$ và bán kính $R=\frac{44}{2}=22.$

Phương trình đường tròn (C): $(x+4)^2+(y-4)^2=484$.

PHẦN II. ***Câu trắc nghiệm đúng sai.*** *Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1. Cho các hàm số $f(x)=\sqrt{2x+4}$ và $g(x)=x(5-2x)+3$.

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $[-2;+\infty)$.

b) Hàm số $g(x)$ là một hàm số bậc hai.

c) Tam thức bậc hai $-2x^2+5x+3$ luôn nhận giá trị dương với mọi $x\in\mathbb{R}$.

d) Phương trình $\sqrt{-2x^2+5x+3}=\sqrt{2x+4}$ có duy nhất nghiệm $x=1$.

Lời giải

Chọn a) Đúng | b) Đúng | c) Sai | d) Sai.

a) Đúng Hàm số $f(x)=\sqrt{2x+4}$ có nghĩa khi và chỉ khi $2x+4\ge 0\Leftrightarrow x\ge -2$

Vậy tập xác định là : $D=[-2;+\infty)$.

b) **Đúng** Ta có $g(x)=x(5-2x)+3=5x-2x^2+3=-2x^2+5x+3$

Vậy hàm số $g(x)$ là một hàm số bậc hai.

c) Sai Tam thức bậc hai $g(x)=-2x^2+5x+3$ có $\Delta=49>0$, $a=-2<0$ và có hai nghiệm phân biệt $x_1=-\frac{1}{2}$, $x_2=3$. Ta có bảng xét dấu $g(x)$ như sau:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	3	$+\infty$

$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy tam thức bậc hai $-2x^2+5x+3$ nhận giá trị dương với mọi $x\in\left(-\frac{1}{2};3\right)$

d) Sai

Bình phương hai vế của phương trình $\sqrt{-2x^2+5x+3}=\sqrt{2x+4}$ (1) ta được:

$$-2x^2+5x+3=2x+4$$

Sau khi thu gọn ta được phương trình $-2x^2+3x-1=0$.

Giải phương trình tìm được $x=1$ hoặc $x=\frac{1}{2}$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình (1), ta thấy cả hai giá trị đều thoả mãn.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm là $x=1$ và $x=\frac{1}{2}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(4;0)$ và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-5+3t\\y=8+4t\end{cases}$.

a) Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;-3)$.

b) Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng Δ là $d(A,\Delta)=12$.

c) Đường tròn (C) tâm A, bán kính $R=12$ có phương trình $(x-4)^2+y^2=12$.

d) Phương trình chính tắc của hypebol (H) đi qua điểm A và có tiêu cự bằng $d(A,\Delta)$ là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
Sai	**Đúng**	**Sai**	**Đúng**

a) Sai. Đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(3;4)$.

b) Đúng. Đường thẳng Δ có phương trình tổng quát là:

$$4(x+5)-3(y-8)=0\Leftrightarrow 4x-3y+44=0.$$

Khoảng cách từ điểm $A(4;0)$ đến đường thẳng Δ là: $d(A,\Delta)=\frac{|4.4-3.0+44|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=12$.

c) Sai. Đường tròn (C) tâm $A(4;0)$, bán kính $R=12$ có phương trình: $(x-4)^2+y^2=144$.

d) Đúng. Giả sử hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ với $a>0, b>0$.

Do $A(4;0)$ thuộc (H) nên $\frac{4^2}{a^2}-\frac{0^2}{b^2}=1$, suy ra $a=4$.

Mặc khác, tiêu cự của hypebol (H) bằng $d(A,\Delta)=12$ nên $2c=12\Leftrightarrow c=6$.

Suy ra $b^2=c^2-a^2=36-16=20$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{20}=1$.

PHẦN III. ***Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.*** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.*

Câu 1. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số m sao cho bất phương trình $x^2+mx+m>0$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tổng bình phương các phần tử của S bằng bao nhiêu?

Lời giải

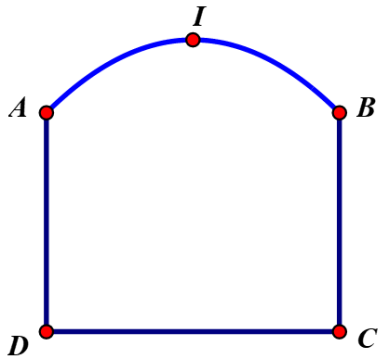
Trả lời : 14

Bất phương trình đã cho nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} a=1>0 \\ \Delta=m^2-4m<0. \end{cases}$$

Giải bất phương trình, ta được $0<m<4$. Do các phần tử của S là số nguyên nên $S=\{1;2;3\}$ nên tổng bình phương các phần tử của S là 14.

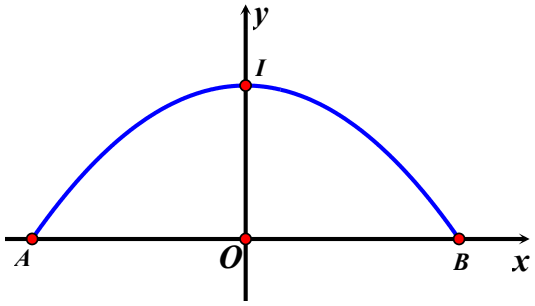
Câu 2. Một chiếc cổng như hình vẽ, trong đó $CD=6\,\text{m}, AD=4\,\text{m}$, phía trên cổng có hình dạng parabol. Người ta cần thiết kế cổng sao cho những chiếc xe container chở hàng với bề ngang thùng xe là $4\,\text{m}$, chiều cao là $5,2\,\text{m}$ có thể đi qua được (chiều cao được tính từ mặt đất đến nóc thùng xe và thùng xe có dạng hình hộp chữ nhật). Hỏi đỉnh I của parabol cách mặt đất tối thiểu bao nhiêu mét để chiếc cổng đạt được yêu cầu trên?



Lời giải

Trả lời : 6,16

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Dựa vào cách chọn hệ trục tọa độ ta suy ra phương trình parabol có dạng $y = ax^2 + c, (a < 0)$.

Tọa độ các điểm A, B là $A(-3;0), B(3;0)$.

Vì tính đối xứng của chiếc cổng nên nên ta xét vị trí container đi qua thuận lợi nhất về chiều cao khi tâm của thùng xe thuộc trục Oy.

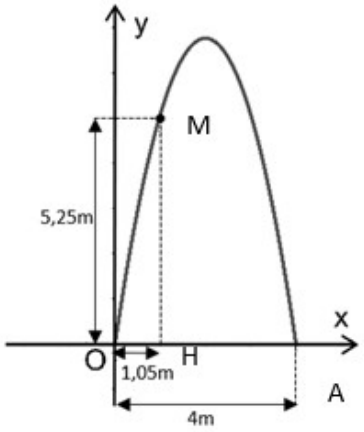
Ta xét trường hợp khi container vừa chạm vòm cổng tức là parabol đi qua điểm $M(2;1,2)$.

Khi đó ta có hệ: $\begin{cases} 9a + c = 0 \\ 4a + c = 1,2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{6}{25} \\ c = \dfrac{54}{25} = 2,16 \end{cases} \Rightarrow I(0;2,16)$.

Vậy khoảng cách tối thiểu của đỉnh I để container đi qua được cổng là $h = 2,16 + 4 = 6,16$ m.

Câu 3. Một cổng chào của một Trung tâm Hội nghị có hình dạng là một parabol hướng bề lõm xuống dưới. Giả sử ta gắn hệ tọa độ Oxy sao cho một chân cổng đi qua gốc tọa độ O như hình vẽ (x, y tính bằng mét). Khoảng cách giữa hai chân cổng là $OA = 4\,m$. Một điểm M nằm trên cổng cách mặt đất một khoảng $MH = 5,25\,m$ và khoảng

cách từ H đến O bằng $1,05\,m.$ Hãy tính chiều cao của cổng ở vị trí cao nhất *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)*.



Lời giải

Trả lời : 6,78

Gọi hình dạng của cổng chào có dạng $(P): y = ax^2 + bx + c (a < 0)$

Xét $(P): y = ax^2 + bx + c$ $(a < 0)$.

Ta có: $\begin{cases} O \in (P) \\ M \in (P) \\ A \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 1,05^2 a + 1,05b + c = 5,25 \\ 16a + 4b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{100}{59} \\ b = \dfrac{400}{59} \\ c = 0 \end{cases}$

Do đó $(P): y = -\dfrac{100}{59}x^2 + \dfrac{400}{59}x$ và chiều cao của cổng ở vị trí cao nhất chính là tung độ của đỉnh Parabol

Tung độ của đỉnh: $y_S = -\dfrac{\Delta}{4a} = \dfrac{400}{59} \approx 6,78$.

Vậy chiều cao của cổng ở vị trí cao nhất là khoảng 6,78 m.

Câu 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x - y + 8 = 0$ và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -5 + mt \end{cases}$.

Với giá trị nào của m thì d và Δ vuông góc với nhau?

Lời giải

Trả lời : -1,5

Đường thẳng d có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_d} = (2;-1)$.

Đường thẳng Δ có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(3;m)$ nên Δ nhận $\overrightarrow{n_\Delta}=(m;-3)$ làm vectơ pháp tuyến.

Vì d và Δ vuông góc với nhau nên $\overrightarrow{n_d}.\overrightarrow{n_\Delta}=0\Leftrightarrow 2m+3=0\Leftrightarrow m=\dfrac{-3}{2}=-1,5$.

Vậy $m=-1,5$

PHẦN IV. ***Tự luận câu 1 đến câu 6.***

Câu 1. Xác định parabol $y=ax^2+bx-5$, biết rằng parabol đó có đỉnh là $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{-9}{2}\right)$.

Lời giải

Parabol có đỉnh là $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{-9}{2}\right)$ nên:

$\begin{cases}\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{1}{2}\\ a.\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+b.\dfrac{1}{2}-5=\dfrac{-9}{2}\end{cases}$. Suy ra $\begin{cases}a+b=0\\ \dfrac{1}{4}a+\dfrac{1}{2}b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Từ đó ta được $a=-2;b=2$.

Vậy parabol cần tìm là $y=-2x^2+2x-5$.

Câu 2. Giải phương trình $\sqrt{x^2-2x-15}=2x+5$.

Lời giải

Bình phương hai vế của phương trình, ta được:

$x^2-2x-15=(2x+5)^2$

$\Leftrightarrow x^2-2x-15=4x^2+20x+25$

$\Leftrightarrow 3x^2+22x+40=0$

$\Leftrightarrow x=-\dfrac{10}{3}$ hoặc $x=-4$.

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy cả hai giá trị đều không thỏa mãn.

Vậy phương trình đã cho vô nghiệm.

Câu 3: Một cửa hàng bán bưởi, với giá bán mỗi quả là 60.000đồng. Với giá bán này thì mỗi ngày cửa hàng chỉ bán được 30quả . Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 1.000đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 10 quả. Xác định giá bán để cửa hàng đó thu được lợi nhuận cao nhất, biết rằng giá nhập về ban đầu mỗi quả là 35.000đồng.

Lời giải

Đáp án: 49.000.

Gọi x là giá bán thực tế của mỗi quả bưởi da xanh, (x: đồng; $35.000 \le x \le 60.000$ đồng).

Tương ứng với giá bán là x thì số quả bưởi bán được là $30+\dfrac{10}{1.000}(60.000-x)=-\dfrac{1}{100}x+630$

Gọi $f(x)$ là hàm lợi nhuận thu được ($f(x)$: đồng), ta có:

$$f(x)=\left(-\frac{1}{100}x+630\right)(x-35000)=-\frac{1}{100}x^2+980x-22050000$$

.

Lợi nhuận thu được lớn nhất khi hàm $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên $[35000;60000]$

Ta có

$$f(x)=-\left(\frac{1}{10}x-4900\right)^2+1960000\le 1960000,\ \forall x\in[35000;60000]$$

$$\Rightarrow \max_{[35000;60000]} f(x)=f(49000)=1960000$$

.

Vậy với giá bán 49000 mỗi quả bưởi thì cửa hàng thu được lợi lớn nhất.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;1)$ và song song với đường thẳng $d':x+y-1=0$.

Lời giải

Đáp án: $x+y-2=0$.

Do đường thẳng d song song với đường thẳng $d':x+y-1=0$ nên đường thẳng d nhận vecto $\vec{n}=(1;1)$ làm một vecto pháp tuyến.

Khi đó đường thẳng d đi qua $M(1;1)$ và nhận vecto $\vec{n}=(1;1)$ làm một vecto pháp tuyến có phương trình là $x+y-2=0$.

.

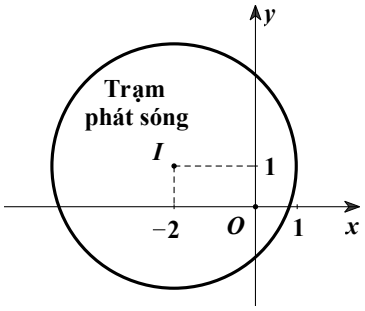
Câu 5. Trên hệ trục tọa độ Oxy, cho đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó có phương trình là $3x+4y-9=0$. Viết phương trình của đường tròn (C).

Lời giải

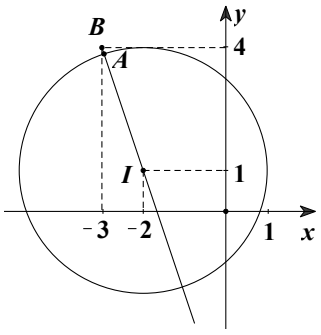
Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là $3x+4y-9=0$ nên bán kính của đường tròn là $R=d(I,\Delta)=\dfrac{|3.(-3)+4.2-9|}{\sqrt{3^2+4^2}}=2$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2+(y-2)^2=4$.

Câu 6. Hình vẽ bên dưới mô phỏng một trạm thu phát sóng điện thoại di động đặt ở vị trí I có tọa độ $(-2;1)$ trong mặt phẳng toạ độ (đơn vị trên hai trục là ki-lô-mét). Tính theo đường chim bay, xác định khoảng cách ngắn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $(-3;4)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm). Biết rằng trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng $3\,km$.



Lời giải



Đường tròn màu đen mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng có tâm $I(-2;1)$ và bán kính phủ sóng $3\,km$ nên phương trình đường tròn đó là: $(x+2)^2+(y-1)^2=9$.

Giả sử vị trí đứng của người đó là $B(-3;4)$.

Gọi A (như trên hình vẽ) là giao điểm thứ nhất của đường tròn và BI

$\Rightarrow$ Khoảng cách ngắn nhất để người đó di chuyển được từ vị trí B tới vùng phủ sóng là AB.

Ta có: $IB = \sqrt{(-3+2)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{10}.$

Suy ra $AB = IB - IA = \sqrt{10} - 3 \approx 0,16.$

ĐỀ 8	ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HK2 NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN LỚP 10

PHẦN I. ***Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.*** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = -2x^2 - x + 2$. Tính $f(4)$.

A. -34. **B.** -26. **C.** -53. **D.** -19.

Lời giải

Thay $x = 4$ vào hàm số $f(x) = -2x^2 - x + 2$ ta được $f(4) = -34$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số bậc hai?

A. $y = \sqrt{2-4x}$. **B.** $y = -4x + \sqrt{1-5x}$.

C. $y = -5x^3 - 3x^2 - 4$. **D.** $y = -4x^2 - 3x - 4$.

Lời giải

Hàm số bậc hai là hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những hằng số, $a \neq 0$.

Do đó hàm số $y = -4x^2 - 3x - 4$ là hàm số bậc hai với $a = -4$, $b = -3$, $c = -4$.

Câu 3: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Để $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ thì

A. $\Delta < 0$. **B.** $\Delta = 0$. **C.** $\Delta > 0$. **D.** $\Delta \geq 0$.

Lời giải

Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$, $(a \neq 0)$ và $\Delta = b^2 - 4ac$. Khi đó $f(x)$ luôn cùng dấu với hệ số a với mọi $x \in \mathbb{R}$ khi và chỉ khi $\Delta < 0$.

Câu 4: Phương trình $\sqrt{2x^2 - 4x - 3} = \sqrt{2 - x}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

$\sqrt{2x^2 - 4x - 3} = \sqrt{2 - x}$.

Bình phương hai vế của phương trình trên, ta được:

$$2x^2-4x-3=2-x \Leftrightarrow 2x^2-3x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right.$$

Thay lần lượt hai giá trị này của x vào phương trình đã cho, ta thấy chỉ có $x=-1$ thỏa mãn.

Vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=-1$.

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy, phương trình đường thẳng qua hai điểm $A(1;3), B(0;2)$ là

A. $x-y+2=0$. **B.** $x+y+2=0$. **C.** $-x-y+2=0$.
D. $x-y-2=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;-1)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;3), B(0;2)$ nên có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1)$.

Phương trình đường thẳng qua hai điểm $A(1;3), B(0;2)$ là : $x-y+2=0$.

Câu 6: Trong hệ tọa độ Oxy, cho đường thẳng $\Delta: 4x-3y+4=0$ và điểm $A(2;-1)$. Khoảng cách từ điểm $A(2;-1)$ đến đường thẳng Δ là

A. $d(A;\Delta)=3$. **B.** $d(A;\Delta)=2$. **C.** $d(A;\Delta)=1$. **D.** $d(A;\Delta)=4$.

Lời giải

Ta có $d(A;\Delta)=\dfrac{|4.2-3.(-1)+4|}{\sqrt{4^2+3^2}}=3$.

Câu 7. **[Mức độ 1]** Phương trình nào sau đây **không** phải phương trình đường tròn?

A. $x^2+y^2=1$. **B.** $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

C. $x^2+y^2+4y-1=0$. **D.** $x^2+y^2-2x+1=0$.

Lời giải

Xét phương trình $x^2+y^2-2x+1=0$ có $a=1, b=0, c=1 \Rightarrow a^2+b^2-c=1^2+0^2-1=0$

$\Rightarrow x^2+y^2-2x+1=0$ không phải phương trình đường tròn.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Cho parabol có phương trình là $y^2=5x$. Phương trình đường chuẩn của parabol là

A. $x=-\frac{5}{2}$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{5}{4}$. **D.** $x=-\frac{5}{4}$.

Lời giải

Ta có $y^2=5x \Rightarrow 2p=5 \Rightarrow p=\frac{5}{2} \Rightarrow$ Phương trình đường chuẩn là $x=-\frac{5}{4}$.

Câu 9. [Mức độ 2] Bảng biến thiên ở hình dưới là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	$-\infty$	$\nearrow$ 2	$\searrow$ $-\infty$

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=-x^2-2x+5$. **C.** $y=2x^2-4x+4$. **D.** $y=-x^2+2x+1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $a<0$ và tọa độ đỉnh của parabol là $(1;2) \Rightarrow$ Chọn hàm số $y=-x^2+2x+1$.

Câu 10. Bảng xét dấu dưới đây là của biểu thức nào?

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$-$

A. $f(x)=x-4$. **B.** $f(x)=16-x^2$.

C. $f(x)=x^2-8x+16$. **D.** $f(x)=-x^2+8x-16$.

Lời giải

Ta có $f(x)=0 \Leftrightarrow x=4$;

mà $f(x)\le 0$ với mọi $x \Rightarrow f(x)=ax^2+bx+c$ với $a<0$. Vậy chọn đáp án D.

Câu 11. Phương trình nào sau đây biểu diễn đường thẳng không song song với đường thẳng $d: y=2x-1$?

A. $2x-y+5=0$. **B.** $2x-y-5=0$. **C.** $-2x+y=0$. **D.** $2x+y-5=0$.

Lời giải

$(d): y=2x-1 \Leftrightarrow 2x-y-1=0$ và đường thẳng $2x+y-5=0$ không song song vì $\frac{2}{2}\ne\frac{-1}{1}$.

Câu 12. Cho đường cong $(C_m): x^2+y^2-8x+10y+m=0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?

A. $m=4$. **B.** $m=8$. **C.** $m=-8$. **D.** $m=-4$.

Lời giải

Ta có bán kính đường tròn được tính như sau : $R=\sqrt{4^2+5^2-m}=7\Leftrightarrow m=-8$.

PHẦN II. ***Câu trắc nghiệm đúng sai.*** *Thí sinh trả lời câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.*

Câu 1: Cho hàm số (P): $y=x^2-2x-3$.

a) Tập xác định của hàm số (P) là $D=\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số (P) có tọa độ đỉnh là $I(1;3)$.

c) Hàm số (P) nhận giá trị âm với $\forall x\in[-1;3]$.

d) Phương trình $\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{2x-3}$ có 1 nghiệm duy nhất.

Lời giải

Đúng – Sai – Sai – Đúng.

a) Tập xác định của hàm số (P) là $D=\mathbb{R}$.

b) Đồ thị hàm số (P) có hoành độ đỉnh $x=\dfrac{-b}{2a}=1\Rightarrow y=-4.$

c) Hàm số (P) nhận giá trị âm: $x^2-2x-3<0\Leftrightarrow -1<x<3$.

d) Phương trình

$$\sqrt{x^2-2x-3}=\sqrt{2x-3}$$
$$\Rightarrow x^2-2x-3=2x-3$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$$

Thử lại vào phương trình ta có $x=4$ thỏa mãn phương trình.

Câu 2. (Mức 1-2-1-2) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy cho : $A(-4;0);B(4;0);C(0;4)$.

a) Đường thẳng BC có phương trình là $x+y=1$.

b) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến cạnh BC bằng 1.

c) Phương trình đường tròn đường kính AB là $x^2+y^2=16$.

d) Phương trình đường elip nhận $A(-4;0)$ là tiêu điểm và đi qua điểm C là $(E):\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Lời giải

a. Sai.

Theo công thức phương trình đoạn chắn đường thẳng BC có phương trình là:

$$\frac{x}{4}+\frac{y}{4}=1\Leftrightarrow x+y=4.$$

b) Sai.

Khoảng cách từ gốc O đến BC bằng $d(O,BC)=\frac{|-4|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.

c) Đúng.

Phương trình đường tròn đường kính AB có tâm là gốc O và bán kính bằng 4 nên có phương trình $x^2+y^2=16$.

d) Đúng

Giả sử elip có phương trình $(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$.

Theo giả thiết ta có $\begin{cases}c=4\\ \frac{0^2}{a^2}+\frac{4^2}{b^2}=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=4\\ b=4\end{cases}$.

$a^2=b^2+c^2\Leftrightarrow a^2=4^2+4^2=32\Leftrightarrow a=4\sqrt{2}$ do $a>0$.

Vậy elip có phương trình $(E):\frac{x^2}{32}+\frac{y^2}{16}=1$.

PHẦN III. ***Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.*** *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.*

Câu 1. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $x^2-(2m-2)x+3m+7\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$?

Lời giải

Đáp số: 8.

Bất phương trình $x^2-(2m-2)x+3m+7\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\Delta'=(m-1)^2-(3m+7)\le 0\Leftrightarrow m^2-5m-6\le 0\Leftrightarrow -1\le m\le 6$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;...;6\}$.

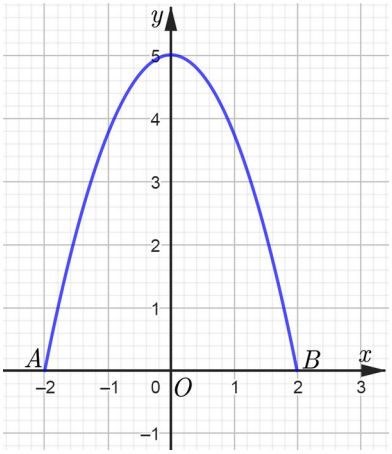
Vậy có 8 giá trị nguyên của m.

Câu 2. Một chiếc cổng được thiết kế có dạng hình parabol với chiều cao 5 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 4 m. Người ta cần chuyển một thùng hàng hình hộp chữ nhật với chiều cao 3 m đi qua cổng. Chiều rộng của thùng hàng tối đa là bao nhiêu mét để thùng hàng có thể lọt qua được cổng? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 2,5.

Dựng hệ tọa độ Oxy sao cho hai chân cổng nằm trên trục Ox, trục Oy là trục đối xứng của parabol chứa cổng (như hình vẽ), đơn vị trên các trục là mét (m).

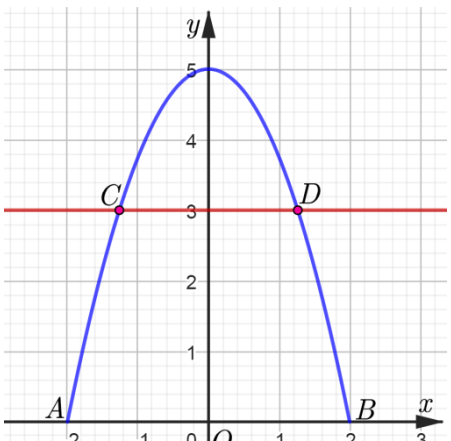


Đường viền cổng là parabol có phương trình $y = f(x) = ax^2 + bx + c$.

Ta có $\begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(2) = 0 \\ f(0) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 2b + c = 0 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ c = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{-5}{4} \\ b = 0 \\ c = 5 \end{cases}$.

Vậy $f(x) = -\dfrac{5}{4}x^2 + 5$.

Gọi giao điểm của parabol và đường thẳng $y = 3$ là C, D.



Thùng hàng lọt qua cổng khi chiều rộng của thùng hàng nhỏ hơn hoặc bằng CD.

Hoành độ các điểm C, D là nghiệm của phương trình : $-\frac{5}{4}x^2+5=3$ (1)

Phương trình (1) có 2 nghiệm $x=-\frac{2\sqrt{10}}{5}, x=\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

Suy ra $CD=\frac{2\sqrt{10}}{5}-\left(-\frac{2\sqrt{10}}{5}\right)=\frac{4\sqrt{10}}{5}\approx 2,5$

Vậy chiều rộng tối đa của thùng hàng là $2,5$ (m).

Câu 3. Trong mặt phẳng Oxy, cho hai đường thẳng $\Delta:-4x+3y-6=0$ và $d:4x-3y+7=0$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng trên.

Lời giải

Đáp án: $0,2$.

Chọn $M(0;2)\in\Delta$.

Ta có $\frac{-4}{4}=\frac{3}{-3}\Rightarrow \Delta \parallel d$ nên $d(\Delta,d)=d(M,d)=\frac{|4.0-3.2+7|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=\frac{1}{5}=0,2$.

Câu 4. Trong mặt phẳng Oxy, một trung tâm kiểm soát được đặt ở vị trí có tọa độ $O(0;0)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một ô tô chuyển động hướng về trung tâm kiểm soát, đi qua hai vị trí $A(50;10), B(20;25)$. Khi ô tô ở gần trung tâm kiểm soát, tọa độ của vị trí ô tô là $(a;b)$. Giá trị của biểu thức $-3a+b$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: -14.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-30;15)\Rightarrow \overrightarrow{u_{AB}}=(-2;1)$.

Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=20-2t\\ y=25+t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa ô tô và trung tâm kiểm soát . Khi đó $H(20-2t;25+t)$.

Ta có $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{u_{AB}}=(20-2t).(-2)+(25+t)=0\Leftrightarrow t=3$.

Suy ra toạ độ của vị trí ô tô khi đó là $(14;28)$. Vậy $-3a+b=-14$.

PHẦN IV. ***Tự luận có 6 câu.***

Câu 1. Cho parabol $(P):y=ax^2+bx+2$, biết rằng (P) có trục đối xứng là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{4}$. Khi đó $\dfrac{a^3+b^3}{b^3}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{b^3}{a^3}=\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow\dfrac{a^3}{b^3}=8\Leftrightarrow\dfrac{a^3}{b^3}+1=9\Leftrightarrow\dfrac{a^3+b^3}{b^3}=9$.

Câu 2. Tổng các nghiệm của phương trình $2\sqrt{x^2-8x}=x^2-8x-3$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x^2-8x}$ (với $t\ge 0$).

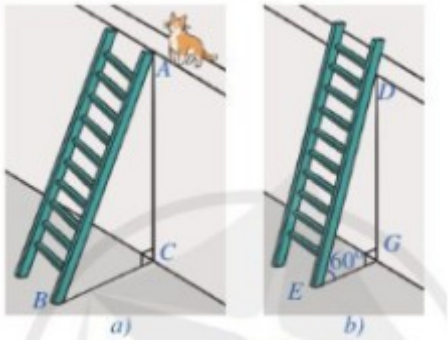
Phương trình trở thành : $2t=t^2-3\Leftrightarrow t^2-2t-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1(\text{ktm})\\t=3(\text{tm})\end{array}\right.$.

Với $t=3$ thì $\sqrt{x^2-8x}=3\Rightarrow x^2-8x=3\Leftrightarrow x^2-8x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=9\\x=-1\end{array}\right.$.

Thử lại $x=9;x=-1$ vào phương trình, ta thấy thỏa mãn nên phương trình đã cho có hai nghiệm $x=9$ và $x=-1$.

Vậy tổng các nghiệm của phương trình bằng $9+(-1)=8$.

Câu 3 (VD). Để leo lên một bức tường, bác Nam dùng một chiếc thang có chiều dài lớn hơn chiều cao bức tường đó 1 m. Ban đầu, bác Nam đặt chiếc thang mà đầu trên của chiếc thang đó vừa chạm đúng vào mép trên bức tường (Hình a). Sau đó, bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0.5\ m$ thì bác Nam nhận thấy thang tạo với mặt đất một góc 60° (Hình b). Bức tường cao bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Gọi chiều cao bức tường DG là $x\,(m),(x>0)$

Chiều dài chiếc thang là $x+1,(m)$

Khoảng cách từ chân thang đến bức tường sau khi bác Nam điều chỉnh là: $EG=\dfrac{DG}{\sqrt{3}}=\dfrac{x\sqrt{3}}{3}(m)$

Áp dụng định lý Py-ta-go cho tam giác vuông ABC trong hình a, ta có: $BC=\sqrt{(x+1)^2-x^2}\,(m)$

Bác Nam dịch chuyển chân thang vào gần chân tường thêm $0,5\,m$ nên ta có:

$$EG=\sqrt{(x+1)^2-x^2}-0,5=\frac{x\sqrt{3}}{3}\Leftrightarrow\sqrt{(x+1)^2-x^2}=\frac{x}{\sqrt{3}}+0,5\Leftrightarrow\sqrt{2x+1}=\frac{x}{\sqrt{3}}+0,5(*)$$

Ta có $\dfrac{x}{\sqrt{3}}+0,5\ge 0\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{3}}\ge-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x\ge-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (luôn đúng do $x>0$)

Ta bình phương hai vế (*) ta được:

$$2x+1=\left(\frac{x}{\sqrt{3}}+0,5\right)^2\Leftrightarrow 2x+1=\frac{x^2}{3}+\frac{x}{\sqrt{3}}+0,25\Leftrightarrow\frac{x^2}{3}+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-2\right)x-\frac{3}{4}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\approx 4,7(tm)\\x\approx-0,5(ktm)\end{array}\right.$$

Vậy chiều cao của bức tường là 4,7 m.

Câu 4 (TH). Cho tam giác ABC có $A(2;-4),\ B(3;1),\ C(5;-6).$ Lập phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ $A.$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2\,;-7)$

Phương trình đường cao của tam giác ABC kẻ từ A và nhận vecto $\overrightarrow{BC}$ làm VTPT là:

$$2(x-2)-7(y+4)=0 \Leftrightarrow 2x-7y-32=0$$

Câu 5. **[Mức độ 2]** Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho đường tròn $(C): x^2+y^2-6x+2y+6=0$ và điểm $A(1;-1)$. Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A có dạng: $ax+by-1=0.$ Hãy tính $a+b$.

Lời giải

Phương trình đường tròn (C) viết lại: $(x-3)^2+(y+1)^2=4$. Nên đường tròn (C) có tâm $I(3;-1)$ và bán kính $R=2$.

Tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A nhận vecto $\overrightarrow{IA}=(-2;0)$ làm VTPT nên có phương trình là: $-2(x-1)=0$ hay $x-1=0$. Vậy $a+b=1$.

Câu 6. **[Mức độ 3]** Chuyển động của một vật thể trong khoảng thời gian 180 phút được thể hiện trong mặt phẳng tọa độ. Theo đó, tại thời điểm t, $(0<t<180)$, vật thể ở vị trí có tọa độ $(3+\sin t;5+\cos t)$. Quỹ đạo chuyển động của vật thể là đường tròn tâm $\mathrm{I}(\mathrm{a};\mathrm{b})$; bán kính R. Tính $\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{R}$.

Lời giải

Quỹ đạo chuyển độ của vật thể là các điểm $M(x;y)$ thỏa mãn:

$$\begin{cases} x=3+\sin t \\ y=5+\cos t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3=\sin t \\ y-5=\cos t \end{cases}$$

.

Ta có: $\sin^2 t+\cos^2 t=1 \Leftrightarrow (x-3)^2+(y-5)^2=1$.

Vậy quỹ đạo chuyển động của vật thể là đường tròn (C): $(x-3)^2+(y-5)^2=1$, có tâm $I(3;5)$, bán kính $R=1$.

Do đó: $\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{R}=9$.