

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TỈNH ĐIỆN BIÊN
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 04 trang)

uigeli.xyz

KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề: 0109**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là:

- A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$ B. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$ C. $e^2 - e - \frac{5}{2}$ D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -18$. Công bội q của cấp số nhân là

- A. $q = 6$ B. $q = -3$ C. $q = -\frac{1}{3}$ D. $q = -18$

Câu 3. Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. 9 B. $3 - 2\log_3 a$ C. 3 D. $\log_3(26a)$

Câu 4. Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)
Tần số	3	7	2	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 40. B. 50. C. 70. D. 60.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 2a^2$ và chiều cao $h = 9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. $3a^3$ B. $6a^3$ C. $18a^3$ D. $9a^3$

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là:

- A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$ B. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$
C. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 5$ D. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$		2		-2	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$ B. $(-2; 2)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(-2; 1)$

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^{x-1}}{\ln 2026} + C$ B. $2026^x + C$ C. $x \cdot 2026^{x-1} + C$ D. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; -1; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (-1; 1; 3)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 0; -2)$ D. $\vec{u}_1 = (2; 2; -6)$

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $y = -1$ B. $x = -1$ C. $y = 2$ D. $x = 2$

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(3; -1; 2)$. Tọa độ của vector $\vec{BA}$ là:

- A. $(2; -2; 4)$ B. $(2; 0; 0)$ C. $(-2; 2; -4)$ D. $(1; -1; 2)$

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, P là trung điểm của AB và CD . Đặt $\vec{BA} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$ B. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ C. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(-\vec{d} + \vec{b} + \vec{c})$ D. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x - 1}$ có đồ thị là C .

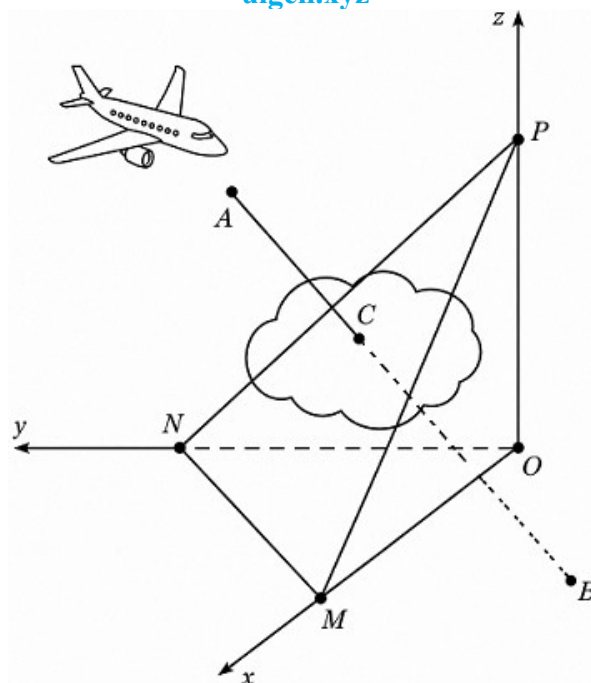
a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.

c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $A(-1; -3)$.

d) Tiếp tuyến của đồ thị C tại giao điểm của C với trục Oy là đường thẳng $y = -3x + 4$.

Câu 2. Trong không gian cho hệ tọa độ $Oxyz$, các vector $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz và độ dài của mỗi vector đơn vị đó bằng 1 kilômét. Máy bay bắt đầu quá trình hạ cánh tại điểm $A(3; 3; 4)$ ở thời điểm ban đầu và chuyển động thẳng đều hướng về vị trí $B(3; 0; 0)$ trên đường băng. Tại gốc tọa độ O , sân bay thiết lập một trạm radar cảnh báo thiên tai có vùng phủ sóng được mô phỏng bởi mặt cầu (S) bán kính $R = 5$ km. Trong quá trình hạ cánh, máy bay phải xuyên qua một lớp mây dày đặc được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0)$, $N(0; 10; 0)$ và $P(0; 0; 10)$. Gọi C là vị trí máy bay bắt đầu xuyên qua đám mây.



- a) Phương trình mặt phẳng (α) mô phỏng lớp mây là $2x + y + z - 10 = 0$.
- b) Phương trình mặt cầu (S) mô phỏng vùng phủ sóng của radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.
- c) Tại vị trí điểm C , máy bay không nằm trong vùng phủ sóng hiệu quả của radar.
- d) Tổng độ dài quãng đường máy bay di chuyển trong vùng phủ sóng của radar nhỏ hơn 4 km.

Câu 3. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 50% học sinh lựa chọn tổ hợp $A00$ (gồm các môn Toán, Lý, Hóa). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp $A00$ thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Gọi A là biến cố: “Học sinh đó chọn tổ hợp $A00$ ”; B là biến cố: “Học sinh đó đỗ đại học”.

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

- a) Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$.
- b) Xác suất $P(B|A) = 0,4$.
- c) Xác suất $P(B|\bar{A})$ thuộc khoảng $(0,4;0,9)$.
- d) $\frac{P(A|B)}{P(B|A)}$ lớn hơn 1.

Câu 4. Một kỹ sư cơ khí nghiên cứu quá trình làm nguội một chi tiết máy sau khi đúc. Độ chênh lệch nhiệt độ giữa vật và môi trường thay đổi theo thời gian. Gọi $y(t)$ là hiệu số nhiệt độ giữa chi tiết máy và môi trường tại thời điểm t (phút). Theo định luật Newton về làm lạnh, tốc độ thay đổi của $y(t)$ tỉ lệ thuận với $y(t)$, tức là: $y'(t) = k \cdot y(t)$ ($t \geq 0, k < 0$). Người ta đo được nhiệt độ chênh lệch tại thời điểm $t = 10$ phút là $40^\circ C$. Đến thời điểm $t = 20$ phút, nhiệt độ chênh lệch giảm xuống còn $10^\circ C$. Cho biết $y(t) = e^{g(t)}$.

- a) Hàm số $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.
- b) Giá trị của hằng số $k = -\frac{\ln 4}{10}$.
- c) Hằng số C (trong biểu thức $g(t) = kt + C$) có giá trị bằng $3 \ln 2 + \ln 5$.
- d) Để nhiệt độ chênh lệch $y(t)$ nhỏ hơn $1^\circ C$ thì cần ít nhất 35 phút kể từ lúc bắt đầu theo dõi.

PHẦN III. Trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

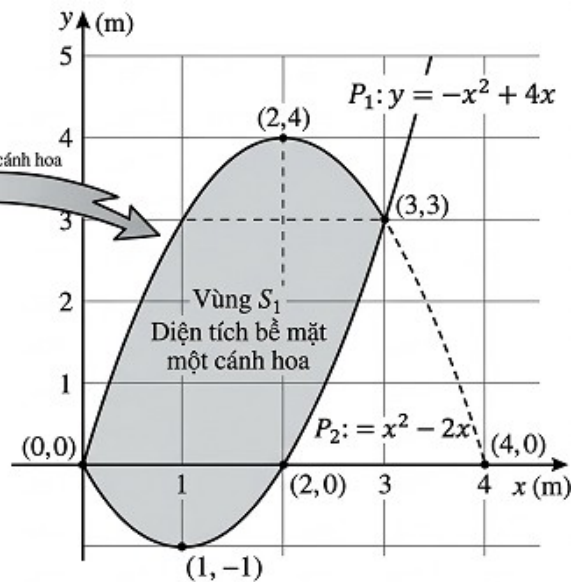
Câu 2. Một công ty công nghệ GigaCloud chuẩn bị ra mắt dịch vụ lưu trữ đám mây cao cấp dành riêng cho các doanh nghiệp lớn. Qua phân tích dữ liệu lớn (Big Data), các chuyên gia kinh tế của công ty xác lập được mô hình cầu như sau: Nếu định giá gói cước hằng tháng là x (triệu đồng) thì số lượng doanh nghiệp đăng ký

sử dụng S (nghìn doanh nghiệp) sẽ là $S(x) = \sqrt{45 - x}$ (với điều kiện mức giá x phải nhỏ hơn 45 triệu đồng). Chi phí vận hành hệ thống của GigaCloud bao gồm hai khoản: Chi phí cố định là 10 tỷ đồng mỗi tháng (cho cơ sở hạ tầng, nhân sự cốt lõi) và chi phí vận hành. Do đặc thù bảo mật dữ liệu, khi số lượng khách hàng tăng lên thì chi phí băng thông và bảo trì tăng theo cấp số nhân. Cụ thể, chi phí này tỷ lệ thuận với bình phương số lượng khách hàng $C_v = 3S^2$ (tỷ đồng). Hãy xác định mức giá cước x mà GigaCloud cần niêm yết để đạt lợi nhuận ròng hằng tháng cao nhất?

Câu 3. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 và cạnh bên $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Hướng tới chuỗi sự kiện văn hóa và du lịch năm 2026 tại Điện Biên, một nhóm kỹ sư thiết kế một mô hình bông hoa Ban không lồ phát sáng đặt tại Quảng trường 7/5. Bông hoa được thiết kế gồm 5 cánh hoa có kích thước và hình dáng giống hệt nhau. Mỗi cánh hoa được đúc đặc nguyên khối từ nhựa mica tán sáng cao cấp với độ dày đồng nhất là 15 cm. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy (đơn vị đo trên mỗi trục tọa độ là mét), bề mặt của mỗi cánh hoa được mô tả là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol có phương trình là:

$(P_1): y = -x^2 + 4x$ và $(P_2): y = x^2 - 2x$. Biết chi phí vật liệu nhựa mica tán sáng này là 40 triệu đồng cho mỗi $1m^3$. Hỏi tổng chi phí vật liệu để đúc cả 5 cánh hoa trong mô hình biểu tượng này là bao nhiêu triệu đồng?



Câu 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (quy ước đơn vị đo trên các trục là kilômét) một vệ tinh viễn thông M di chuyển trên quỹ đạo là một đường Elip nằm trong mặt phẳng (Oxy) . Quỹ đạo này nhận hai trạm phát tín hiệu tại mặt đất làm tiêu điểm là $A(3;0;0)$ và $B(-3;0;0)$. Trong suốt quá trình vận hành, vệ tinh luôn duy trì tổng khoảng cách từ nó đến hai trạm phát A và B cố định bằng 10 km. Một máy thu dữ

liệu được đặt tại đỉnh của một tháp điều khiển có tọa độ $C(0;0;4)$. Tính khoảng cách ngắn nhất từ máy thu C đến vệ tinh M (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 6. Trong một trò chơi xếp số, người ta chọn ngẫu nhiên 5 số khác nhau từ tập $S = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$ và đặt mỗi số vào đúng một vị trí trong 5 vị trí A, B, C, D, E như hình vẽ, sao cho bên trong mỗi vị trí chỉ được xếp một số. Trò chơi kết thúc khi các điều kiện sau được thỏa mãn:

- Những bộ ba vị trí $(A, B, C), (C, D, E)$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng.
- Bộ ba vị trí (A, C, E) theo thứ tự lập thành cấp số nhân.

Xác suất kết thúc trò chơi ở một lần chọn và sắp xếp là a . Tính $\frac{1}{2026a}$ (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

A	B	C	D	E
----------	----------	----------	----------	----------

----- HẾT -----

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	C	A	B	D	A	D	B	C	C	B

PHẦN II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	S
2	Đ	Đ	S	S
3	Đ	S	Đ	S
4	Đ	Đ	S	S

PHẦN III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,46	36	0,97	270	5,66	469

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I.

Câu 1.

Khi quay quanh trục Ox , thể tích vật thể tròn xoay là

$$V = \pi \int_1^2 (e^x - x) dx$$

Ta có:

$$\begin{aligned} \int_1^2 (e^x - x) dx &= \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_1^2 \\ &= (e^2 - 2) - \left(e - \frac{1}{2} \right) \\ &= e^2 - e - \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$V = \pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$$

Vậy

Chọn B.

Câu 2.

$$q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{-18}{6} = -3$$

Cấp số nhân có công bội:

Chọn B.

Câu 3.

Ta có:

$$\log_3(27a) - \log_3 a = \log_3 \frac{27a}{a} = \log_3 27 = 3$$

Chọn C.

Câu 4.

Mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị nhỏ nhất thuộc nhóm $[0; 10)$ và giá trị lớn nhất thuộc nhóm $[30; 40)$.

Khoảng biến thiên là:

$$R = 40 - 0 = 40$$

Chọn A.

Câu 5.

Thể tích khối chóp:

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

Với $B = 2a^2$, $h = 9a$, ta có:

$$V = \frac{1}{3} \cdot 2a^2 \cdot 9a = 6a^3$$

Chọn B.

Câu 6.

Mặt cầu tâm $I(0; -2; 1)$, bán kính $R = 5$ có phương trình:

$$(x-0)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5^2$$

$$\text{Suy ra: } x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$$

Chọn D.

Câu 7.

Từ bảng biến thiên, ta thấy:

$$f'(x) < 0 \text{ trên khoảng } (-1; 1)$$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Chọn A.

Câu 8.

$$\text{Công thức nguyên hàm: } \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \text{ với } a > 0, a \neq 1.$$

$$\text{Do đó: } \int 2026^x dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C$$

Chọn D.

Câu 9.

Đường thẳng

$$\frac{x+1}{2} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$$

có một vectơ chỉ phương là:

$$\vec{u} = (2; -2; -6)$$

Ta thấy:

$$(-1; 1; 3) = -\frac{1}{2}(2; -2; -6)$$

Vậy $(-1; 1; 3)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng d .

Chọn B.

Câu 10.

Hàm số: $y = \frac{2x-5}{x+1}$

Tử và mẫu đều có bậc 1 nên tiệm cận ngang là tỉ số hệ số của x :

$$y = \frac{2}{1} = 2$$

Chọn C.

Câu 11.

Ta có:

$$\overrightarrow{BA} = (x_A - x_B; y_A - y_B; z_A - z_B)$$

Với $A(1; 1; -2)$, $B(3; -1; 2)$:

$$\overrightarrow{BA} = (1-3; 1-(-1); -2-2) = (-2; 2; -4)$$

Chọn C.

Câu 12.

Ta có:

$$\overrightarrow{BA} = \vec{b} \text{ nên } \overrightarrow{AB} = -\vec{b}$$

Vì M là trung điểm của AB nên:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = -\frac{1}{2} \vec{b}$$

Vì P là trung điểm của CD nên:

$$\overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d})$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{MP} &= \overrightarrow{AP} - \overrightarrow{AM} \\ &= \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d}) - \left(-\frac{1}{2}\vec{b}\right) \\ &= \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c} + \vec{d}) \end{aligned}$$

Hay:

$$\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$$

Chọn B.

PHẦN II

Câu 1

Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - x + 4}{x-1}$

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Mẫu số $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$.

Vậy tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Kết luận: Đúng.

$$f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$$

b) Đạo hàm của hàm số là

Ta có:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 4)}{(x-1)^2} \\ &= \frac{2x^2 - 3x + 1 - x^2 + x - 4}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2} \end{aligned}$$

Kết luận: Đúng.

c) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là $A(-1; -3)$.

Ta có:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \text{ hoặc } x = 3$$

Vì $(x-1)^2 > 0$ với $x \neq 1$, dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào $(x+1)(x-3)$.

Lập bảng biến thiên

Tại $x = -1$, đạo hàm đổi dấu từ + sang - nên hàm số đạt cực đại, không phải cực tiểu.

Ngoài ra:

$$f(-1) = \frac{1+1+4}{-2} = -3$$

Điểm $A(-1; -3)$ là điểm cực đại.

Kết luận: Sai.

d) Tiếp tuyến của đồ thị C tại giao điểm của C với trục Oy là đường thẳng $y = -3x + 4$.

Giao điểm với trục Oy có $x = 0$.

$$f(0) = \frac{4}{-1} = -4$$

Vậy giao điểm là $(0; -4)$.

$$f'(0) = \frac{0-0-3}{(0-1)^2} = -3$$

Hệ số góc tiếp tuyến:

Phương trình tiếp tuyến:

$$y + 4 = -3(x - 0) \Leftrightarrow y = -3x - 4$$

Đề cho $y = -3x + 4$ nên sai.

Kết luận: Sai.

Câu 2

Máy bay chuyển động từ $A(3; 3; 4)$ đến $B(3; 0; 0)$. Radar có tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính $R = 5$ km.

a) Phương trình mặt phẳng (α) mô phỏng lớp mây là $2x + y + z - 10 = 0$.

Mặt phẳng (α) đi qua ba điểm:

$$M(5; 0; 0), N(0; 10; 0), P(0; 0; 10)$$

$$\text{Dùng dạng đoạn chắn: } \frac{x}{5} + \frac{y}{10} + \frac{z}{10} = 1$$

Nhân cả hai vế với 10:

$$2x + y + z = 10 \Leftrightarrow 2x + y + z - 10 = 0$$

Kết luận: Đúng.

b) Phương trình mặt cầu (S) mô phỏng vùng phủ sóng của radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 25$.

Radar đặt tại gốc tọa độ $O(0;0;0)$, bán kính $R = 5$.

Phương trình mặt cầu là:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 5^2 = 25$$

Kết luận: Đúng.

c) Tại vị trí điểm C , máy bay không nằm trong vùng phủ sóng hiệu quả của radar.

Đường thẳng máy bay chuyển động từ A đến B có tham số:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 - 4t \end{cases} \text{ với } 0 \leq t \leq 1$$

Điểm C là giao điểm của đường bay với mặt phẳng (α) :

$$2x + y + z - 10 = 0$$

Thay vào: $2 \cdot 3 + (3 - 3t) + (4 - 4t) - 10 = 0$

$$\Leftrightarrow 6 + 3 - 3t + 4 - 4t - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3 - 7t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{7}$$

$$C\left(3; \frac{12}{7}; \frac{16}{7}\right)$$

Suy ra:

Khoảng cách từ C đến O :

$$OC^2 = 3^2 + \left(\frac{12}{7}\right)^2 + \left(\frac{16}{7}\right)^2 = 9 + \frac{144}{49} + \frac{256}{49}$$

$$= 9 + \frac{400}{49} = \frac{841}{49}$$

$$OC = \frac{29}{7} < 5$$

Do đó:

Vậy tại điểm C , máy bay **nằm trong** vùng phủ sóng của radar.

Kết luận: Sai.

d) Tổng độ dài quãng đường máy bay di chuyển trong vùng phủ sóng của radar nhỏ hơn 4 km.

Đường bay có phương trình:

$$\begin{cases} x = 3 \\ y = 3 - 3t \\ z = 4 - 4t \end{cases} \text{ với } 0 \leq t \leq 1$$

Điểm trên đường bay thuộc mặt cầu radar khi:

$$x^2 + y^2 + z^2 = 25$$

Thay vào: $3^2 + (3 - 3t)^2 + (4 - 4t)^2 = 25$

$$\Leftrightarrow 9 + 9(1 - t)^2 + 16(1 - t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 9 + 25(1 - t)^2 = 25$$

$$\Leftrightarrow 25(1 - t)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow |1 - t| = \frac{4}{5}$$

$$Suy ra: t = \frac{1}{5} \text{ hoặc } t = \frac{9}{5}$$

Trong đoạn bay từ A đến B , chỉ nhận $t = \frac{1}{5}$. Từ đó đến B ứng với $t = 1$.

Độ dài AB : $AB = \sqrt{(3-3)^2 + (0-3)^2 + (0-4)^2} = 5$ km.

Quãng đường trong vùng phủ sóng là:

$$\left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot AB = \frac{4}{5} \cdot 5 = 4 \text{ km.}$$

Vậy quãng đường bằng 4 km, không nhỏ hơn 4 km.

Kết luận: Sai.

Câu 3

Gọi:

A : “Học sinh đó chọn tổ hợp A00”.

B : “Học sinh đó đỗ đại học”.

Theo đề:

$$P(A) = 0,5, \quad P(\bar{A}) = 0,5$$

$$P(B|A) = 0,7, \quad P(B|\bar{A}) = 0,6$$

a) **Xác suất** $P(\bar{A}) = 0,5$.

Vì $P(A) = 0,5$ nên:

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,5 = 0,5$$

Kết luận: Đúng.

b) **Xác suất** $P(B|A) = 0,4$.

Theo đề bài, nếu học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất đỗ đại học là $0,7$.

Tức là: $P(B|A) = 0,7$.

Đề cho $P(B|A) = 0,4$ là sai.

Kết luận: Sai.

c) **Xác suất** $P(B|\bar{A})$ **thuộc khoảng** $(0,4; 0,9)$.

Theo đề bài:

$$P(B|\bar{A}) = 0,6$$

Vì $0,6 \in (0,4; 0,9)$ nên mệnh đề đúng.

Kết luận: Đúng.

$$\frac{P(A|B)}{P(B)}$$

d) $P(B|A)$ **lớn hơn 1.**

Ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})$$

$$= 0,5 \cdot 0,7 + 0,5 \cdot 0,6$$

$$= 0,35 + 0,3 = 0,65$$

Theo công thức Bayes:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,5 \cdot 0,7}{0,65} = \frac{0,35}{0,65} = \frac{7}{13}$$

Do đó:

$$\frac{P(A|B)}{P(B|A)} = \frac{\frac{7}{13}}{\frac{0,7}{10}} = \frac{\frac{7}{13}}{\frac{7}{10}} = \frac{10}{13} < 1$$

Vậy mệnh đề sai.

Kết luận: Sai.

Câu 4

Theo định luật Newton về làm lạnh:

$$y'(t) = k \cdot y(t), \text{ với } k < 0.$$

Cho $y(t) = e^{g(t)}$.

a) Hàm số $g(t) = kt + C$ ($t \geq 0$) với C là một hằng số xác định.

Từ $y(t) = e^{g(t)}$, ta có:

$$y'(t) = g'(t) \cdot e^{g(t)} = g'(t) \cdot y(t)$$

Mà $y'(t) = k \cdot y(t)$ nên: $g'(t) = k$.

Suy ra: $g(t) = kt + C$.

Kết luận: Đúng.

b) Giá trị của hằng số $k = -\frac{\ln 4}{10}$.

Ta có: $y(10) = 40$, $y(20) = 10$.

Vì $y(t) = e^{kt+C}$ nên:

$$\frac{y(20)}{y(10)} = \frac{e^{20k+C}}{e^{10k+C}} = e^{10k}$$

$$e^{10k} = \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

Suy ra:

Lấy logarit hai vế:

$$10k = \ln \frac{1}{4} = -\ln 4$$

$$k = -\frac{\ln 4}{10}$$

Do đó:

Kết luận: Đúng.

c) Hằng số C trong biểu thức $g(t) = kt + C$ có giá trị bằng $3 \ln 2 + \ln 5$.

Ta có: $y(10) = 40$ nên:

$$e^{10k+C} = 40$$

Suy ra: $10k + C = \ln 40$.

Vì $10k = -\ln 4$ nên:

$$C = \ln 40 + \ln 4 = \ln 160$$

Mà: $\ln 160 = \ln(32 \cdot 5) = 5 \ln 2 + \ln 5$.

Đề cho $C = 3 \ln 2 + \ln 5 = \ln 40$ là sai.

Kết luận: Sai.

d) Để nhiệt độ chênh lệch $y(t)$ nhỏ hơn $1^\circ C$ thì cần ít nhất 35 phút kể từ lúc bắt đầu theo dõi.

Từ trên ta có:

$$y(t) = e^{kt+C} = 160 \cdot e^{-\frac{\ln 4}{10}t}$$

Cần $y(t) < 1$, tức là:

$$160 \cdot e^{-\frac{\ln 4}{10}t} < 1$$

$$e^{-\frac{\ln 4}{10}t} < \frac{1}{160}$$

Suy ra:

Lấy logarit:

$$-\frac{\ln 4}{10}t < -\ln 160$$

Vì $\ln 4 > 0$, suy ra: $t > \frac{10 \ln 160}{\ln 4}$

$$t > \frac{10 \cdot 5,075}{1,386} \approx 36,6$$

Tính gần đúng: 36,6 phút.

Vậy phải sau khoảng 36,6 phút, nếu tính theo phút nguyên thì cần ít nhất 37 phút.

Mệnh đề “cần ít nhất 35 phút” là sai.

Kết luận: Sai.

PHẦN III

Câu 1

Gọi H là biến cố “vận động viên được chọn đạt huy chương vàng”.

Xác suất chọn được vận động viên đội I là: $P(I) = \frac{5}{12}$

Xác suất chọn được vận động viên đội II là:

$$P(II) = \frac{7}{12}$$

Theo đề:

$$P(H | I) = 0,65, \quad P(H | II) = 0,55$$

Cần tính:
$$P(I | H) = \frac{P(I) \cdot P(H | I)}{P(I) \cdot P(H | I) + P(II) \cdot P(H | II)}$$

$$P(I | H) = \frac{\frac{5}{12} \cdot 0,65}{\frac{5}{12} \cdot 0,65 + \frac{7}{12} \cdot 0,55} = \frac{5 \cdot 0,65}{5 \cdot 0,65 + 7 \cdot 0,55}$$

Thay số:

$$= \frac{3,25}{3,25 + 3,85} = \frac{3,25}{7,1} \approx 0,4577$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: 0,46

Câu 2

Gọi S là số lượng doanh nghiệp đăng ký sử dụng, đơn vị nghìn doanh nghiệp.

Theo đề: $S(x) = \sqrt{45 - x}$

Suy ra: $S^2 = 45 - x \Rightarrow x = 45 - S^2$

Do x tính bằng triệu đồng, S tính bằng nghìn doanh nghiệp nên doanh thu hằng tháng là:

$$R = xS \text{ tỷ đồng.}$$

Chi phí gồm: $C = 10 + 3S^2$ tỷ đồng.

Lợi nhuận là: $P = R - C = xS - 10 - 3S^2$

Thay $x = 45 - S^2$:

$$P(S) = (45 - S^2)S - 10 - 3S^2 = -S^3 - 3S^2 + 45S - 10$$

$$\begin{aligned} \text{Lấy đạo hàm: } P'(S) &= -3S^2 - 6S + 45 = -3(S^2 + 2S - 15) \\ &= -3(S - 3)(S + 5) \end{aligned}$$

Vì $S > 0$, ta có điểm tới hạn $S = 3$.

Bảng xét dấu cho thấy $P'(S) > 0$ khi $0 < S < 3$ và $P'(S) < 0$ khi $S > 3$, nên lợi nhuận lớn nhất tại $S = 3$.

$$\text{Khi đó: } x = 45 - S^2 = 45 - 9 = 36$$

Vậy mức giá cước cần niêm yết là:

36 triệu đồng.

Câu 3

Đặt hệ trục tọa độ sao cho:

$$A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), D(0; 1; 0)$$

Vì hình chóp đều nên đỉnh S nằm trên tâm của hình vuông đáy.

$$\text{Tâm đáy là: } O\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$$

Gọi chiều cao hình chóp là $SO = h$, ta có:

$$SA = 2, \quad OA = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Suy ra: } h^2 = SA^2 - OA^2 = 4 - \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\text{Do đó: } h = \sqrt{\frac{7}{2}} = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\text{Vậy: } S\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$$

Vector chỉ phương của AB là: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1; 0; 0)$

Vector chỉ phương của SD là:

$$\vec{v} = \overrightarrow{SD} = \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{\sqrt{14}}{2}\right)$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD là:

$$d = \frac{|\overrightarrow{AS} \cdot [\vec{u}, \vec{v}]|}{\|[\vec{u}, \vec{v}]\|}$$

$$\overrightarrow{AS} = \left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{14}}{2}\right)$$

Ta có:

$$[\vec{u}, \vec{v}] = \left(0; \frac{\sqrt{14}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Tính được:

$$\text{Suy ra: } |\overrightarrow{AS} \cdot [\vec{u}, \vec{v}]| = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

$$\text{Và: } \|[\vec{u}, \vec{v}]\| = \sqrt{\frac{14}{4} + \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$d = \frac{\frac{\sqrt{14}}{2}}{\frac{2}{\sqrt{15}}} = \sqrt{\frac{14}{15}} \approx 0,966$$

Vậy:

Làm tròn đến hàng phần trăm: 0,97.

Câu 4

Mỗi cánh hoa được giới hạn bởi hai parabol:

$$(P_1): y = -x^2 + 4x,$$

$$(P_2): y = x^2 - 2x.$$

Tìm giao điểm: $-x^2 + 4x = x^2 - 2x$

$$\Leftrightarrow -2x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 3.$$

Trên đoạn $[0; 3]$, ta có (P_1) nằm phía trên (P_2) .

Diện tích một cánh hoa là:

$$\begin{aligned} S &= \int_0^3 ((-x^2 + 4x) - (x^2 - 2x)) dx = \int_0^3 (-2x^2 + 6x) dx \\ &= \left(-\frac{2x^3}{3} + 3x^2 \right) \Big|_0^3 = -18 + 27 = 9 \text{ m}^2. \end{aligned}$$

Độ dày cánh hoa là $15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m}$.

Thể tích một cánh hoa là: $V_1 = 9 \cdot 0,15 = 1,35 \text{ m}^3$.

Thể tích 5 cánh hoa là: $V = 5 \cdot 1,35 = 6,75 \text{ m}^3$.

Chi phí vật liệu là 40 triệu đồng cho mỗi 1 m^3 , nên tổng chi phí là:

$$6,75 \cdot 40 = 270 \text{ triệu đồng}.$$

Vậy đáp án là: 270 triệu đồng.

Câu 5

Quỹ đạo của vệ tinh là elip nằm trong mặt phẳng (Oxy) , có hai tiêu điểm:

$$A(3; 0; 0), B(-3; 0; 0).$$

Do đó: $c = 3$.

Tổng khoảng cách từ vệ tinh đến hai tiêu điểm bằng 10 km nên:

$$2a = 10 \Rightarrow a = 5.$$

Ta có: $b^2 = a^2 - c^2 = 25 - 9 = 16$.

Vậy phương trình elip là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, với $z = 0$.

Máy thu dữ liệu có tọa độ $C(0; 0; 4)$.

Với vệ tinh $M(x; y; 0)$, ta có:

$$CM^2 = x^2 + y^2 + (0 - 4)^2 = x^2 + y^2 + 16.$$

Để CM nhỏ nhất, cần $x^2 + y^2$ nhỏ nhất trên elip.

Trên elip $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$, điểm gần gốc tọa độ nhất là $(0; 4)$ hoặc $(0; -4)$.

Khi đó: $x^2 + y^2 = 16$.

Suy ra: $CM_{\min} = \sqrt{16+16} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2} \approx 5,656$.

Làm tròn đến hàng phần trăm: $5,66$ km.

Câu 6

Gọi các số được đặt vào 5 vị trí A, B, C, D, E lần lượt là A, B, C, D, E .

Tổng số cách chọn 5 số khác nhau từ 1 đến 30 rồi xếp vào 5 vị trí là:

$$A_{30}^5 = 30.29.28.27.26 = 17100720$$

Điều kiện:

- (A, B, C) lập thành cấp số cộng nên $B = \frac{A+C}{2}$.
- (C, D, E) lập thành cấp số cộng nên $D = \frac{C+E}{2}$.
- (A, C, E) lập thành cấp số nhân nên $C^2 = AE$.

Vì B, D phải là số nguyên nên A, C, E phải thỏa điều kiện để $\frac{A+C}{2}$ và $\frac{C+E}{2}$ là số nguyên.

Liệt kê các bộ thỏa mãn (A, B, C, D, E) trong tập $\{1; 2; 3; \dots; 30\}$, gồm 5 số khác nhau:

$(1; 2; 3; 6; 9)$, $(1; 3; 5; 15; 25)$, $(2; 3; 4; 6; 8)$, $(2; 4; 6; 12; 18)$, $(3; 6; 9; 18; 27)$,
 $(4; 6; 8; 12; 16)$, $(6; 9; 12; 18; 24)$, $(8; 6; 4; 3; 2)$, $(8; 10; 12; 15; 18)$,
 $(9; 6; 3; 2; 1)$, $(9; 12; 15; 20; 25)$, $(16; 12; 8; 6; 4)$, $(18; 12; 6; 4; 2)$,
 $(18; 15; 12; 10; 8)$, $(24; 18; 12; 9; 6)$, $(25; 15; 5; 3; 1)$, $(25; 20; 15; 12; 9)$,
 $(27; 18; 9; 6; 3)$.

Vậy có 18 cách thuận lợi.

Xác suất kết thúc trò chơi là: $a = \frac{18}{17100720}$.

Do đó: $\frac{1}{2026a} = \frac{17100720}{2026.18} \approx 468,924$.

Làm tròn đến chữ số hàng đơn vị: 469 .