

UBND HUYỆN THƯỜNG XUÂN
TRƯỜNG THCS XUÂN LỆ

ĐỀ THI KHẢO SÁT ĐỘI TUYỂN HSG LỚP 6
NĂM HỌC 2023-2024

MÔN THI: TOÁN (Lần 1)

(Thời gian làm bài 120 phút, không kể thời gian phát đề)

Đề thi có 01 trang gồm 5 câu.

Ngày thi: 30/01/2024

Câu 1: (4,0 điểm)

a) So sánh M và N biết: $M = \frac{19^{30} + 5}{19^{31} + 5}$; $N = \frac{19^{31} + 5}{19^{32} + 5}$

b) Thực hiện tính:

$$E = 1 + \frac{1}{2}(1 + 2) + \frac{1}{3}(1 + 2 + 3) + \frac{1}{4}(1 + 2 + 3 + 4) + \dots + \frac{1}{200}(1 + 2 + \dots + 200)$$

Câu 2: (4,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$

b) Tìm x, biết: $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10} \right) \cdot x = \frac{22}{45}$

Câu 3: (4,0 điểm)

a) . Tìm tất cả các số nguyên tố x, y thỏa mãn $x^2 - 2y^2 = 1$

b) Cho $D = 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{19} + 5^{20}$. Tìm số dư khi chia D cho 31.

Câu 4: (5,0 điểm)

a) Cho $n = \overline{7a5} + \overline{8b4}$. Biết $a - b = 6$ và n chia hết cho 9. Tìm a và b.

b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $5^x + 12^y = 26$.

c) Nếu $n + 1$ và $2n + 1$ ($n \in \mathbb{N}$) đều là các số chính phương thì n chia hết cho 24.

Câu 5: (3,0 điểm) Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.

a) Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a° , vẽ tia OD tạo với tia OCC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$. Tính a°

b) Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48°

c) Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng a°

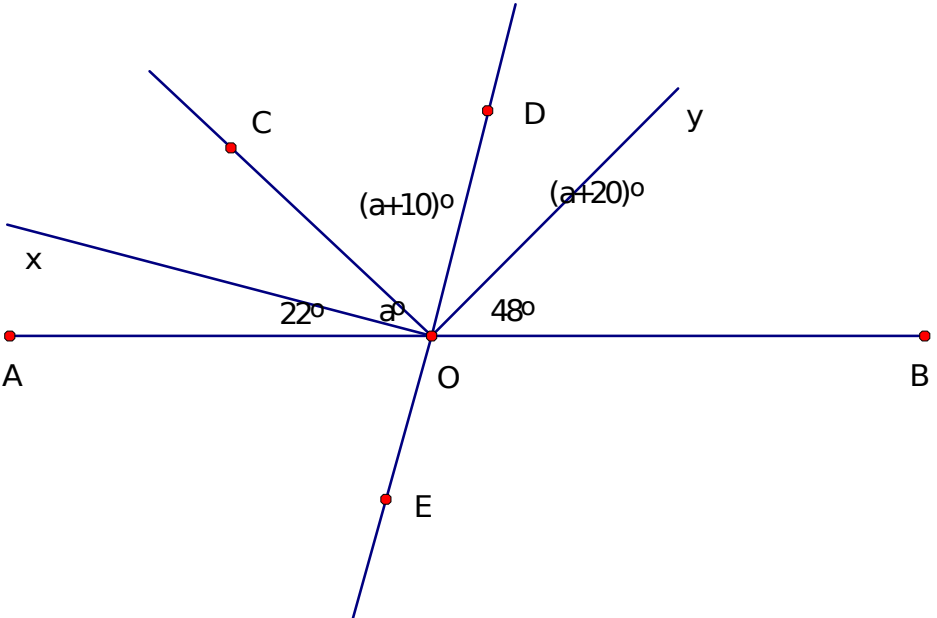
Hết

Họ và tên:Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN (Đề 1)

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1	a	<p>a) So sánh M và N biết $M = \frac{19^{30} + 5}{19^{31} + 5}$; $N = \frac{19^{31} + 5}{19^{32} + 5}$</p> <p>$M = \frac{19^{30} + 5}{19^{31} + 5}$ nên $19M = \frac{19 \cdot (19^{30} + 5)}{19^{31} + 5} = \frac{19^{31} + 95}{19^{31} + 5} = 1 + \frac{90}{19^{31} + 5}$</p> <p>$N = \frac{19^{31} + 5}{19^{32} + 5}$ nên $19N = \frac{19 \cdot (19^{31} + 5)}{19^{32} + 5} = \frac{19^{32} + 95}{19^{32} + 5} = 1 + \frac{90}{19^{32} + 5}$</p> <p>Vì $\frac{90}{19^{31} + 5} > \frac{90}{19^{32} + 5}$</p> <p>Suy ra $1 + \frac{90}{19^{31} + 5} > 1 + \frac{90}{19^{32} + 5}$</p> <p>Hay $19M > 19N$ Nên $M > N$</p>	2
	b	<p>b) Thực hiện tính:</p> $E = 1 + \frac{1}{2}(1+2) + \frac{1}{3}(1+2+3) + \frac{1}{4}(1+2+3+4) + \dots + \frac{1}{200}(1+2+\dots+200)$ $1+2+3+\dots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ <p>Từ đó được:</p> $E = 1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 3}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3 \cdot 4}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4 \cdot 5}{2} + \dots + \frac{1}{200} \cdot \frac{200 \cdot 201}{2}$ $= 1 + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2}$ $E + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{2}{2} + \frac{3}{2} + \frac{4}{2} + \frac{5}{2} + \dots + \frac{201}{2}$ $= \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201)$ $E = \frac{1}{2}(1+2+4+\dots+201) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{201 \cdot 202}{2} - \frac{1}{2} = 10150$	2
2	a	<p>a) Tìm các số nguyên a, b biết rằng: $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3}$</p> $\frac{a}{7} - \frac{1}{2} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow \frac{2a-7}{14} = \frac{1}{b+3} \Rightarrow (2a-7)(b+3) = 14.$ <p>Do $a, b \in \mathbb{Z}$ nên $2a-7 \in U(14)$</p> <p>Vì $2a-7$ lẻ nên $2a-7 \in \{-7; -1; 1; 7\} \Rightarrow a \in \{0; 3; 4; 7\}.$</p> <p>Từ đó tính được: $(a; b) = (0; -5), (3; -17), (4; 11), (7; -1)$</p>	2
	b	<p>b) Tìm x, biết: $(\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{8 \cdot 9 \cdot 10}) \cdot x = \frac{22}{45}$</p>	

		$\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{8.9.10} \right) \cdot x = \frac{22}{45}$ $\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} + \frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{8.9} - \frac{1}{9.10} \right) \cdot x = \frac{22}{45}$ $\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{90} \right) \cdot x = \frac{22}{45}$ $\Rightarrow x = 2$	2
3	a	<p>Giả sử x, y là các số nguyên tố thỏa: $x^2 - 2y^2 = 1$. Khi đó $x^2 = 2y^2 + 1$, suy ra x là số lẻ, đặt $x = 2n + 1 (n \in \mathbb{N}^*)$. Ta có:</p> $(2n + 1)^2 = 2y^2 + 1 \Rightarrow 4n^2 + 4n + 1 = 2y^2 + 1 \Rightarrow y^2 = 2(n^2 + n) : 2 \Rightarrow y : 2$, mà y là số nguyên tố nên suy ra $y = 2$. <p>Với $y = 2$, ta có $x = 3$.</p> <p>Thử lại với $x = 3, y = 2$ thì $x^2 - 2y^2 = 1$.</p>	2
	b	<p>b) $D + 1 = (1 + 5 + 5^2) + 5^3(1 + 5 + 5^2) + 5^6(1 + 5 + 5^2) + \dots + 5^{18}(1 + 5 + 5^2)$</p> <p>Do $1 + 5 + 5^2 = 31$ nên $D + 1$ chia hết cho 31</p> <p>$\Rightarrow D$ chia 31 dư 30.</p>	2
4	a	<p>a) Cho $n = \overline{7a5} + \overline{8b4}$. Biết $a - b = 6$ và n chia hết cho 9. Tìm a và b.</p> <p>Ta có: $n = \overline{7a5} + \overline{8b4} \equiv 7 + a + 5 + 8 + b + 4 \pmod{9}$</p> $\Leftrightarrow 24 + a + b \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow a + b \in \{3; 12\}$ (vì $a + b < 19$). <p>Mà $a - b = 6$ nên $a + b > 3$. Do đó $a + b = 12$.</p> <p>Kết hợp với $a - b = 6$, suy ra $a = 9, b = 3$.</p>	1
	b	<p>b) Tìm các số tự nhiên x, y sao cho: $5^x + 12^y = 26$.</p> <p>Ta có $12^2 = 144 > 26$ và $y \in \mathbb{N} \Rightarrow 0 \leq y < 1 \Rightarrow y \in \{0; 1\}$</p> <p>+) Với $y = 1 \Rightarrow 5^x + 12^1 = 26 \Rightarrow 5^x = 14 \Rightarrow$ không tìm được $x \in \mathbb{N}$.</p> <p>+) Với $y = 0 \Rightarrow 5^x + 12^0 = 26 \Rightarrow 5^x = 25 = 5^2 \Rightarrow x = 2$</p>	2

c)	<p>Vì $n + 1$ và $2n + 1$ đều là phân số chính phương nên đặt $n + 1 = k^2$, $2n + 1 = m^2$</p> <p>Ta có m là số lẻ $\Rightarrow m = 2a + 1 \Rightarrow m^2 = 4a(a + 1) + 1$</p> $\Rightarrow n = \frac{m^2 - 1}{2} = \frac{4a(a + 1)}{2} = 2a(a + 1)$ <p>$\Rightarrow n$ chẵn $\Rightarrow n + 1$ là số lẻ $\Rightarrow k$ lẻ $\Rightarrow$ Đặt $k = 2b + 1$ (Với $b \in \mathbb{N}$) $\Rightarrow k^2 = 4b(b + 1) + 1$</p> $\Rightarrow n = 4b(b + 1) \Rightarrow n \div 8 \quad (1)$ <p>Ta có $k^2 + m^2 = 3n + 2 = 2 \pmod{3}$</p> <p>Mặt khác k^2 chia 3 dư 0 hoặc 1, m^2 chia 3 dư 0 hoặc 1</p> <p>Nên để $k^2 + m^2 = 2 \pmod{3}$ thì $k^2 = 1 \pmod{3}$</p> $m^2 = 1 \pmod{3}$ $\Rightarrow m^2 - k^2 \div 3 \text{ hay } (2n + 1) - (n + 1) \div 3 \Rightarrow n \div 3$ <p>Mà $(8; 3) = 1$</p> <p>Từ (1); (2) và (3) $\Rightarrow n \div 24$</p>	2
		
a	<p>Cho nửa mặt phẳng bờ AB chứa hai tia đối OA và OB.</p> <p>a) Vẽ tia OC tạo với tia OA một góc bằng a°, vẽ tia OD tạo với tia OC một góc bằng $(a + 10)^\circ$ và với tia OB một góc bằng $(a + 20)^\circ$. Tính a°</p> <p>Do OC, OD nằm trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB và</p>	1

5	<p>$\widehat{COD} > \widehat{COA}(a + 10 > a)$. Nên tia OC nằm giữa hai tia OA và OD</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AOC} + \widehat{COD} + \widehat{DOB} = \widehat{AOB}$</p> <p>$\Rightarrow a^\circ + (a + 10)^\circ + (a + 20)^\circ = 180^\circ$</p> <p>$\Rightarrow 3.a^\circ + 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow a^\circ = 50^\circ$</p>	
	<p>b b) Tính góc xOy, biết góc AOx bằng 22° và góc BOy bằng 48° Tia Oy nằm giữa hai tia OA và OB</p> <p>Ta có : $\widehat{AOy} = 180^\circ - \widehat{BOy} = 180^\circ - 48^\circ = 132^\circ > \widehat{AOx} = 22^\circ$</p> <p>Nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và Oy</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AOx} + \widehat{xOy} = \widehat{AOy} \Rightarrow 22^\circ + \widehat{xOy} = 132^\circ \Rightarrow \widehat{xOy} = 132^\circ - 22^\circ = 110^\circ$</p>	1
	<p>c c) Gọi OE là tia đối của tia OD, tính số đo góc kề bù với góc xOD khi góc AOC bằng a° Vì tia OC nằm giữa hai tia OA và OD nên</p> <p>$\widehat{AOC} + \widehat{COD} = \widehat{AOD} \Rightarrow \widehat{AOD} = a^\circ + (a + 10)^\circ = 2a^\circ + 10^\circ = 2.50^\circ + 10^\circ = 110^\circ$</p> <p>Vì $\widehat{AOx} < \widehat{AOD}(22^\circ < 110^\circ)$ nên tia Ox nằm giữa hai tia OA và OD</p> <p>$\Rightarrow \widehat{AOx} + \widehat{xOD} = \widehat{AOD} \Rightarrow 22^\circ + \widehat{xOD} = 110^\circ \Rightarrow \widehat{xOD} = 110^\circ - 22^\circ = 88^\circ$</p> <p>Vậy số đo góc kề bù với góc xOD có số đo là : $180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$</p>	1