SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH

ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi gồm 01 trang)

KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 THCS
CẤP THÀNH PHỐ
KHÓA THI NGÀY 10/6/2020
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút
(Không kể thời gian phát đề)

Bài 1. *(4 điểm)*

Cho các số thực a, b, c thỏa mãn điều kiện $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}$

a) Cho a = 1, hãy tìm b, c.

b) Chứng minh rằng nếu a, b, c đều dương thì a = b = c.

Bài 2. *(3 điểm)*

Cho ba số dương x, y, z thỏa điều kiện x + y + z = 3.. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P=\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}.$$

Bài 3. *(4 điểm)*

Cho tam giác đều ABC. Trên các cạnh BC, AB lần lượt lấy các điểm M, N sao cho

$BM=\frac{1}{3}BC$; $AN=\frac{1}{3}AB$.

a) Chứng minh MN vuông góc với BC.

b) Gọi I là giao điểm của AM và CN. Tính góc BIC.

Bài 4. *(3 điểm)*

Giả sử a, b, c là ba số đôi một khác nhau và $c \neq 0$. Chứng minh rằng nếu phương trình $x^2 + ax + bc = 0$ và phương trình $x^2 + bx + ca = 0$ có đúng một nghiệm chung thì các nghiệm khác của hai phương trình trên thỏa mãn phương trình $x^2 + cx + ab = 0$.

Bài 5. *(4 điểm)*

Cho tam giác ABC vuông tại A (AB < AC) có đường cao AH. Đường tròn tâm H bán kính HA cắt cạnh AC tại D. Đường thẳng qua

D vuông góc với AC cắt BC tại E.

a) Chứng minh BH = HE.

b) Đường thẳng qua E vuông góc với BC cắt đường tròn (H) tại K, L. Chứng minh CK, CL là các tiếp tuyến của (H).

Bài 6. *(2 điểm)*

Gọi S là tập hợp gồm 1011 số nguyên dương phân biệt có giá trị không quá 2020. Chứng minh rằng trong S có hai số mà tổng của chúng bằng 2021.

HẾT

GỢI Ý

Bài 1. $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a}$ (1)

a) Với a = 1, từ (1) ta có: $1+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{1}\Rightarrow \frac{1}{b}=c$. Thế vào $1+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c}$ ta được: $2b^2 - b - 1 = 0$

Tính được b = c = 1 hoặc $b = -\frac{1}{2}$ và c = – 2.

b) $\begin{cases} a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c} \\ b+\frac{1}{c}=c+\frac{1}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=\frac{1}{c}-\frac{1}{b}\ (*) \\ b-c=\frac{1}{a}-\frac{1}{c}\ (**) \end{cases}$

* Giả sử $a > b \Rightarrow a - b > 0$, từ (*) $\Rightarrow \frac{1}{c}-\frac{1}{b}>0 \Rightarrow \frac{1}{c}>\frac{1}{b} \Rightarrow c < b$ (do b, c > 0) $\Rightarrow b - c > 0$, từ (**)

$\Rightarrow \frac{1}{a}-\frac{1}{c}>0 \Rightarrow \frac{1}{a}>\frac{1}{c} \Rightarrow a < c$(do a, c > 0) mà c < b(cmt)

$\Rightarrow$ a < b(mâu thuẫn với a > b). Vậy điều giả sử sai.

* Giả sử a < b. Chứng minh tương tự, ta có a > b(mâu thuẫn với a < b).

Do đó a = b và từ $a+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c} \Rightarrow b+\frac{1}{b}=b+\frac{1}{c} \Rightarrow b = c$.

Bài 2. x, y, z > 0; x + y + z = 3 $\Rightarrow$ y + z = 3 – x

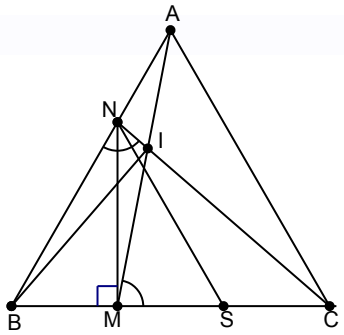
Chứng minh $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\ge\frac{4}{a+b}\ (*)$ với a, b > 0. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ a = b.

$$P=\frac{1}{xy}+\frac{1}{xz}\ge\frac{4}{xy+xz}=\frac{4}{x(y+z)}=\frac{4}{x(3-x)}=\frac{4}{-x^2+3x}=\frac{4}{-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}}\ge\frac{16}{9}$$

Áp dụng , ta có:

(do xy + xz > 0 nên $-\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{9}{4}>0$). Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{3}{2} \\ y=z=\frac{3}{4} \end{cases}$

Bài 3. a) Chứng minh MN $\perp$ BC.



Chứng minh $BM = \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}AB = AN$; $BN = \frac{2}{3}AB = \frac{2}{3}BC = CM$

• Vẽ NS // AC (S $\in$ BC) $\Rightarrow$ ΔNBS đều $\Rightarrow$ BS = BN

$\Rightarrow MS = BS - BM = BN - BM = \frac{2}{3}BC - \frac{1}{3}BC = \frac{1}{3}BC = BM$

$\Rightarrow$ NM là trung tuyến của ΔNBS đều $\Rightarrow$ MN $\perp$ BC.

b) Tính $\widehat{BIC}$.

$\Delta AMC = \Delta CNB$(c.g.c) $\Rightarrow \widehat{AMC} = \widehat{CNB}$ (yttư) $\Rightarrow$ tứ giác BNIM nội tiếp $\Rightarrow \widehat{NIB} = \widehat{NMB} = 90^0$

$\Rightarrow \widehat{BIC} = 90^0$.

Bài 4. $x^2 + ax + bc = 0$ (1), $x^2 + bx + ca = 0$ (2), $x^2 + cx + ab = 0$ (3)

• Gọi x_0, x_1 là nghiệm của (1) và x_0, x_2 là nghiệm của (2) (với x_0 là nghiệm chung và $x_1 \ne x_2$:do (1) và (2) có đúng một nghiệm chung)

• Ta có: $\left.\begin{matrix} x_0^2+ax_0+bc=0 \\ x_0^2+bx_0+ca=0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow (a-b)x_0+c(b-a)=0 \Rightarrow (a-b)(x_0-c)=0 \Rightarrow x_0-c=0 \Rightarrow x_0=c$

(do a, b, c là ba số đôi một khác nhau nên $a \ne b \Rightarrow a - b \ne 0$). Từ (1), ta có: $c^2 + ac + bc = 0$

$\Rightarrow a + b + c = 0$ (*)(do $c \ne 0$)

• Theo hệ thức Viète, từ (1) và (2), ta có: $x_0x_1 = bc$ và $x_0x_2 = ca$ mà $x_0 = c \ne 0$ nên $x_1 = b$ và $x_2 = a$.

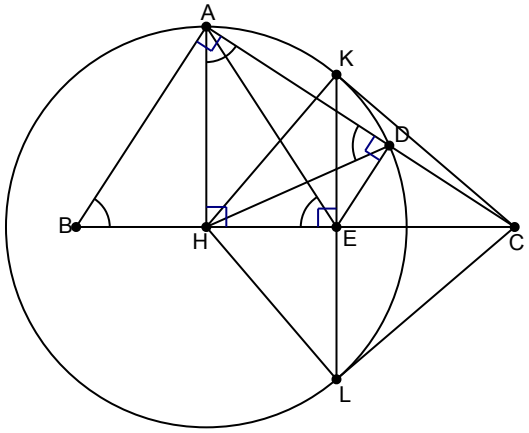
• Từ $x_1 = b$ và từ (3): $b^2 + cb + ab = b(b + c + a) = b.0 = 0$ nên $x_1 = b$ là nghiệm của (3)(đpcm).

• Từ $x_2 = a$ và từ (3): $a^2 + ca + ab = a(a + c + b) = a.0 = 0$ nên $x_2 = a$ là nghiệm của (3) (đpcm).

Bài 5. a) Chứng minh BH = HE.

• Chứng minh tứ giác ADEH nội tiếp $\Rightarrow \widehat{AEH} = \widehat{ADH}$

mà HD = HA $\Rightarrow \Delta AHD$ cân tại H $\Rightarrow \widehat{ADH} = \widehat{DAH}$, lại có:



$\widehat{DAH} = \widehat{ABH}$ nên suy ra: $\widehat{AEH} = \widehat{ABH} \Rightarrow \Delta ABE$ cân tại A mà AH là đường cao $\Rightarrow$ BH = HE(đpcm).

b) Chứng minh CK, CL là các tiếp tuyến của (H).

• Ta có: HE.HC = HB.HC = $HA^2 = HK^2 \Rightarrow \dfrac{HC}{HK} = \dfrac{HK}{HE}$

$\Rightarrow \Delta HKC \sim \Delta HEK(c.g.c) \Rightarrow \widehat{HKC} = \widehat{HEK} = 90^0 \Rightarrow CK \perp HK$ tại $K \in (H) \Rightarrow$ CK là tiếp tuyến của (H).

• Chứng minh tương tự CL là tiếp tuyến của (H)(đpcm).

Bài 6. • Chia các số nguyên dương từ 1 đến 2020 thành 1010 nhóm, mỗi nhóm có 2 số sao cho tổng của hai số đó bằng 2021. Cụ thể: A = {(1; 2020); (2; 2019); (3; 2018);. . . ; (1010; 1011)}

• Ta có tập hợp S gồm 1011 số nguyên dương phân biệt có giá trị không quá 2020

* **Trường hợp 1**: Nếu 1010 số trong 1011 số của S có 2 số thuộc cùng một nhóm ở A thì bài toán được chứng minh(do 2 số thuộc cùng một nhóm ở A có tổng bằng 2021).

* **Trường hợp 2**: Nếu 1010 số trong 1011 số của S mà mỗi số lần lượt thuộc 1010 nhóm khác nhau ở A thì theo nguyên lý Dirichlet số còn lại phải thuộc một trong các nhóm ở A. Khi đó có 2 số thuộc cùng một nhóm và 2 số này có tổng 2021(bài toán được chứng minh).

Vậy trong S luôn có hai số mà tổng của chúng bằng 2021.

UBND HUYỆN THANH SƠN
PHÒNG GD& ĐT

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề có 03 trang)

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
Năm học: 2019 - 2020
Môn: Toán
Thời gian 150 phút không kể thời gian giao đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm).

Hãy chọn phương án trả lời đúng rồi ghi vào tờ giấy thi.

Câu 1. Rút gọn biểu thức $|x|-\sqrt{1-2x+x^2}$ khi $x>\sqrt{2}$ được kết quả là:

A. $2x-1$ B. 1 C. 2 D. -1

Câu 2. Tập hợp các giá trị nguyên của x để biểu thức $\sqrt{2-x}-\frac{3}{\sqrt{x+1}}$ có nghĩa là:

A. $x\in\{-1;0;1;2\}$ B. $x\in\{0;1;2\}$ C. $x\in\{1;2\}$ D. $x\in\{-1;0;1\}$

Câu 3. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=1+\frac{9}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 8 B. 9 C. 10 D. 11

Câu 4. Số nghiệm của phương trình $\frac{1}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x+2}}+\frac{1}{\sqrt{x+2}+\sqrt{x+1}}=1$ là:

A. 1 B. 2 C.3 D. Vô nghiệm

Câu 5. Giá trị của biểu thức $\sqrt{2^{64}-(2+1)(2^2+1)(2^4+1)...(2^{32}+1)}$ bằng:

A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

Câu 6. Số các giá trị x để $P=\frac{2}{x-\sqrt{x}+1}$ có giá trị là số nguyên là:

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 7. Cho số thực x thỏa mãn $0\le x\le 5$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x\sqrt{8-x}+(5-x)\sqrt{x+3}$ là:

A. $\frac{3\sqrt{22}}{2}$ B. $\frac{5\sqrt{22}}{2}$ C. $3\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{3}$

Câu 8. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}+2\sqrt{x}$ là:

A. 0 B. 2 C. $\frac{3+\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ D. $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

Câu 9. Biểu thức $S=\sqrt{\frac{1}{1^2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{3^2}}+\sqrt{\frac{1}{1^2}+\frac{1}{3^2}+\frac{1}{4^2}}+...+\sqrt{\frac{1}{1^2}+\frac{1}{99^2}+\frac{1}{100^2}}$

Có giá trị bằng:

A. 98 B. 99 C. 98,49 D. 99,49

Câu 10. Cho hình chữ nhật ABCD. Từ D hạ đường vuông góc với AC tại H. Biết rằng AB = 13 cm; DH = 5 cm. Khi đó BD bằng:

A. $\frac{169}{10}$ cm B. $\frac{169}{11}$ cm C. $\frac{169}{12}$ cm D. $\frac{169}{17}$ cm

Câu 11. Cho hình chữ nhật ABCD. Qua A kẻ đường thẳng vuông góc với BD, cắt BD ở H. Biết rằng DH = 9cm; BH = 16cm. Chu vi hình chữ nhật ABCD bằng:

A. 35 cm B. 50 cm C. 70 cm D. 80 cm

Câu 12. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB = 9 cm; AC = 12 cm. Khi đó độ dài CH là:

A. 8,4 cm B. 9,2 cm C. 9,4 cm D. 9,6 cm

Câu 13. Cho tam giác ABC có $\hat{A} = 2\hat{B}$, AC = 4,5 cm và BC = 6 cm. Trên tia đối của tia AC lấy điểm E sao cho AE = AB. Độ đài đoạn AE là:

A. 2,5 cm B. 3,5 cm C. 4 cm D. 5 cm

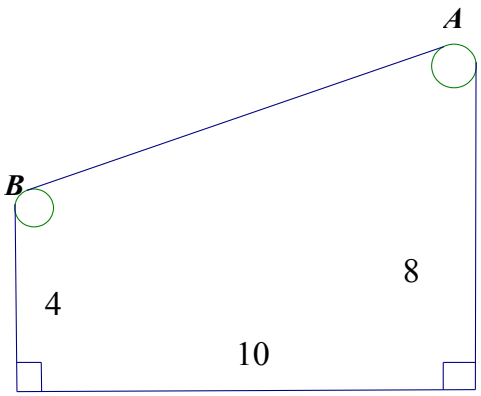
Câu 14. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết AB : AC = 4 : 3 và BC = 75 cm. Khi đó BH bằng:

A. 28 cm B. 36 cm C. 48 cm D. 52 cm

Câu 15. Hình bình hành có hai cạnh là 5 cm và 6 cm, góc tạo bởi hai cạnh đó là 150^0. Diện tích hình bình hành đó là:

A. 15 cm^2 B. 17 cm^2 C. 20 cm^2 D. 24 cm^2

Câu 16. Giữa hai toà nhà (kho và phân xưởng) của một nhà máy người ta xây dựng một băng chuyền AB để chuyển vật liệu. Khoảng cách giữa hai toà nhà là 10m, còn hai vòng quay của băng chuyền được đặt ở độ cao 8m và 4m so với mặt đất. Độ dài AB của băng chuyền làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là:



A. 10,5 m B. 10,6 m

C. 10,7 m D. 10,8 m

II. PHẦN TỰ LUẬN. (12,0 điểm)

Bài 1. (3,0 điểm).

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $3^n + 19$ là số chính phương.

Bài 2. (3,0 điểm).

a) Giải phương trình: $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 15x + 56) + 8 = 0$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x(x-2)} + \sqrt{x(x-5)} = \sqrt{x(x+3)}$

Bài 3. (4,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD. M là một điểm tuỳ ý trên đường chéo BD. Kẻ ME $\perp$ AB, MF $\perp$ AD.

a) Chứng minh: DE = CF và DE $\perp$ CF;

b) Chứng minh ba đường thẳng DE, BF và CM đồng quy;

c) Xác định vị trí điểm M trên BD để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất.

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho ba số a, b, c dương, thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4a^2 + 6b^2 + 3c^2$.

----------HẾT----------

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm./.

HƯỚNG DẪN CHẤM
THI HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN
Năm học: 2019 - 2020. Môn: Toán 9

(Hướng dẫn chấm có 04 trang)

Lưu ý: Nếu học sinh làm cách khác, tổ chấm thống nhất cho điểm. Học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai không tính điểm.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM. (8,0 điểm)

Mỗi câu trả lời đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8
	B	**B**	**C**	**A**	**D**	**D**	**B**	**B**
Câu	9	10	11	12	13	14	15	16
	C	**C**	**C**	**D**	**B**	**C**	**A**	**D**

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm).

Bài 1. (3,0 điểm)

a) Tìm nghiệm nguyên của phương trình $x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$

b) Tìm số tự nhiên n sao cho $3^n + 19$ là số chính phương.

Nội dung cần đạt	Điểm
a) Thêm xy vào hai vế ta được $x^2 + 2xy + y^2 = x^2y^2 + xy$	0,25
$\Leftrightarrow (x+y)^2 = xy(xy+1)$	0,25
Ta thấy xy và $xy+1$ là hai số nguyên liên tiếp, có tích là một số chính phương nên tồn tại một số bằng 0	0,25
+ Xét $xy = 0$ thay vào phương trình đầu ta có $x^2 + y^2 = 0 \Rightarrow x = y = 0$	0,25
+ Xét $xy+1 = 0$ ta có $xy = -1$ nên (x, y) bằng (1; -1) hoặc (-1; 1)	0,25
Thử lại (x, y) lấy các giá trị (0; 0), (1; -1), (-1; 1) đều là nghiệm của phương trình đã cho.	0,25
b) Giả sử $3^n + 19 = a^2$ ($a \in N$). Dễ thấy a chẵn nên $a^2 \equiv 0 \pmod 4$ Suy ra $3^n \equiv 1 \pmod 4$	0,5
Mặt khác, vì $3 \equiv -1 \pmod 4$ nên $3^n \equiv (-1)^n \pmod 4$	0,25
Vậy n là số chẵn hay $n = 2m$ ($m \in N$).Ta có $3^{2m} + 19 = a^2$ nên	0,25
$(a - 3^m)(a + 3^m) = 19 \Rightarrow \begin{cases} a - 3^m = 1 \\ a + 3^m = 19 \end{cases}$. Từ đó tìm được m = 2, suy ra n =4	0,5

Bài 2. (3,0 điểm)

a) Giải phương trình: $(x^2 - 3x + 2)(x^2 + 15x + 56) + 8 = 0$

b) Giải phương trình: $\sqrt{x(x-2)} + \sqrt{x(x-5)} = \sqrt{x(x+3)}$

Nội dung cần đạt	Điểm
a) Phương trình được viết lại: $(x-1)(x-2)(x+7)(x+8) + 8 = 0$ $\Leftrightarrow (x^2 + 6x - 16)(x^2 + 6x - 7) + 8 = 0 (1)$	0,25
Đặt $t = x^2 + 6x - 7$ ta có	0,5

$(1) \Leftrightarrow t(t-9)+8=0$ $\Leftrightarrow (t-1)(t-8)=0$ $\Rightarrow t$ =1 hoặc t =8	
Với t =1 ta có $x^2+6x-7=1 \Leftrightarrow x^2+6x+9=17$ $\Leftrightarrow (x+3)^2=17$ Vậy $x=-3+\sqrt{17}$ hoặc $x=-3-\sqrt{17}$	0,25
Với t =8 ta có $x^2+6x-7=8 \Leftrightarrow x^2+6x+9=24$ $\Leftrightarrow (x+3)^2=24$ Vậy $x=-3+\sqrt{24}$ hoặc $x=-3-\sqrt{24}$	0,25
Kết luận: tập nghiệm của phương trình là $x \in \left\{-3-\sqrt{17};-3-\sqrt{24};-3+\sqrt{17};-3+\sqrt{24}\right\}$	0,25
b) Điều kiện để phương trình có nghĩa là : $x \le -3; x=0; x \ge 5$	0,25
$\sqrt{x(x-2)}+\sqrt{x(x-5)}=\sqrt{x(x+3)} \Leftrightarrow \sqrt{x}\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{x-5}-\sqrt{x+3}\right)=0$ $\sqrt{x}=0 \Leftrightarrow x=0 \quad (t/m)$ Nếu $\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{x-5}-\sqrt{x+3}\right)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x-2}+\sqrt{x-5}=\sqrt{x+3}$ Nếu Bình phương hai vế của phương trình ta được: $x-2+x-5+2\sqrt{(x-2)(x-5)}=x+3$	0,25 0,25
$\Leftrightarrow 2\sqrt{(x-2)(x-5)}=10-x \Leftrightarrow 4(x-2)(x-5)=(10-x)^2$ Đk: $(x \le 10)$ $\Leftrightarrow 4(x-2)(x-5)=100-20x+x^2 \Leftrightarrow 4(x^2-7x+10)=100-20x+x^2$ $\Leftrightarrow 3x^2-8x-60=0 \Leftrightarrow (3x+10)(x-6)=0$. Giải phương trình này được $x \in \left\{-\frac{10}{3};6\right\}$.	0,25 0,25
Thử lại chỉ có hai nghiệm $x=0; x=6$ thoả mãn đề bài.	0,25

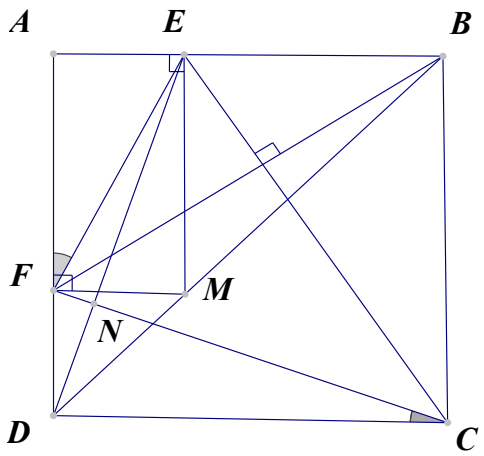
Bài 3. (4,0 điểm)

Cho hình vuông ABCD. M là một điểm tuỳ ý trên đường chéo BD. Kẻ ME $\perp$ AB, MF $\perp$ AD.

a) Chứng minh: DE = CF và DE $\perp$ CF;

b) Chứng minh ba đường thẳng DE, BF và CM đồng quy;

c) Xác định vị trí điểm M trên BD để diện tích tứ giác AEMF lớn nhất.

Nội dung cần đạt	Điểm
Hình vẽ  	
a) Chứng minh tứ giác AEMF là hình chữ nhật suy ra AE = MF	0,25
$\Rightarrow \triangle$ MDF cân ở F suy ra MF = FD $\Rightarrow$ AE = FD $\triangle$ AED = $\triangle$ DFC (c.g.c) Suy ra DE = CF	0,5
Mà $\widehat{EDA} = \widehat{FCD}$ mà $\widehat{EDA} + \widehat{EDC} = 90^0$ Vậy $\widehat{FCD} + \widehat{EDC} = 90^0$ hay $\widehat{NCD} + \widehat{NDC} = 90^0$	0,5
Do đó $\widehat{CND} = 90^0$ suy ra DE $\perp$ CF	0,25
b) Tương tự: EC $\perp$ BF ta có MC = MA và MA = EF suy ra MC = EF	0,5
$\triangle$ MCF = $\triangle$ FED (c.c.c). Do đó $\widehat{FED} = \widehat{MCF}$	0,25
Gọi H là giao điểm của CM và EF ta có $\widehat{FED} + \widehat{EFC} = 90^0$. Vì thế $\widehat{MCF} + \widehat{CFE} = 90^0$ thì $\widehat{EHM} = 90^0$ suy ra CM $\perp$ EF	0,5
Trong $\triangle$ ECF có ED, FB, CM là ba đường cao nên chúng đồng quy.	0,25

c) C_{AEMF} = AE + EM + AF + FD = 2AB là không đổi nên ME + MF không đổi. Do đó tích ME.MF lớn nhất khi và chỉ khi ME = MF Hay $S_{AEMF} = \frac{1}{2}ME.MF$ lớn nhất khi và chỉ khi ME = MF Suy ra AEMF là hình vuông khi và chỉ khi M $\equiv$ O là giao điểm của hai đường chéo AC và BD của hình vuông ABCD.	1,0

Bài 4. (2,0 điểm)

Cho ba số a, b, c dương, thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4a^2+6b^2+3c^2$.

Nội dung cần đạt	Điểm
Ta có $P=4a^2+4+6b^2+\frac{8}{3}+3c^2+\frac{16}{3}-12$	0,5
Áp dụng BĐT Côsi, ta có $P\geq 2.\sqrt{16a^2}+2.\sqrt{6b^2.\frac{8}{3}}+2.\sqrt{3c^2.\frac{16}{3}}-12$ $P\geq 8a+8b+8c-12=8.3-12=12$ (do $a+b+c=3$)	0,5
Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi: $a=1;b=\frac{2}{3};c=\frac{4}{3}$	0,5
Vậy Min $P=12 \Leftrightarrow a=1;b=\frac{2}{3};c=\frac{4}{3}$	0,5

----------HẾT----------

PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
CẨM GIÀNG

ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2018 - 2019
MÔN: TOÁN 9
Thời gian làm bài: 150 phút
Đề thi gồm 01 trang

Câu 1. (2,0 điểm)

a) Tính giá trị biểu thức: $A=\sqrt{17-12\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}$

b) Rút gọn biểu thức: $B=\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{x+3\sqrt{x}}{\sqrt{x}+3}+\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}+\sqrt{x};(x\geq 0,x\neq 1)$. Từ đó, tìm giá trị nhỏ nhất của B.

Câu 2. (2,0 điểm)

Giải các phương trình sau:

a) $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x-1}=1$

b)

Câu 3. (2,0 điểm)

a) Tìm số tự nhiên n để $n^4 + 4$ là số nguyên tố

b) Tìm tất cả các số nguyên x, y thỏa mãn: $xy+2x+2y=1$

Câu 4. (3,0 điểm)

1) Cho tam giác *ABC* có 3 góc nhọn, vẽ đường cao *AD* và *BE*. Gọi *H* là trực tâm của tam giác *ABC*.

a) Chứng minh: $AD.DH = DB.DC$ và $tanB.tanC = \frac{AD}{HD}$

b) Gọi *a, b, c* lần lượt là độ dài các cạnh *BC, CA, AB* của tam giác *ABC*.

Chứng minh rằng: $\sin\frac{A}{2}\le\frac{a}{2\sqrt{bc}}$

2) Trên hai cạnh AC, BC của tam giác đều ABC, lấy tương ứng hai điểm M, N sao cho MA = CN. Tìm vị trí của M để MN có độ dài nhỏ nhất. Tính giá trị nhỏ nhất đó khi cạnh của tam giác đều là 2,018 cm.

Câu 5. (1,0 điểm)

Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn: x + y + z = 2018. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A=\frac{x}{x+\sqrt{2018x+yz}}+\frac{y}{y+\sqrt{2018y+zx}}+\frac{z}{z+\sqrt{2018z+xy}}$

----------Hết----------

Họ và tên học sinh:..... Số báo danh:.....

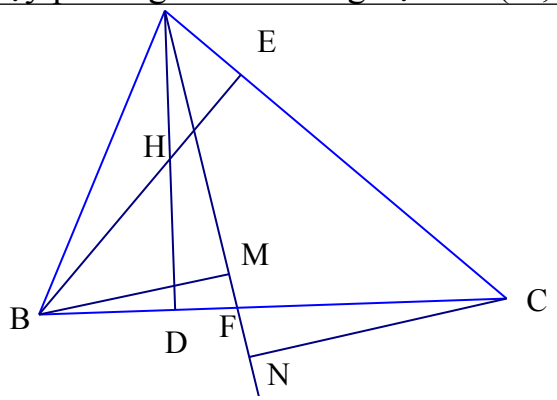
Họ và tên giám thị giao đề..... Chữ ký:.....

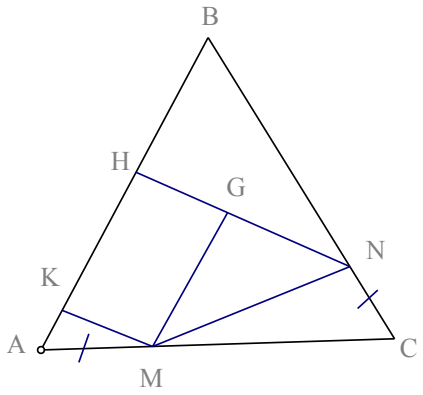
PHÒNG GIÁO DỤC - ĐÀO TẠO
CẨM GIÀNG

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2018 - 2019
MÔN: TOÁN LỚP 9
Hướng dẫn chấm gồm 04 trang

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1a (1 điểm)	$A=\sqrt{17-12\sqrt{2}}-\sqrt{3-2\sqrt{2}}=\sqrt{\left(2\sqrt{2}-3\right)^2}-\sqrt{\left(\sqrt{2}-1\right)^2}$	0,25
	$=\left\|2\sqrt{2}-3\right\|-\left\|\sqrt{2}-1\right\|$	0,25
	$=3-2\sqrt{2}-\sqrt{2}+1$	0,25

	$= 4 - 3\sqrt{2}$	0,25
Câu 1b (1 điểm)	$B = \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}-1\right)\left(x+\sqrt{x}+1\right)}{x+\sqrt{x}+1} - \dfrac{\sqrt{x}\left(\sqrt{x}+3\right)}{\sqrt{x}+3} + \dfrac{2\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\sqrt{x}-1} + \sqrt{x}$	0,25
	$= x - \sqrt{x} - \sqrt{x} + 2\sqrt{x} + 2 + \sqrt{x}$	0,25
	$= x + \sqrt{x} + 2$	0,25
	Vì $x \ge 0 \Rightarrow B = x + \sqrt{x} + 2 \ge 2$ Dấu "=" xảy ra khi x=0(thỏa mãn điều kiện) Vậy giá trị nhỏ nhất của B là 2 khi x =0	0,25
Câu 2a (1 điểm)	ĐKXĐ: $x \ge 1$	0,25
	Ta có: $\sqrt{x-2\sqrt{x-1}} - \sqrt{x-1} = 1$ $\Leftrightarrow \sqrt{\left(\sqrt{x-1}-1\right)^2} - \sqrt{x-1} = 1$ $\Leftrightarrow \left\lvert\sqrt{x-1}-1\right\rvert - \sqrt{x-1} = 1 (**)$	0,25
	Nếu $\sqrt{x-1}-1 \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 2$ thì phương trình (**) trở thành: $\sqrt{x-1}-1-\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow -1 = 1$ (vô lí)	0,25
	Nếu $\sqrt{x-1}-1 < 0 \Leftrightarrow x < 2$ thì phương trình (**) trở thành: $-\sqrt{x-1}+1-\sqrt{x-1} = 1 \Leftrightarrow -2\sqrt{x-1} = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (thỏa mãn) Vậy phương trình đã cho có nghiệm x=1	0,25
Câu 2b (1 điểm)	Đặt: $t = x^2 - 2x + 3 = \left(x-1\right)^2 + 2 \ge 2, \forall x$ Phương trình đã cho trở thành: $\dfrac{1}{t-1} + \dfrac{2}{t} = \dfrac{6}{t+1}$	0,25
	$\Rightarrow 3t^2 - 7t + 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 2 (tm) \\ t = \dfrac{1}{3} (ktm) \end{array}\right.$	0,25
	$x^2 - 2x + 3 = 2 \Leftrightarrow \left(x-1\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,25
Câu 3a (1 điểm)	Ta có $n^4 + 4 = n^4 + 4 + 4n^2 - 4n^2$ $= (n^2 + 2)^2 - (2n)^2$ $= (n^2 - 2n + 2).(n^2 + 2n + 2)$	0,25
	Vì n là số tự nhiên nên $n^2 + 2n + 2$ là số tự nhiên lớn hơn 2.	0,25

	Mà $n^2 - 2n + 2 < n^2 + 2n + 2$ nên để $n^4 + 4$ là số nguyên tố thì $n^2 - 2n + 2 = 1$ Từ đó giải được n = 1.	0,25
	Với n = 1 ta có $n^4 + 4 = 5$ là số nguyên tố Vậy n = 1 là giá trị cần tìm	0,25
Câu 3b (1 điểm)	$xy + 2x + 2y = 1 \Leftrightarrow (y+2)(x+2) = 5 (1)$	0,25
	Vì x, y là số nguyên nên x+2; y+2 là số nguyên. Do đó: y + 2 là ước của 5	0,25
	$\Rightarrow y + 2 \in \{1; -1; 5; -5\} \Rightarrow y = -1; -3; 3; -7$	0,25
	Từ đó tìm được các giá trị tương ứng của $x = 3; -7; -1; -3$ Vậy phương trình có 4 nghiệm là: (-1;3);(-3;-7);(3:-1);(-7;-3)	0,25
Câu 4.1 (2điểm)		
	a) Xét 2 tam giác vuông ADC và BDH có $\widehat{DAC} = \widehat{DBH}$ vì cùng phụ với góc C nên ta có : $\Delta ADC \sim \Delta BDH \Rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{BD}{DH} \Rightarrow AD.DH = DB.DC$ (*)	0,5
	Ta có tanB = $\frac{AD}{BD}$; tanC = $\frac{AD}{DC}$ $\Rightarrow$ tanB.tanC = $\frac{AD^2}{BD.DC}$ (1)	0,25
	Từ (*) $\Rightarrow \frac{AD^2}{BD.DC} = \frac{AD}{HD}$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ tan$B$.tan$C$ = $\frac{AD}{HD}$	0,25
	b) Gọi AF là tia phân giác góc A; kẻ BM, CN lần lượt vuông góc với AF Ta có: $BM = c.\sin\frac{A}{2}$ Tương tự $CN = b.\sin\frac{A}{2}$ do đó $BM + CN = (b+c).\sin\frac{A}{2}$	0,25
	Mặt khác ta luôn có: $BM + CN \le BF + FC = BC = a$	0,25
	Nên $(b+c).\sin\frac{A}{2} \le a \Rightarrow \sin\frac{A}{2} \le \frac{a}{b+c} \le \frac{a}{2\sqrt{b.c}}$	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi: BM=CN hay tam giác ABC cân tại A.	0,25

	Vậy: $\sin\frac{A}{2}\le\frac{a}{2\sqrt{bc}}$	
Câu 4.2 (1,0 điểm)		
	Kẻ $MK\perp AB; NH\perp AB; MG\perp NH$ Tứ giác MGHK là hình chữ nhật $\Rightarrow MG=KH$ Mà $MN\ge MG\Rightarrow MN\ge KH$	0,25
	Các tam giác AKM, BHN là các tam giác vuông có một góc nhọn bằng 60^o nên $AK=\frac{1}{2}AM; BH=\frac{1}{2}BN$.	0,25
	Do đó: $KH=AB-(AK+BH)=AB-\left(\frac{AM}{2}+\frac{BN}{2}\right)$ $=AB-\left(\frac{CN}{2}+\frac{BN}{2}\right)=AB-\frac{BC}{2}=\frac{AB}{2}$ $\Rightarrow MN\ge\frac{AB}{2}$ (không đổi)	0,25
	Dấu "=" xảy ra khi: MN là đường trung bình của tam giác ABC hay M là trung điểm của cạnh AC. Vậy $\min MN=\frac{AB}{2}=\frac{2,018}{2}=1,004(cm)$	0,25
Câu 5 (1,0 điểm)	Từ $(x-\sqrt{yz})^2\ge 0\Leftrightarrow x^2+yz\ge 2x\sqrt{yz}$ (*) Dấu "=" khi $x^2=yz$ Ta có: $2018x+yz=(x+y+z)x+yz=x^2+yz+x(y+z)\ge x(y+z)+2x\sqrt{yz}$	0,25
	Suy ra: $\sqrt{2018x+yz}\ge\sqrt{x(y+z)+2x\sqrt{yz}}=\sqrt{x}(\sqrt{y}+\sqrt{z})$ $x+\sqrt{2018x+yz}\ge\sqrt{x}(\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z})\Rightarrow\frac{x}{x+\sqrt{2018x+yz}}\le\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$ (1)	0,25
	Tương tự ta có: $\frac{y}{y+\sqrt{2018y+zx}}\le\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$ (2) $\frac{z}{z+\sqrt{2018z+xy}}\le\frac{\sqrt{z}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}+\sqrt{z}}$ (3) Từ (1),(2),(3) ta có: $\frac{x}{x+\sqrt{2018x+yz}}+\frac{y}{y+\sqrt{2018y+zx}}+\frac{z}{z+\sqrt{2018z+xy}}\le 1$	0,25

	Dấu "=" xảy ra khi x = y = z = $\frac{2018}{3}$ Vậy giá trị lớn nhất của A là 1 khi x=y=z= $\frac{2018}{3}$	0,25

**** Lưu ý: HS làm cách khác đáp án mà đúng vẫn cho điểm tối đa.***

UBND HUYỆN TÂN SƠN
PHÒNG GD&ĐT

(Đề thi có 02 trang)

ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH MÔN TOÁN LỚP 9 THCS
Năm học: 2019 - 2020
Thời gian 150 phút không kể thời gian giao đề

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm). ***Chọn phương án trả lời đúng:***

Câu 1. Cho $x>0$ và $x^2+\frac{1}{x^2}=7$. Giá trị của biểu thức $x^5+\frac{1}{x^5}$ bằng:
A.18 B. 216 C. 123 D. 343

Câu 2. Cho biết $\frac{2}{2-\sqrt{3}}=a+b\sqrt{3}$ (với a, b là các số hữu tỉ). Khi đó tổng $S=a+b$ nhận giá trị bằng bao nhiêu?
A. $S=6$ B. $S=3$ C. $S=-6$ D. $S=-3$

Câu 3. Phương trình nào sau đây nhận $x_0=\sqrt[3]{9+4\sqrt{5}}+\sqrt[3]{9-4\sqrt{5}}$ là nghiệm:
A. $\left(x^3-3x-17\right)^3-1=0$ B. $\left(x^3-3x-1\right)^3-1=0$ C. $\left(x^3-x-1\right)^3-1=0$ D. $\left(x^3-x-17\right)^3-1=0$

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức A = $\sqrt{x-4\sqrt{x-2}+2}+\sqrt{x-6\sqrt{x-2}+7}$ (với $x\geq 2$) bằng:
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

Câu 5. Cho đường thẳng (d): y = (m - 2) x + 2m - 1 (m là tham số). Đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định nào sau đây với mọi giá trị của m?
A. (2; 3) B. (- 2; - 3) C. (2 ; - 3) D. (- 2; 3)

Câu 6. Cho đường thẳng (d) có phương trình: 3x – 2y + 6 = 0. Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến đường thẳng (d) là:
A. $\frac{3\sqrt{13}}{13}$ B. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$ C. $\frac{9\sqrt{13}}{13}$ D. $\frac{18\sqrt{13}}{13}$

Câu 7. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên (x; y) thỏa mãn phương trình $x^2+x+2018y-1=0$?
A. 1 B. 2 C. không có D. vô số

Câu 8. Giá trị x thỏa mãn $(x-2019)\sqrt{x-2020}=0$ là:
A. $x=2019$ B. $x=2020$ C. $x=2019$ và $x=2020$ D. Không có giá trị của x thỏa mãn

Câu 9. Giá trị lớn nhất của biểu thức $N=\sqrt{3x-5}+\sqrt{7-3x}$ là:
A. 0 B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

Câu 10. Một nhóm gồm 31 bạn học sinh dự định đóng tiền tổ chức một chuyến đi trải nghiệm (chi phí chuyến đi được chia đều cho mỗi bạn tham gia). Sau khi hợp đồng xong có 3 bạn bận việc đột xuất không thể tham gia nên họ không phải đóng tiền. Cả nhóm thống nhất mỗi bạn còn lại sẽ phải đóng thêm 18000 đồng so với dự kiến ban đầu. Hỏi tổng chi phí cho chuyến đi là bao nhiêu?
A. 5.028.000 (đồng) B. 5.208.000 (đồng) C. 5.280.000 (đồng) D. 5.054.000 (đồng)

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A. Gọi H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống cạnh BC, biết AH = $\sqrt{12}$ *cm* và $\frac{HB}{HC}=\frac{1}{3}$. Khi đó độ dài đoạn BC là:

A. 6 *cm* B. $4\sqrt{3}$ *cm* C. 8 *cm* D. 12 *cm*

Câu 12. Một tam giác vuông có cạnh góc vuông này gấp 3 lần cạnh góc vuông kia và có diện tích là 24 cm^2. Độ dài đường cao AH là:

A. $\frac{6\sqrt{10}}{5}$ cm B. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ cm C. $2\sqrt{10}$ cm. D. $4\sqrt{10}$ cm

Câu 13. Cho nửa đường tròn (O), đường kính AB = 2R (R là độ dài cho trước). M, N là hai điểm nằm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng khoảng cách từ A,B đến MN bằng $R\sqrt{3}$. Độ dài đoạn MN (theo R) nhận giá trị nào sau đây?

A. $MN = R$ B. $MN = \sqrt{2}R$ C. $MN = \sqrt{3}R$ D. $MN = 2R$

Câu 14. Cho tam giác ABC có AC = 3, AB = 4 và BC = 5. Trên cạnh BC lấy điểm D sao cho chu vi ΔACD bằng chu vi ΔABD. Hỏi ΔABD có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $\frac{3}{4}$ cm^2 B. $\frac{3}{2}$ cm^2 C. $\frac{12}{5}$ cm^2 D. $\frac{5}{2}$ cm^2

Câu 15. Cho tam giác ABC có diện tích bằng 8 cm^2. Hai điểm M, N lần lượt là trung điểm của AB và AC. Biết rằng đường cao AD chia đôi cạnh BC và AD cắt MN tại I. Hỏi tứ giác BMID có diện tích là bao nhiêu?

A. 1,5 cm^2 B. 2 cm^2 C. 2,5 cm^2 D. 3 cm^2

Câu 16. Một căn phòng hình vuông được lát bằng những viên gạch men hình vuông cùng kích cỡ, vừa hết 441 viên (không viên nào bị cắt xén). Gạch gồm 2 loại men trắng và men xanh, loại men trắng nằm trên hai đường chéo của nền nhà còn lại là loại men xanh. Tính số viên gạch men xanh?

A. 380 (viên) B. 400 (viên) C. 405 (viên) D. 415 (viên)

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm).

Câu 17 (3,0 điểm). Cho biểu thức $P=\frac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2+\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}-\frac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x\geq 0$, $x\neq 1$.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x là số chính phương để $2019.P$ là số nguyên.

Câu 18 (3,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^3=6\sqrt[3]{6x+9}+9$.

b) Cho ba số tự nhiên a, b, c. Biết rằng 7a + 2b - 5c chia hết cho 11. Chứng minh rằng 3a - 7b + 12c cũng chia hết cho 11.

Câu 19 (2,0 điểm). Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm E thuộc cạnh BC, với E không trùng B và E không trùng C. Vẽ EF vuông góc với AE, với F thuộc CD. Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G. Vẽ đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với AE, đường thẳng a cắt đường thẳng DE tại điểm H.

a) Chứng minh $\frac{AE}{AF}=\frac{CD}{DE}$.

b) Chứng minh rằng tứ giác AEGH là tứ giác nội tiếp được đường tròn.

Câu 20 (3,0 điểm). Cho (O,R) và hai điểm A,B cố định nằm ngoài đường tròn sao cho OA = R $\sqrt{2}$. Tìm điểm M trên đường tròn sao cho tổng MA + $\sqrt{2}$ MB đạt giá trị nhỏ nhất?

----------HẾT----------

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm./.

HƯỚNG DẪN CHẤM THI

Lưu ý: Nếu học sinh làm cách khác, tổ chấm thống nhất cho điểm. Học sinh không vẽ hình hoặc vẽ sai không tính điểm.

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (8,0 điểm). Mỗi câu trả lời đúng được 0,50 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Đáp án	C	A	A	B	D	B	C	B	D	B	C	A	A	C	D	B

II. PHẦN TỰ LUẬN (12,0 điểm)

Câu 17 (3,0 điểm). Cho biểu thức $P = \dfrac{\left(\sqrt{x}+1\right)^2+\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \dfrac{3\sqrt{x}+1}{x-1}$ với $x \ge 0$, $x \ne 1$.

a) Rút gọn biểu thức P;

b) Tìm x là số chính phương để $2019.P$ là số nguyên.

Nội dung cần đạt	Điểm
a) Ta có: $P = \dfrac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} - \dfrac{3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0,50
$= \dfrac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1-3\sqrt{x}-1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \dfrac{2x-3\sqrt{x}+1}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}$	0,75
$= \dfrac{\left(2\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}-1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)} = \dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0,75
b) $2019.P$ là số nguyên $\Leftrightarrow 2019.\dfrac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} \in Z \Leftrightarrow 2019.\left(2-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}\right) \in Z$	0,50
$\Rightarrow \dfrac{3}{\sqrt{x}+1} \in Z \Rightarrow \sqrt{x}+1 \in \{\pm 1;\pm 3\} \Rightarrow x \in \{0;4\}$	0,25
Vì x là số chính phương nên $x=0$ và $x=4$ thỏa mãn.	0,25

Câu 18 (3,0 điểm).

a) Giải phương trình $x^3 = 6\sqrt[3]{6x+9}+9$.

b) Cho ba số tự nhiên a, b, c. Biết rằng 7a + 2b - 5c chia hết cho 11. Chứng minh rằng 3a - 7b + 12c cũng chia hết cho 11.

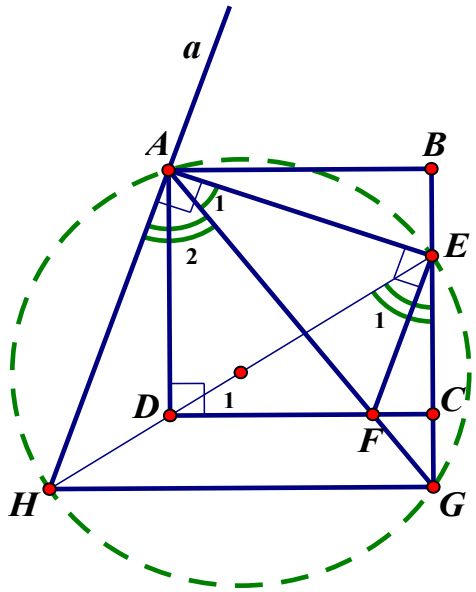
Nội dung cần đạt	Điểm
a) Giải phương trình $x^3 = 6\sqrt[3]{6x+9}+9 \quad (1)$	
Đặt $t = \sqrt[3]{6x+9}$, ta có: $t^3 = 6x+9 \quad (2)$ Phương trình $(1) \Leftrightarrow x^3 = 6t+9 \quad (3)$	0,50
Từ (2) và (3) ta có hệ phương trình: $\begin{cases} t^3 = 6x+9 & (2) \\ x^3 = 6t+9 & (3) \end{cases}$	0,25
Hệ phương trình đã cho $\Leftrightarrow (t-x)\left(t^2+tx+x^2+6\right)=0 \quad (4)$	0,25
$\Leftrightarrow \begin{cases} t-x=0 \\ t^2+tx+x^2+6=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=x \\ \left(t+\dfrac{x}{2}\right)^2+\dfrac{3}{4}x^2+6>0 \end{cases}$	0,25
Thay $t=x$ vào phương trình (1) ta được $x^3-6x-9=0$	0,25

$\Leftrightarrow (x-3)(x^2+3x+3)=0$. Vì $x^2+3x+3=\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0 \Rightarrow x=3$	
b) Cho ba số tự nhiên a, b, c. Biết rằng 7a + 2b - 5c chia hết cho 11. Chứng minh rằng 3a - 7b + 12c cũng chia hết cho 11.	
Vì 7a + 2b - 5c chia hết cho 11, suy ra: 2.(7a + 2b - 5c) = 14a + 4b - 10c cũng chia hết cho 11	0,50
Ta có: 14a + 4b - 10c = (3a - 7b +12c) + 11.(a + b - 2c)	0,50
Vì 11.(a + b - 2c) chia hết cho 11, nên 3a - 7b +12c cũng chia hết cho 11 *(đpcm)*.	0,50

Câu 19 (3,0 điểm). Cho hình vuông ABCD. Lấy điểm E thuộc cạnh BC, với E không trùng B và E không trùng C. Vẽ EF vuông góc với AE, với F thuộc CD. Đường thẳng AF cắt đường thẳng BC tại G. Vẽ đường thẳng a đi qua điểm A và vuông góc với AE, đường thẳng a cắt đường thẳng DE tại điểm H .

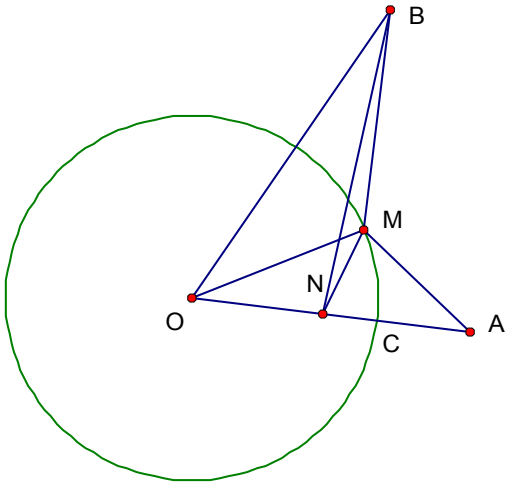
a) Chứng minh $\frac{AE}{AF}=\frac{CD}{DE}$.

b) Chứng minh rằng tứ giác AEGH là tứ giác nội tiếp được đường tròn.

Nội dung cần đạt	**Điểm**
• Hình vẽ: 	
a) Chứng minh $\frac{AE}{AF}=\frac{CD}{DE}$.	
Tứ giác $AEFD$ có $\angle AEF+\angle ADF=180^0$, suy ra tứ giác $AEFD$ nội tiếp được một đường tròn.	0,50
$\Rightarrow \angle A_1=\angle D_1$ (cùng chắn cung EF)	0,25
$\Rightarrow AEF:\ DCE$ (g - g)	0,25
$\Rightarrow \frac{AE}{DC}=\frac{AF}{DE}\Rightarrow \frac{AE}{AF}=\frac{CD}{DE}$ *(đpcm)*.	0,50
b) Chứng minh rằng tứ giác $AEGH$ là tứ giác nội tiếp được đường tròn.	
Ta có $\angle A_1+\angle A_2=90^0$; $\angle E_1+\angle D_1=90^0$	0,50

Mà $\angle A_1 = \angle D_1 \Rightarrow \angle A_2 = \angle D_1$	0,50
Suy ra tứ giác $AEGH$ nội tiếp đường tròn đường kính HE	0,50

Câu 20 (2,0 điểm). Cho (O,R) và hai điểm A,B cố định nằm ngoài đường tròn sao cho OA = R $\sqrt{2}$. Tìm điểm M trên đường tròn sao cho tổng MA + $\sqrt{2}$ MB đạt giá trị nhỏ nhất?

Nội dung cần đạt	Điểm
	
Gọi C là giao điểm của đoạn thẳng OA với (O,R). Trên đoạn OC lấy điểm N sao cho $\frac{OC}{ON} = \sqrt{2}$	0,50
Suy ra $\frac{OC}{ON} = \frac{OM}{ON} = \frac{OA}{OM} = \sqrt{2}$ suy ra $\Delta MOA \sim \Delta NOM$ (c.g.c) $\Rightarrow \frac{MA}{MN} = \sqrt{2} \Rightarrow MA = \sqrt{2}\,MN$	0,50
$\Rightarrow MA + \sqrt{2}MB = \sqrt{2}\,MN + \sqrt{2}\,MB = \sqrt{2}(MN + MB) \geq \sqrt{2}\,NB$ (không đổi) Dấu "=" xảy ra khi M thuộc đoạn NB	0,50
Vậy M là giao điểm của đoạn NB với đường tròn(O,R)	0,50

----------HẾT----------

PHÒNG GD&ĐT BÌNH GIANG

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC: 2018 - 2019
MÔN: TOÁN - LỚP 9
Thời gian làm bài: 150 phút
(Đề bài gồm 1 trang)

Câu 1 (2,0 điểm).

1) Rút gọn biểu thức: $A = \frac{\sqrt{20}+2}{\sqrt{3}-1} - \frac{\sqrt{112}+4}{\sqrt{5}+1} + \sqrt{5}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$

2) Chứng minh rằng: $\frac{(2x-1)\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)}{2\sqrt{x-x^2}+1} - \sqrt{x} + \sqrt{1-x} = 0$ với $0 < x < 1$.

Câu 2 (2,0 điểm).

1) Giải phương trình: $\frac{x+\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}=\frac{4}{7}$

2) Cho $xy=1$ và $x+y=3$. Tính giá trị đa thức: $A=x^5+y^5$.

Câu 3 (2,0 điểm).

1) Biết $\sqrt{0,9999....9}$ (18 chữ số 9) là một số thập phân vô hạn không tuần hoàn. Hãy tìm 18 chữ số đầu tiên của phần thập phân của số đó.

2) Chứng minh rằng: Tích của một số chính phương với số liền trước của nó là một số chia hết cho 12 *(Số chính phương là bình phương của một số tự nhiên)*.

Câu 4 (3,0 điểm).

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến BD $(D\in AC)$. Kẻ CH vuông góc với tia BD tại H.

1) Tính $\sin\widehat{ABD}$ *(Kết quả để nguyên dấu căn bậc hai).*

2) Chứng minh rằng: $\widehat{AHB}=45^0$.

3) Chứng minh rằng: Diện tích tam giác ABH bằng 6 lần diện tích tam giác ADH.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho hai số x, y thỏa mãn: $8x^2+y^2+\frac{1}{4x^2}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của xy.

(Ghi chú: Học sinh không được dùng máy tính cầm tay khi làm bài thi)

Họ tên học sinh:……..……Số báo danh:……...……

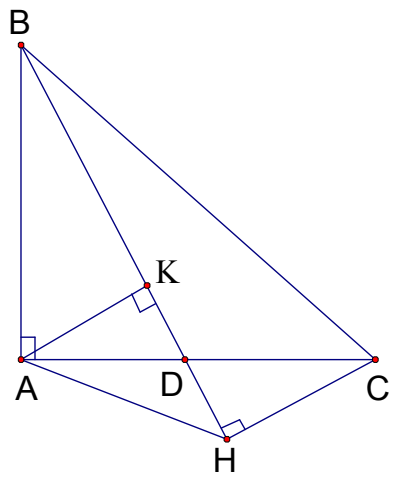
Chữ kí giám thị 1: …….…… Chữ kí giám thị 2:……..……

PHÒNG GD&ĐT BÌNH GIANG

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2018 - 2019
MÔN: TOÁN - LỚP 9
(Hướng dẫn chấm gồm 03 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (2,0 đ)	1) $A=\frac{\sqrt{20}+2}{\sqrt{3}-1}-\frac{\sqrt{112}+4}{\sqrt{5}+1}+\sqrt{5}\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)$ $=\frac{2\sqrt{5}+2}{\sqrt{3}-1}-\frac{4\sqrt{7}+4}{\sqrt{5}+1}+\sqrt{35}-\sqrt{15}$	0,25

	$=\frac{2\left(\sqrt{5}+1\right)\left(\sqrt{3}+1\right)}{3-1}-\frac{4\left(\sqrt{7}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)}{5-1}+\sqrt{35}-\sqrt{15}$	0,25
	$=\sqrt{15}+\sqrt{5}+\sqrt{3}+1-\sqrt{35}+\sqrt{7}-\sqrt{5}+1+\sqrt{35}-\sqrt{15}$	0,25
	$=\sqrt{7}+\sqrt{3}+2$	0,25
	2) Với $0<x<1$: $\frac{(2x-1)\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)}{2\sqrt{x-x^2}+1}-\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$ $=\frac{\left[x-(1-x)\right]\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)}{x+2\sqrt{x(1-x)}+1-x}-\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$	0,25
	$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)\left(\sqrt{x}-\sqrt{1-x}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{1-x}\right)^2}-\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$	0,25
	$=\sqrt{x}-\sqrt{1-x}-\sqrt{x}+\sqrt{1-x}$	0,25
	$=0$	0,25
Câu 2 (2,0 đ)	1) ĐK: $x\geq 0\Rightarrow x^2+x+1>0$: $\frac{x+\sqrt{x}+1}{x^2+x+1}=\frac{4}{7}\Leftrightarrow\frac{x+\sqrt{x}+1}{\left(x^2+2x+1\right)-x}=\frac{4}{7}\Leftrightarrow\frac{x+\sqrt{x}+1}{(x+1)^2-\sqrt{x}^2}=\frac{4}{7}$ $\Leftrightarrow\frac{x+\sqrt{x}+1}{\left(x+1+\sqrt{x}\right)\left(x+1-\sqrt{x}\right)}=\frac{4}{7}\Leftrightarrow\frac{1}{x-\sqrt{x}+1}=\frac{4}{7}$	0,25
	$\Leftrightarrow 4x-4\sqrt{x}-3=0$ (Do $x-\sqrt{x}+1=\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$)	0,25
	$\Leftrightarrow\left(4x-4\sqrt{x}+1\right)-4=0\Leftrightarrow\left(2\sqrt{x}-1\right)^2-2^2=0$	0,25
	$\Leftrightarrow\left(2\sqrt{x}-3\right)\left(2\sqrt{x}+1\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=\frac{3}{2}$ hoặc $\sqrt{x}=-\frac{1}{2}$ (Loại) $x=\frac{9}{4}$ (Thỏa mãn)	0,25
	2) Cho $xy=1$ và $x+y=3$ $\Rightarrow(x+y)^2=9\Rightarrow x^2+y^2+2xy=9\Rightarrow x^2+y^2=7$	0,25
	$\Rightarrow x^3+y^3=(x+y)\left(x^2+y^2-xy\right)=3.(7-1)=18$	0,25
	Ta có: $\left(x^2+y^2\right)\left(x^3+y^3\right)=x^5+y^5+x^2y^2(x+y)$	0,25
	Hay: $7.18=x^5+y^5+1^2.3\Rightarrow x^5+y^5=126-3=123$	0,25
Câu 3 (2,0 đ)	1) Đặt 0,999…9 = a. Để chứng minh 18 chữ số thập phân đầu tiên của $\sqrt{a}$ là các chữ số 9, muốn vậy cần chứng minh $a<\sqrt{a}<1$.	0,25
	Thật vậy ta có: $0<a<1\Rightarrow a(a-1)<0\Rightarrow a^2-a<0\Rightarrow a^2<$	0,25

	a.	
	Từ $0 < a^2 < a < 1$ suy ra $a < \sqrt{a} < 1$.	0,25
	Vậy $\underbrace{\sqrt{0,9999....9}}_{\text{18 chữ số 9}}$ = 0,9999…9…(18 chữ số 9 đầu tiên sau phẩy)	0,25
	2) Số chính phương có dạng $n^2 (n \in N)$, tích của một số chính phương với số liền trước của nó là: $n^2(n^2-1) = (n-1)n^2(n+1)$	0,25
	Ta có: $(n-1)n(n+1) \vdots 3$ với mọi $n \in N$ $\Rightarrow n^2(n^2-1) \vdots 3$	0,25
	$(n-1)n \vdots 2$; $n(n+1) \vdots 2$ với mọi $n \in N$ $\Rightarrow n^2(n^2-1) \vdots 4$	0,25
	Do 3, 4 là hai số nguyên tố cùng nhau nên: $n^2(n^2-1) \vdots 12$	0,25
Câu 4 (3,0 đ)	 1) Ta có $AD = \frac{1}{2}AB$. Áp dụng định lý Py-ta-go trong tam giác vuông ABD có: $BD^2 = AB^2 + AD^2$	0,25
	$= AB^2 + \frac{AB^2}{4} = \frac{5AB^2}{4}$	0,25
	$\Rightarrow BD = \frac{AB\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow \sin \widehat{ABD} = \frac{AD}{BD}$	0,25
	$= \frac{AB}{2} : \frac{AB\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \sin \widehat{ABD} = \frac{1}{\sqrt{5}}$	0,25
	2) Chứng minh được: ΔABD đồng dạng ΔHCD (g.g)	0,25
	$\Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{AD}{HD} \Rightarrow \frac{BD}{AD} = \frac{CD}{HD}$	0,25
	$\Rightarrow \Delta BDC$ đồng dạng ΔADH (c.g.c)	0,25
	$\Rightarrow \widehat{AHD} = \widehat{BCD} = 45^0$ (Do ΔABC vuông cân) $\Rightarrow \widehat{AHB} = 45^0$	0,25
	3) Ta có ΔABD đồng dạng ΔHCD (g.g) $\Rightarrow \frac{AD}{HD} = \frac{BD}{CD}$ $\Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{HD}{CD}$ mà $\sin \widehat{ABD} = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{HD}{CD} = \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{5}}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{HD}{CD} \cdot \frac{AD}{BD} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}}$ (Vì AD = CD)	0,25
	$\Rightarrow \frac{HD}{BD} = \frac{1}{5}$ hay BD = 5HD $\Rightarrow$ BH = 6DH	0,25

	Kẻ AK vuông góc với BH, ΔABH và ΔADH có chung đường cao AK và BH = 6DH $\Rightarrow S_{ABH} = 6S_{ADH}$	0,25
Câu 5 (1,0 đ)	$8x^2 + y^2 + \frac{1}{4x^2} = 4 \Leftrightarrow 4xy = \left(4x^2 - 2 + \frac{1}{4x^2}\right) + \left(4x^2 + 4xy + y^2\right) - 2$	0,25
	$\Leftrightarrow 4xy = \left(2x - \frac{1}{2x}\right)^2 + (2x + y)^2 - 2$	0,25
	$\Leftrightarrow xy = \frac{1}{4}\left[\left(2x - \frac{1}{2x}\right)^2 + (2x + y)^2 - 2\right] \geq \frac{1}{4}.(-2) = -\frac{1}{2}$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi: $2x - \frac{1}{2x} = 0$ và $2x + y = 0$ $\Leftrightarrow (x;y) = (-0,5;1),(0,5;-1)$. Vậy xy đạt giá trị nhỏ nhất là $-\frac{1}{2}$ khi $(x;y) = (-0,5;1),(0,5;-1)$.	0,25

Ghi chú: - *Trong quá trình chấm giám khảo có thể chia nhỏ biểu điểm*

- *Học sinh làm theo cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa.*

TRƯỜNG THCS **TỔ TOÁN - TIN**

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI (LẦN 2) (cấp trường)

Năm học .....

Môn thi: TOÁN 9

Thời gian làm bài: 150 phút

(Đề này gồm 4 câu,01 trang)

Câu 1 (2,5 điểm)

a) Cho biểu thức: $P = \frac{x^2 - \sqrt{x}}{x + \sqrt{x} + 1} - \frac{2x - \sqrt{x} - 1}{\sqrt{x} - 1} + \frac{2(x-1)}{\sqrt{x} - 1}$.

+ Rút gọn biểu thức P.

+ Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

b) Giải phương trình: $\sqrt{x^2 + 8x + 15} = 3\sqrt{x+3} + 2\sqrt{x+5} - 6$

Câu 2 (2 điểm)

1.Cho hàm số: $y = x - 2m - 1$; với m tham số.

a) Tính theo m tọa độ các giao điểm A; B của đồ thị hàm số với các trục Ox; Oy. H là hình chiếu của O trên AB. Xác định giá trị của m để $OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$

b) Tìm quỹ tích (tập hợp) trung điểm I của đoạn thẳng AB.

2. Cho hệ phương trình hai ẩn x, y sau:

$$\begin{cases} (m+1)x + my = 2m - 1 \\ mx - y = m^2 - 2 \end{cases}$$

Tìm m để hệ có nghiệm duy nhất (x; y) thoả mãn P = xy đạt giá trị lớn nhất

Câu 3 (2 điểm)

a) Cho $(x+\sqrt{x^2+2013})(y+\sqrt{y^2+2013})=2013$. Chứng minh $x^{2013}+y^{2013}=0$

b) Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x-y+\sqrt{x}=\sqrt{y} \\ x+y+18\sqrt{xy}=4\sqrt{x}+3\sqrt{y}+13 \end{cases}$$

Câu 4 (3,5 điểm):

Cho đường tròn tâm O, bán kính R không đổi, AB và CD là hai đường kính bất kỳ của (O) (AB khác CD). Đường thẳng vuông góc với AB tại A cắt các đường thẳng BC, BD lần lượt tại M và N. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AM và AN, H là trực tâm của tam giác BPQ.

a) Chứng minh hai tam giác BCD và BNM đồng dạng.

b) Chứng minh rằng khi hai đường kính AB và CD thay đổi thì độ dài đoạn thẳng AH luôn không đổi.

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác BPQ.

HƯỚNG DẪN CHẤM ĐỀ THI chọn HSG LỚP 9

Năm học: .....

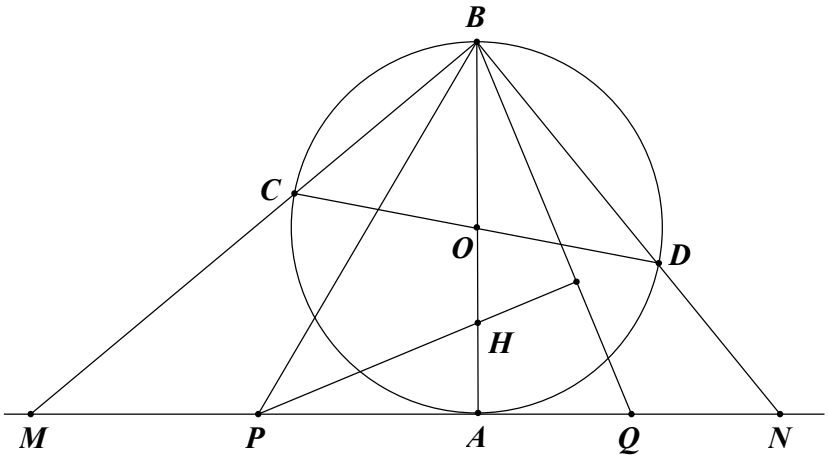
MÔN: TOÁN.

Thời gian làm bài: 150 phút .

(Hướng dẫn chấm gồm: 4 trang)

Câu	Ý	Nội dung cần đạt	Điểm	
1	A	+ Điều kiện để P có nghĩa là: $\begin{cases} x\ge 0 \\ \sqrt{x}-1\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le x\ne 1$.	0,25	2,0
		$P=\dfrac{\sqrt{x}(\sqrt{x^3}-1)}{x+\sqrt{x}+1}-\dfrac{(\sqrt{x}-1)(2\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{2(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{\sqrt{x}-1}$ $P=\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)-(2\sqrt{x}+1)+2(\sqrt{x}+1)=x-\sqrt{x}+1$	0,25	
		Vậy $P=x-\sqrt{x}+1$.		
		+Theo câu a ta có $P=x-\sqrt{x}+1=(\sqrt{x}-\dfrac{1}{2})^2+\dfrac{3}{4}\ge\dfrac{3}{4}$.	0,25	
		Dấu bằng xảy ra khi $\sqrt{x}=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{4}$		
		Vậy $\min P=\dfrac{3}{4}$ khi $x=\dfrac{1}{4}$.	0,25	
	B	b)ĐKXĐ: $x\ge -3$, ta có: $\sqrt{x^2+8x+15}=3\sqrt{x+3}+2\sqrt{x+5}-6$	0,25	
		$\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)(x+5)}-3\sqrt{x+3}-2\sqrt{x+5}+6=0$	0,25	

		$\Leftrightarrow (\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+5}-3)=0$ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{x+3}=2\\ \sqrt{x+5}=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x+3=4\\ x+5=9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=4\end{array}\right.$ (Thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm: $x_1 = 1$; $x_2 = 4$	0,25 0,25	
2	**1. a**	Tìm được tọa độ giao điểm A của đồ thị hàm số với trục Ox: A $(2m+1;0)$ Giao điểm B của đồ thị hàm số với trục Oy: B $(0;-2m-1)$ Ta có: ΔAOB vuông tại O và có OH là đường cao nên: $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OA^2}+\frac{1}{OB^2}$ Hay $2=\frac{1}{x_A^2}+\frac{1}{y_B^2}\Leftrightarrow 2=\frac{2}{(2m+1)^2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=0\\ m=-1\end{array}\right.$	0,25 0,5	**2,0**
	1. b	Hoành độ trung điểm I của AB: $x_I=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{2m+1}{2}$ Tung độ trung điểm I của AB: $y_I=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-(2m+1)}{2}$ Ta có: $y_I=-x_I\Rightarrow$ Quỹ tích trung điểm I của đoạn thẳng AB là đường thẳng $y=-x$	0,25 0,25	
	2	Hệ luôn có nghiệm duy nhất Vì từ (2) $\Rightarrow y=-m^2+mx+2$ Thay vào (1) ta được: (m+1)x + m(- m^2 +mx + 2) = 2m -1 $\Leftrightarrow$(m^2 + m + 1)x = m^3 - 1 Mà m^2 + m + 1 = $(m+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}>0\forall m$ Hệ có nghiệm duy nhất là: $\left\{\begin{array}{l}x=m-1\\ y=-m+2\end{array}\right.$ Ta có P = xy = (m -1)(2- m) = - m^2 + 2m + m - 2 = $-(m^2-3m+\frac{9}{4})+\frac{1}{4}$ = $-(m-\frac{3}{2})^2+\frac{1}{4}\le\frac{1}{4}$ Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m-\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$ Vậy giá trị lớn nhất của P là MaxP = $\frac{1}{4}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$	0,25 0,25 0,25	

	B	Ta có:$(x+\sqrt{x^2+2013})(y+\sqrt{y^2+2013})=2013$ $(x-\sqrt{x^2+2013})(x+\sqrt{x^2+2013})(y+\sqrt{y^2+2013})=2013(x-\sqrt{x^2+2013})$ $-2013(y+\sqrt{y^2+2013})=2013(x-\sqrt{x^2+2013})$ $-y-\sqrt{y^2+2013}=x-\sqrt{x^2+2013}$ Tương tự: $-x-\sqrt{x^2+2013}=y-\sqrt{y^2+2013}$ $\Rightarrow x+y=0 \Rightarrow x=-y \Rightarrow x^{2013}+y^{2013}=0$	0,25 0,25 0,25	
	C	(I) $\begin{cases} x-y+\sqrt{x}=\sqrt{y}\ (a) \\ x+y+18\sqrt{xy}=4\sqrt{x}+3\sqrt{y}+13\ (b) \end{cases}$ (ĐKXĐ : $x\geq 0; y\geq 0$) Ta có : (a) $\Leftrightarrow (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}+1)=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}-\sqrt{y}=0 \Leftrightarrow \sqrt{x}=\sqrt{y}$ $\Leftrightarrow$ x = y thế vào (b) ta được : $2x+18x=4\sqrt{x}+3\sqrt{x}+13 \Leftrightarrow 20x-7\sqrt{x}-13=0$ (6) Đặt $\sqrt{x}=t$ ($t\geq 0$) ta có : (6) $\Leftrightarrow 20t^2-7t-13=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=\frac{-13}{20}<0 \text{(loại)} \end{array}\right.$ $\Leftrightarrow \sqrt{x}=1 \Leftrightarrow x=1$(thỏa mãn ĐKXĐ) Vậy hệ (I) có nghiệm duy nhất (x,y) = (1, 1)	0,25 0,25 0,25	
4			0,25	**3**
	a	Tứ giác BCAD có hai đường chéo BA và CD bằng nhau và cắt nhau tại trung điểm mỗi đường nên tứ giác BCAD là hình chữ nhật. Suy ra $\widehat{BCD}=\widehat{ABM}$, mà $\widehat{ABM}=\widehat{BNM}$ (Vì cùng phụ với góc ABN) $\Rightarrow \widehat{BCD}=\widehat{BNM} \Rightarrow \Delta BCD$ và ΔBNM đồng dạng (g-g).	0,25 0,5	
	b	Ta có ΔAPH đồng dạng với ΔABQ vì $\widehat{PAH}=\widehat{BAQ}=1v$ và $\widehat{APH}=\widehat{ABQ}$ (cùng phụ với $\widehat{PQB}$). Suy ra: $\frac{AH}{AQ}=\frac{AP}{AB} \Rightarrow AH=\frac{AP.AQ}{AB}=\frac{AM.AN}{4AB}=\frac{AB^2}{4AB}=\frac{AB}{4}=\frac{2R}{4}=\frac{R}{2}$	0,5	

		(không đổi) (*Tam giác BMN vuông tại B, có BA là đường cao nên AM.AN = AB^2 , theo hệ thức lượng trong tam giác vuông).* Vậy, khi hai đường kính AB và CD thay đổi thì độ dài đoạn thẳng AH luôn không đổi và bằng $\frac{R}{2}$.	0,5	
	c	Ta có: S_{BPQ} = $\frac{AB.PQ}{2} = \frac{AB(AP+AQ)}{2} = \frac{AB.\frac{AM+AN}{2}}{2} = \frac{AB(AM+AN)}{4} = \frac{R(AM+AN)}{2}$ S_{BPQ} nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $\frac{R(AM+AN)}{2}$ nhỏ nhất. Mà R không đổi nên S_{BPQ} nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ AM + AN nhỏ nhất Vì AM.AN = $AB^2 = 4R^2$ không đổi nên AM + AN nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ AM = AN = 2R $\Leftrightarrow$ tam giác BMN vuông cân $\Leftrightarrow$ tam giác BCD vuông cân $\Leftrightarrow$ AB $\perp$ CD. Vậy, diện tích tam giác BPQ có giá trị nhỏ nhất là $2R^2$ khi AB $\perp$ CD.	0,25 0,25 0,25 0,25	

PHÒNG GD- ĐT PHÙ MỸ
TRƯỜNG THCS MỸ THỌ

ĐỀ ĐỀ XUẤT THI HSG LỚP 9 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2011-2012
MÔN TOÁN – Thời gian làm bài 150 phút

Bài 1: (3,5 điểm)

Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n ta có:

$A = 7.5^{2n} + 12.6^n$ chia hết cho 19

Bài 2: (2,5 điểm)

Tìm số tự nhiên n sao cho: n + 24 và n – 65 là hai số chính phương

Bài 3: (3,0 điểm)

Cho a, b > 0 và a + b = 1.

Chứng minh rằng : $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq 12,5$

Bài 4: (3,0 điểm)

Cho x, y là hai số dương thỏa mãn : $x^2 + y^2 = 4$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $E = \left(x+\frac{1}{y}\right)^2 + \left(y+\frac{1}{x}\right)^2$

Bài 5: (4,0 điểm)

Cho tam giác ABC có D là trung điểm cạnh BC, điểm M nằm trên trung tuyến AD. Gọi I, K lần lượt là các trung điểm tương ứng của MB, MC và P, Q là các giao điểm tương ứng của các tia DI, DK với các cạnh AB, AC.

Chứng minh: PQ // IK.

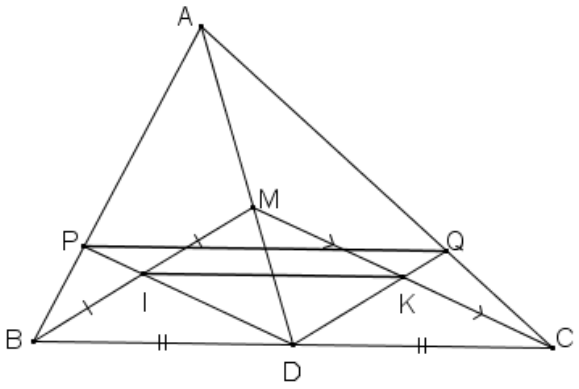
Bài 6: (4,0 điểm)

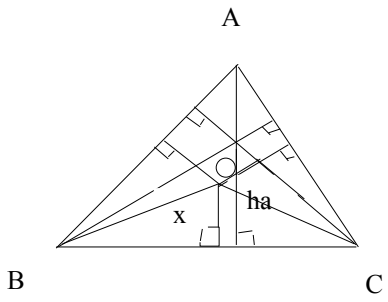
Cho tam giác ABC có BC = a , CA = b , AB = c. Gọi đường cao hạ từ các đỉnh A,B,C xuống các cạnh BC , CA và AB tương ứng là h_a , h_b , h_c . Gọi O là một điểm bất kỳ trong tam giác đó và khoảng cách từ O xuống ba cạnh BC , CA và AB tương ứng là x , y và z .

Tính $M = \frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c}$

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ ĐỀ XUẤT THI HSG LỚP 9 CẤP HUYỆN - MÔN TOÁN_
NĂM HỌC 2011-2012

Bài 1 (3,5đ)	Với n = 0 ta có A(0) = 19 ⋮ 19 Giả sử A chia hết cho 19 với n = k nghĩa là: A(k) = $7.5^{2k} + 12.6^k$ ⋮ 19 Ta phải chứng minh A chia hết cho 19 với n = k + 1 nghĩa là phải chứng minh: A(k + 1) = $7.5^{2(k+1)} + 12.6^{k+1}$ ⋮ 19 Ta có: A(k + 1) = $7.5^{2(k+1)} + 12.6^{k+1}$ = $7.5^{2k}.5^2 + 12.6^n.6$ = $7.5^{2k}.6 + 7.5^{2k}.19 + 12.6^n.6$ = $6.A(k) + 7.5^{2k}.19$ ⋮ 19 Vậy theo nguyên lý quy nạp thì A = $7.5^{2n} + 12.6^n$ chia hết cho 19 với mọi số tự nhiên n	0,5 0,75 0,75 1,0 0,5
Bài 2 (2,5đ) 1	Ta có: $\begin{cases} n+24=k^2 \\ \dots \end{cases}$ $\Leftrightarrow k^2 - 24 = h^2 + 65$ $\Leftrightarrow (k-h)(k+h) = 89 = 1.89$ $\Leftrightarrow \begin{cases} k+h=89 \\ \dots \end{cases}$ Vậy: n = $45^2 - 24 = 2001$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5
Bài 3 (3,0đ)	Nhận xét rằng với mọi x,y ta có: $(x-y)^2 \ge 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 \ge 2xy$ $\Rightarrow 2(x^2+y^2) \ge x^2 + y^2 + 2xy$ $\Rightarrow x^2 + y^2 \ge \frac{(x+y)^2}{2}$ Đặt $\left(a+\frac{1}{a}\right) = x$; $\left(b+\frac{1}{b}\right) = y$ ta được :	0,5

	$\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(a+\frac{1}{a}+b+\frac{1}{b}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(a+b+\frac{a+b}{ab}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{ab}\right)^2$ Vì $1=(a+b)^2 \geq 4ab \Rightarrow ab \leq \frac{1}{4}$ $\left(a+\frac{1}{a}\right)^2+\left(b+\frac{1}{b}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{ab}\right)^2 \geq \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{\frac{1}{4}}\right)=12,5$ Do đó :	0,5 0,75 0,5 0,75
Bài 4 (3,0đ)	Ta có $E=(x^2+y^2)+\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right)+2\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right)$ Áp dụng BĐT: $\frac{1}{a}+\frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}$ vôùi a > 0; b > 0. Ta có $\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}\right) \geq \frac{4}{x^2+y^2} \Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2} \geq 1$ Áp dụng BĐT: $\frac{a}{b}+\frac{b}{a} \geq 2$ vôùi a > 0; b > 0. Ta có $\frac{x}{y}+\frac{y}{x} \geq 2 \Leftrightarrow 2\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\right) \geq 4$ Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức E = 9 . Dấu "=" xảy ra khi x = y = $\sqrt{2}$	0,5 1,0 1,0 0,5
Bài 5 (4,0đ)	 - Vẽ hình đúng - Gọi E là trung điểm của AM, chứng minh được: IK // BC, EI // AB, EK // AC - Áp dụng định lý Ta-lét vào các tam giác DPA, DAQ. Suy ra: $\frac{DI}{DP}=\frac{DE}{DA}=\frac{DK}{DQ}$ - Áp dụng định lý Ta-lét đảo vào tam giác DPQ, suy ra: PQ // IK	0,5 1,5 1,5 0,5

Bài 6 (4,0đ)	Vẽ hình đúng  Xét hai tam giác ABC và OBC ta có : $S_{ABC} = \frac{1}{2} BC.h_a$ (1) $S_{OBC} = \frac{1}{2} BC..x$ (2) Từ (1)và (2) ta suy ra : $\frac{x}{h_a} = \frac{S_{OBC}}{S_{ABC}}$ $\frac{y}{h_b} = \frac{S_{COA}}{S_{ABC}}$ Tương tự ta có : $\frac{z}{h_c} = \frac{S_{AOB}}{S_{ABC}}$ Từ đó tính được : $M = \frac{S_{BOC} + S_{COA} + S_{AOB}}{S_{ABC}} = \frac{S_{ABC}}{S_{ABC}} = 1$	0,5 0,5 1,0 0,5 0,5 1,0

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
VÒNG 2

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2015-2016
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4 điểm)*:

a) Chứng minh rằng: $2^{70} + 3^{70}$ chia hết cho 13

b) Rút gọn biểu thức: $A = (2+1)(2^2+1)(2^4+1) ..... (2^{256} + 1) + 1$

Bài 2 *(4 điểm)*:

a) Tính $A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015}$. Biết $x + y + z = 1$ và $x^3 + y^3 + z^3 = 1$

b) Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức $P = \frac{2x^2 + 3x + 3}{2x - 1}$ có giá trị nguyên

Bài 3 *(4 điểm)*: Giải phương trình: $x^3 - x^2 - x = \frac{1}{3}$

Bài 4 *(4 điểm)*: Cho ΔABC vuông cân tại A, trung tuyến BM, qua A kẻ đường thẳng vuông BM cắt BC tại D. Chứng minh: BD = 2DC.

Bài 5 *(4 điểm)*: Trên cạnh AB ở phía trong hình vuông ABCD dựng tam giác AFB cân, đỉnh F có góc đáy là 15^0. Chứng minh tam giác CFD là tam giác đều.

---------- Hết ----------

Lưu ý : *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số BD: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG VÒNG 2
MÔN TOÁN 9 (2015-2016)

Bài 1 ***(4 điểm)*** **:**

a) (2đ) Ta có: $2^{70} + 3^{70} = (2^2)^{35} + (3^2)^{35} = 4^{35} + 9^{35}$:(4 + 9) hay $(4^{35} + 9^{35})$:13

Vậy $2^{70} + 3^{70}$:13

b) (2đ) Ta có:

$A = (2-1)(2+1)(2^2+1) \ldots\ldots (2^{256} + 1) + 1$

$= (2^2-1)(2^2+1) \ldots\ldots (2^{256} +1) + 1$

$= (2^4-1)(2^4+ 1) \ldots\ldots (2^{256} +1) + 1$

.....

$= [(2^{256})^2 -1] + 1 = 2^{512}$

Bài 2 ***(4 điểm)*****:** a) Tính $A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015}$

Với $x + y + z = 1$ và $x^3 + y^3 + z^3 = 1$

$\Leftrightarrow (x + y + z)^3 - x^3 - y^3 - z^3 = 0$

$\Leftrightarrow 3(x + y)(y + z)(z + x) = 0$

Nếu $x + y = 0$ thì $z = 1 \Rightarrow A = 1$

Nếu $y + z = 0$ thì $x = 1 \Rightarrow A = 1$

Nếu $z + x = 0$ thì $y = 1 \Rightarrow A = 1$

Tóm lại với $x + y + z = 1$ và $x^3 + y^3 + z^3 = 1$ thì $A = x^{2015} + y^{2015} + z^{2015} = 1$

b) $P = \dfrac{2x^2+3x+3}{2x-1} = \dfrac{(2x^2-x)+(4x-2)+5}{2x-1} = x+2+\dfrac{5}{2x-1}$ (0,5đ)

x nguyên do đó x + 2 có giá trị nguyên

để P có giá trị nguyên thì $\dfrac{5}{2x-1}$ phải nguyên hay 2x - 1 là ước nguyên của 5 (0,5đ)

=> * 2x - 1 = 1 => x = 1

* 2x - 1 = -1 => x = 0

* 2x - 1 = 5 => x = 3

* 2x - 1 = -5 => x = -2 (0,5đ)

Vậy x = $\{1;0;3;-2\}$ thì P có giá trị nguyên.

Khi đó các giá trị nguyên của P là:

x = 1 => P = 8

x = 0 => P = -3

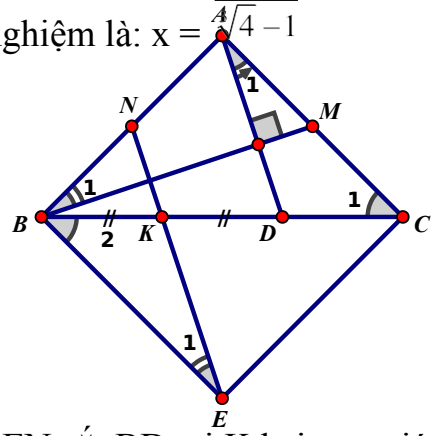
x = 3 => P = 6

x = -2 => P = -1 (0,5đ)

Bài 3 ***(4 điểm)*****:**

Phương trình đã cho tương đương với : $3(x^3 - x^2 - x) = 1 \Leftrightarrow 4x^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Leftrightarrow 4x^3 = (x+1)^3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{4}.x = x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1} \Leftrightarrow$ vậy nghiệm là: $x = \frac{1}{\sqrt[3]{4} - 1}$

Bài 4 ***(4 điểm)*****:**



Dựng hình vuông ABEC, gọi N là trung điểm AB, EN cắt BD tại K,hai tam giác giác vuông MAB và NBE bằng nhau (c.g.c) $\Rightarrow$ NE ⊥ BM mà AD ⊥ BM

$\Rightarrow$ NE // AD, ΔABD có NA =NB, NK //AD $\Rightarrow$ BK = KD $\Rightarrow$ BD = 2BK(1)

Khi ΔMAB = Δ NBE $\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1$ mà $\hat{B}_1 = \hat{A}_1$

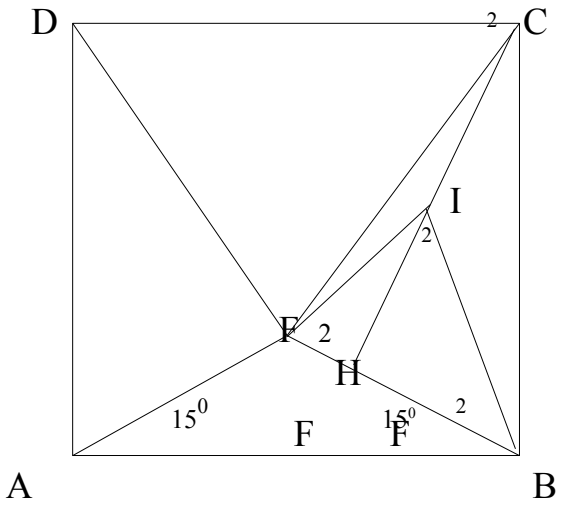
$\Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{A}_1$

Xét ΔEKBvà ΔADC có $\hat{E}_1 = \hat{A}_1$, EB = AC, $\hat{B}_2 = \hat{C}_1 (=45^0)$

$\Rightarrow$ΔEKB= ΔADC (g.c.g) $\Rightarrow$BK = DC$\Rightarrow$2BK = 2DC(2),

từ (1) và (2) suy ra BD = 2DC.

Bài 5 ***(4 điểm):***



Dựng tam giác cân BIC như tam giác AFB có góc đáy 15^0 .

Suy ra : $\hat{B}_2 = 60^0$ (1) .

Ta có $\widehat{AFB} = \widehat{BIC}$ (theo cách vẽ) nên: FB = IB (2).

Từ (1) và (2) suy ra : $\widehat{FIB}$ đều .

Đường thẳng CI cắt FB tại H . Ta có: $\hat{I}_2 = 30^0$ (góc ngoài của $\widehat{CIB}$).

Suy ra: $\hat{H}_2 = 90^0$ (vì $\hat{B} = 60^0$) Tam giác đều FIB nên IH là trung trực của FB hay CH là đường trung trực của $\widehat{CFB}$. Vậy $\widehat{CFB}$ cân tại C . Suy ra : CF = CB (3)

Mặt khác : $\widehat{DFC}$ cân tại F . Do đó: FD = FC (4).

Từ (3) và (4), suy ra: FD = FC = DC (= BC).

Vậy ΔDFC đều.

Thí sinh giải cách khác đúng vẫn dạt điểm tối đa.

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
VÒNG 1

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2015-2016
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4 điểm)*:

a) Cho số tự nhiên có 2 chữ số chia hết cho 7. Chứng minh rằng hiệu các lập phương của 2 chữ số của số đó chia hết cho 7.

b) Tìm số dư trong phép chia của biểu thức $(x+2)(x+4)(x+6)(x+8)+2016$ cho đa thức $x^2+10x+21$

Bài 2 *(4 điểm)*: Cho biểu thức P = $\left(\frac{4\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}}+\frac{8x}{4-x}\right):\left(\frac{\sqrt{x}-1}{x-2\sqrt{x}}-\frac{2}{\sqrt{x}}\right)$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị của x để P = -1.

c) Tìm m để với mọi giá trị x > 9 ta có m($\sqrt{x}-3$)P > x+1.

Bài 3 *(4 điểm)*: Tìm nghiệm nguyên dương của: $\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{6xy}=\frac{1}{6}$

Bài 4 *(4 điểm)*: Cho ΔABC vuông tại A (AB < AC). M là trung điểm BC, qua M kẻ đường thẳng vuông góc BC cắt các đường thẳng AC, AB lần lượt tại H và N. Biết CH = a, BN = b. Tính diện tích ΔABC.

Bài 5 *(4 điểm)*: Cho tam giác ABC vuông cân tại A. Các điểm D, E theo thứ tự di chuyển trên AB, AC sao cho BD = AE. Xác định vị trí điểm D, E sao cho:

a) DE có độ dài nhỏ nhất.

b) Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

---------- Hết ----------

Lưu ý : Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: ..... Số BD: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG VÒNG 1
MÔN TOÁN 9 (2015-2016)

Bài 1 ***(4 điểm)*** mỗi câu 2 điểm**:**

a) Gọi số có 2 chữ số là : $\overline{ab}$ (a,b ∈N ;0< a ≤9;0 ≤ b ≤ 9)

Ta có: $\overline{ab}\vdots 7$ hay $10a + b \vdots 7$ suy ra $(10a + b)^3 \vdots 7$

$\Leftrightarrow 1000a^3 + b^3 + 3.10a.b(10a + b) \vdots 7$ (*)

$\Leftrightarrow 1001a^3 - a^3 + b^3 + 3.10a.b(10a + b) \vdots 7$.

Ta có: $1001a^3 \vdots 7$ (vì $1001 \vdots 7$) và $3.10a.b(10a + b) \vdots 7$ (vì $(10a + b) \vdots 7$)

Suy ra : $-a^3 + b^3 \vdots 7$ đpcm

b) Ta có:

$$P(x) = (x+2)(x+4)(x+6)(x+8) + 2016$$
$$= (x^2 + 10x + 16)(x^2 + 10x + 24) + 2016$$

Đặt $t = x^2 + 10x + 21\ (t \neq -3; t \neq -7)$, biểu thức P(x) đợc viết lại:

$$P(x) = (t-5)(t+3) + 2016 = t^2 - 2t + 2001$$

Do đó khi chia $t^2 - 2t + 2001$ cho t ta có số dư là 2001.

Bài 2 ***(4 điểm)*****:**

a) ĐK: x≥0; x≠4 và x≠9. 0,5 đ

HS rút gọn đúng $P = \dfrac{4x}{\sqrt{x} - 3}$ 1 đ

b) Với x≥0; x≠4 và x≠9 thì P = -1 khi và chỉ khi $4x + \sqrt{x} - 3 = 0$ 0,5 đ

$\Leftrightarrow \sqrt{x} = \dfrac{3}{4} \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{16}$ 1 đ

c) Với mọi giá trị x > 9, bất phương trình đưa được về dạng

$4mx > x+1 \Leftrightarrow (4m - 1)x > 1$. (*) 0,5 đ

Vì x > 9 nên 4m – 1 > 0.

Nghiệm bất phương trình (*) là x > 1/(4m-1). Do đó để bất phương trình thỏa mãn với mọi x > 9 thì $9 \geq \dfrac{1}{4m-1}$ và $4m - 1 > 0$. 0,5

Từ đó ta được $m \geq \dfrac{5}{18}$

Bài 3 ***(4 điểm)*****:**

Nhân 2 vế cho 6xy ta được: 6y + 6x +1 = xy. (x,y nguyên dương)

Biến đổi về phương trình ước số: (x – 6)(y – 6) = 37 (x,y nguyên dương)

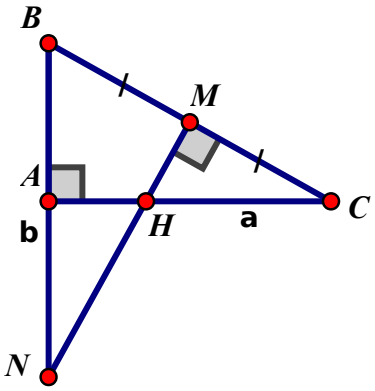
Vai trò x,y bình đẳng nên giả sử : x ≥ y ≥ 1.

Suy ra: x -6 ≥ y -6 ≥ -5.

Suy ra: x - 6 = 37 và y - 6 =1.

Giải ra : x = 43 ; y = 7. ĐS:(43;7);(7:43)

Bài 4 ***(4 điểm)*****:**



Ta có 2 tam gác vuông MHC và MBN đồng dạng (góc nhọn)

$\Rightarrow \dfrac{MH}{MB} = \dfrac{HC}{BN} \Rightarrow \dfrac{MH}{MC} = \dfrac{a}{b}$ (do MB = MC)

$\Rightarrow MH = \dfrac{a.MC}{b}$

ΔMHC vuông tại M: $MH^2 + MC^2 = HC^2$

$\Rightarrow \left(\dfrac{a.MC}{b}\right)^2 + MC^2 = a^2$

$\Rightarrow MC^2 = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2} \Rightarrow MC = \frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$ từ đó $MH = \frac{a.MC}{b} = \frac{a^2}{\sqrt{a^2+b^2}}$

Hai tam gác vuông MHC và ABC đồng dạng (góc nhọn)

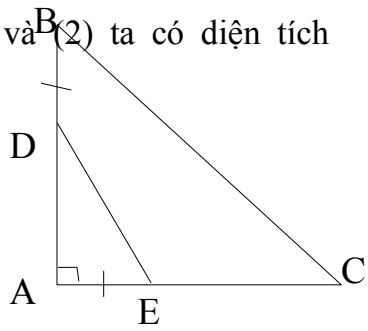
$\Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{HC}{BC} \Rightarrow \frac{MH}{AB} = \frac{HC}{2MC}$ (do BC = 2MC)

$\Rightarrow AB = \frac{MH}{HC}.2MC = \frac{a^2}{a\sqrt{a^2+b^2}} \frac{2ab}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{2a^2b}{a^2+b^2}$ (1)

ΔABC vuông tại A: $AC^2 = BC^2 - AB^2 = (2MC)^2 - AB^2$

$= \frac{4a^2b^2}{a^2+b^2} - \frac{4a^4b^2}{(a^2+b^2)^2} = \frac{4a^2b^4}{(a^2+b^2)^2} \Rightarrow AC = \frac{2ab^2}{a^2+b^2}$ (2), từ (1) và (2) ta có diện tích

$\Delta ABC = \frac{1}{2} AB.AC = \frac{1}{2} . \frac{2a^2b}{a^2+b^2} . \frac{2ab^2}{a^2+b^2} = \frac{2a^3b^3}{(a^2+b^2)^2}$



Bài 5 ***(4 điểm):*** (Mỗi câu 2 điểm)

a) (2đ): DE có độ dài nhỏ nhất

Đặt AB = AC = a không đổi; AE = BD = x (0 < x < a)

Áp dụng định lý Pitago với Δ ADE vuông tại A có:

$DE^2 = AD^2 + AE^2 = (a - x)^2 + x^2 = 2x^2 - 2ax + a^2 = 2(x^2 - ax) + a^2$ (0,5đ)

$= 2(x - \frac{a}{2})^2 + \frac{a^2}{2} \geq \frac{a^2}{2}$ (0,5đ)

Ta có DE nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ DE^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow$ $x = \frac{a}{2}$ (0,5đ)

$\Leftrightarrow$ $BD = AE = \frac{a}{2}$ $\Leftrightarrow$ D, E là trung điểm AB, AC (0,5đ)

b) (2đ) : Tứ giác BDEC có diện tích nhỏ nhất.

Ta có: $S_{ADE} = \frac{1}{2} AD.AE = \frac{1}{2} AD.BD = \frac{1}{2} AD(AB - AD) = \frac{1}{2}(AB.AD - AD^2)$ (0,5đ)

$= -\frac{1}{2}(AD^2 - 2\frac{AB}{2}.AD + \frac{AB^2}{4}) + \frac{AB^2}{8} = -\frac{1}{2}(AD - \frac{AB}{2})^2 + \frac{AB^2}{8} \leq \frac{AB^2}{8}$ (0,5đ)

Vậy $S_{BDEC} = S_{ABC} - S_{ADE} \geq \frac{AB^2}{2} - \frac{AB^2}{8} = \frac{3}{8} AB^2$ không đổi (0,5đ)

Do đó min $S_{BDEC} = \frac{3}{8} AB^2$ khi D, E lần lượt là trung điểm AB, AC (0,5đ)

Thí sinh giải cách khác đúng vẫn dạt điểm tối đa.

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
VÒNG 1

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2018-2019

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4 điểm)*: Giải phương trình: $(x^2 + 1)^2 + 3x(x^2 + 1) + 2x^2 = 0$

Bài 2 *(4 điểm)*: Cho biểu thức P = $\left(1-\frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1}\right)$

a) Rút gọn P.

b) Tính giá trị của P khi $a=19-8\sqrt{3}$

Bài 3 *(4 điểm)*: Một đoàn học sinh đi cắm trại bằng ô tô. Nếu mỗi ô tô chở 22 người thì còn thừa một người. Nếu bớt đi một ô tô thì có thể phân phối đều tất cả các học sinh lên các ô tô còn lại. Hỏi có bao nhiêu học sinh đi cắm trại và có bao nhiêu ô tô ? Biết rằng mỗi ô tô chỉ chở không quá 30 người.

Bài 4 *(4 điểm)*: Cho hình vuông ABCD, M ∈ đương chéo AC. Gọi E,F theo thứ tự là hình chiếu của M trên AD, CD. Chứng minh rằng:

a) BM ⊥ EF

b) Các đường thẳng BM, EF, CE đồng quy.

Bài 5 *(4 điểm)*: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

A = $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 6y + 2018$

---- Hết ----

Lưu ý : *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số BD: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG VÒNG 1
MÔN TOÁN (2018-2019)

Bài 1 ***(4 điểm)*:** $(x^2 + 1)^2 + 3x(x^2 + 1) + 2x^2 = 0$ (1)

Đặt $x^2 + 1 = y$ thì

PT (1) $\Leftrightarrow y^2 + 3xy + 2x^2 = 0 \Leftrightarrow (y^2 + xy) + (2xy + 2x^2) = 0 \Leftrightarrow (y + x)(y + 2x) = 0$

*) $x + y = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 1 = 0$ vô nghiệm.

**) $y + 2x = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -1$

Phương trình đã cho có nghiệm x = - 1

Bài 2 ***(4 điểm)*:** P = $\left(1-\frac{2\sqrt{a}}{a+1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+\sqrt{a}+a+1}\right)$

a) Rút gọn (2 điểm):

$$P=\left(\frac{a+1-2\sqrt{a}}{a+1}\right):\left(\frac{1}{\sqrt{a}+1}-\frac{2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}+1)}\right) \qquad (a \geq 0)$$

$$=\frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1}:\left[\frac{a+1-2\sqrt{a}}{(a+1)(\sqrt{a}+1)}\right]$$

$$=\frac{(\sqrt{a}-1)^2}{a+1}\cdot\frac{(a+1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{a}-1)^2}$$

$$=\sqrt{a}+1$$

b) Tính giá trị của P (2 điểm):

Ta có: $a = 19 - 8\sqrt{3} = 16 - 2.4\sqrt{3} + 3$

$= (4 - \sqrt{3})^2$

$\Rightarrow P = \sqrt{(4-\sqrt{3})^2} + 1 = 4 - \sqrt{3} + 1 = 5 - \sqrt{3}$

Bài 3 ***(4 điểm)*****:**

+ Gọi số ô tô lúc đầu là x (x nguyên và $x \geq 2$)

Số học sinh đi cắm trại là: $22x + 1$.

+ Theo giả thiết: Nếu số xe là $x-1$ thì số học sinh phân phối đều cho tất cả các xe, mỗi xe chở số học sinh là y (y là số nguyên và $0 < y \leq 30$).

+ Do đó ta có phương trình: $(x-1)y = 22x+1 \Leftrightarrow y = \frac{22x+1}{x-1} = 22 + \frac{23}{x-1}$

+ Vì x và y đều là số nguyên dương, nên $x-1$ phải là ước số của 23.

Mà $x-1 \geq 1$ nên: $x-1=1 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $x-1=23 \Leftrightarrow x=24$

Nếu $x=2$ thì $y = 22+23 = 45 > 30$ (trái giả thiết)

Nếu $x=24$ thì $y = 22+1 = 23 < 30$ (thỏa điều kiện bài toán).

+ Vậy số ô tô là 24 và tổng số học sinh đi cắm trại là $22 \times 24 + 1 = 23 \times 23 = 529$ học sinh.

Bài 4 ***(4 điểm)*****:** Mỗi câu 2 điểm.

a) Gọi K là giao điểm CB với EM;

H là giao điểm của EF và BM.

Trong Δ EMH và ΔBKM có góc MBK = góc MEF

(vì Δ MEF =ΔMBK c.g.c.); góc EMH = góc BMK

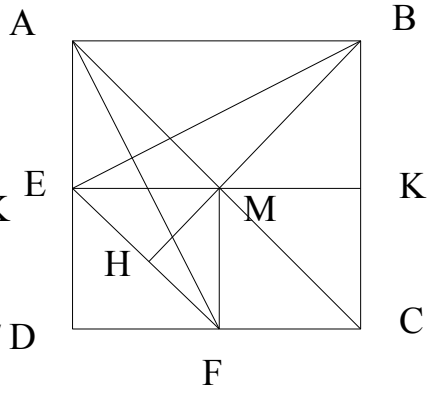
$\Rightarrow$ Góc MHE = góc MKB $\Rightarrow$ BH ⊥ EF

b) Δ ADF = ΔBAE (c.g.c.) $\Rightarrow$ góc DAF = góc ABE

$\Rightarrow$ AF ⊥ BE

Tương tự: CE ⊥ BF $\Rightarrow$ BM; AF; CE

là các đường cao của ΔBEF $\Rightarrow$ đpcm



Bài 5 ***(4 điểm):*** $A = x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 6y + 2018$

Ta có: $x^2 + 2y^2 + 2xy - 2x - 6y + 2018 = (x + y - 1)^2 + (y - 2)^2 + 2013$

Vì $(y-2)^2 \geq 0$ và $(x+y-1)^2 \geq 0$ với mọi x,y nên $A \geq 2013$ với mọi x, y.

Suy ra MinA = 2013 khi x = -1, y = 2.

(Thí sinh giải cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa).

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
VÒNG 1

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2017-2018

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4 điểm)*:

a) Tìm x biết: $(x + 1)(x - 2)(x + 6)(x - 3) = 45x^2$

b) Tìm tất cả các cặp số nguyên dương (x ; y) thỏa mãn: $x^4 + y^3 = xy^3 + 1$

Bài 2 *(4 điểm)*:

Cho biểu thức P = $\frac{x^2-\sqrt{x}}{x+\sqrt{x}+1}-\frac{2x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}+\frac{2(x-1)}{\sqrt{x}-1}$

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của P.

c) Tìm x để biểu thức Q = $\frac{2\sqrt{x}}{P}$ nhận giá trị là số nguyên.

Bài 3 *(4 điểm)*: Gọi a là 1 số thực sao cho $a^2 + a - 1 = 0$.

Tính giá trị của: B = $a+\sqrt{a^8+10a+13}$

Bài 4 *(4 điểm)*: Cho ΔABC vuông tại A, gọi I là giao điểm các đường phân giác.

Biết IB = $\sqrt{5}$ cm, IC = $\sqrt{10}$ cm. Tính diện tích ΔABC.

Bài 5 *(4 điểm)*: Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $A=\frac{x^2-2x+2017}{x^2}$, $(x \neq 0)$

---------- Hết ----------

Lưu ý : *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số BD: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG VÒNG 1
MÔN TOÁN 9 (2017-2018)

Bài 1 ***(4 điểm)*** mỗi câu 2 điểm**:**

a) Nhận thấy x = 0 không phải là nghiệm nên chia 2 vế pt cho x^2 ta được :

$(x + \frac{6}{x} - 5)(x + \frac{6}{x} + 7) = 45$. Đặt $t = x + \frac{6}{x} + 1$ Ta được $t^2 - 81 = 0 \Leftrightarrow t = 9 ; t = -9$.

Thay vào $t = x + \frac{6}{x} + 1$ giải ra 4 nghiêm :

$x = 4 \pm \sqrt{10}$; $x = -5 \pm \sqrt{19}$

b) Ta có: $x^4 + y^3 = xy^3 + 1 \Leftrightarrow x^4 - 1 + y^3 - xy^3 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1 - y^3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x^3 + x^2 + x + 1 = y^3$

*Với x = 1 thay vào pt đã cho được $1 + y^3 = 1 + y^3$ đúng với mọi y nguyên .

Vậy (x ; y) = (1 ; t) với mọi $t \in Z$

*Với $x^3 + x^2 + x + 1 = y^3$ (1). Khi đó: Do $x \in Z$ và $x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow x^3 < y^3$ (2)

Mặt khác do $x \in Z$; $x(x + 1) > 0$ nên ta có:

$x^3 + x^2 + x + 1 \leq x^3 + x^2 + x + 1 + 2x(x + 1) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \Leftrightarrow y^3 \leq (x + 1)^3$ (3)

Từ (1), (2), (3) và x, $y \in Z \Rightarrow y^3 = (x + 1)^3 \Rightarrow y = x + 1$.

Suy ra: $x(x + 1) = 0$. Nghĩa là: x = 0 hoặc x = -1.

Khi x = 0 thì y = 1 : thỏa mãn

Khi x = -1 thì y = 0 : thỏa mãn

Vậy các cặp số nguyên (x ; y) thỏa mãn bài ra là: (0 ; 1) ; (-1 ; 0) ; (1 ; t), $t \in Z$

Bài 2 ***(4 điểm)*****:**

ĐK: x > 0 và $x \neq 1$

a) P = $x - \sqrt{x} + 1$

b) Min P = 3/4 tại x = 1/4.

c) $Q=\dfrac{2\sqrt{x}}{x-\sqrt{x}+1}=2-\dfrac{2(\sqrt{x}-1)^2}{x-\sqrt{x}+1}\Rightarrow 0<Q\le 2$, mà $Q\in Z\Rightarrow Q=1$ hoặc $Q=2$.

Nếu Q = 1 thì $x-3\sqrt{x}+1=0\Leftrightarrow x=\left(\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right)^2$ thỏa mãn

Nếu Q = 2 thì x = 1 không thỏa mãn.

Vậy $x=\left(\dfrac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right)^2$ thì $Q\in Z$.

Bài 3 ***(3 điểm)*****:**

Vì $a^2+a-1=0$ nên $a^2=1-a\Rightarrow a^4=1-2a+a^2=2-3a$

$\Rightarrow a^8=(2-3a)^2=4-12a+9a^2$

$\Rightarrow a^8+10a+13=9a^2-2a+17=8a^2+8a-8+a^2-10a+25=(a-5)^2$

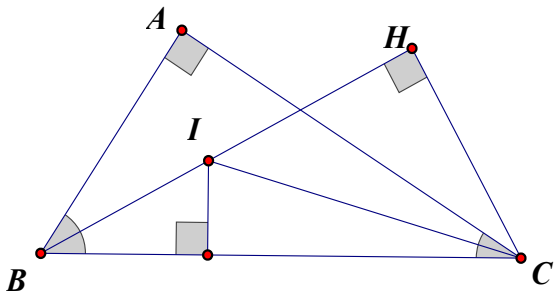
Suy ra $B=a+|a-5|=a-a+5=5$ (Vì $1-a=a^2\ge 0$ nên $a\le 1$)

Bài 4 ***(4 điểm)*****:**

Qua C kẻ CH vuông góc với đường thẳng BI tại H. Ta có ΔCIH vuông cân nên

$CH=\dfrac{IC}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{5}$ (cm) $\Rightarrow$

$BH=2\sqrt{5}$



ΔBHC vuông: $BC^2=BH^2+CH^2=20+5=25\Rightarrow BC=5$cm

Kẻ $IK\perp BC$. Ta có IK.BC = 2S(BIC)

$BI.CH=\sqrt{5}.\sqrt{5}=5\Rightarrow IK=1$cm

$\Rightarrow AB=3$cm, $AC=4$cm $\Rightarrow S(ABC)=\dfrac{1}{2}AB.AC=\dfrac{1}{2}3.4=6$cm^2

Bài 5 ***(4 điểm):***

$$A=\frac{2017x^2-2x.2017+2017^2}{2017x^2}=\frac{x^2-2x.2017+2017^2}{2017x^2}+\frac{2016x^2}{2017x^2}$$

$$=\frac{(x-2017)^2}{2017x^2}+\frac{2016}{2017}\ge\frac{2016}{2017}$$

$A_{min}=\dfrac{2016}{2017}$ khi x - 2017 = 0 hay x = 2017

(Thí sinh giải cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa).

PHÒNG GD&ĐT HẢI LĂNG

ĐỀ CHÍNH THỨC
VÒNG 1

ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9
NĂM HỌC 2016-2017
Môn: Toán
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1 *(4 điểm)*:

a) Tìm 3 số tự nhiên liên tiếp biết rằng nếu cộng ba tích của hai trong ba số ấy ta được 242.

b) Tìm nghiệm nguyên của phương trình: $x^2 - xy + y^2 = 3$.

Bài 2 *(4 điểm)*: Cho biểu thức $V = \left(1-\frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}\right):\left(\frac{\sqrt{x}+3}{\sqrt{x}-2}+\frac{\sqrt{x}+2}{3-\sqrt{x}}+\frac{\sqrt{x}+2}{x-5\sqrt{x}+6}\right)$

a) Tìm điều kiện của x để V xác định.

b) Rút gọn V.

c) Tìm $x \in Z$ để V có giá trị nguyên.

Bài 3 *(4 điểm)*:

Cho a, b dương và $a^{2000} + b^{2000} = a^{2001} + b^{2001} = a^{2002} + b^{2002}$.

Tính: $a^{2016} + b^{2016}$

Bài 4 *(4 điểm)*: Cho ΔABC vuông tại A. Trung tuyến AM và BN vuông góc nhau tại G, biết AB = a. Tính AC và BC ?

Bài 5 *(4 điểm)*: Gọi I là điểm nằm trong ΔABC, các đường thẳng AI, BI, CI lần lượt cắt BC, CA, AB tại M ,N, P.

Chứng minh rằng: $\frac{AI}{IM}=\frac{AN}{NC}+\frac{AP}{PB}$

Bài 5 *(1 điểm)*: Tìm dư của phép chia đa thức

$x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7$ cho $x^2 - 1$

---------- Hết ----------

Lưu ý : *Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên thí sinh: ..... Số BD: .....

HƯỚNG DẪN CHẤM THI HSG VÒNG 1
MÔN TOÁN 9 (2016-2017)

Bài 1 ***(4 điểm)*** mỗi câu 2 điểm**:**

a) Gọi: x - 1, x, x + 1 là 3 số tự nhiên liên tiếp

Ta có: $x(x - 1) + x(x + 1) + (x - 1)(x + 1) = 242$ 0,2đ

Rút gọn được $x^2 = 81$ 0,5đ

Do x là số tự nhiên nên x = 9 0,2đ

Ba số tự nhiên phải tìm là 8,9,10 0,1đ

b) Ta có $x^2 - xy + y^2 = 3 \Leftrightarrow (x - \frac{y}{2})^2 = 3 - \frac{3y^2}{4}$

Ta thấy $(x - \frac{y}{2})^2 \geq 0 \Rightarrow 3 - \frac{3y^2}{4} \geq 0 \Rightarrow -2 \leq y \leq 2$. (x, y nguyên)

$\Rightarrow y \in \{\pm 2; \pm 1; 0\}$ thay vào phương trình tìm x và thử lại, ta được các nghiệm nguyên của phương trình là: (x, y) $\in \{(-1,-2), (1, 2); (-2, -1); (2,1) ;(-1,1) ;(1, -1)\}$

Bài 2 ***(4 điểm)*****:**

a) HS giải và tìm đúng ĐKXĐ: $x \geq 0$; $x \neq 4$ và $x \neq 9$.	1 đ
b) HS rút gọn đúng V = $\dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+1}$	1,5 đ
c) Với $x \geq 0$; $x \neq 4$ và $x \neq 9$ thì V = $1-\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$	0,5 đ
+ Để V có giá trị nguyên thì $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ có giá trị nguyên. Để $\dfrac{3}{\sqrt{x}+1}$ có giá trị nguyên với $x \in Z$ thì x phải là số chính phương khác 4 và 9, và $\sqrt{x}+1$ là ước dương 3.	0,5 đ
Suy ra $\sqrt{x}+1 = 3$ hoặc $\sqrt{x}+1 = 1$. Suy ra x = 0.	0,5 đ

Bài 3 ***(4 điểm)*****:**

Ta có: $(a^{2001} + b^{2001}).(a + b) - (a^{2000} + b^{2000}).ab = a^{2002} + b^{2002}$

Vì: $a^{2000} + b^{2000} = a^{2001} + b^{2001} = a^{2002} + b^{2002}$

=> (a+ b) – ab = 1

=> (a – 1).(b – 1) = 0

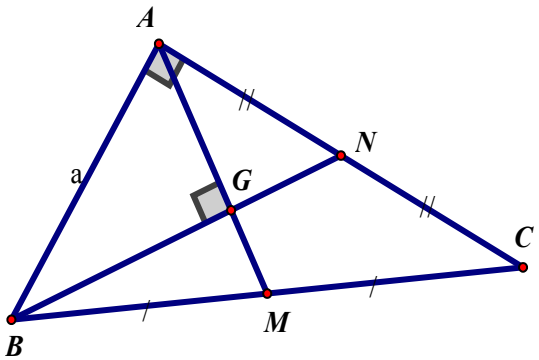
=> a = 1 hoặc b = 1

Với a = 1 => $b^{2000} = b^{2001}$ => b = 1 hoặc b = 0 (loại)

Với b = 1 => $a^{2000} = a^{2001}$ => a = 1 hoặc a = 0 (loại)

Vậy a = 1; b = 1 => $a^{2016} + b^{2016} = 2$

Bài 4 ***(4 điểm)*****:**



ΔABN vuông tại A, AG ⊥ BN

$AB^2 = BG.BN$

$a^2 = \frac{2}{3} BN.BN = \frac{2}{3} BN^2$

$BN^2 = \frac{3}{2} a^2$

$AN^2 + AB^2 = BN^2$

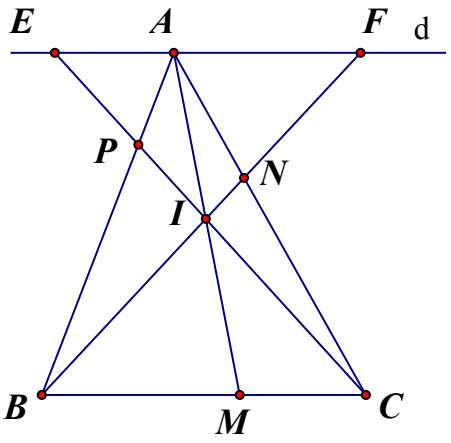
$AN^2 = BN^2 - AB^2 = \frac{3}{2} a^2 - a^2 = \frac{1}{2} a^2$

$AN = \frac{a}{\sqrt{2}} \Rightarrow AC = 2AN = \frac{2a}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2}$.

Khi đó $BC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + (a\sqrt{2})^2 = 3a^2$

$BC = a\sqrt{3}$

Bài 5 ***(4 điểm):***

		
1	Qua A kẻ d // BC cắt CP và BN lần lượt tại E và F, ta có:	0.5
	$\frac{AI}{IM}=\frac{AF}{BM}=\frac{AE}{MC}$ (hệ quả đ/lýTa-let)	0.75
	$=\frac{AF+AE}{BM+MC}$ (t/c tỷ lệ thức)	0.75
	$=\frac{AF+AE}{BC}$	0.5
	$=\frac{AF}{BC}+\frac{AE}{BC}$	0.75
	$=\frac{AN}{NC}+\frac{AP}{PB}$ (đ/lýTa-let).	0.75

Bài 5 *(4 điểm)*: Gọi $Q_{(x)}$ là thương của phép chia $x^{99}+x^{55}+x^{11}+x+7$ cho x^2-1

ta có $x^{99} + x^{55} + x^{11} + x + 7 = (x-1)(x+1).Q_{(x)} + (ax + b)$ (*)

trong đó ax + b là dư của phép chia trên

Với x = 1 thì(*) => 11 = a + b

Với x = -1 thì(*) => 3 = -a + b => a = 4, b = 7

Vậy dư của phép chia $x^{99}+x^{55}+x^{11}+x+7$ cho x^2-1 là 4x+7

Thí sinh giải cách khác đúng vẫn đạt điểm tối đa.

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN

Đề chính

KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9
NĂM HỌC 2009 – 2010

Môn thi: TOÁN LỚP 9 - BẢNG A
Thời gian làm bài: 150 phút

Câu 1. (4,5 điểm):

a) Cho hàm số $f(x) = (x^3 + 12x - 31)^{2010}$

Tính $f(a)$ tại $a = \sqrt[3]{16-8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16+8\sqrt{5}}$

b) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: $5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y)$

Câu 2. (4,5 điểm):

a) Giải phương trình: $x^2 = \sqrt{x^3 - x^2} + \sqrt{x^2 - x}$

b) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 2 \\ \frac{2}{xy} - \frac{1}{z^2} = 4 \end{cases}$

Câu 3. (3,0 điểm):

Cho x; y; z là các số thực dương thoả mãn: xyz = 1

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $A = \frac{1}{x^3 + y^3 + 1} + \frac{1}{y^3 + z^3 + 1} + \frac{1}{z^3 + x^3 + 1}$

Câu 4. (5,5 điểm):

Cho hai đường tròn (O; R) và (O'; R') cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B. Từ một điểm C thay đổi trên tia đối của tia AB. Vẽ các tiếp tuyến CD; CE với đường tròn tâm O (D; E là các tiếp điểm và E nằm trong đường tròn tâm O'). Hai đường thẳng AD và AE cắt đường tròn tâm O' lần lượt tại M và N (M và N khác với điểm A). Đường thẳng DE cắt MN tại I. Chứng minh rằng:

a) $MI.BE = BI.AE$

b) Khi điểm C thay đổi thì đường thẳng DE luôn đi qua một điểm cố định.

Câu 5. (2,5 điểm):

Cho tam giác ABC vuông cân tại A, trung tuyến AD. Điểm M di động trên đoạn AD. Gọi N và P lần lượt là hình chiếu của điểm M trên AB và AC. Vẽ $NH \perp PD$ tại H. Xác định vị trí của điểm M để tam giác AHB có diện tích lớn nhất.

- - - Hết - - -

Họ và tên thí sinh:..... *Số báo danh*:.....

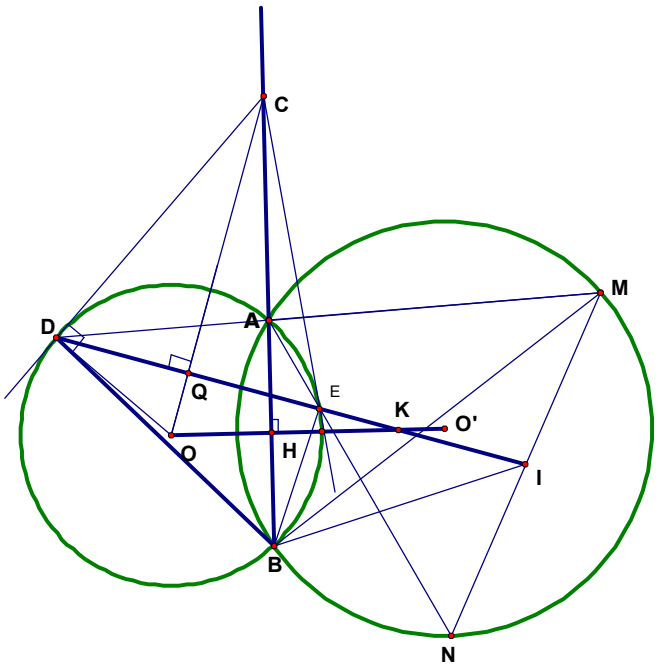
SỞ GD&ĐT NGHỆ AN KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH LỚP 9 THCS
NĂM HỌC 2009 – 2010

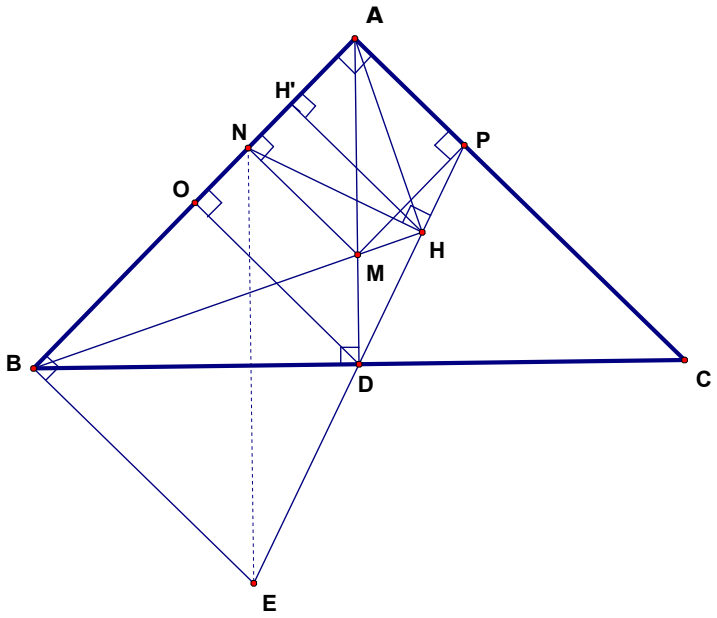
HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM ĐỀ CHÍNH THỨC
(Hướng dẫn và biểu điểm chấm gồm ***04*** trang)
Môn: TOÁN - BẢNG A

Câu	Ý	Nội dung	Điểm
1, (4,5đ)	***a) (2,0đ)***	$a = \sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}}$ $\Rightarrow a^3 = 32 + 3\sqrt[3]{(16 - 8\sqrt{5})(16 + 8\sqrt{5})}.(\sqrt[3]{16 - 8\sqrt{5}} + \sqrt[3]{16 + 8\sqrt{5}})$	0,5
		$\Rightarrow a^3 = 32 + 3.(-4).a$	0,5
		$\Rightarrow a^3 = 32 - 12a$	0,25
		$\Rightarrow a^3 + 12a - 32 = 0$	0,25
		$\Rightarrow a^3 + 12a - 31 = 1$	0,25

		$\Rightarrow f(a)=1^{2010}=1$	0,25
	b) ***(2,5đ)***	$5(x^2+xy+y^2)=7(x+2y)$ (1)	
		$\Rightarrow 7(x+2y)\vdots 5 \quad \Rightarrow (x+2y)\vdots 5$	0,25
		Đặt $x+2y=5t$ (2) $(t\in Z)$	0,25
		(1) trở thành $x^2+xy+y^2=7t$ (3) Từ (2) $\Rightarrow$ $x=5t-2y$ thay vào (3) ta được	0,25
		$3y^2-15ty+25t^2-7t=0$ (*)	0,25
		$\Delta=84t-75t^2$ Để (*) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta\geq 0 \Leftrightarrow 84t-75t^2\geq 0$ $\Leftrightarrow 0\leq t\leq \frac{28}{25}$	0,25 0,25
		Vì $t\in Z\Rightarrow t=0$ hoặc $t=1$	0,25
		Thay vào (*) Với $t=0\Rightarrow y_1=0\Rightarrow x_1=0$	0,25 0,25
		Với $t=1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_2=3\Rightarrow x_2=-1 \\ y_3=2\Rightarrow x_3=1 \end{array}\right.$	0,25 0,25
2, (4,5đ)	***a)*** ***(2,5đ)***	ĐK $x=0$ hoặc $x\geq 1$	0,25
		Với $x=0$ thoã mãn phương trình	0,25
		Với $x\geq 1$ Ta có $\sqrt{x^3-x^2}=\sqrt{x^2(x-1)}\leq \frac{1}{2}(x^2+x-1)$	0,5
		$\sqrt{x^2-x}=\sqrt{1(x^2-x)}\leq \frac{1}{2}(x^2-x+1)$	0,5
		$\Rightarrow \sqrt{x^3-x^2}+\sqrt{x^2-x}\leq x^2$	0,25
		Dấu "=" Xẩy ra $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2=x-1 \\ x^2-x=1 \end{array}\right.$	0,25
		$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2=x-1 \\ x^2=x+1 \end{array}\right. \Rightarrow x+1=x-1$ Vô lý	0,25
		Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất $x=0$	0,25
	b) ***(2,0đ)***	$(I)\left\{\begin{array}{l} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=2 \quad (1) \\ \frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=4 \quad (2) \end{array}\right.$ ĐK $x;y;z\neq 0$	0,25
		Từ (1) $\Rightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{xy}+\frac{2}{xz}+\frac{2}{yz}=4$	0,25
		Thế vào (2) ta được: $\frac{2}{xy}-\frac{1}{z^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{1}{z^2}+\frac{2}{xy}+\frac{2}{xz}+\frac{2}{yz}$	0,25
		$\Leftrightarrow \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}+\frac{2}{z^2}+\frac{2}{xz}+\frac{2}{yz}=0$	0,25
		$\Leftrightarrow (\frac{1}{x^2}+\frac{2}{xz}+\frac{1}{z^2})+(\frac{1}{y^2}+\frac{2}{yz}+\frac{1}{z^2})=0$	0,25

		$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{x}+\frac{1}{z}\right)^2+\left(\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)^2=0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=0\\ \frac{1}{y}+\frac{1}{z}=0\end{cases} \Leftrightarrow x=y=-z$	0,25
		Thay vào hệ (I) ta được: $(x;y;z)=(\frac{1}{2};\frac{1}{2};-\frac{1}{2})\quad (TM)$	0,25
3, (3,0đ)		Ta có $(x-y)^2\geq 0 \quad \forall x;y$	0,25
		$\Leftrightarrow x^2-xy+y^2\geq xy$	0,25
		Mà x; y > 0 =>x+y>0	0,25
		Ta có: $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$	0,25
		$\Rightarrow x^3+y^3\geq (x+y)xy$	0,25
		$\Rightarrow x^3+y^3+1=x^3+y^3+xyz\geq (x+y)xy+xyz$	0,25
		$\Rightarrow x^3+y^3+1\geq xy(x+y+z)>0$	0,25
		Tương tự: $y^3+z^3+1\geq yz(x+y+z)>0$	0,25
		$z^3+x^3+1\geq zx(x+y+z)>0$	0,25
		$\Rightarrow A\leq \frac{1}{xy(x+y+z)}+\frac{1}{yz(x+y+z)}+\frac{1}{xz(x+y+z)}$	0,25
		$\Rightarrow A\leq \frac{x+y+z}{xyz(x+y+z)}$	0,25
		$\Rightarrow A\leq \frac{1}{xyz}=1$	0,25
		Vậy giá trị lớn nhất của A là 1 $\Leftrightarrow$ x = y = z = 1	0,25

4, (5,5đ)			
	a) (3,0đ)	Ta có: $\overset{\frown}{BDE} = \overset{\frown}{BAE}$ (cùng chắn cung BE của đường tròn tâm O)	0,25
		$\overset{\frown}{BAE} = \overset{\frown}{BMN}$ (cùng chắn cung BN của đường tròn tâm O')	0,25
		$\Rightarrow \overset{\frown}{BDE} = \overset{\frown}{BMN}$	0,25
		hay $\overset{\frown}{BDI} = \overset{\frown}{BMN} \Rightarrow$ BDMI là tứ giác nội tiếp	0,50
		$\Rightarrow \overset{\frown}{MDI} = \overset{\frown}{MBI}$ (cùng chắn cung MI)	0,25
		mà $\overset{\frown}{MDI} = \overset{\frown}{ABE}$ (cùng chắn cung AE của đường tròn tâm O)	0,25
		$\Rightarrow \overset{\frown}{ABE} = \overset{\frown}{MBI}$	0,25
		mặt khác $\overset{\frown}{BMI} = \overset{\frown}{BAE}$ (chứng minh trên)	0,25
		$\Rightarrow \Delta MBI \sim \Delta ABE$ (g.g)	0,25
		$\Rightarrow \dfrac{MI}{AE} = \dfrac{BI}{BE} \Leftrightarrow$ MI.BE = BI.AE	0,50
	b) (2,5đ)	Gọi Q là giao điểm của CO và DE $\Rightarrow$ OC $\perp$ DE tại Q $\Rightarrow \Delta$ OCD vuông tại D có DQ là đường cao $\Rightarrow$ OQ.OC = $OD^2 = R^2$ (1)	0,50
		Gọi K giao điểm của hai đường thẳng OO' và DE; H là giao điểm của AB và OO' $\Rightarrow$ OO' $\perp$ AB tại H.	0,50
		Xét ΔKQO và ΔCHO có $\overset{\frown}{Q} = \overset{\frown}{H} = 90^0; \overset{\frown}{O}$ chung $\Rightarrow \Delta KQO \sim \Delta CHO$ (g.g)	0,50
		$\Rightarrow \dfrac{KO}{CO} = \dfrac{OQ}{OH} \Rightarrow OC.OQ = KO.OH$ (2) $\Rightarrow KO.OH = R^2 \Rightarrow OK = \dfrac{R^2}{OH}$ Từ (1) và (2)	0,50
		Vì OH cố định và R không đổi $\Rightarrow$ OK không đổi $\Rightarrow$ K cố định	0,50

5, (2,5đ)			
		ΔABC vuông cân tại A $\Rightarrow$ AD là phân giác góc A và AD $\perp$ BC $\Rightarrow$ D $\in$ (O; AB/2)	0,25
		Ta có ANMP là hình vuông (hình chữ nhật có AM là phân giác) $\Rightarrow$ tứ giác ANMP nội tiếp đường tròn đường kính NP mà $\widehat{NHP} = 90^0 \Rightarrow$ H thuộc đường tròn đường kính NP $\Rightarrow \widehat{AHN} = \widehat{AMN} = 45^0$ (1)	0,50
		Kẻ Bx $\perp$ AB cắt đường thẳng PD tại E $\Rightarrow$ tứ giác BNHE nội tiếp đường tròn đường kính NE	0,25
		Mặt khác $\Delta BED = \Delta CDP$ (g.c.g) $\Rightarrow$ BE = PC mà PC = BN $\Rightarrow$ BN = BE $\Rightarrow \Delta BNE$ vuông cân tại B $\Rightarrow \widehat{NEB} = 45^0$ mà $\widehat{NHB} = \widehat{NEB}$ (cùng chắn cung BN) $\Rightarrow \widehat{NHB} = 45^0$ (2)	0,50
		Từ (1) và (2) suy ra $\widehat{AHB} = 90^0 \Rightarrow$ H $\in$ (O; AB/2) gọi H' là hình chiếu của H trên AB $\Rightarrow S_{AHB} = \dfrac{HH'.AB}{2} \Rightarrow S_{AHB}$ lớn nhất $\Leftrightarrow$ HH' lớn nhất	0,50
		mà HH' $\le$ OD = AB/2 (do H; D cùng thuộc đường tròn đường kính AB và OD $\perp$ AB) Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow$ H $\equiv$ D $\Leftrightarrow$ M $\equiv$ D	0,50

Lưu ý: - *Học sinh làm cách khác đúng vẫn cho điểm tối đa*
- *Điểm bài thi là tổng điểm không làm tròn.*

Sở GD&ĐT Thanh Hoá **Đề xuất Đề thi học sinh giỏi lớp 9**
Môn: Toán. Bảng A
(Thời gian làm bài: 150 phút)

Bài 1: *(4 điểm)*

Cho phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$

Tìm giá trị của tham số m để phương trình có 4 nghiệm phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 thỏa mãn $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 32$

Bài 2: *(4 điểm)*

Giải hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$$

Bài 3: *(3,5 điểm)*

Tìm các số nguyên x, y thỏa mãn đẳng thức

$$x^2 + xy + y^2 = x^2y^2$$

Bài 4: (6 điểm)

Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB=2R (R là một độ dài cho trước). M, N là hai điểm trên nửa đường tròn (O) sao cho M thuộc cung AN và tổng cáckhoảng cách từ A, B đến đường thẳng MN bằng $R\sqrt{3}$

1) Tính độ dài đoạn MN theo R.

2) Gọi giao điểm của hai dây AN và BM là I, giao điểm của các đường thẳng AM và BN là K. Chứng minh rằng 4 điểm M, N, I, K cùng nằm trên một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó theo R.

3) Tìm giá trị lớn nhất của diện tích ΔKAB theo R khi M, N thay đổi những vẫn thỏa mãn giả thiết của bài toán.

Bài 5: *(2,5 điểm)*

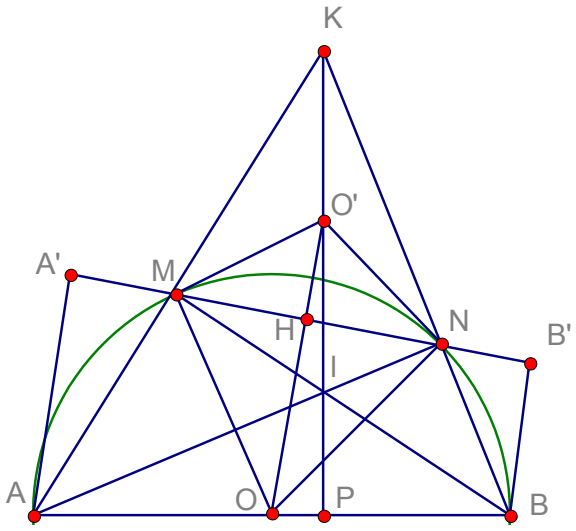
Số thực x thay đổi và thỏa mãn điều kiện $x^2 + (3 - x)^2 \geq 5$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = x^4 + (3-x)^4 + 6x^2(3-x)^2.$$

Hướng dẫn chấm thi học sinh giỏi lớp 9
Môn: Toán. Bảng A

Câu	Nội dung	Điểm
Bài 1		**4**
	Phương trình $x^4 + 2mx^2 + 4 = 0$ (1). Đặt $t = x^2$ Phương trình (1) trở thành: $t^2 + 2mt + 4 = 0$ (2) Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - 4 > 0 \\ t_1 + t_2 = -2m > 0 \Leftrightarrow m < -2 \\ t_1.t_2 = 4 > 0 \end{cases}$	0,5 1,5

	Khi đó phương trình (1) có 4 nghiệm là $x_{1,2} = \pm\sqrt{t_1}$; $x_{3,4} = \pm\sqrt{t_2}$ Và $x_1^4 + x_2^4 + x_3^4 + x_4^4 = 2(t_1^2 + t_2^2)$ $= 2[(t_1 + t_2)^2 - 2t_1.t_2]$ $= 2[(-2m)^2 - 2.4]$ $= 8m^2 - 16$	1,5
	Từ giả thiết ta có $8m^2 - 16 = 32 \Leftrightarrow m = -\sqrt{6}$; $m=\sqrt{6}$ (loại).	0,5
	Vậy giá trị cần tìm của m là: $m = -\sqrt{6}$	
Bài 2		**4**
	Hệ phương trình: $\begin{cases} 2x^2 + xy - y^2 - 5x + y + 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - (x+1)y - 2x^2 + 5x - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$	
	$\Leftrightarrow \begin{cases} (y + x - 2)(y - 2x + 1) = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases}$	1
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} y + x - 2 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y - 2x + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 + x + y - 4 = 0 \end{cases} \end{array}\right.$	1
	$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \\ \begin{cases} x = -\frac{4}{5} \\ y = -\frac{13}{5} \end{cases} \end{array}\right.$ và $\begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$	1,5
	Vậy hệ phương trình có 2 nghiệm: (1; 1); $\left(-\frac{4}{5}; -\frac{13}{5}\right)$	0,5
Bài 3		**3,5**
	*Với $\|x\| \geq 2$ và $\|y\| \geq 2$ ta có: $\begin{cases} x^2y^2 \geq 4x^2 \\ x^2y^2 \geq 4y^2 \end{cases}$	0,5
	$\Rightarrow x^2y^2 \geq 2(x^2 + y^2) = x^2 + y^2 + x^2 + y^2 \geq x^2 + y^2 + 2|xy| > x^2 + y^2 + xy$	0,75
	* Vậy $\|x\| \leq 2$ hoặc $\|y\| \leq 2$	0,5
	- Với x =2 thay vào phương trình ta được $4 + 2y + y^2 = 4y^2$ hay $3y^2 - 2y - 4 = 0 \Rightarrow$ Phương trình không có nghiệm nguyên	0,25
	- Với x =-2 thay vào phương trình ta được $4 - 2y + y^2 = 4y^2$ hay $3y^2 + 2y - 4 = 0 \Rightarrow$ Phương trình không có nghiệm nguyên	0,25
	- Với x =1 thay vào phương trình ta được $1 + y + y^2 = y^2$ hay y = -1	0,25
	- Với x =-1 thay vào phương trình ta được $1 - y + y^2 = y^2$ hay $1 - y = 0 \Rightarrow y = 1$	0,25
	- Với x = 0 thay vào phương trình ta được y =0 Thử lại ta được phương trình có 3 nghiệm nguyên (x, y) là:	0.25

	(0; 0); (1, -1); (-1, 1)	0,5
Bài 4		**6**
1		*2*
		
	Dựng AA' và BB' vuông góc với MN. Gọi H là trung điểm của MN $\Rightarrow$ OH$\perp$ MN Trong hình thang AA'B'B ta có: OH = $\frac{1}{2}$ (AA' + BB') = $\frac{R\sqrt{3}}{2}$ $\Rightarrow$ MH= $\frac{R}{2}$ $\Rightarrow$ MN= R và Δ OMN đều.	0,5 1,0 0,5
2		*2*
	Dễ thấy các điểm M, N, I, K cùng nằm trên đường tròn đường kính IK $\widehat{AKN} = \frac{1}{2}(sd\overset{\frown}{AB} - sd\overset{\frown}{MN}) = 60^0$ Gọi O' là trung điểm của IK $\Rightarrow \widehat{MO'N} = 2\widehat{MKN} = 120^0$ $\Rightarrow$ MN = $MO'\sqrt{3}$ hay MO' = $\frac{MN\sqrt{3}}{3} = \frac{R\sqrt{3}}{3}$ Do đó bán kính đường tròn qua M, N, I, K là $\frac{R\sqrt{3}}{3}$	0,75 0,5 0,5 0,25
3		*2*
	Điểm K nằm trên cung chứa góc 60^0 dựng trên đoạn AB=2R nên dt(KAB) lớn nhất $\Leftrightarrow$ đường cao KP lớn nhất $\Leftrightarrow$ Δ KAB đều, lúc đó dt(KAB) = $\frac{AB^2\sqrt{3}}{4} = R^2\sqrt{3}$	1,0 1,0
Bài 5		**2,5**
	Đặt y =3-x bài toán đã cho trở thành: tìm GTNN của biểu thức: P= $x^4 + y^4 + 6x^2y^2$ trong đó x, y là các số thực thay đổi thỏa mãn: $\begin{cases} x+y=3 \\ x^2+y^2 \geq 5 \end{cases}$ Từ các hệ thức trên ta có: $\begin{cases} x^2+y^2+2xy=9 \\ x^2+y^2 \geq 5 \end{cases}$ $\Rightarrow$ $(x^2 + y^2) + 4(x^2 + y^2 + 2xy) \geq 5 + 4.9 = 41$	0,5 0,5

	$\Rightarrow 5(x^2+y^2)+4(2xy)\geq 41$ Mặt khác $16(x^2+y^2)^2+25(2xy)^2\geq 40(x^2+y^2)(2xy)$ (1) Dấu đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 4(x^2+y^2)=5(2xy)$. Cộng hai vế của (1) với $25(x^2+y^2)^2+16(2xy)^2$ ta được: $41[(x^2+y^2)^2+(2xy)^2]\geq[5(x^2+y^2)+4(2xy)]^2\geq 41^2$ hay $(x^2+y^2)^2+(2xy)^2\geq 41\Leftrightarrow x^4+y^4+6x^2y^2\geq 41$ Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\x^2+y^2=5\\4(x^2+y^2)=5(2xy)\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(x;y)=(1;2)\\(x;y)=(2;1)\end{array}\right.$ Do đó giá trị nhỏ nhất của P bằng 41 đạt được $\Leftrightarrow$ x=1 hoặc x=2	0,5 0,5 0,5

1. Đề thi đề xuất: Học sinh giỏi toán 9 .
2. Kỳ thi: Học sinh giỏi toán 9
   Môn thi: Toán Thời gian làm bài:150 phút
3. Họ và tên: Vũ Thị Bình Chức vụ : Giáo viên
4. Đơn vị: Trường THCS Liêm Chính
5. Nội dung đề thi:

Câu 1 (3 điểm) Cho biểu thức :

$$A=\left(1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$$

a) Rút gọn A.
b) Với x > 4, $x\neq 9$, Tìm giá trị lớn nhất của A. (x + 1) .

Câu 2 (6 điểm)

a) Giải phương trình : $\sqrt{x-2}+\sqrt{10-x}=x^2-12x+40$.

b) Giải hệ phương trình : $\begin{cases}2x+y=x^2\\2y+x=y^2\end{cases}$

c) Tìm các nghiệm nguyên của phương trình : 5x – 3y = 2xy – 11 .

Câu 3 (3 điểm) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng (d) có phương trình y = mx + 1 (m là tham số) và parabol (P) có phương trình $y = x^2$.

a) Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 .
b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của m đường thẳng (d) luôn đi qua một điểm cố định I và luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A ,B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B thỏa mãn : $|x_A-x_B|\geq 2$.

Câu 4(6 điểm) Cho đường tròn (O) đường kính AB = 2R. Gọi E là điểm tùy ý trên đường tròn (E khác A và B) . Qua E kẻ tiếp tuyến d với đường tròn. Gọi C, D lần lượt là các hình chiếu của A và B trên d.

a) Chứng minh : EC = ED.

b) Chứng minh : Tổng (AC + BD) có giá trị không phụ thuộc vào vị trí của điểm E.

c) Chứng minh: Đường tròn đường kính CD tiếp xúc với ba đường thẳng AC, BD và AB.

Câu 5 (2 điểm) Cho đường tròn (O; R) và một điểm H cố định ở bên trong đường tròn. Xét các tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) và nhận H làm trực tâm. Tìm quỹ tích chân các đường cao của tam giác ABC .

---------- HẾT ----------

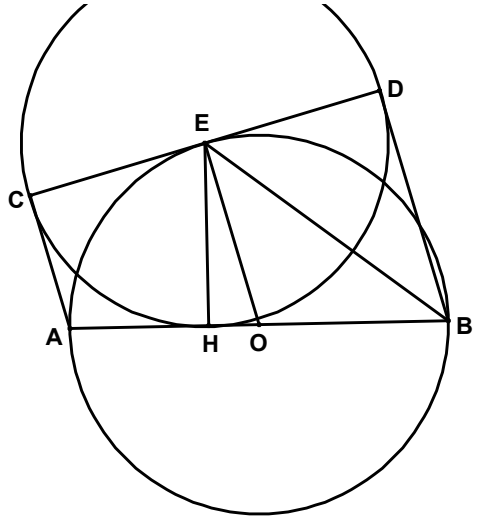
Họ và tên thí sinh : ……Số báo danh : ……
Chữ ký Giám thị 1 : …… Chữ ký Giám thị 2 : ……

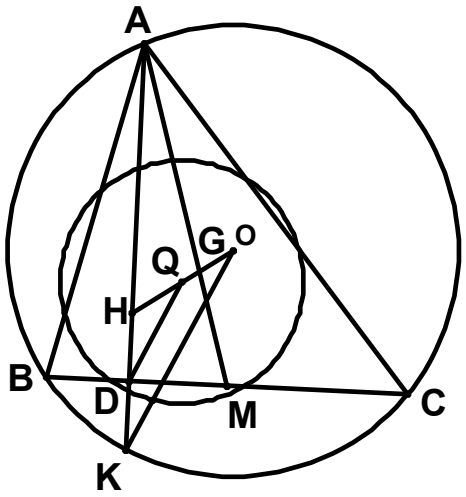
ĐÁP ÁN – BIỂU ĐIỂM ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI TOÁN 9

Câu	Đáp án	Biểu điểm
Câu 1 (3 điểm)	a) $A=\left(1-\frac{x-3\sqrt{x}}{x-9}\right):\left(\frac{9-x}{x+\sqrt{x}-6}-\frac{\sqrt{x}-3}{2-\sqrt{x}}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$ $A=\left(1-\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)}\right):\left(\frac{9-x}{(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}-2)}+\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}-2}-\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}+3}\right)$ $A=\left(1-\frac{\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+3)}\right):\left(\frac{9-x+x-9-x+4\sqrt{x}-4}{(\sqrt{x}+3).(\sqrt{x}-2)}\right)$ $A=\frac{3}{(\sqrt{x}+3)}:\frac{-(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+3)}=\frac{3}{2-\sqrt{x}}$. $\sqrt{x}>2$ b) Với x > 4 => $\frac{3(x+1)}{2-\sqrt{x}}=-3\left(\sqrt{x}-2+\frac{5}{\sqrt{x}-2}+4\right).$ A.(x+1) = $\sqrt{x}-2$ $\frac{5}{\sqrt{x}-2}$. Áp dụng BĐT Cô-si cho hai số và dương, ta có $\sqrt{x}-2+\frac{5}{\sqrt{x}-2}\geq 2\sqrt{5}.$	0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm 0,5 điểm

	$\Rightarrow -3\left(\sqrt{x}-2+\frac{5}{\sqrt{x}-2}+4\right)\le -3(2\sqrt{5}+4)$ $\Rightarrow -3\left(\sqrt{x}-2+\frac{5}{\sqrt{x}-2}+4\right)\le -6\sqrt{5}-12.$ $-6\sqrt{5}-12$ Vậy giá trị lớn nhất của A. (x+1) là . Dấu " = " xảy ra khi $x=9+2\sqrt{5}$	0,5 điểm
Câu 2 (6 điểm)	a) (2 điểm) $\sqrt{x-2}+\sqrt{10-x}=x^2-12x+40$ ĐKXĐ : 2 £ x £ 10 +) Vế trái của phương trình Áp dụng BĐT Bunhiacopxki cho các số $\sqrt{x-2};1;\sqrt{10-x};1$ ta có : $\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{10-x}\right)^2 \le (x-2+10-x).2$ $\Rightarrow \left(\sqrt{x-2}+\sqrt{10-x}\right)^2 \le 16$ $\Rightarrow -4 \le \sqrt{x-2}+\sqrt{10-x} \le 4$ (1) Dấu "=" xảy ra khi x = 6 (thỏa mãn) +) Vế phải của phương trình $x^2-12x+40=(x-6)^2+4 \ge 4$ với mọi 2 £ x £ 10 Dấu "=" xảy ra khi x = 6 (2) Từ (1) và (2) => x = 6 (thỏa mãn) Vậy nghiệm của phương trình là x = 6 . b) (2 điểm) $\begin{cases}2x+y=x^2\\2y+x=y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x-y)(x+y-1)=0\\2y+x=y^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=y\\x=1-y\end{array}\right.\\2y+x=y^2\end{cases}$ +) Với x = y hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (0; 0); (x; y) = (3; 3) +) Với x = 1 – y hệ phương trình có nghiệm :	0,25 điểm 0,75 điểm 0,75 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm 0, 5 điểm 0,75 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm

	$(x,y)=(\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{1-\sqrt{5}}{2})$; $(x,y)=(\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2})$ Vậy hệ phương trình có nghiệm: (x; y) = (0; 0); (x; y) = (3; 3); $(x,y)=(\frac{1+\sqrt{5}}{2};\frac{1-\sqrt{5}}{2})$; $(x,y)=(\frac{1-\sqrt{5}}{2};\frac{1+\sqrt{5}}{2})$ c) (2 điểm) 5x – 3y = 2xy – 11 ⇔ (2x + 3)y = 5x + 11 ⇔ y = $\frac{5x+11}{2x+3}=2+\frac{x+5}{2x+3}$ $\in Z$ Để y thuộc Z thì (x + 5) chia hết cho (2x +3) và x $\Rightarrow 2(x+5)\vdots(2x+3)$ $\Rightarrow (2x+3+7)\vdots(2x+3)$ $\Rightarrow 7\vdots(2x+3)$ Vậy 2x +3 = 1 => x = -1; y = 6 (thỏa mãn) 2x +3 = - 1 => x = - 2; y = -1 (thỏa mãn) 2x +3 = 7 => x = 2 ; y = 3 (thỏa mãn) 2x +3 = - 7 => x = - 5; y = 2(thỏa mãn)	0, 5 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm
Câu 3 (3 điểm)	a) (1 điểm) Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng -2 => x = 2 Thay x = 2 vào $y = x^2$ ta có y = 4 Vậy điểm (2; 4) thuộc đường thẳng (d) y = mx + 1 Thay x = 2; y = 4 vào y = mx + 1 ta có 2m + 1 = 4 => m = 1,5 Vậy m = 1,5 b) (2,25 điểm) Gọi M(x_0; y_0) là điểm cố định mà đường thẳng (d) luông đi qua với mọi m , ta có $y_0 = m.x_0 + 1$ ⇔ $m.x_0 + 1 – y_0 = 0$ Đẳng thức trên đúng với mọi m nên $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 1 \end{cases}$ Vậy I (0;1) (d) luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A ,B Xét phương trình hoành độ của (d) và (P) : $x^2 – mx – 1 = 0$ $\Delta = m^2 + 4 \geq 4 > 0 \ \forall \ m$ =>phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt . Vậy với mọi giá trị của m đường thẳng d luôn đi qua một điểm cố định I và luôn cắt (P) tại 2 điểm phân biệt A ,B có hoành độ lần lượt là x_A, x_B	0,25 điểm 0,25 điểm 0, 25 điểm 0, 25 điểm 0,25 điểm 0, 5 điểm 0,5 điểm 0,25 điểm

	Theo hệ thức vi-ét ta có : $\begin{cases} x_A + x_B = m \\ x_A . \ x_B = -1 \end{cases}$ Mà $(x_A - x_B)^2 = (x_A + x_B)^2 - 4x_A.x_B = m^2 + 4 \geq 4 \ \forall \ m$ $\Rightarrow \lvert x_A - x_B \rvert \geq 2 \ \ \forall m .$ (đpcm)	0,5 điểm
Câu 4 (6 điểm)	 a) (1,25 diểm) ACDB là hình thang vuông (Hình thang có một góc vuông) Có OA = OB (cùng bằng bán kính) OE //CA // DB (cùng vuông góc CD) =>CE = ED (định lí 3 đường trung bình của hình thang) b) (1 điểm) hình thang ABDC có OA = OB; ED = EC =>OE là đường trung bình của hình thang => CA + BD =2. OE = 2.R c) (1,25 điểm) Đường tròn đường kính CD là (E; EC) Có CA vuông góc với CD tại C BD vuông góc với CD tại D=>đường tròn (E) tiếp xúc với AC ; BD $\widehat{OBE} = \widehat{OEB} = \widehat{EBD}$ $\Delta BEH = \Delta BED$ $\Rightarrow EH = ED$ =>đường tròn (E) tiếp xúc với AB .	0,5 điểm 0, 75 điểm 0,5 điểm 0,75 điểm 0, 5 điểm 0,5 điểm 0, 5 điểm 1 điểm 0,25 điểm 0,25 điểm 0,5 điểm

Câu 5 (2 điểm)	 AH cắt BC ở D và cắt (O) ở K. Ta chứng minh được DH = DK Ta có Quỹ tích điểm K là (O;R). D là ảnh của K trong phép vị tự tâm H tỉ số $\frac{1}{2}$. Ta chứng minh được Q là trung điểm của OH. Ta có QD = $\frac{1}{2}$ .OK = $\frac{R}{2}$ => quỹ tích của điểm D là đường tròn (Q; $\frac{R}{2}$) . Vậy quỹ tích chân các đường cao của tam giác ABC là đường tròn (Q; $\frac{R}{2}$) .	0, 25 điểm 0, 5 điểm 0, 5 điểm 0, 5 điểm 0,25 điểm

- Bài hình không có hình vẽ hoặc hình vẽ không tương ứng với chứng minh không cho điểm . Chỉ công nhận kết quả để làm ý khác khi đã được chứng minh đúng .
- Các cách làm đúng khác cho điểm tương tự .