BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
ĐỀ THI CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

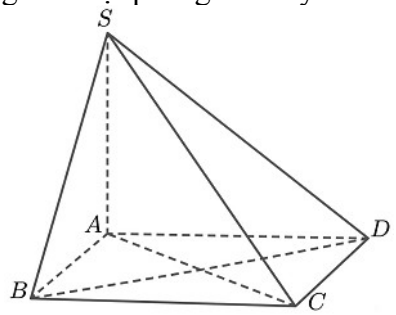
KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2026
LẦN 2
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh: .....
Số báo danh: .....

Mã đề: 0108

PHẦN I: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12, mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với $(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng sau đây?



A. (SCD). **B.** (SBC). **C.** (SBD). **D.** (SAB).

Câu 2. Cho hàm số $f(x)=ax+b\ \ (a,b\in\mathbb{R},a\neq 0)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int 7f(x).dx=7\int f(x).dx$. **B.** $\int 7f(x).dx=-7\int f(x).dx$.

C. $\int 7f(x).dx=7-\int f(x).dx$. **D.** $\int 7f(x).dx=7+\int f(x).dx$.

Câu 3. Sau khi khảo sát về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của 20 công nhân, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Mức lương	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Tần số	4	5	5	3	2	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** $7,35$. **D.** $1,42$.

Câu 4. Sau khi khảo sát tổng số giờ xem truyền hình (đơn vị: giờ) của 100 gia đình trong hai ngày nghỉ cuối tuần, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm như sau.

Số giờ xem truyền hình	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	20	35	30	10	5

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng *(làm tròn kết quả đến hàng phần mười)*

A. $3,9$. **B.** $4,6$. **C.** $2,1$. **D.** 10.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có công bội q với $u_1=m$ và $u_2=n$, trong đó $m>2,n>2m$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $m=nq$. **B.** $m=n+q$. **C.** $n=mq$. **D.** $n=m+q$.

Câu 6. Phương trình $\sin x=0$ có tập nghiệm là

A. $S=\{k\pi|\ k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $S=\{k2\pi|\ k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $S=\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi|\ k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi|\ k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;3;-5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;3)$ là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{3}$. **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+3}{-1}=\frac{z+5}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-5}{3}$.

Câu 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\cos x$ là

A. $6x-\sin x+C$. **B.** $6x+\sin x+C$. **C.** $x^3+\sin x+C$. **D.** $x^3-\sin x+C$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(1)=3, F(2)=9$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\int_1^2 f(x),dx=12$. **B.** $\int_1^2 f(x),dx=6$. **C.** $\int_1^2 f(x),dx=3$. **D.** $\int_1^2 f(x),dx=27$.

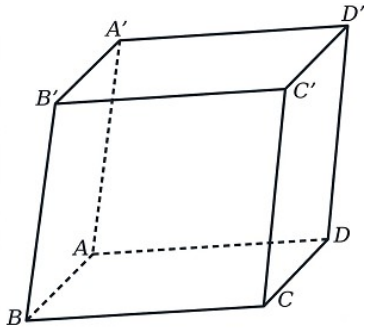
Câu 10. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;2]$ như sau.

x	-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-4	↗	1	↘	0	↗	5

Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (xem hình minh họa bên dưới). Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{A'D'}$?



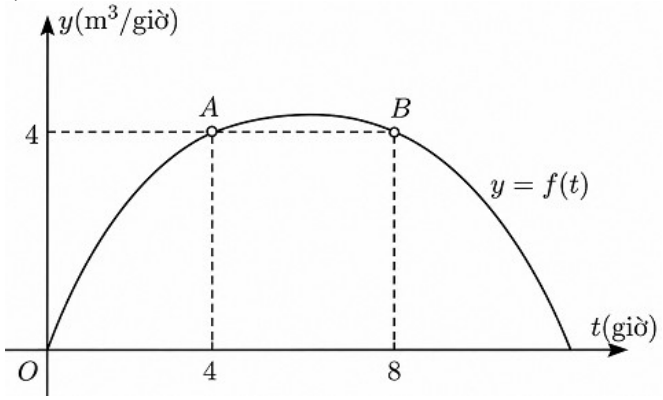
A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AD}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+4}{3x+1}$ (với $a>12$). Đạo hàm của hàm số đã cho là

A. $y'=\dfrac{-a-12}{(3x+1)^2}$. **B.** $y'=\dfrac{a-12}{(3x+1)^2}$. **C.** $y'=\dfrac{a+12}{(3x+1)^2}$. **D.** $y'=\dfrac{12-a}{(3x+1)^2}$.

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4; trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai

Câu 1. Người ta dùng một thiết bị bơm nước vào một bể không có nước. Tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, tại thời điểm t giờ với $0\le t\le 12$, thiết bị đó có tốc độ bơm nước vào bể là $f(t)$ (m^3/giờ). Biết rằng đồ thị của hàm số $y=f(t)$ là một phần đường parabol đi qua gốc tọa độ O và hai điểm $A(4;4)$, $B(8;4)$ (xem hình minh họa bên dưới).



a) Với $0 \le t \le 12$ thì $f(t) = 3t - \frac{t^2}{4}$ (m^3/giờ).

b) Tại thời điểm t giờ $(0 \le t \le 12)$ tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động, lượng nước trong bể là $V(t) = \frac{3t^2}{4} - \frac{t^3}{24}$ (m^3).

c) Tại thời điểm thiết bị có tốc độ bơm nước vào bể là lớn nhất, lượng nước trong bể lớn hơn $17,8$ mét khối.

d) Sau $\frac{a}{b}$ giờ tính từ lúc thiết bị bắt đầu hoạt động (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $b > 0$), lượng nước trong bể là $23,328$ mét khối. Khi đó, giá trị của $a+b$ là 40.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{1;3\}$.

c) Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;4]$ tại $x = 2$.

d) Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$. Khi đó, phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $M_1(x_1; f(x_1))$ và $M_2(x_2; f(x_2))$ là $y = -2x + 1$.

Câu 3. Một trường đại học trao hai loại học bổng A và B cho sinh viên trong trường, một sinh viên có thể được nhận cả hai loại học bổng A và B. Trong số các sinh viên được trao học bổng loại A có 12% số bạn được trao học bổng loại B và trong số các sinh viên không được trao học bổng loại A có 10% số bạn được trao học bổng loại B. Có $10,2\%$ số sinh viên toàn trường được trao học bổng loại B. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên trong trường.

a) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B là $0,898$.

b) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại B, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại A, là $0,88$.

c) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A là $0,89$.

d) Xác suất để sinh viên đó không được trao học bổng loại A, biết sinh viên đó không được trao học bổng loại B, lớn hơn $0,9$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(-2;1;12)$, trong đó một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với 10 mét trên thực tế. Trạm thu phát sóng đó có bán kính phủ sóng là 130 mét. Vùng phủ sóng của trạm thu phát được quy ước là tập hợp tất cả các điểm P trên mặt đất và trong không gian sao cho khoảng cách IP không vượt quá 130 mét. Mặt đất được coi là một phần của mặt phẳng (Oxy) và mỗi người trên mặt đất được coi như một chất điểm.

a) Vùng phủ sóng của trạm thu phát là một phần của hình cầu giới hạn bởi mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-12)^2 = 169$.

b) Giả sử một người cầm điện thoại đang ở vị trí điểm $M(-1;1;0)$ và chuyển động thẳng đều trên mặt đất với tốc độ $3,6$ km/h. Khi đó, tại giây thứ 40 tính từ lúc xuất phát ở vị trí điểm $M(-1;1;0)$, người đó đã đi được ra ngoài vùng phủ sóng của trạm thu phát.

c) Khoảng cách ngắn nhất để một người cầm điện thoại đang ở vị trí có tọa độ $N(-10;7;0)$ di chuyển trên mặt đất tới được vùng phủ sóng (theo đơn vị mét) là 100 m.

d) Giả sử một người cầm điện thoại chuyển động thẳng đều trên mặt đất từ vị trí $A(-14;4;0)$ đến vị trí $B(b;-6;0)$ với tốc độ $3,6$ km/h sao cho khoảng thời gian người đó thuộc vùng phủ sóng đúng bằng 80 giây. Khi đó $b=\dfrac{19}{4}$.

PHẦN III: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

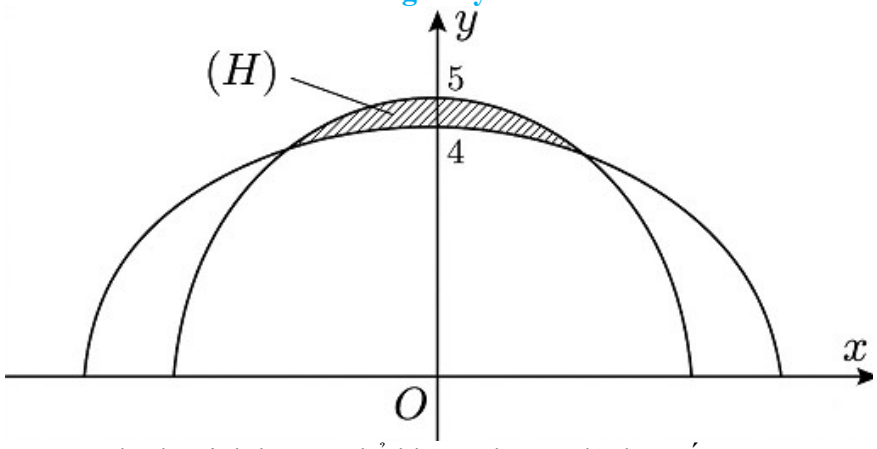
Câu 1. Cho bảng 6×6 gồm 36 ô vuông đơn vị và cho 8 quân cờ đôi một khác nhau. Người ta xếp ngẫu nhiên 8 quân cờ đó vào 36 ô trong bảng sao cho mỗi ô xếp nhiều nhất một quân cờ. Hai cách xếp được gọi là như nhau nếu vị trí của 8 quân cờ tương ứng trên bảng là giống nhau sau khi xếp xong (không tính đến thứ tự xếp các quân cờ vào bảng). Chọn ngẫu nhiên một cách xếp như trên. Gọi P là xác suất của biến cố: "Cách xếp được chọn thỏa mãn đồng thời ba điều kiện sau:
• Trên mỗi hàng có ít nhất một quân cờ;
• Trên mỗi cột có ít nhất một quân cờ;
• Mỗi quân cờ phải cùng hàng với đúng một quân cờ khác hoặc cùng cột với đúng một quân cờ khác."
Giá trị của 9^4P bằng bao nhiêu *(không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng phần trăm)*?

Câu 2. Công ty vận tải nhận một đơn hàng vận chuyển ít nhất 23 tấn hàng loại A, ít nhất 59 tấn hàng loại B và không quá 139 tấn hàng loại C. Công ty vận tải sử dụng hai loại xe X và Y để chở số hàng đó. Mỗi xe loại X đều chở 12 tấn hàng loại A, 6 tấn hàng loại B và 18 tấn hàng loại C. Mỗi xe loại Y đều chở 2 tấn hàng loại A, 20 tấn hàng loại B và 22 tấn hàng loại C. Chi phí cho 1 xe loại X là 37 triệu đồng và cho 1 xe loại Y là 45 triệu đồng. Gọi T (triệu đồng) là chi phí nhỏ nhất để công ty hoàn thành đơn hàng. Giá trị của $10T$ bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một doanh nghiệp dự kiến sản xuất không quá 2000 sản phẩm cùng loại. Giả sử rằng doanh thu của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm $(x\in\mathbb{N};0\le x\le 2000)$ là $R(x)=18x-0,005x^2$ (triệu đồng) và doanh nghiệp phải nộp một khoản thuế là 5% của doanh thu $R(x)$. Chi phí để sản xuất mỗi sản phẩm là năm triệu đồng. Lợi nhuận của doanh nghiệp (khi sản xuất x sản phẩm) được tính theo công thức: Lợi nhuận bằng doanh thu trừ đi thuế và chi phí. Doanh nghiệp phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 4. Cho bảng 5×5 gồm 25 ô vuông đơn vị và cho bốn màu. Người ta tô mỗi ô trong bảng bởi một trong bốn màu đã cho sao cho hai ô bất kì có chung đỉnh hoặc chung cạnh thì khác màu. Hai cách tô màu bảng được gọi là giống nhau nếu mỗi ô của bảng có cùng màu ở cả hai cách tô (không tính đến thứ tự tô màu các ô). Gọi S là số cách tô màu bảng phân biệt thỏa mãn điều kiện trên. Giá trị của $8S$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Người ta cần tính thể tích của một vật thể được chế tác như sau. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy (một đơn vị độ dài trên mỗi trục tương ứng với một xăng-ti-mét trong thực tế), gọi (H) là hình phẳng được tô đậm, giới hạn bởi đường elip $\dfrac{x^2}{45}+\dfrac{y^2}{20}=1$ và đường tròn tâm O có bán kính 5 (xem hình minh họa bên dưới). Vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục hoành. Thể tích của vật thể nói trên bằng bao nhiêu xăng-ti-mét khối *(không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả phép tính cuối cùng đến hàng phần mười)*?



Lưu ý: Các kích thước trong hình minh họa có thể không đúng tỉ lệ thực tế.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 20\sqrt{5}$, $AC = BD = 50$, $AD = BC = 10\sqrt{13}$. Thể tích của khối tứ diện đã cho bằng bao nhiêu?

HẾT

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu;
- Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	A	A	C	A	B	D	B	B	D	B

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Sai	Đúng	Đúng	Sai
2	Đúng	Đúng	Sai	Sai
3	Đúng	Sai	Sai	Đúng
4	Đúng	Sai	Sai	Đúng

Phần III

Câu	Đáp án
1	1,76
2	2090
3	1274
4	2880
5	62,8
6	8000

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU LỰA CHỌN

Câu 1

Đáy $ABCD$ là hình vuông nên $BC \perp AB$.

Mặt khác $SA \perp (ABCD)$ nên SA vuông góc với mọi đường thẳng nằm trong đáy, do đó $BC \perp SA$.

Trong mặt phẳng (SAB) có hai đường thẳng cắt nhau là SA và AB, mà BC vuông góc với cả SA và AB.

Suy ra $BC \perp (SAB)$.

Chọn D.

Câu 2

Ta sử dụng tính chất nguyên hàm: $\int k f(x).dx = k\int f(x).dx$ với k là hằng số.

Do đó $\int 7f(x).dx = 7\int f(x).dx$.

Chọn A.

Câu 3

Mẫu số liệu có các lớp từ $[5;6)$ đến $[10;11)$.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 11 - 5 = 6$.

Chọn A.

Câu 4

Ta lấy giá trị đại diện của các nhóm:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[0;2)$	1	20
$[2;4)$	3	35
$[4;6)$	5	30
$[6;8)$	7	10
$[8;10)$	9	5

Giá trị trung bình là $\overline{x} = \dfrac{1\cdot 20 + 3\cdot 35 + 5\cdot 30 + 7\cdot 10 + 9\cdot 5}{100}$.

$20+105+150+70+45=390$

Tử số: .

$$\overline{x}=\frac{390}{100}=3,9$$

Vậy .

Chọn A.

Câu 5

$$u_2=u_1q$$

Với cấp số nhân, ta có .

$$u_1=m,\quad u_2=n$$

Theo đề: .

$$n=mq$$

Do đó .

Chọn C.

Câu 6

Phương trình lượng giác cơ bản

$\sin x=0$ $x=k\pi, k\in\mathbb{Z}$

có nghiệm .

$$S=\{k\pi|\ k\in\mathbb{Z}\}$$

Vậy .

Chọn A.

Câu 7

$A(1;3;-5)$ $\vec{u}=(2;-1;3)$

Đường thẳng đi qua và có vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z-(-5)}{3}$$

.

$$\frac{x-1}{2}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+5}{3}$$

Hay .

Chọn B.

Câu 8

$$\int (3x^2 - \cos x),dx = \int 3x^2,dx - \int \cos x,dx$$

Ta có .

$$\int (3x^2 - \cos x),dx = x^3 - \sin x + C$$

Suy ra .

Chọn D.

Câu 9

Theo định lý Newton – Leibniz,

$$\int_1^2 f(x),dx = F(2) - F(1)$$

.

$F(2) = 9$ $F(1) = 3$

Do và nên

$$\int_1^2 f(x),dx = 9 - 3 = 6$$

.

Chọn B.

Câu 10

Từ bảng biến thiên ta có các giá trị đáng chú ý:

$f(-1) = -4,\quad f(0) = 1,\quad f(1) = 0,\quad f(2) = 5$

.

$$\max -4;1;0;5 = 5$$

Giá trị lớn nhất là .

$\max_{[-1;2]} f(x) = 5$

Vậy .

Chọn B.

Câu 11

Trong hình hộp, các cạnh tương ứng song song với nhau.

$A'D' \square AD$

Ta có .

$\overrightarrow{A'D'}$ $\overrightarrow{AD}$

Do đó cùng phương với .

Chọn D.

Câu 12

$$y=\frac{ax+4}{3x+1}$$

Cho .

Áp dụng công thức đạo hàm của thương:

$$y'=\frac{a(3x+1)-3(ax+4)}{(3x+1)^2}$$

.

$$a(3x+1)-3(ax+4)=3ax+a-3ax-12=a-12$$

Rút gọn tử: .

$$y'=\frac{a-12}{(3x+1)^2}$$

Do đó .

Chọn B.

Đáp án Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	A	A	C	A	B	D	B	B	D	B

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1

$y=f(t)$ $O(0;0),\quad A(4;4),\quad B(8;4)$

Đồ thị là một parabol đi qua .

O $f(t)=at^2+bt$

Vì đi qua nên đặt .

$A(4;4)$ $16a+4b=4$

Thay : ,

$4a+b=1$ (1)

Hay .

$B(8;4)$ $64a+8b=4$

Thay : ,

$8a+b=\frac{1}{2}$ (2)

Hay .

(2)−(1) $4a=-\frac{1}{2}$ $a=-\frac{1}{8}$

Lấy : , suy ra .

$4a+b=1$ $-\frac{1}{2}+b=1$

Từ : ,

$b=\frac{3}{2}$

suy ra .

$f(t)=\frac{3}{2}t-\frac{1}{8}t^2$

Vậy .

$f(t)=3t-\frac{t^2}{4}$

a) Đề cho .

Biểu thức này gấp đôi biểu thức đúng.

Vì vậy **a) Sai**.

b)

$V(t)=\int_0^t f(x),dx$

t

Lượng nước có trong bể sau giờ là tích phân tốc độ bơm: .

$V(t)=\int_0^t\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{8}x^2\right)dx$

Do đó .

$V(t)=\left[\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{24}x^3\right]_0^t$

Suy ra .

$V(t)=\frac{3t^2}{4}-\frac{t^3}{24}$

Vậy .

Đúng như đề cho.

b) Đúng.

c)

$$f(t) = -\frac{1}{8}t^2 + \frac{3}{2}t$$

Tốc độ bơm lớn nhất chính là giá trị lớn nhất của .

$$t = -\frac{b}{2a} = -\frac{\frac{3}{2}}{2\left(-\frac{1}{8}\right)} = 6$$

Đây là parabol quay xuống. Hoành độ đỉnh là .

$t = 6$ $V(6) = \frac{3 \cdot 6^2}{4} - \frac{6^3}{24} = 27 - 9 = 18$

Tại :

$18 > 17,8$

Ta có .

c) Đúng.

d)

Ta cần giải

$$\frac{3t^2}{4} - \frac{t^3}{24} = 23,328$$

.

$t = \frac{36}{5} = 7,2$ $V(7,2) = \frac{3(7,2)^2}{4} - \frac{(7,2)^3}{24} = 23,328$

Thử :

$0 < t < 12$ $f(t) = \frac{t(12-t)}{8} > 0$

Vì và

$V(t)$ $(0;12)$

nên tăng trên , do đó nghiệm này là duy nhất.

$\frac{a}{b} = \frac{36}{5}$

Vậy .

$a + b = 36 + 5 = 41$

Suy ra ,

40

không phải .

d) Sai.

Kết luận Câu 1

Ý	a	b	c	d
Kết quả	Sai	Đúng	Đúng	Sai

Câu 2

$f(x)=x^3-6x^2+9x+2$

Cho .

$f'(x)=3x^2-12x+9$

a) .

a) Đúng.

b)

$3x^2-12x+9=0$

Giải .

3 $x^2-4x+3=0$

Chia cả hai vế cho : .

$(x-1)(x-3)=0$

Suy ra .

$x=1$ $x=3$

Do đó hoặc .

$S=1;3$

Vậy .

b) Đúng.

c)

$[2;4]$ $x=2,\quad x=3,\quad x=4$

Trên đoạn , các điểm cần xét là .

Ta có

$f(2)=8-24+18+2=4$

,

$f(3)=27-54+27+2=2$

,

$f(4)=64-96+36+2=6$

.

6 $x=4$ $x=2$

Vậy giá trị lớn nhất là , đạt tại , không phải .

c) Sai.

d)

$x_1=1,\quad x_2=3$

Hai điểm cực trị có hoành độ .

$f(1)=1-6+9+2=6$

Ta có ,

$f(3)=2$

.

$M_1(1;6),\quad M_2(3;2)$

Do đó .

M_1M_2 $k=\dfrac{2-6}{3-1}=-2$

Hệ số góc của là .

$M_1(1;6)$ $y-6=-2(x-1)$

Phương trình qua :

$y=-2x+8$

Suy ra .

$y=-2x+1$

Đề cho nên sai.

d) Sai.

Kết luận Câu 2

Ý	a	b	c	d
Kết quả	Đúng	Đúng	Sai	Sai

Câu 3

A B

Gọi là biến cố "sinh viên được học bổng A", là biến cố "sinh viên được học bổng B".

$P(B\mid A)=0,12\quad P(B\mid \overline{A})=0,10\quad P(B)=0,102$

Theo đề: , , .

$P(A) = p$ $P(\overline{A}) = 1 - p$

Đặt . Khi đó .

$$P(B) = P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})$$

Theo công thức xác suất toàn phần: .

Suy ra

$0,102 = 0,12p + 0,10(1 - p)$

.

$0,102 = 0,12p + 0,10 - 0,10p$

.

$0,002 = 0,02p$

.

$p = 0,1$

Suy ra .

$P(A) = 0,1,$ $P(\overline{A}) = 0,9$

Do đó .

$P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,102 = 0,898$

a) .

a) Đúng.

b)

$P(\overline{B} \mid \overline{A}) = 1 - P(B \mid \overline{A}) = 1 - 0,10 = 0,90$

.

$0,88$

Không phải .

b) Sai.

c)

$P(\overline{A}) = 0,9$

Ta đã có .

$0,89$

Không phải .

c) Sai.

d)

$$P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})}$$

Theo công thức xác suất có điều kiện: .

$$P(\overline{A} \cap \overline{B}) = P(\overline{A})P(\overline{B} \mid \overline{A})$$

Trong đó

$= 0,9 \cdot 0,9 = 0,81$

.

$$P(\overline{A} \mid \overline{B}) = \frac{0,81}{0,898} \approx 0,902$$

Do đó .

$0,902 > 0,9$

Vì , nên khẳng định đúng.

d) Đúng.

Kết luận Câu 3

Ý	a	b	c	d
Kết quả	Đúng	Sai	Sai	Đúng.

Câu 4

10

Một đơn vị trên hệ tọa độ ứng với m.

130

Bán kính phủ sóng m tương ứng với

$$R = \frac{130}{10} = 13$$

đơn vị tọa độ.

$I(-2;1;12)$

Tâm là .

a)

I 13 $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-12)^2 = 13^2$

Mặt cầu tâm , bán kính có phương trình .

$(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z-12)^2 = 169$

Hay .

a) Đúng.

$z = 0$

Để làm các ý sau, ta xác định vùng phủ sóng trên mặt đất .

$z = 0$ $(x+2)^2 + (y-1)^2 + 144 \le 169$

Thay vào bất phương trình hình cầu: .

$(x+2)^2 + (y-1)^2 \le 25$

Suy ra .

$C(-2;1)$ 5 50

Như vậy vùng phủ sóng trên mặt đất là hình tròn tâm và bán kính đơn vị, tức m.

b)

$M(-1;1)$

Điểm xuất phát .

M C $CM = 1$ 10

Khoảng cách từ tới tâm là đơn vị, tức m.

$3,6$ $= 1$

Tốc độ km/h m/s.

40 $s = 1 \cdot 40 = 40$ 4

Sau giây người đó đi được m, tức đơn vị tọa độ.

Ngay cả khi đi theo hướng thẳng ra xa tâm nhất thì khoảng cách tới tâm chỉ có thể đạt

$1 + 4 = 5$

đơn vị.

Đây đúng bằng bán kính vùng phủ sóng, nên chưa thể ở ngoài vùng phủ sóng.

b) Sai.

c)

$N(-10;7)$

Điểm .

N $C(-2;1)$ $CN = \sqrt{(-10+2)^2 + (7-1)^2} = \sqrt{(-8)^2 + 6^2}$

Khoảng cách từ tới tâm vùng phủ sóng là

$= \sqrt{64+36} = 10$

đơn vị.

5

Bán kính vùng phủ sóng là đơn vị.

N $10 - 5 = 5$

Do đó khoảng cách ngắn nhất từ tới vùng phủ sóng là đơn vị.

$5 \cdot 10 = 50$

Đổi ra mét: m.

100

Không phải m.

c) Sai.

1

d) Tốc độ là m/s.

80

Người đó nằm trong vùng phủ sóng trong giây nên quãng đường nằm bên trong hình tròn là

80 8

m, tức đơn vị tọa độ.

5

Đó là một dây cung của hình tròn bán kính .

h C

Gọi là khoảng cách từ tâm tới đường thẳng chuyển động.

4 $h^2 + 4^2 = 5^2$

Ta có nửa dây bằng , nên theo định lý Pythagore: .

$h^2 = 9$ $h = 3$

Suy ra , Nên .

$A(-14;4)$ $B(b;-6)$

Đường thẳng đi qua và .

$\vec{u} = (b+14;-10)$

Một vectơ chỉ phương là .

$10x + (b+14)y + 84 - 4b = 0$

Phương trình đường thẳng có thể viết: .

$C(-2;1)$ 3 $\dfrac{|10(-2) + (b+14) + 84 - 4b|}{\sqrt{10^2 + (b+14)^2}} = 3$

Khoảng cách từ tới đường thẳng này bằng : .

$$\frac{|78 - 3b|}{\sqrt{100 + (b+14)^2}} = 3$$

Suy ra .

$$(78 - 3b)^2 = 9[100 + (b+14)^2]$$

Bình phương: .

9 $(26-b)^2 = 100 + (b+14)^2$

Chia hai vế cho : .

$$b^2 - 52b + 676 = 100 + b^2 + 28b + 196$$

Khai triển: .

$$-52b + 676 = 28b + 296$$

Suy ra .

$$80b = 380$$

.

$$b = \frac{19}{4}$$

Do đó .

Đúng với khẳng định.

d) Đúng.

Kết luận Câu 4

Ý	a	b	c	d
Kết quả	Đúng	Sai	Sai	Đúng

Đáp án Phần II

Câu	a	b	c	d
1	S	Đ	Đ	S
2	Đ	Đ	S	S
3	Đ	S	S	Đ
4	Đ	S	S	Đ

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

6×6 8

Có bảng và quân cờ đôi một khác nhau.

8 8

Ta chỉ cần xét trước **8 ô được chọn**, vì với mỗi tập hợp ô như thế, quân cờ khác nhau có thể hoán vị vào đó theo \$8!\$ cách và hệ số \$8!\$ sẽ triệt tiêu khi tính xác suất.

8 36 $\binom{36}{8}$

Tổng số cách chọn ô trong ô là .

Ta xét điều kiện mỗi hàng và mỗi cột đều có ít nhất một quân cờ.

Có 8 quân chia vào 6 hàng, mỗi hàng có ít nhất một quân.

Số quân trên các hàng chỉ có thể có một trong hai dạng:

$(3;1;1;1;1;1)$ hoặc $(2;2;1;1;1;1)$.

Tương tự cho các cột.

Điều kiện thứ ba yêu cầu mỗi quân cờ phải:

- cùng hàng với đúng một quân khác, nghĩa là hàng đó chứa đúng 2 quân; hoặc
- cùng cột với đúng một quân khác, nghĩa là cột đó chứa đúng 2 quân.

Nếu số quân theo hàng có dạng $(3;1;1;1;1;1)$ thì không có hàng nào chứa đúng 2 quân. Khi đó cả 8 quân đều phải nằm trong các cột chứa đúng 2 quân. Nhưng với 8 quân chia cho 6 cột, nhiều nhất chỉ có hai cột chứa 2 quân, tức chỉ chứa được 4 quân. Không thể thỏa mãn.

Vì vậy cả hàng và cột đều phải có dạng $(2;2;1;1;1;1)$.

Chọn hai hàng có 2 quân: $\binom{6}{2}=15$ cách.

Chọn hai cột có 2 quân: $\binom{6}{2}=15$ cách.

Bốn hàng còn lại mỗi hàng có đúng 1 quân. Các quân này phải nằm trong hai cột có 2 quân.

Chọn 2 trong 4 hàng cho cột thứ nhất: $\binom{4}{2}=6$ cách.

Hai hàng còn lại tự động thuộc cột thứ hai.

Tương tự, bốn cột còn lại mỗi cột có 1 quân và phải nhận quân từ hai hàng có 2 quân.

Có $\binom{4}{2}=6$ cách.

$$15 \cdot 15 \cdot 6 \cdot 6 = 8100$$

Số tập hợp vị trí thuận lợi là .

$$P = \frac{8100}{\binom{36}{8}}$$

Do đó .

$$\binom{36}{8} = 30260340$$

Ta có .

$9^4 = 6561$ $9^4 P = 6561 \cdot \frac{8100}{30260340} \approx 1,756229$

Vì nên .

$1,76$

Làm tròn đến hàng phần trăm: .

Câu 2

x X y Y

Gọi là số xe loại , là số xe loại .

$x, y \in \mathbb{N}$

Ta có .

$$12x + 2y \geq 23$$

Theo lượng hàng loại A: .

$$6x + 20y \geq 59$$

Theo lượng hàng loại B: .

$$18x + 22y \leq 139$$

Theo lượng hàng loại C: .

$$T = 37x + 45y$$

Chi phí: .

T

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của .

x

Xét các giá trị nguyên nhỏ của .

$x = 0$ $y \geq 12$ 139

Nếu , điều kiện A yêu cầu , nhưng khi đó hàng C vượt quá tấn, loại.

$x = 1$ $12 + 2y \geq 23$

Nếu , từ

$y \geq 6$

suy ra .

$18 + 22y \leq 139$

Nhưng

$y \leq 5$

suy ra , vô lý.

$x = 2$

Nếu , điều kiện B cho

$12 + 20y \geq 59$

,

$y \geq \frac{47}{20}$

suy ra .

y $y \geq 3$

Vì nguyên nên .

$y = 3$

Chọn . Khi đó:

$12 \cdot 2 + 2 \cdot 3 = 30 \geq 23$

Hàng A: .

$6 \cdot 2 + 20 \cdot 3 = 72 \geq 59$

Hàng B: .

$18 \cdot 2 + 22 \cdot 3 = 102 \leq 139$

Hàng C: .

$(x; y) = (2; 3)$

Vậy thỏa mãn.

$T = 37 \cdot 2 + 45 \cdot 3$

Chi phí:

$= 74 + 135 = 209$

triệu đồng.

Kiểm tra các khả năng tiếp theo:

$(x; y)$	**Chi phí**
$(2;3)$	209
$(4;2)$	238
$(3;3)$	246
$(2;4)$	254

$(x;y)$	**Chi phí**
$(5;2)$	275

$T = 209$

Vậy chi phí nhỏ nhất là .

$10T \quad 10T = 2090$

Đề hỏi : .

Câu 3

$R(x) = 18x - 0,005x^2$

Doanh thu: triệu đồng.

$5\% \qquad 0,05R(x)$

Thuế bằng doanh thu: .

$x \qquad 5x$

Chi phí sản xuất sản phẩm là triệu đồng.

$L(x) = R(x) - 0,05R(x) - 5x$

Lợi nhuận: .

$L(x) = 0,95R(x) - 5x$

Suy ra .

$R(x) \quad L(x) = 0,95(18x - 0,005x^2) - 5x$

Thay : .

$L(x) = 17,1x - 0,00475x^2 - 5x$

Khai triển: .

$L(x) = -0,00475x^2 + 12,1x$

Do đó .

$a < 0$

Đây là parabol có hệ số , nên lợi nhuận lớn nhất ở gần đỉnh.

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = -\frac{12,1}{2(-0,00475)} = \frac{12,1}{0,0095} \approx 1273,684$$

Hoành độ đỉnh: .

$x \qquad x$

Do là số sản phẩm nên phải là số nguyên.

$1273 \qquad 1274$

Ta so sánh hai số nguyên gần nhất: và .

$L(1273) \approx 7705,78725$

.

$L(1274) \approx 7705,789$

.

$L(1274) > L(1273)$

Do ,

1274

doanh nghiệp nên sản xuất sản phẩm.

Câu 4

Mỗi ô phải khác màu với mọi ô chung cạnh **hoặc chung đỉnh**.

2×2

Như vậy, trong mỗi bảng con , bốn ô đều đôi một chung cạnh hoặc chung đỉnh.

2×2

Do đó **mỗi bảng bắt buộc phải chứa đủ cả 4 màu**.

Đây là chìa khóa của bài toán.

2×5

Xét trước hai hàng liên tiếp gồm ô.

2×2 $4! = 24$

Với ô vuông đầu tiên, bốn màu có thể sắp xếp theo cách.

2×2

Khi đã biết một cột gồm hai màu, để tạo ô vuông tiếp theo, cột mới bắt buộc sử dụng hai màu còn lại, nhưng có thể đổi thứ tự trên dưới.

2

Do đó mỗi cột mới có cách.

2×2

Sau ô vuông đầu tiên, còn ba cột cần thêm.

2×5 $24 \cdot 2^3 = 192$

Số cách tô một bảng là .

5

Bây giờ xét một hàng gồm ô.

2

Với một hàng cố định, hàng ngay dưới có nhiều nhất cách tô thích hợp.

2 $ABABA$ $A \neq B$

Những hàng có đúng cách là các hàng dạng xen kẽ , với .

$4 \cdot 3 = 12$

Số hàng kiểu này là .

Gọi n là số hàng có đúng một hàng dưới phù hợp.

Tổng số cặp hai hàng phù hợp là 192, nên $n + 2 \cdot 12 = 192$.

Suy ra $n = 168$.

Với 12 hàng dạng $ABABA$, mỗi hàng kế tiếp đều có 2 lựa chọn. Có thêm 4 hàng nên số bảng thuộc loại này là $12 \cdot 2^4 = 192$.

Với 168 hàng loại còn lại, mỗi hàng phía dưới được xác định duy nhất, nên có 168 bảng.

Vậy $S = 192 + 168 = 360$.

Do đó $8S = 8 \cdot 360 = 2880$.

Câu 5

Ta có đường tròn: $x^2 + y^2 = 25$, suy ra $y^2 = 25 - x^2$.

Đường elip: $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$. Suy ra $\frac{y^2}{20} = 1 - \frac{x^2}{45}$,

Nên $y^2 = 20 - \frac{4x^2}{9}$.

Trước hết tìm giao điểm của đường tròn và elip.

Ta cho hai biểu thức y^2 bằng nhau: $25 - x^2 = 20 - \frac{4x^2}{9}$.

Suy ra $5 = x^2 - \frac{4x^2}{9} = \frac{5x^2}{9}$.

Do đó $x^2 = 9$, suy ra $x = \pm 3$.

$x=3 \quad y^2=25-9=16 \quad y=4$

Khi : , nên ở phía trên trục hoành .

$(H) \quad x=-3 \quad x=3$

Vậy miền kéo dài từ đến .

Ox

Khi quay quanh trục , ta dùng phương pháp **vành khăn**.

$$R^2(x)=25-x^2$$

Bán kính ngoài được xác định bởi đường tròn: .

$$r^2(x)=20-\frac{4x^2}{9}$$

Bán kính trong được xác định bởi elip: .

$$V=\pi\int_{-3}^{3}\left[(25-x^2)-\left(20-\frac{4x^2}{9}\right)\right]dx$$

Suy ra .

$$V=\pi\int_{-3}^{3}\left(5-\frac{5x^2}{9}\right)dx$$

Rút gọn: .

$$V=2\pi\int_{0}^{3}\left(5-\frac{5x^2}{9}\right)dx$$

Hàm dưới dấu tích phân là hàm chẵn nên .

$$V=2\pi\left[5x-\frac{5x^3}{27}\right]_0^3$$

Tính tích phân: .

$$=2\pi\left(15-\frac{5\cdot 27}{27}\right)=2\pi(15-5)$$

. .

$$V=20\pi$$

Suy ra .

$$V\approx 62,8319$$

Gần đúng: .

$$62,8 \text{ cm}^3$$

Làm tròn đến hàng phần mười: .

Câu 6

Ta có tứ diện có ba cặp cạnh đối bằng nhau:

$AB = CD = 20\sqrt{5}$ $AC = BD = 50$ $AD = BC = 10\sqrt{13}$

, , .

Đây là dạng **tứ diện gần đều** hay tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau.

$A(x;y;z)$ $B(x;-y;-z)$ $C(-x;y;-z)$ $D(-x;-y;z)$

Ta có thể đặt tọa độ: , , , .

Khi đó

$AB = 2\sqrt{y^2+z^2}$ $AC = 2\sqrt{x^2+z^2}$ $AD = 2\sqrt{x^2+y^2}$

, , .

$AB = 20\sqrt{5}$ $4(y^2+z^2) = 2000$

Từ : ,

$y^2+z^2 = 500$ (1)

suy ra .

$AC = 50$ $4(x^2+z^2) = 2500$ $x^2+z^2 = 625$ (2)

Từ : , suy ra .

$AD = 10\sqrt{13}$ $4(x^2+y^2) = 1300$

Từ : ,

$x^2+y^2 = 325$ (3)

suy ra .

$(2)+(3)-(1)$ $2x^2 = 625+325-500 = 450$

Lấy : .

$x^2 = 225$ $x = 15$

Suy ra , nên .

$2y^2 = 500+325-625 = 200$ $y = 10$

Tương tự, , nên .

$2z^2 = 500+625-325 = 800$ $z = 20$

Và , nên .

$$V = \frac{8xyz}{3}$$

Với cách đặt tọa độ trên, thể tích tứ diện là .

$x = 15$ $y = 10$ $z = 20$

Thay , , :

$$V = \frac{8 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 20}{3}$$

.

$$V = \frac{24000}{3} = 8000$$

.

8000

Vậy .