

PHÒNG GD &ĐT BẮC THƯỚC
CỤM CHUYÊN MÔN SỐ 4

Đề thi gồm 01 trang

ĐỀ GIAO LƯU HỌC SINH GIỎI
NĂM HỌC: 2023-2024
MÔN: TOÁN – LỚP 6

Ngày thi: 31 tháng 03 năm 2024

Thời gian: 150 phút (không kể thời gian giao đề)

Câu I (4,0 điểm) Tính giá trị các biểu thức sau:

1) $A = 152312 : \{1930 - [2.9 + 1969 - (19.5 + 1890)]\}$

2) $B = 0,5 + \frac{5}{7} + \frac{1}{3} + 0,4 + \frac{1}{6} - \frac{4}{35} + \frac{9}{1945}$

3) $C = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{1979.1982}$

4) $D = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{8}\right) \left(1 + \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{624}\right)$

Câu II (4,0 điểm)

1) Tìm x biết: $26 - 3(2x - 3)^2 = -7^2$.

2) Cho $a, b \in \square^*$ thỏa mãn $(a; b) = 1$. Chứng minh rằng: $(a^2 + b^2; ab) = 1$.

Câu III (4,0 điểm)

1) Tìm số tự nhiên x , biết: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$

2) Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{6n+5}{3n-1}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.

3) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.

Câu IV (6,0 điểm)

1) Cho đoạn thẳng $AB = 7cm$, điểm C nằm giữa A và B sao cho $AC = 2cm$. Các điểm D và E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB . Gọi F là trung điểm của DE . Tính độ dài các đoạn thẳng DE, CF .

2) Một miếng bìa hình bình hành có diện tích bằng $1800cm^2$. Nếu bớt chiều dài đi $20cm$ thì được hình thoi có chu vi là $16dm$.

a) Tính diện tích hình thoi.

b) Tính chu vi miếng bìa hình bình hành ban đầu.

3) Cho 25 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?

Câu V (2,0 điểm)

Chứng minh: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} > \frac{13}{6}$

----- HẾT -----

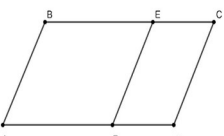
Họ và tên thí sinh.....SBD.....

HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM
(Gồm có 05 trang)

Câu	NỘI DUNG	Điểm
I 4,0 điểm	Tính giá trị các biểu thức sau:	4,0
	1) $A = 152312 : \{1930 - [2.9 + 1969 - (19.5 + 1890)]\}$	1,0
	$A = 152312 : \{1930 - [2.9 + 1969 - (19.5 + 1890)]\}$	0,25
	$= 152312 : \{1930 - (18 + 1969 - 1985)\}$	0,25
	$= 152312 : \{1930 - 2\}$	0,25
	$= 152312 : 1928 = 79$	0,25
	$B = 0,5 + \frac{5}{7} + \frac{1}{3} + 0,4 + \frac{1}{6} - \frac{4}{35} + \frac{9}{1945}$	1,0
	2) $= \frac{1}{2} + \frac{5}{7} + \frac{1}{3} + \frac{2}{5} + \frac{1}{6} - \frac{4}{35} + \frac{9}{1945}$	0,25
	$= \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{5}{7} + \frac{2}{5} - \frac{4}{35}\right) + \frac{9}{1945}$	0,25
	$= 1 + 1 + \frac{9}{1945}$	0,25
	$= 2 \frac{9}{1945}$	0,25
	3) $C = \frac{1}{2.5} + \frac{1}{5.8} + \frac{1}{8.11} + \dots + \frac{1}{1979.1982}$	1,0
	$= \frac{1}{3} \left(\frac{3}{2.5} + \frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \dots + \frac{3}{1979.1982} \right)$	0,25
	$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{1979} - \frac{1}{1982} \right)$	0,25
	$= \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{1982} \right)$	0,25
	$= \frac{1}{3} \cdot \frac{990}{1982} = \frac{165}{991}$	0,25
	4) $D = \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{8}\right) \left(1 + \frac{1}{15}\right) \dots \left(1 + \frac{1}{624}\right)$	1,0
	$= \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{16}{15} \dots \frac{625}{624}$	0,25
	$= \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \dots 25^2}{1.3.2.4.3.5 \dots 24.26}$	0,25

II 4,0 điểm	$= \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \dots 25^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 5^2 \dots 24^2 \cdot 25 \cdot 26}$	0,25
	$= \frac{2 \cdot 25}{26} = \frac{25}{13}$	0,25
	1) Tìm x biết: $26 - 3(2x - 3)^2 = -7^2$.	2,0
	1) $26 - 3(2x - 3)^2 = -7^2$ $3(2x - 3)^2 = 26 + 49$ $(2x - 3)^2 = 25$	0,5
	Suy ra $(2x - 3)^2 = (\pm 5)^2$	0,25
	Trường hợp 1: $2x - 3 = 5$ $2x = 5 + 3$ $2x = 8$ $x = 4$	0,5
	Trường hợp 2: $2x - 3 = -5$ $2x = -5 + 3$ $2x = -2$ $x = -1$	0,5
	Vậy $x \in \{-1; 4\}$.	0,25
	2) Cho $a, b \in \mathbb{Q}^*$ thỏa mãn $(a; b) = 1$. Chứng minh rằng: $(a^2 + b^2; ab) = 1$.	2,0
	Giả sử $(a^2 + b^2; ab) \neq 1$. Gọi d là ước nguyên tố chung của $a^2 + b^2$ và ab $\Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 : d \\ ab : d \end{cases}$ Vì $ab : d$ mà d là số nguyên tố nên $a : d$ hoặc $b : d$.	0,75
	Trường hợp 1: $\begin{cases} a^2 + b^2 : d \\ a : d \end{cases} \Rightarrow b : d$ $\Rightarrow d$ là ước chung của a và b . Mà $(a; b) = 1 \Rightarrow d = 1$ (Vô lí)	0,5
	Trường hợp 2: $\begin{cases} a^2 + b^2 : d \\ b : d \end{cases} \Rightarrow a : d$ $\Rightarrow d$ là ước chung của a và b . Mà $(a; b) = 1 \Rightarrow d = 1$ (Vô lí) Vậy điều giả sử là sai. Suy ra điều phải chứng minh.	0,75
	1) Tìm số tự nhiên x , biết: $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$	2,0
	$2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 960 - 2^{x+3}$	
	$2^x + 2 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x + 8 \cdot 2^x = 960$	0,5
	$(1 + 2 + 4 + 8) \cdot 2^x = 960$	0,25

III 4,0 điểm	$15 \cdot 2^x = 960$	0,25
	$2^x = 960 : 15$	0,25
	$2^x = 64$	0,25
	$2^x = 2^6$	0,25
	$x = 6$	0,25
	2) Tìm số tự nhiên n để phân số $A = \frac{6n+5}{3n-1}$ đạt giá trị lớn nhất. Tìm giá trị lớn nhất đó.	2,0
	$A = \frac{6n+5}{3n-1} = \frac{6n-2+2+5}{3n-1} = \frac{2 \cdot (3n-1) + 7}{3n-1} = 2 + \frac{7}{3n-1}$	0,5
	Phân số A có giá trị lớn nhất $\Rightarrow 2 + \frac{7}{3n-1}$ có giá trị lớn nhất	0,5
	$\Rightarrow \frac{7}{3n-1}$ có giá trị lớn nhất $\Rightarrow 3n-1$ có giá trị là số tự nhiên nhỏ nhất khác 0	0,5
	Hay $3n-1 \in \mathbb{N}^*$ và $3n-1$ có giá trị nhỏ nhất với $n \in \mathbb{N}$ $\Rightarrow n = 1$	0,25
	Thay $n = 1$ vào A có $A = \frac{6+5}{3-1} = \frac{11}{2}$	0,25
	Vậy với $n \in \mathbb{N}$, Phân số A có giá trị lớn nhất là $\frac{11}{2}$ khi $n = 1$.	
	3) Tìm số tự nhiên nhỏ nhất sao cho khi chia cho 11 dư 6, chia cho 4 dư 1 và chia cho 19 dư 11.	
	Gọi số tự nhiên cần tìm là a	0,25
	a chia cho 11 dư 6 $\Rightarrow (a-6) : 11 \Rightarrow (a-6+33) : 11 \Rightarrow (a+27) : 11$	0,25
	a chia cho 4 dư 1 $\Rightarrow (a-1) : 4 \Rightarrow (a-1+28) : 4 \Rightarrow (a+27) : 4$	0,25
	a chia cho 19 dư 11 $\Rightarrow (a-11) : 19 \Rightarrow (a-11+38) : 19 \Rightarrow (a+27) : 19$	0,25
	Từ đó có $(a+27) \in BC(4; 11; 19)$	0,25
	Mà a là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn nên $(a+27)$ cũng là số tự nhiên nhỏ nhất thỏa mãn	0,25
	$\Rightarrow a+27 = BCNN(4; 11; 19) = 836 \Rightarrow a = 809$	0,25
	Vậy số tự nhiên cần tìm là 809.	0,25
IV 6,0	1) Cho đoạn thẳng $AB = 7\text{cm}$, điểm C nằm giữa A và B sao cho $AC = 2\text{cm}$. Các điểm D và E theo thứ tự là trung điểm của AC và CB . Gọi F là trung điểm của DE . Tính độ dài các đoạn thẳng DE , CF .	2,0

điểm	<p>a) * Vì C nằm giữa A và B Nên $AC + CB = AB$ Mà $AC = 2\text{cm}$, $AB = 7\text{cm}$ $\Rightarrow 2 + CB = 7$ $\Rightarrow CB = 7 - 2 = 5(\text{cm})$</p>		0,5
	<p>Vì D là trung điểm của AC Nên $DC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1(\text{cm})$ Vì E là trung điểm của CB Nên $CE = \frac{1}{2} CB = \frac{1}{2} \cdot 5 = 2,5(\text{cm})$ Lại có D và E nằm khác phía đối với C $\Rightarrow C$ nằm giữa D và E $\Rightarrow DE = DC + CE = 1 + 2,5 = 3,5(\text{cm})$ Vậy $DE = 3,5(\text{cm})$</p>		0,5
	<p>* Vì F là trung điểm của DE Nên $DF = FE = \frac{1}{2} DE = \frac{1}{2} \cdot 3,5 = 1,75(\text{cm})$</p>		0,5
	<p>Trên tia EA có $EF = 1,75\text{cm}$, $EC = 2,5\text{cm}$ $\Rightarrow EF < EC$ $\Rightarrow F$ nằm giữa E và C Do đó $EF + FC = EC$ $\Rightarrow 1,75 + FC = 2,5$ $FC = 2,5 - 1,75 = 0,75(\text{cm})$ Vậy $FC = 0,75\text{cm}$</p>		0,5
	<p>2) Một miếng bìa hình bình hành có diện tích bằng 1800cm^2. Nếu bớt chiều dài đi 20cm thì được hình thoi có chu vi là 16dm. a) Tính diện tích hình thoi. b) Tính chu vi miếng bìa hình bình hành ban đầu.</p>		2,0
	<p>a) Đổi $1800\text{cm}^2 = 18\text{dm}^2$; $20\text{cm} = 2\text{dm}$ Gọi miếng bìa hình bình hành ban đầu là ABCD Khi bớt chiều dài đi 20cm được hình thoi ABEF</p>		0,5
	<p>Vì chu vi của hình thoi ABEF là 16dm Nên cạnh hình thoi là $16 : 4 = 4 (\text{dm})$ Chiều dài BC hình bình hành là $4 + 2 = 6 (\text{dm})$</p>		0,5
	<p>Chiều cao của hình thoi ABEF cũng là chiều cao của hình bình hành ABCD và bằng $18 : 6 = 3 (\text{dm})$ Suy ra diện tích hình thoi ABEF là $3 \cdot 4 = 12(\text{dm}^2)$ Vậy diện tích hình thoi là 12dm^2</p>		0,5
	<p>b) Chu vi hình bình hành ABCD là $(4+6) \cdot 2 = 20\text{dm}$ Vậy chu vi miếng bìa hình bình hành ban đầu là 20dm</p>		0,5
	<p>3) Cho 2^5 điểm trong đó có đúng 8 điểm thẳng hàng, ngoài ra không có ba điểm thẳng hàng. Vẽ các đường thẳng đi qua các cặp điểm. Hỏi vẽ được tất cả bao nhiêu đường thẳng?</p>		2,0

	Nếu 25 điểm đã cho không có ba điểm nào thẳng hàng thì số đường thẳng là $24.25 = 600$ (đường thẳng).	0,5
	Nhưng mỗi đường thẳng đã được tính 2 lần Do vậy số đường thẳng thực sự có là: $600 : 2 = 300$ (đường thẳng).	0,5
	Với 8 điểm, không có điểm nào thẳng hàng vẽ được: $8.7 : 2 = 28$ (đường thẳng) Còn nếu 8 điểm này thẳng hàng thì chỉ vẽ được 1 đường thẳng.	0,5
	Do vậy số đường thẳng bị giảm đi là: $28 - 1 = 27$ (đường thẳng) Số đường thẳng cần tìm là: $300 - 27 = 273$ (đường thẳng)	0,5
	Chứng minh: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} > \frac{13}{6}$	2,0
V 2,0 điểm	Ta có: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} =$ $= \left(\frac{2}{11} + \frac{2}{12} \right) + \left(\frac{2}{13} + \frac{2}{14} + \dots + \frac{2}{18} \right) + \left(\frac{2}{19} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{2}{24} \right) + \left(\frac{2}{25} + \frac{2}{36} + \dots + \frac{2}{36} \right)$ $+ \left(\frac{2}{37} + \frac{2}{38} + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} \right)$	0,5
	$> 2. \frac{2}{12} + 6. \frac{2}{18} + 6. \frac{2}{24} + 12. \frac{2}{36} + \left(\frac{2}{37} + \frac{2}{38} + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} \right)$	0,5
	$> 2. \frac{2}{12} + 6. \frac{2}{18} + 6. \frac{2}{24} + 12. \frac{2}{36} = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{5}{3} + \frac{1}{2} = \frac{13}{6}$	0,5
	Vậy: $A = \frac{2}{11} + \frac{2}{12} + \frac{2}{13} + \dots + \frac{2}{39} + \frac{2}{40} > \frac{13}{6}$	0,5

----- Hết -----