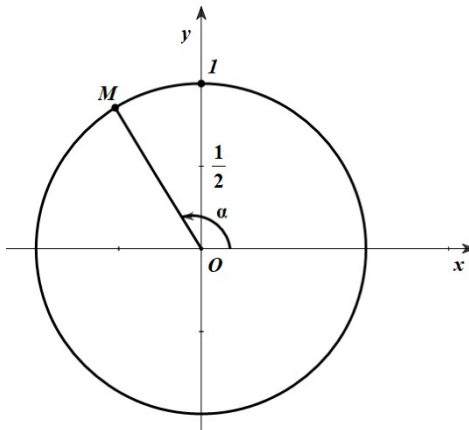


ĐỀ 3

📖 **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho góc α được biểu diễn trên đường tròn lượng giác như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha - \frac{1}{2} > 0$. C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0 < \cos \alpha$.

Câu 2: Với x là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$. C. $\sin 2x = 2 \cos x$. D. $\sin 2x = 2 \sin x$.

Câu 3: Cho hàm số $y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt là M, m . Tính giá trị của biểu thức $S = 20M - 12m$.

- A. $S = 5$. B. $S = 48$. C. $S = 60$. D. $S = 88$.

Câu 4: Số nghiệm trong khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $1 - \cos 2x = 0$ là

- A. 0 . B. 1 . C. 3 . D. 2 .

Câu 5: Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho

- A. $d = -5$. B. $d = 4$. C. $d = -4$. D. $d = 5$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5) \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2024 của dãy số trên

- A. $u_{2024} = 6 \cdot 2^{2023} - 5$. B. $u_{2024} = 6 \cdot 2^{2024} - 5$. C. $u_{2024} = 6 \cdot 2^{2023} + 1$. D. $u_{2024} = 6 \cdot 2^{2024} + 5$.

Câu 7: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 10) của 50 học sinh tham dự kỳ thi giữa kỳ 1 của lớp 11A, ta có bảng số liệu sau

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	5	7	13	18	7

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 6 . B. 6,25 . C. 6,56 . D. 6,63 .

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 10) của 50 học sinh tham dự kỳ thi giữa kỳ 1 của lớp 11A, ta có bảng số liệu sau

Điểm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	5	7	13	18	7

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 4,06 . B. 4,07 . C. 4,08 . D. 4,09 .

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. AC . B. BC . C. SO . D. BD .

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương CD lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

- A. S . B. Trung điểm của BC . C. B . D. C .

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4^{n-1}}{5^{n-2}}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

- A. 0 . B. $\frac{4}{5}$. C. $\frac{4}{25}$. D. $\frac{25}{4}$.

Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

- A. $2x^2 - 3x + 4 = 0$. B. $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. C. $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$. D. $3x^{2024} - 8x + 4 = 0$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAB và SCD ; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

- a) $\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$.
b) $IJ \parallel (ABCD)$.
c) BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$.
d) BC cắt mặt phẳng (AIJ) .

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA . Khi đó:

- a) $MN \parallel BC$.
b) $PN \parallel SD$.
c) $MN \parallel (SAD)$.
d) SC cắt mặt phẳng (MNP) .

Câu 15: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) $AD \parallel (ABF)$.

- b) $(AFD) \parallel (BEC)$
 c) $(ABD) \parallel (EFC)$
 d) Sáu điểm A, B, C, D, E, F là 6 đỉnh của một hình lăng trụ tam giác.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số

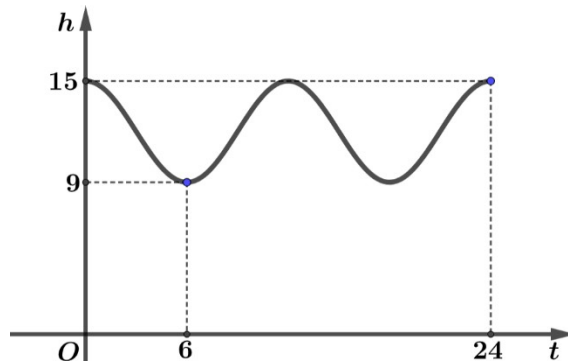
- a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$
 b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$
 c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
 d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

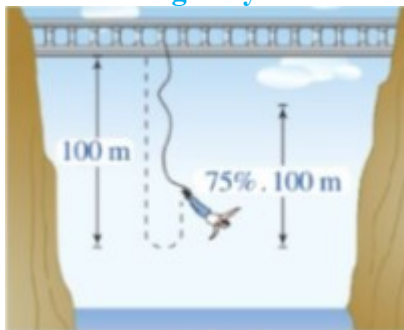
Câu 17: Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày ($0 \leq t \leq 24$) cho bởi hàm số

$$h(t) = a \cos \frac{\pi}{6} t + b$$

có đồ thị như hình bên dưới (a, b là các số thực dương). Gọi S là tập hợp tất cả các thời điểm t trong ngày để chiều cao của mực nước biển là 15 mét. Tổng tất cả phần tử của S bằng.

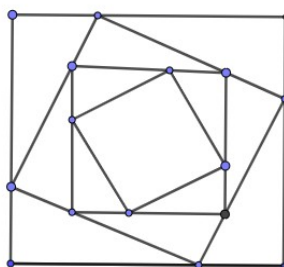


Câu 18: Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây dai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 20: Từ hình vuông có cạnh bằng a , người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông mới (hình vẽ). Tiếp tục quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của hình vuông được tạo thành ở bước thứ n ($n \in \{1; 2; 3; \dots\}$). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$



Câu 21: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b$.

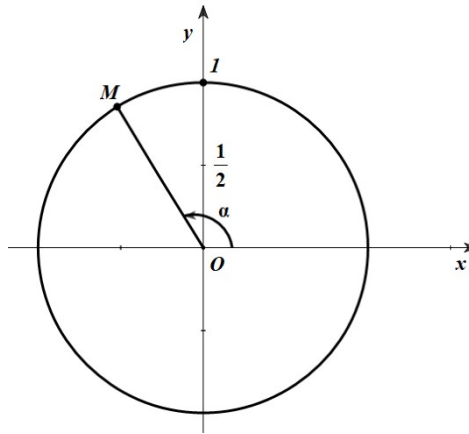
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2024m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 22: Cho hàm số liên tục tại $x=1$ khi đó giá trị của tham số m bằng.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

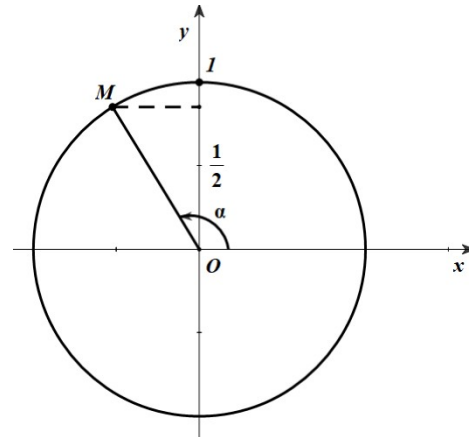
Câu 1: Cho góc α được biểu diễn trên đường tròn lượng giác như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng



- A. $\sin \alpha \cdot \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha - \frac{1}{2} > 0$. C. $\tan \alpha \cdot \cot \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0 < \cos \alpha$.

Lời giải

Góc α được biểu diễn như hình vẽ, khi đó $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0, \tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$.



Tung độ của điểm M là $\sin \alpha$ suy ra $\sin \alpha > \frac{1}{2}$

Mệnh đề đúng là $\sin \alpha - \frac{1}{2} > 0$.

Câu 2: Với x là góc bất kì và các biểu thức có nghĩa. Đẳng thức nào dưới đây đúng?

- A. $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$. B. $\sin 2x = \sin x \cos x$. C. $\sin 2x = 2 \cos x$. D. $\sin 2x = 2 \sin x$.

Lời giải

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Câu 3: Cho hàm số $y = 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3$ có giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất lần lượt là M, m . Tính giá trị của biểu thức $S = 20M - 12m$.

- A. $S = 5$. B. $S = 48$. C. $S = 60$. D. $S = 88$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) \leq 1$$

$$\text{Nên } 1 \leq 2 \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) + 3 \leq 5$$

Suy ra $S = 20M - 12m = 20.5 - 12.1 = 88$.

Câu 4: Số nghiệm trong khoảng $(-\pi; \pi)$ của phương trình $1 - \cos 2x = 0$ là

- A. 0. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Ta có: $1 - \cos 2x = 0$

Nên $\cos 2x = 1$

$$2x = k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

$$x = k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Với $-\pi < x < \pi$ thì $-1 < k < 1$.

Suy ra $k = 0$.

Vậy có 1 nghiệm trong khoảng $(-\pi; \pi)$

Câu 5: Một cấp số cộng gồm 5 số hạng. Hiệu số hạng đầu và số hạng cuối bằng 20. Tìm công sai d của cấp số cộng đã cho

- A. $d = -5$. B. $d = 4$. C. $d = -4$. D. $d = 5$.

Lời giải

Gọi năm số hạng của cấp số cộng đã cho là: $u_1; u_2; u_3; u_4; u_5$.

Theo đề bài ta có: $u_1 - u_5 = 20 \Leftrightarrow u_1 - (u_1 + 4d) = 20 \Leftrightarrow d = -5$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} + 5 = 2(u_n + 5) \end{cases}$. Tính số hạng thứ 2024 của dãy số trên

- A. $u_{2024} = 6.2^{2023} - 5$. B. $u_{2024} = 6.2^{2024} - 5$. C. $u_{2024} = 6.2^{2023} + 1$. D. $u_{2024} = 6.2^{2024} + 5$.

Lời giải

Ta có $v_n = u_n + 5, \forall n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow v_{n+1} = 2v_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$

Do đó (v_n) là cấp số nhân với $v_1 = 6, q = 2, v_n = 6.q^{n-1}, v_{2024} = 6.2^{2023} \Rightarrow u_{2024} = 6.2^{2023} - 5$.

Câu 7: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 10) của 50 học sinh tham dự kỳ thi giữa kỳ 1 của lớp 11A, ta có bảng số liệu sau

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	5	7	13	18	7

Tìm một của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 6. B. 6,25. C. 6,56. D. 6,63.

Lời giải

Từ bảng số liệu, nhóm chứa một sẽ là $[6;8)$. Khi đó một là

$$M_0 = 6 + \frac{18 - 13}{(18 - 13) + (18 - 7)} \cdot (8 - 6) = 6,625 \approx 6,63$$

Câu 8: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê điểm số (thang điểm 10) của 50 học sinh tham dự kỳ thi giữa kỳ 1 của lớp 11A, ta có bảng số liệu sau

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	5	7	13	18	7

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 4,06 . B. 4,07 . C. 4,08 . D. 4,09 .

Lời giải

Ta có bảng số liệu

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	5	7	13	18	7
Tần số tích lũy	5	12	25	43	50

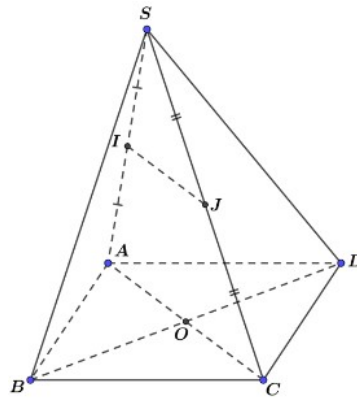
Vì $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[4;6)$. Khi đó tứ phân vị thứ nhất là

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{50}{4} - 12}{13} \cdot (6 - 4) = \frac{53}{13} \approx 4,08$$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi I, J lần lượt là trung điểm SA, SC . Đường thẳng IJ song song với đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

- A. AC . B. BC . C. SO . D. BD .

Lời giải

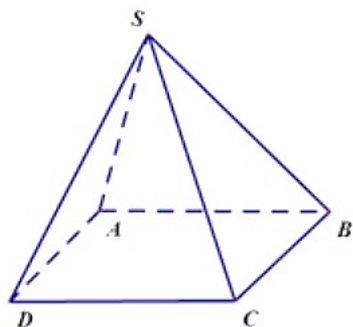


Do IJ là đường trung bình của tam giác $SAC \Rightarrow IJ \parallel AC$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Hình chiếu song song của điểm A theo phương CD lên mặt phẳng (SBC) là điểm nào sau đây?

- A. S . B. Trung điểm của BC . C. B . D. C .

Lời giải



Do $AB \cap (SBC) = \{B\}$ suy ra hình chiếu song song của điểm A theo phương CD ($CD \parallel AB$) lên mặt phẳng (SBC) là điểm B .

Câu 11: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{4^{n-1}}{5^{n-2}}$. Tính $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

- A.** 0. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{4}{25}$. **D.** $\frac{25}{4}$.

Lời giải

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{4^{n-1}}{5^{n-2}} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\left(\frac{4}{5} \right)^n \cdot \frac{4^{-1}}{5^{-2}} \right) = 0$$

Câu 12: Phương trình nào dưới đây có nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

- A.** $2x^2 - 3x + 4 = 0$. **B.** $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$. **C.** $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0$. **D.** $3x^{2024} - 8x + 4 = 0$.

Lời giải

➤ Xét phương án A : $2x^2 - 3x + 4 = 0$ có $\Delta = 9 - 32 = -23 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

➤ Xét phương án B : $3x^4 - 4x^2 + 5 = 0$

Đặt $t = x^2$ ($t \geq 0$), phương trình trở thành: $3t^2 - 4t + 5 = 0$.

$\Delta' = 4 - 15 = -11 \Rightarrow$ phương trình vô nghiệm.

➤ Xét phương án C : $(x-1)^5 - x^7 - 2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^5 = x^7 + 2$

$$\forall x \in (0;1) \Rightarrow \begin{cases} x-1 < 0 \Rightarrow (x-1)^5 < 0 \\ x^7 + 2 > 2 \end{cases} \Rightarrow \text{phương trình vô nghiệm.}$$

➤ Xét phương án D : $3x^{2024} - 8x + 4 = 0$, xét $f(x) = 3x^{2024} - 8x + 4$.

$$\begin{cases} f(0) = 3 \cdot 0 - 8 \cdot 0 + 4 = 4 \\ f(1) = 3 \cdot 1 - 8 \cdot 1 + 4 = -1 \end{cases} \Rightarrow f(0) \cdot f(1) < 0$$

Mặt khác hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ do đó liên tục trên $[0;1]$.

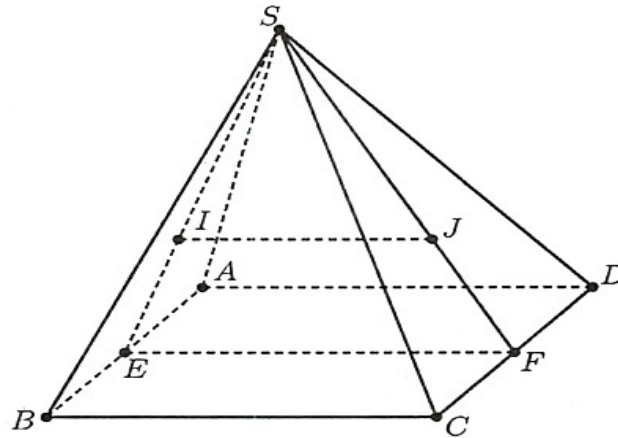
Vậy phương trình $3x^{2024} - 8x + 4 = 0$ có ít nhất một nghiệm trong khoảng $(0;1)$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi I, J lần lượt là trọng tâm của hai tam giác SAB và SCD ; E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khi đó:

- a) $\frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$.
 b) $IJ \parallel (ABCD)$.
 c) BC song song với mặt phẳng $(SAD), (SEF)$.
 d) BC cắt mặt phẳng (AIJ) .

Lời giải



a) **Đúng.**

Do I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD nên $\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3}$.

b) **Đúng.**

Do I, J lần lượt là trọng tâm của tam giác SAB và SCD nên

$$\frac{SI}{SE} = \frac{SJ}{SF} = \frac{2}{3} \Rightarrow IJ \parallel EF \text{ mà } EF \subset (ABCD) \Rightarrow IJ \parallel (ABCD).$$

c) **Đúng.**

Vì $BC \parallel AD, AD \subset (SAD) \Rightarrow BC \parallel (SAD)$.

Vì EF là đường trung bình của hình bình hành $ABCD$ nên $BC \parallel EF, EF \subset (SEF) \Rightarrow BC \parallel (SEF)$.

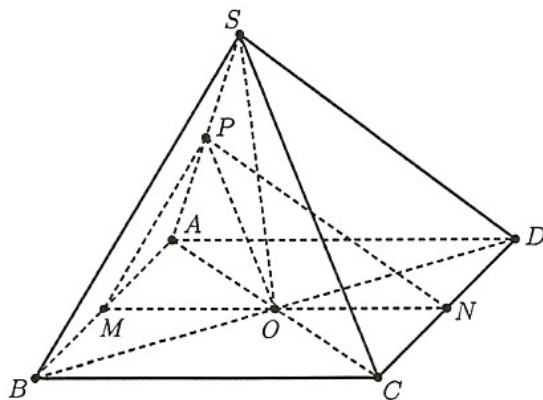
d) **Sai.**

Ta có: $IJ \parallel EF, EF \parallel BC \Rightarrow BC \parallel IJ$ mà $IJ \subset (AIJ) \Rightarrow BC \parallel (AIJ)$.

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD , P là trung điểm cạnh SA . Khi đó:

- a) $MN \parallel BC$
 b) $PN \parallel SD$
 c) $MN \parallel (SAD)$
 d) SC cắt mặt phẳng (MNP)

Lời giải



a) Đúng

Vì M, N lần lượt là trung điểm các cạnh AB và CD nên $MNCB$ là hình bình hành nên $MN \parallel BC$.

b) Sai

Do PN, SD không đồng phẳng nên PN không thể song song với SD

c) Đúng

Do $MN \parallel BC \Rightarrow MN \parallel AD$ mà $AD \subset (SAD) \Rightarrow MN \parallel (SAD)$.

d) Sai

Do OP là đường trung bình của tam giác SAC nên $SC \parallel OP$, mà $OP \subset (MNP)$ nên $SC \parallel (MNP)$.

Câu 15: Cho hai hình bình hành $ABCD$ và $ABEF$ nằm trong hai mặt phẳng phân biệt. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $AD \parallel (ABF)$

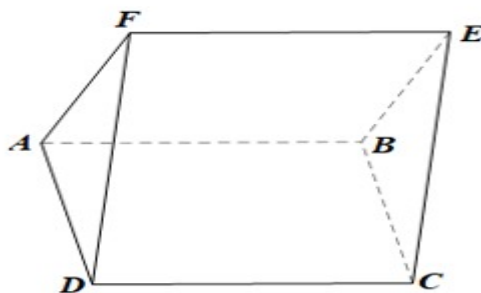
b) $(AFD) \parallel (BEC)$

c) $(ABD) \parallel (EFC)$

d) Sáu điểm A, B, C, D, E, F là 6 đỉnh của một hình lăng trụ tam giác.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------



a) Sai: AD và (ABF) cắt nhau tại A .

b) Đúng.

Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $AD \parallel BC$, suy ra $AD \parallel (BEC)$.

Vì $ABEF$ là hình bình hành nên $AF \parallel BE$, suy ra $AF \parallel (BEC)$.

Mà AD và AF cắt nhau nên $(AFD) \parallel (BEC)$.

c) Sai: Vì (ABD) và (EFC) có điểm C chung.

d) Đúng:

Vì $ABCD$ và $ABEF$ là hình bình hành nên AB, CD, FE đôi một song song

Mặt khác $(AFD) \parallel (BEC)$ (theo câu b)

Do đó 6 điểm A, B, C, D, E, F là 6 đỉnh của một hình lăng trụ tam giác.

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{2} & \text{khi } x \leq 1 \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} & \text{khi } x > 1 \end{cases}$$

Câu 16: Cho hàm số

a) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -2$

b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$

c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$

d) Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$.

Lời giải

a) S

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{x}{2} \right) = 0$$

b) S

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \frac{1}{4}$$

c) Đ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x-2}{x+1} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 - \frac{3}{x+1} \right) = 1$$

d) Đ

Ta có:

$$f(1) = -\frac{1}{2} \quad \text{và} \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \left(-\frac{x}{2} \right) = -\frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \left(\frac{x-2}{x+1} \right) = -\frac{1}{2}$$

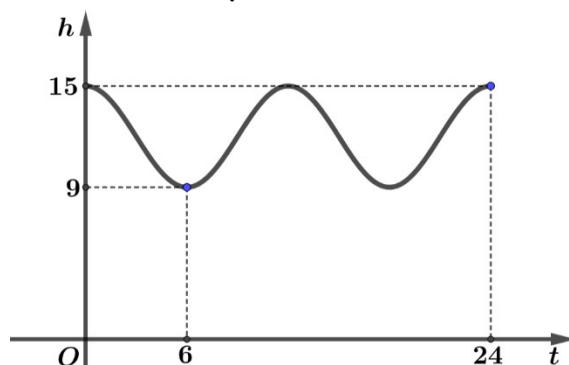
Vậy $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0 = 1$.

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22**

Câu 17: Hằng ngày, mực nước của một con kênh lên xuống theo thủy triều. Độ sâu h (mét) của mực nước trong kênh tính theo thời gian t (giờ) trong một ngày $(0 \leq t \leq 24)$ cho bởi hàm số

$$h(t) = a \cos \frac{\pi}{6} t + b$$

có đồ thị như hình bên dưới (a, b là các số thực dương). Gọi S là tập hợp tất cả các thời điểm t trong ngày để chiều cao của mực nước biển là 15 mét. Tổng tất cả phần tử của S bằng.



Lời giải

Đáp án: 36.

Theo đồ thị ta có:

$$\begin{cases} h(6) = 9 \\ h(24) = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + b = 9 \\ a + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 12 \end{cases}$$

$$h(t) = 3 \cos \frac{\pi}{6} t + 12$$

Suy ra:

$$h(t) = 15 \Leftrightarrow 3 \cos \frac{\pi}{6} t + 12 = 15 \Leftrightarrow \cos \frac{\pi}{6} t = 1 \Leftrightarrow \frac{\pi}{6} t = k2\pi \Leftrightarrow t = 12k$$

Theo đề bài yêu cầu:

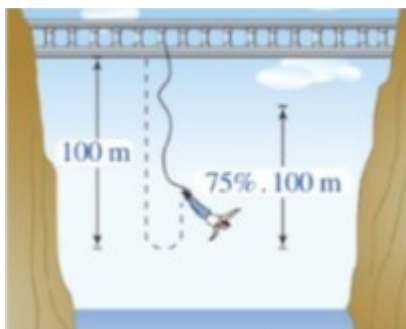
($k \in \mathbb{Z}$)

Vì: $0 \leq t \leq 24$ nên $t = 0, t = 12, t = 24$

Suy ra: $S = \{0, 12, 24\}$

Tổng các phần tử của S bằng: $0 + 12 + 24 = 36$.

Câu 18: Một người nhảy bungee (một trò chơi mạo hiểm mà người chơi nhảy từ một nơi có địa thế cao xuống với dây dai an toàn buộc xung quanh người) từ một cây cầu và căng một sợi dây dài 100 m. Sau mỗi lần rơi xuống, nhờ sự đàn hồi của dây, người nhảy được kéo lên một quãng đường có độ dài bằng 75% so với lần rơi trước đó và lại bị rơi xuống đúng bằng quãng đường vừa được kéo lên. Tính tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét)?



Lời giải

Đáp án: 666.

Gọi u_n là quãng đường người đó được kéo lên ở lần thứ n (đơn vị tính: mét).

Ta có $u_1 = 0,75 \cdot 100 = 100 \cdot 1,5 = 75 \text{ m}$ và $u_n = 0,75 \cdot u_{n-1}$.

Vậy (u_n) là cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = 75$ và công bội $q = 0,75$.

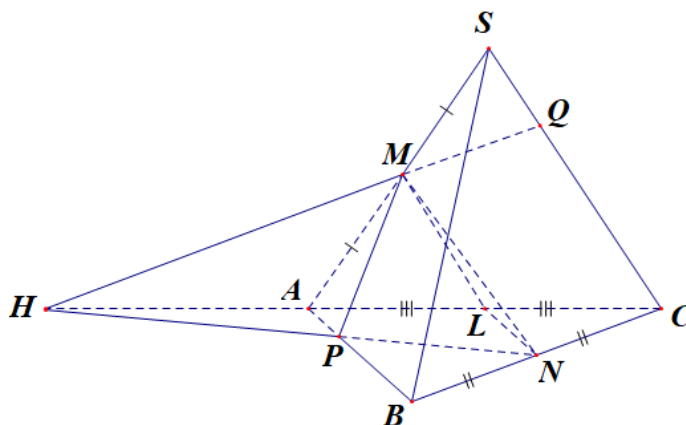
Tổng quãng đường người đó đi được sau 10 lần kéo lên và lại rơi xuống là

$$S = 100 + 2u_1 + 2u_2 + \dots + 2u_{10} = 100 + 2S_{10} = 100 + 2 \cdot \frac{75(1 - 0,75^{10})}{1 - 0,75} \approx 666 \text{ (m)}$$

Câu 19: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và BC , P là điểm trên cạnh AB sao cho $\frac{AP}{AB} = \frac{1}{3}$. Gọi Q là giao điểm của SC với mặt phẳng (MNP) . Tính $\frac{SQ}{SC}$ (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Đáp án: 0,33



Tìm giao điểm Q của SC với mặt phẳng (MNP)

Chọn mặt phẳng phụ (SAC) chứa SC

Trong (ABC) gọi $H = AC \cap NP$

Suy ra $(MNP) \cap (SAC) = HM$. Khi đó Q là giao điểm của HM và SC .

Gọi L là trung điểm AC

$$\frac{HA}{HL} = \frac{AP}{LN} = \frac{\frac{1}{3}AB}{\frac{1}{2}AB} = \frac{2}{3}$$

Ta có 2^{AB} (vì M, N là trung điểm của AC và BC nên 2^{AB})

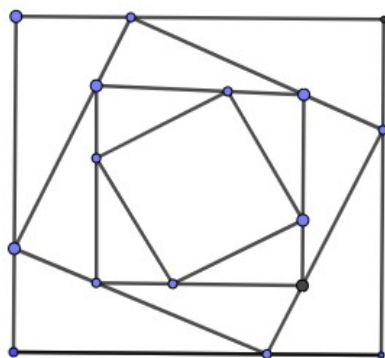
$$\Rightarrow HA = \frac{2}{3}HL$$

Mà $LC = AL = HL - HA = HL - \frac{2}{3}HL = \frac{1}{3}HL$ nên $HL = \frac{3}{4}HC$

Mặt khác ta có $\frac{HC}{HL} = \frac{QC}{ML} = \frac{4}{3}$ (vì $ML \parallel SC$)

Mà $2ML = SC$ nên $\frac{QC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{SQ}{SC} = \frac{1}{3}$.

Câu 20: Từ hình vuông có cạnh bằng a , người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành ba phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông mới (hình vẽ). Tiếp tục quá trình này đến vô hạn. Gọi S_n là diện tích của hình vuông được tạo thành ở bước thứ n ($n \in \{1; 2; 3; \dots\}$). Tính tổng $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$



Lời giải

Đáp án: $\frac{5a^2}{4}$

Ta có cạnh của hình vuông được tạo ở bước 1 là $\frac{a\sqrt{5}}{3}$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{5a^2}{9},$$

$$S_2 = \left(\frac{5}{9}\right)^2 a^2, \quad S_3 = \left(\frac{5}{9}\right)^3 a^2, \quad S_n = \left(\frac{5}{9}\right)^n a^2,$$

Tương tự như trên, ta có

Nên $S = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$ là tổng của cấp số nhân lùi vô hạn với $\begin{cases} u_1 = \frac{5}{9}a^2 \\ q = \frac{5}{9} \end{cases}$.

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{\frac{5}{9}a^2}{1-\frac{5}{9}} = \frac{5}{4}a^2$$

Khi đó

Câu 21: Cho hai số thực a, b thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$. Tính giá trị biểu thức $S = a + 2b$.

Lời giải

Đáp án: $S = -4$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} = 5$ là 1 số hữu hạn và $\lim_{x \rightarrow 2} (x - 2) = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow 2} (ax^2 + bx - 2) = 0$ hay $4a + 2b - 2 = 0 \Leftrightarrow b = 1 - 2a$.

Khi đó:

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + bx - 2}{x - 2} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + (1 - 2a)x - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ax^2 + x - 2ax - 2}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(ax^2 - 2ax) + (x - 2)}{x - 2} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(ax + 1)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (ax + 1) = 2a + 1 = 5 \Rightarrow a = 2 \end{aligned}$$

Suy ra $b = -3$. Vậy $S = -4$.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} & \text{khi } x \neq 1 \\ 2024m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ khi đó giá trị của tham số m bằng.

Lời giải

Đáp số: $\frac{-1}{1012}$

Hàm số xác định tại $x = 1$.

Ta có $f(1) = 2024m$. Tính $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2}$.

Đặt $t = x - 1$ thì $x = t + 1$, $x \rightarrow 1$ thì $t \rightarrow 0$

$$\frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = \frac{\sqrt[3]{6t+1} - \sqrt{4t+1}}{t^2} = \frac{\sqrt[3]{6t+1} - (2t+1)}{t^2} + \frac{(2t+1) - \sqrt{4t+1}}{t^2}$$

$$= \frac{6t+1 - (8t^3 + 12t^2 + 6t+1)}{t^2 \left[\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} + \frac{(4t^2 + 4t+1) - (4t+1)}{t^2(2t+1 + \sqrt{4t+1})}$$

$$= \frac{-8t-12}{\left[\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} + \frac{4}{(2t+1 + \sqrt{4t+1})}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} = \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{-8t-12}{\left[\sqrt[3]{(6t+1)^2} + (2t+1)\sqrt[3]{6t+1} + (2t+1)^2 \right]} + \frac{4}{(2t+1 + \sqrt{4t+1})} \right) = -2$$

Vậy

$$f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{6x-5} - \sqrt{4x-3}}{(x-1)^2} \Leftrightarrow 2024m = -2 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{1012}$$

Để hàm số liên tục tại $x = 1$ khi