

☞ **Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các câu dưới đây, câu nào là mệnh đề toán học?

- A. Việt Nam có 54 dân tộc. B. $x + 1 < 3$
C. London là thủ đô của nước Anh. D. $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x + 6 = 0$.

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 5\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng liệt kê các phần tử là

- A. $A = \{1; 2; 3; 4\}$ B. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = [-2; 2]$ và $B = (-1; 3)$. Tập hợp $A \cap B$ bằng

- A. $[-2; 3)$ B. $(-1; 2]$ C. $[-2; -1]$ D. $(-1; 2)$

Câu 4: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - y > 5$?

- A. $Q(-1; 1)$ B. $P(1; 1)$ C. $M(2; -1)$ D. $N(2; -2)$

Câu 5: Đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $\begin{cases} x^2 + y > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + 2xy > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x + y > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + y > 2024 \\ 2x - y = 2025 \end{cases}$

Câu 6: Số quy tròn của số $2024,5678$ đến hàng phần trăm là

- A. $2024,57$ B. $2024,568$ C. $2024,6$ D. 2025 .

Câu 7: Cho mẫu số liệu: $1 \ 3 \ 6 \ 8 \ 9 \ 12$. Số trung vị của mẫu số liệu trên là:

- A. 6 B. $6,5$ C. 7 D. 8 .

Câu 8: Cho góc α thỏa $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Biểu thức $\sin \alpha \cdot \cot \alpha + \cos \alpha \cdot \tan \alpha$ bằng

- A. 1 B. $\tan \alpha + \cot \alpha$ C. $\sin \alpha - \cos \alpha$ D. $\sin \alpha + \cos \alpha$

Câu 9: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$ B. $a \cdot \sin A = b \cdot \sin B$ C. $a \cdot \cos A = b \cdot \cos B$ D. $a \cdot \cos B = b \cdot \cos A$

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình bình hành cùng phương với vector $\vec{AB}$?

- A. 3 B. 1 C. 2 D. Vô số.

Câu 11: Cho mẫu số liệu $\{10; 7; 6; 3; 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. $2,88$ B. 8 C. $2,45$ D. 6 .

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{BC}$.

- A. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 4\sqrt{3}$ B. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -4\sqrt{3}$ C. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = 4$ D. $\vec{AB} \cdot \vec{BC} = -4$.

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho các tập hợp sau: A gồm các số nguyên tố có 1 chữ số, $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid (x-3)(x-5) = 0\}$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7\}$.
b) Tập B có đúng 4 tập con.

c) Số tập con có 2 phần tử của A là 6.

d) Có 5 tập X thỏa $B \subset X \subset A$.

$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$

Câu 14: Cho hệ bất phương trình . Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

a) Điểm $(0; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là một tam giác.

c) Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị nhỏ nhất là 2.

d) Biểu thức $T = 2x - 3y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị lớn nhất là 1.

Câu 15: Bảng số liệu sau cho biết mức lương hàng năm của các cán bộ và nhân viên trong một công ty.

20910	76000	20350	20060
21410	20110	21410	21360
20350	21130	20960	125000

Khi đó:

a) Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là: $\bar{x} = 34087,5$.

b) Mức lương lớn nhất là 76000.

c) Số trung vị là: 21045.

d) Có thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Câu 16: Cho tam giác ABC , biết $b = 7, c = 5, \cos A = \frac{3}{5}$. Khi đó:

a) $\sin A > 0$

b) $S = 14$

c) $a = 3\sqrt{2}$

d) $r = 4 - \sqrt{2}$

☞ **Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22**

Câu 17: Lớp $10C^{14}$ có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp $10C^{14}$ có bạn Kiệt, Hạ, Toàn, Thiện bị khuyết tật hòa nhập nên không tham gia tiết mục nào.

Câu 18: Bài thi Tiếng Anh gồm có 100 câu trắc nghiệm, mỗi đáp án chọn đúng được 1 điểm, chọn sai 0 điểm. Kết quả kiểm tra của lớp $10A$ được thống kê như sau:

54	67	87	23	54	76	15	64	74	35	65	60	62	50	46
58	61	49	49	58	59	59	79	82	100	95	64	55	38	72

Tính số trung vị của mẫu số liệu trên.

Câu 19: Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 10 ngày

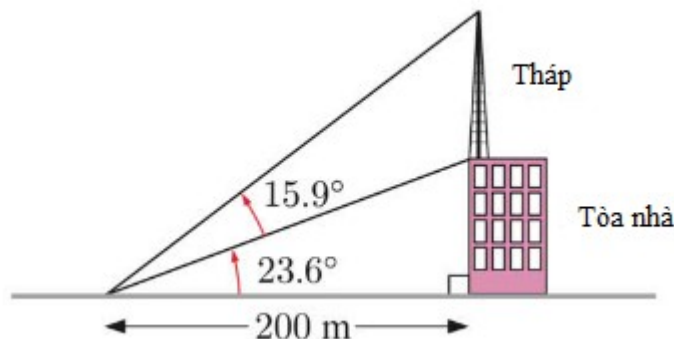
12; 7; 10; 9; 12; 9; 10; 1; 10; 14.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Câu 20: Một hộ trồng hoa dự định trồng hoa hồng và hoa cúc trên diện tích 800m^2 , sử dụng không quá 180 công làm việc và 40 kg phân bón. Người chủ hộ tính: nếu trồng hoa cúc trên diện tích 100m^2 thì cần 4 kg phân bón, 20 công làm việc và có thể thu về lợi nhuận 8 triệu đồng; nếu trồng hoa hồng

trên diện tích 100m^2 thì cần 6 kg phân bón, 30 công làm việc và có thể thu về lợi nhuận 10 triệu đồng. Tìm số tiền lợi nhuận lớn nhất có thể thu về của hộ nông dân đó trên diện tích đã dự kiến trồng.

Câu 21: Một tháp thông tin được xây dựng trên nóc một tòa nhà như hình vẽ. Hỏi tháp cao bao nhiêu mét?



Câu 22: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình vuông $ABCD$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$. Cường độ của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tương ứng là 10N, 10N, 15N. Tính cường độ hợp lực tác động lên chất điểm.

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Trong các câu dưới đây, câu nào là mệnh đề toán học?

- A. Việt Nam có 54 dân tộc. B. $x + 1 < 3$ C. London là thủ đô của nước Anh. D. $\exists x \in \mathbb{Q} : 2x + 6 = 0$.

Lời giải

Vì mệnh đề toán học là câu khẳng định đúng hoặc sai liên quan đến lĩnh vực toán học nên chọn D

Câu 2: Cho tập hợp $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid x \leq 5\}$. Tập hợp A được viết dưới dạng liệt kê các phần tử là

- A. $A = \{1; 2; 3; 4\}$ B. $A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ C. $A = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ D. $A = \{0; 1; 2; 3; 4\}$

Lời giải

$$x \in \mathbb{Q}; x \leq 5 \Rightarrow x \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$$

Câu 3: Cho hai tập hợp $A = [-2; 2]$ và $B = (-1; 3)$. Tập hợp $A \cap B$ bằng

- A. $[-2; 3)$ B. $(-1; 2]$ C. $[-2; -1]$ D. $(-1; 2)$

Lời giải

$$A \cap B = [-2; 2] \cap (-1; 3) = (-1; 2]$$

Câu 4: Điểm nào dưới đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - y > 5$?

- A. $Q(-1; 1)$ B. $P(1; 1)$ C. $M(2; -1)$ D. $N(2; -2)$

Lời giải

Thay điểm $N(2; -2)$ vào bất phương trình $2x - y > 5$ ta thấy $2 \cdot 2 - (-2) > 5 \Leftrightarrow 6 > 5$ (đúng).

Vậy điểm $N(2; -2)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x - y > 5$

Câu 5: Đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} x^2 + y > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$

B. $\begin{cases} x + 2xy > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x + y > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x + y > 2024 \\ 2x - y = 2025 \end{cases}$

Lời giải

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là $\begin{cases} x + y > 2024 \\ 2x - y < 2025 \end{cases}$

Câu 6: Số quy tròn của số $2024,5678$ đến hàng phần trăm là

A. $2024,57$

B. $2024,568$

C. $2024,6$

D. 2025

Lời giải

Số quy tròn của số $2024,5678$ đến hàng phần trăm là $2024,57$

Câu 7: Cho mẫu số liệu: $1 \ 3 \ 6 \ 8 \ 9 \ 12$. Số trung vị của mẫu số liệu trên là:

A. 6

B. $6,5$

C. 7

D. 8

Lời giải

Mẫu số liệu trên có 6 số liệu được xếp theo thứ tự tăng dần. Số trung vị của mẫu số liệu trên

là: $M_e = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{6 + 8}{2} = 7$

Câu 8: Cho góc α thỏa $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Biểu thức $\sin \alpha \cdot \cot \alpha + \cos \alpha \cdot \tan \alpha$ bằng

A. 1

B. $\tan \alpha + \cot \alpha$

C. $\sin \alpha - \cos \alpha$

D. $\sin \alpha + \cos \alpha$

Lời giải

Ta có $\sin \alpha \cdot \cot \alpha + \cos \alpha \cdot \tan \alpha = \sin \alpha \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} + \cos \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \cos \alpha + \sin \alpha$

Câu 9: Cho tam giác ABC có các cạnh $BC = a, AC = b, AB = c$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$

B. $a \cdot \sin A = b \cdot \sin B$

C. $a \cdot \cos A = b \cdot \cos B$

D. $a \cdot \cos B = b \cdot \cos A$

Lời giải

Theo định lý sin, ta có $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow a \cdot \sin B = b \cdot \sin A$

Câu 10: Cho hình bình hành $ABCD$. Có bao nhiêu vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình bình hành cùng phương với vector $\vec{AB}$?

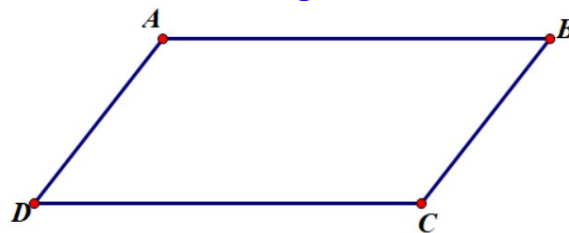
A. 3

B. 1

C. 2

D. Vô số.

Lời giải



Các vector khác vector $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình bình hành cùng phương với vector $\vec{AB}$ là: $\vec{BA}, \vec{CD}, \vec{DC}$

Câu 11: Cho mẫu số liệu $\{10; 7; 6; 3; 4\}$. Độ lệch chuẩn của mẫu bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $2,88$

B. 8

C. $2,45$

D. 6

Lời giải

Ta có: $\bar{x} = \frac{1}{5}(3+4+6+7+10) = 6$

Phương sai $S^2 = \frac{1}{5}[(3-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (10-6)^2] = 6$

Độ lệch chuẩn $S = \sqrt{S^2} \approx 2,45$

Câu 12: Cho tam giác ABC đều cạnh bằng $2\sqrt{2}$. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$.

- A. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4\sqrt{3}$ B. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -4\sqrt{3}$ C. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 4$ D. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -4$

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = |\overrightarrow{AB}| |\overrightarrow{BC}| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot \cos 120^\circ = -4$

☞ **Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho các tập hợp sau: A gồm các số nguyên tố có 1 chữ số, $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x-3)(x-5) = 0\}$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Tập $A = \{1; 2; 3; 5; 7\}$
b) Tập B có đúng 4 tập con.
c) Số tập con có 2 phần tử của A là 6.
d) Có 5 tập X thỏa $B \subset X \subset A$.

Lời giải

Ta có: $A = \{2; 3; 5; 7\}$

Chọn SAI.

Ta có $B = \{3; 5\}$

Tập B có các tập con là $\emptyset, \{3\}, \{5\}, \{3; 5\}$.

Chọn ĐÚNG.

Tập con có 2 phần tử của A là $\{2; 3\}, \{2; 5\}, \{2; 7\}, \{3; 5\}, \{3; 7\}, \{5; 7\}$

Vậy số tập con có 2 phần tử của A là 6.

Chọn ĐÚNG.

Các tập X thỏa $\{3; 5\} \subset X \subset \{2; 3; 5; 7\}$ là: $\{3; 5\}, \{2; 3; 5\}, \{3; 5; 7\}, \{2; 3; 5; 7\}$.

Vậy có 4 tập X thỏa $B \subset X \subset A$

Chọn SAI.

$$\begin{cases} 2x+3y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases}$$

Câu 14: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases}$. Các mệnh đề sau **đúng** hay **sai**?

- a) Điểm $(0; 2)$ không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.
b) Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là một tam giác.
c) Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị nhỏ nhất là 2.
d) Biểu thức $T = 2x - 3y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đạt giá trị lớn nhất là 1.

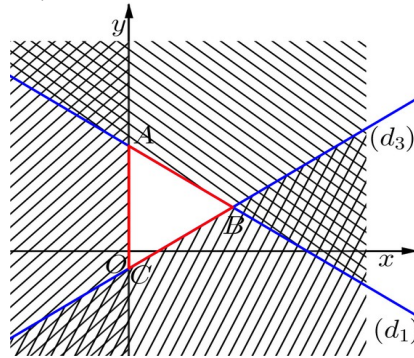
Lời giải

Thay điểm $(0; 2)$ vào hệ bất phương trình ta thấy thỏa mãn, nên $(0; 2)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình trên.

Chọn SAI.

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0; (d_2): x = 0 \equiv Oy; (d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$



Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Miền nghiệm là hình tam giác ABC , với $A(0; 2)$, $B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$, $C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Chọn ĐÚNG.

Ta có

Điểm $(x; y)$	$A(0; 2)$	$B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$	$C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$
$L = y - x$	2	$-\frac{11}{12}$	$-\frac{1}{3}$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $L = y - x$ là $-\frac{11}{12}$

Chọn SAI.

Ta có

Điểm $(x; y)$	$A(0; 2)$	$B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right)$	$C\left(0; -\frac{1}{3}\right)$
$L = 2x - 3y$	-6	1	1

Vậy giá trị lớn nhất của $T = 2x - 3y$ là 1

Chọn ĐÚNG.

Câu 15: Bảng số liệu sau cho biết mức lương hàng năm của các cán bộ và nhân viên trong một công ty.

20910	76000	20350	20060
21410	20110	21410	21360
20350	21130	20960	125000

Khi đó:

- Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là: $\bar{x} = 34087,5$.
- Mức lương lớn nhất là 76000.
- Số trung vị là: 21045.
- Có thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Lời giải

Mức lương trung bình các cán bộ nhân viên là:

$$\bar{x} = \frac{20910 + 76000 + \dots + 125000}{12} = \frac{68175}{2} = 34087,5$$

Chọn ĐÚNG.

Sắp theo thứ tự không giảm bảng lương ta được:

20060 20110 20350 20350 20910 20960 21130 21360 21410 21410 76000 125000; ($n=12$)

Chọn SAI.

$$\frac{20960 + 21130}{2} = 21045$$

Số trung vị là:

Chọn ĐÚNG.

Ý nghĩa: Số trung vị đại diện cho mức lương trung bình của cán bộ nhân viên của công ty, vì trong trường hợp này chênh lệch giữa các số liệu quá lớn nên không thể lấy mức lương bình quân làm giá trị đại diện.

Chọn SAI.

Câu 16: Cho tam giác ABC , biết $b=7, c=5, \cos A = \frac{3}{5}$. Khi đó:

a) $\sin A > 0$

b) $S = 14$

c) $a = 3\sqrt{2}$

d) $r = 4 - \sqrt{2}$

Lời giải

Ta có: $\sin A > 0$.

Chọn ĐÚNG.

Ta có: $\sin^2 A = 1 - \cos^2 A = \frac{16}{25} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$

$$S = \frac{1}{2}bc\sin A = 14$$

Chọn ĐÚNG.

$$c) a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$$

Chọn SAI.

$$d) p = \frac{a+b+c}{2} = 6 + 2\sqrt{2}$$

$$S = pr \Rightarrow r = \frac{S}{p} = \frac{14}{6 + 2\sqrt{2}} = 3 - \sqrt{2}$$

Chọn SAI.

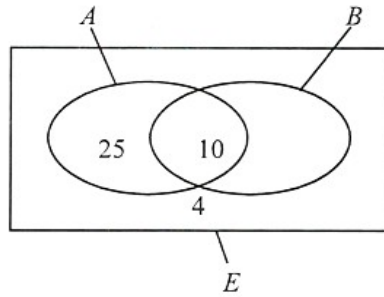
Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 17: Lớp $^{10}C^{14}$ có 45 học sinh chuẩn bị cho hội diễn văn nghệ chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam 20/11. Trong danh sách đăng kí tham gia tiết mục nhảy Flashmob và tiết mục hát, có 35 học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, 10 học sinh tham gia cả hai tiết mục. Hỏi có bao nhiêu học sinh trong lớp tham gia tiết mục hát? Biết rằng lớp $^{10}C^{14}$ có bạn Kiệt, Hạ, Toàn, Thiện bị khuyết tật hòa nhập nên không tham gia tiết mục nào.

Lời giải

Đáp án: 16

Kí hiệu A là tập hợp học sinh tham gia tiết mục nhảy Flashmob, B là tập hợp học sinh tham gia tiết mục hát, E là tập hợp học sinh trong lớp. Ta có thể biểu diễn ba tập hợp đó bằng biểu đồ Ven như hình bên:



Khi đó, $A \cap B$ là tập hợp học sinh tham gia cả hai tiết mục. Số phần tử của tập hợp A là 35, số phần tử của tập hợp $A \cap B$ là 10, số phần tử của tập hợp E là 45.

Số học sinh tham gia ít nhất một trong hai tiết mục là $45 - 4 = 41$.

Số học sinh tham gia tiết mục hát mà không tham gia tiết mục nhảy Flashmob là $41 - 35 = 6$.

Số học sinh tham gia tiết mục hát là $6 + 10 = 16$.

Câu 18: Bài thi Tiếng Anh gồm có 100 câu trắc nghiệm, mỗi đáp án chọn đúng được 1 điểm, chọn sai 0 điểm. Kết quả kiểm tra của lớp ^{10}A được thống kê như sau:

54	67	87	23	54	76	15	64	74	35	65	60	62	50	46
58	61	49	49	58	59	59	79	82	100	95	64	55	38	72

Tính số trung vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Đáp án: 59,5.

Sắp xếp lại mẫu số liệu trên theo thứ tự tăng dần từ trái qua phải, từ hàng trên xuống hàng dưới, ta được:

15	23	35	38	46	49	49	50	54	54	55	58	58	59	59
60	61	62	64	64	65	67	72	74	76	79	82	87	95	100

$$\frac{59 + 60}{2} = 59,5.$$

Số trung vị sẽ là trung bình cộng của hai số ở vị trí thứ 15 và 16:

Câu 19: Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 10 ngày

12; 7; 10; 9; 12; 9; 10; 1; 10; 14.

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này.

Lời giải

Đáp án: 3

Trước hết ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm như sau

7; 9; 9; 10; 10; 10; 11; 12; 12; 14.

Vì cỡ mẫu là $n = 10$, là số chẵn, nên tứ phân vị thứ hai là

$$Q_2 = \frac{x_5 + x_6}{2} = \frac{10 + 10}{2} = 10$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 7; 9; 9; 10; 10. Do đó, $Q_1 = 9$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 11; 12; 12; 14. Do đó, $Q_3 = 12$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3$.

Câu 20: Một hộ trồng hoa dự định trồng hoa hồng và hoa cúc trên diện tích 800 m^2 , sử dụng không quá 180 công làm việc và 40 kg phân bón. Người chủ hộ dự tính: nếu trồng hoa cúc trên diện tích 100 m^2 thì cần 4 kg phân bón, 20 công làm việc và có thể thu về lợi nhuận 8 triệu đồng; nếu trồng hoa hồng trên diện tích 100 m^2 thì cần 6 kg phân bón, 30 công làm việc và có thể thu về lợi nhuận 10 triệu đồng. Tìm số tiền lợi nhuận lớn nhất có thể thu về của hộ nông dân đó trên diện tích đã dự kiến trồng.

Lời giải

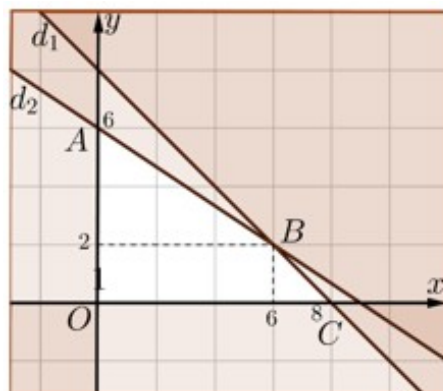
Đáp án: 68

Gọi x, y ($x, y \in \mathbb{R}; x, y \geq 0$) lần lượt là số hộ trồng hoa dự định trồng hoa cúc và hoa hồng.

$$\begin{cases} x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \\ 4x + 6y \leq 40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \\ 2x + 3y \leq 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \leq 8 \\ 2x + 3y \leq 18 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có

Khi đó lợi nhuận dự kiến thu được trên 800 m^2 là $F(x, y) = 8x + 10y$ triệu đồng.

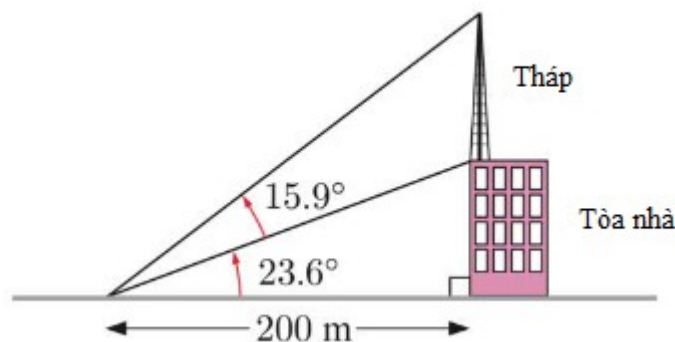


Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 8 \\ 20x + 30y \leq 180 \end{cases}$ là miền tứ giác $OABC$ như hình vẽ với $O(0;0), A(0;6), B(6;2), C(8;0)$

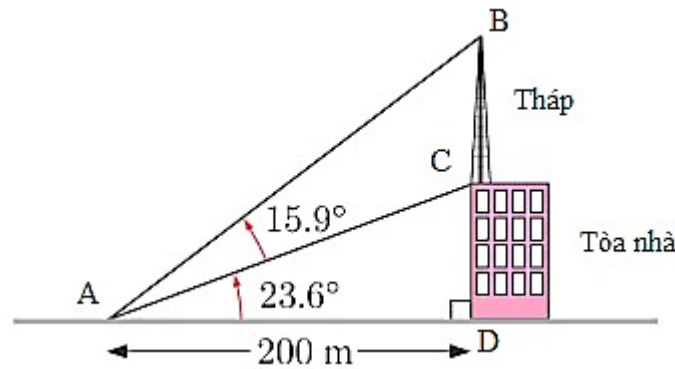
Ta có $F(0;0) = 0; F(0;6) = 60; F(6;2) = 68; F(8;0) = 64$

Vậy số tiền lợi nhuận lớn nhất có thể thu về là 68 triệu đồng.

Câu 21: Một tháp thông tin được xây dựng trên nóc một tòa nhà như hình vẽ. Hỏi tháp cao bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp án: 77,5

Gọi A, B, C, D là các đỉnh của các tam giác như hình vẽ.

Ta có $\angle ACD = 66,4^\circ \Rightarrow \angle ACB = 113,6^\circ$. Từ đó ta tính được $\angle ABC = 50,5^\circ$

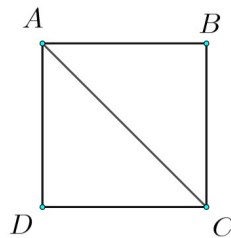
Xét tam giác ADC , ta có: $AC = \frac{AD}{\cos \angle CAD} = \frac{200}{\cos 23,6^\circ}$.

Xét tam giác ACB , có: $\frac{BC}{\sin \angle BAC} = \frac{AC}{\sin \angle ABC}$. Suy ra,

$$BC = \frac{AC \cdot \sin \angle BAC}{\sin \angle ABC} = \frac{\frac{200}{\cos 23,6^\circ} \cdot \sin 15,9^\circ}{\sin 50,5^\circ} \approx 77,4894$$

Vậy chiều cao của tháp là $77,5$ m.

Câu 22: Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình vuông $ABCD$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$. Cường độ của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tương ứng là 10N, 10N, 15N. Tính cường độ hợp lực tác động lên chất điểm.

Lời giải**Đáp án: 27,9**

Không mất tính tổng quát, ta có thể chọn hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng 1. Kí hiệu $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{j} = \overrightarrow{AD}$.

Khi đó, $\vec{a} = 10\vec{i}$, $\vec{c} = 15\vec{j}$ và $\overrightarrow{AC} = \vec{i} + \vec{j}$. Vì $\vec{b}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ nên có số dương k thỏa mãn

$$\vec{b} = k \cdot \overrightarrow{AC} = k \cdot (\vec{i} + \vec{j}). \text{ Suy ra, } 10 = |\vec{b}| = k \cdot |(\vec{i} + \vec{j})| = \sqrt{2}k. \text{ Từ đó, } k = \frac{10}{\sqrt{2}} \text{ và } \vec{b} = \frac{10}{\sqrt{2}} \cdot (\vec{i} + \vec{j}).$$

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 10\vec{i} + \frac{10}{\sqrt{2}}(\vec{i} + \vec{j}) + 15\vec{j} = \left(10 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(15 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)\vec{j} \text{ và}$$

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{\left[\left(10 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)\vec{i} + \left(15 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)\vec{j}\right]^2} = \sqrt{\left(10 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(15 + \frac{10}{\sqrt{2}}\right)^2} = 27,90256...$$

Cường độ hợp lực tác động lên chất điểm, làm tròn đến hàng phần mười, là $27,9$ newton.

