

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$

A. $\int f(x) dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$

C. $\int f(x) dx = 5^x \ln 5 + C$

D. $\int f(x) dx = 5^x + C$

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0; x = 1; x = 3$ là

A. $S = \pi \int_1^3 f^2(x) dx$

B. $S = \int_1^3 f(x) dx$

C. $S = \int_1^3 f^2(x) dx$

D. $S = \pi \int_1^3 f(x) dx$

Câu 3. Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$[6; 5; 7)$	$[7; 7; 5)$	$[7; 5; 8)$	$[8; 8; 5)$	$[8; 5; 9)$	$[9; 9; 5)$	$[9; 5; 10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616.

B. 0,785.

C. 0,78.

D. 0,609.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 1; 0)$ và bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

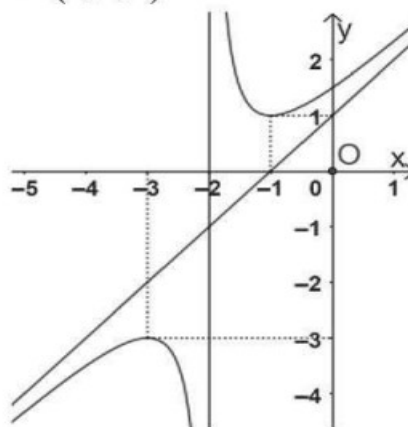
A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $M(-3; -3)$

B. $x = -1$

C. $N(-1; 1)$

D. $x = -3$

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x > -4$ là

- A. $(0;16)$. B. $(-\infty;16)$. C. $(16;+\infty)$. D. $\left(-\infty;\frac{1}{16}\right)$.

$$d : \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$$

- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng là:
- A. $(2;2;3)$. B. $(1;2;3)$. C. $(1;-2;-3)$. D. $(2;-2;-3)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a, BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cạnh $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

- A. $V = a^3$. B. $V = \frac{2a^3}{3}$. C. $V = 2a^3$. D. $V = \frac{a^3}{3}$.

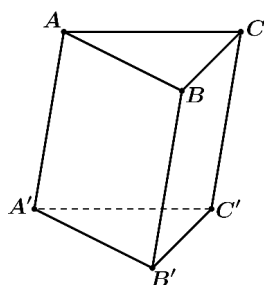
Câu 9. Trong Phương trình $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ có nghiệm

- A. $x = 0$. B. $x = 2$. C. $x = 4$. D. $x = \frac{19}{9}$.

Câu 10. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$. B. $q = -2$. C. $q = 2$. D. $q = -\frac{1}{2}$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$



- A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-4;1)$. B. $(0;+\infty)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(0;2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + 2x + 1$.

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin 2x + 2$

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ là $x = \frac{\pi}{4}$

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng 2π .

Câu 2. Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a = -9,8 \text{ m/s}^2$.

a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m .

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Câu 3. Ở cửa ra vào của siêu thị X có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

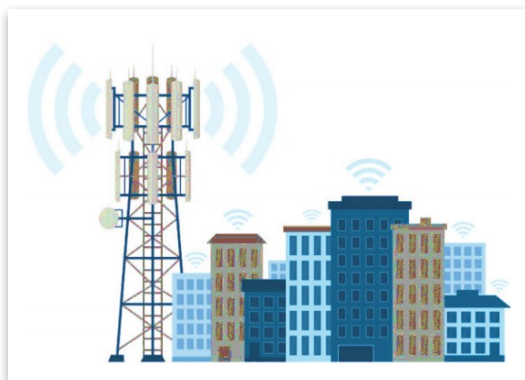
a) Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán là 0,999.

b) Xác suất để hàng hóa qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,01.

c) Biết rằng hàng hóa qua cửa đã thanh toán, xác suất để thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,001.

d) Xác suất hàng hóa qua cửa bị phát chuông cảnh báo là 10^{-5}

Câu 4. Trong hệ trục tọa độ O_{xyz} cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt tại vị trí $I(200; 450; 60)$. Vào lúc 5 giờ 00 phút sáng, bạn An đi bộ từ vị trí $A(-100; 50; 0)$ đến vị trí $B(-100; 1250; 0)$ trên một đường thẳng với vận tốc không đổi trong thời gian 15 phút (Bạn An dùng điện thoại thông minh sử dụng được dịch vụ 5G nếu nằm trong vùng phủ sóng).



a) Tại thời điểm 5 giờ 00 phút sáng, bạn An ở vị trí A thì điện thoại không thể sử dụng dịch vụ 5G của trạm thu phát sóng này.

b) Thời điểm muộn nhất mà điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này là 5 giờ 12 phút sáng.

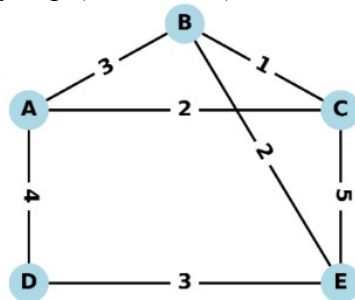
c) Khi bạn An đang ở vị trí $A(-100; 50; 0)$ thì điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.

d) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài và bên trong của vùng phủ sóng là $(x-200)^2 + (y-450)^2 + (z+60)^2 = 360000$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và có độ dài các cạnh $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ khi $a = 1$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

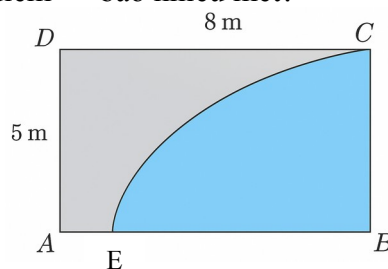
Câu 2. Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km).



Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?

Câu 3. Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1; 0; 2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với 2 cảm biến: cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa 2 cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) sao cho thiết bị định vị tại A là trung điểm của BC . Biết rằng đường thẳng BC có một vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$

Câu 4. Sân vườn sau nhà dạng hình chữ nhật $ABCD$ với các kích thước lần lượt là $5m$ và $8m$, anh Thắng muốn thiết kế thành một không gian thư giãn. Để tạo điểm nhấn cho ngôi nhà mới xây, anh dự định chia khoảng sân thành hai phần có diện tích bằng nhau phân chia bởi một phần đường cong parabol đi qua điểm C và có đỉnh E nằm trên cạnh AB . Phần màu xanh làm bể bơi, phần màu nâu để trồng hoa và cây cảnh. Hỏi điểm E cách điểm A bao nhiêu mét?



Câu 5. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán của mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một

tháng gồm 100 triệu đồng chi phí trả lương nhân viên và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)

Câu 6. Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú lùn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	D	C	A	A	B	B	A	C	B	C

Phần II.

Câu	a	b	c	d
1	Đ	S	Đ	S
2	Đ	S	Đ	S
3	Đ	S	Đ	S
4	S	S	Đ	S

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	0,55	24	-1,5	2	70,7	0,73

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$

A. $\int f(x) dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$

C. $\int f(x) dx = 5^x \ln 5 + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$

D. $\int f(x) dx = 5^x + C$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng $y = 0$; $x = 1$; $x = 3$ là

A. $S = \pi \int_1^3 f^2(x) dx$

C. $S = \int_1^3 f^2(x) dx$

B. $S = \int_1^3 f(x) dx$

D. $S = \pi \int_1^3 f(x) dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và các đường thẳng

$$y = 0; x = 1; x = 3 \quad S = \int_1^3 f(x) dx$$

Câu 3: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616.

B. 0,785.

C. 0,78.

D. 0,609.

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 8 + 10 + 16 + 24 + 13 + 7 + 4 = 82$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{8.6,75 + 10.7,25 + 16.7,75 + 24.8,25 + 13.8,75 + 7.9,25 + 4.9,75}{82} = \frac{333}{41}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{82} (8.6,75^2 + 10.7,25^2 + 16.7,75^2 + 24.8,25^2 + 13.8,75^2 + 7.9,25^2 + 4.9,75^2) - \left(\frac{333}{41} \right)^2$$

□ 0,609

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

B. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 5$

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$

D. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 5$

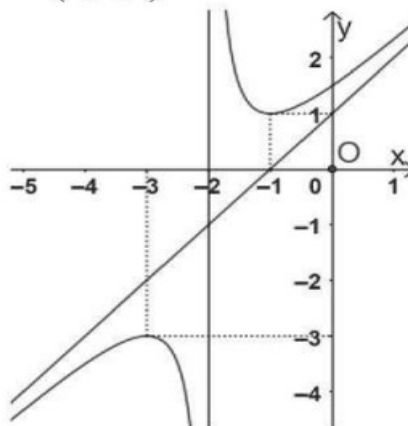
Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và bán kính bằng 5:

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình vẽ như sau:



Điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là:

A. $M(-3; -3)$

B. $x = -1$

C. $N(-1; 1)$

D. $x = -3$

Từ đồ thị ta thấy điểm $M(-3; -3)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}} x > -4$ là

- A.** $(0; 16)$. **B.** $(-\infty; 16)$. **C.** $(16; +\infty)$. **D.** $\left(-\infty; \frac{1}{16}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = (0; +\infty)$

Ta có: $\log_{\frac{1}{2}} x > -4 \Leftrightarrow x < \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \Leftrightarrow x < 16$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(0; 16)$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \begin{cases} x = -t + 2 \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$ là:

A. $(2; 2; 3)$. **B.** $(1; 2; 3)$. **C.** $(1; -2; -3)$. **D.** $(2; -2; -3)$.

Lời giải

Một vector chỉ phương của đường thẳng d là: $\vec{u}_d = (-1; 2; 3)$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB = a, BC = 2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cạnh $SA = a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

- A.** $V = a^3$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = 2a^3$. **D.** $V = \frac{a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có: $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} a \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3}{3}$

Câu 9: Trong Phương trình $3^{x-2} = \frac{1}{9}$ có nghiệm

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \frac{19}{9}$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x-2} = 3^{-2} \Leftrightarrow x-2 = -2 \Leftrightarrow x = 0$

Câu 10: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

A. $q = \frac{1}{2}$

B. $q = -2$

C. $q = 2$

D. $q = -\frac{1}{2}$

Lời giải

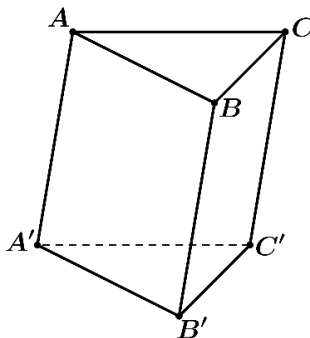
Chọn C

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow q^5 = \frac{u_6}{u_1} = \frac{16}{1} = 32$$

Ta có

$$\Rightarrow q = 2$$

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}, \overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AC} = \vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$



A. $\overrightarrow{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

B. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

C. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$

D. $\overrightarrow{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

Lời giải

Do $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$ nên ta có:

$$\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AC'} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{AB} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$$

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4; 1)$

B. $(0; +\infty)$

C. $(-\infty; 0)$

D. $(0; 2)$

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = \cos 2x + 2x + 1$.

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2 \sin 2x + 2$

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ là $x = \frac{\pi}{4}$

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng 2π .

Lời giải

a) Đúng: $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{2}\right) + 2 \cdot \frac{\pi}{2} + 1 = \pi$

b) Sai: Đạo hàm $f'(x) = -2\sin 2x + 2$

c) Đúng: Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2\sin 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Vì $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ nên $x = \frac{\pi}{4}$

d) Sai: Ta có $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{2} + 1$; $f(\pi) = 2\pi + 2$.

Vậy $\max_{\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$ và $\min_{\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]} f(x) = f(\pi) = 2\pi + 2$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ bằng $\pi + 2$.

Câu 14: Một tên lửa phóng thẳng đứng từ mặt đất với vận tốc ban đầu $v_0 = 50 \text{ m/s}$. Gia tốc của tên lửa (do lực đẩy và trọng lực) phụ thuộc vào thời gian theo công thức $a(t) = 10 - 2t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Sau thời gian 10 s , tên lửa hết nhiên liệu và tiếp tục bay với gia tốc $a = -9,8 \text{ m/s}^2$.

a) Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 50 m/s .

b) Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là 660 m .

c) Tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15 \text{ s}$ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) là 766 m .

Lời giải

a) Đúng.

Ta có $v(t) = \int a(t) dt = -t^2 + 10t + C_1$, mà $v(0) = 50$ nên $C_1 = 50$ hay $v(t) = -t^2 + 10t + 50$ với $t \in [0; 10]$.

Vận tốc của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10 \text{ s}$ là $v(10) = -10^2 + 10 \cdot 10 + 50 = 50 \text{ m/s}$.

b) Sai.

Gọi $h(t)$ là hàm biểu thị độ cao của tên lửa thì $h(t) = \int v(t) dt = -\frac{t^3}{3} + 5t^2 + 50t + C_2$, mà $h(0) = 0$ nên $C_2 = 0$ hay $h(t) = -\frac{t^3}{3} + 5t^2 + 50t$.

Độ cao của tên lửa đạt được tại thời điểm $t = 10s$ là $h(10) = -\frac{10^3}{3} + 5 \cdot 10^2 + 50 \cdot 10 = 666,7m$.

c) Đúng.

Sau thời gian $10s$, tên lửa bay với vận tốc $v(t) = -9,8(t-10) + 50$. Thời điểm vận tốc bằng 0 là $-9,8(t-10) + 50 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{740}{49} \approx 15s$. Do đó tên lửa đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 15s$.

d) Sai.

Độ cao của tên lửa từ thời điểm $t = 10s$ trở đi là $h(t) = -4,9(t-10)^2 + 50t + C_3$, vì $h(10) = \frac{2000}{3}$ nên $C_3 = \frac{500}{3}$ hay $h(t) = -4,9(t-10)^2 + 50t + \frac{500}{3}$.
 $h\left(\frac{740}{49}\right) \approx 794m$
 Độ cao lớn nhất tên lửa đạt được là .

Câu 15: Ở cửa ra vào của siêu thị X có một thiết bị cảnh báo hàng hóa chưa được thanh toán khi qua cửa. Thiết bị phát chuông cảnh báo với 99% các hàng hóa ra cửa mà chưa thanh toán và 0,1% các hàng hóa đã thanh toán. Tỷ lệ hàng hóa qua cửa không được thanh toán là 0,1%. Chọn ngẫu nhiên một hàng hóa khi đi qua cửa. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?

- a)** Xác suất để hàng hóa qua cửa đã thanh toán là 0,999.
- b)** Xác suất để hàng hóa qua cửa chưa thanh toán và thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,01.
- c)** Biết rằng hàng hóa qua cửa đã thanh toán, xác suất để thiết bị phát chuông cảnh báo là 0,001.
- d)** Xác suất hàng hóa qua cửa bị phát chuông cảnh báo là 10^{-5}

Lời giải

Gọi A: “Hàng hóa đã được thanh toán”; B: “Thiết bị phát chuông cảnh báo”.

Ta có: $P(A) = 99,9\% = 0,999$; $P(\bar{A}) = 0,1\%$; $P(B|A) = 0,1\%$; $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1\%$

a) Đúng vì $P(A) = 0,999$.

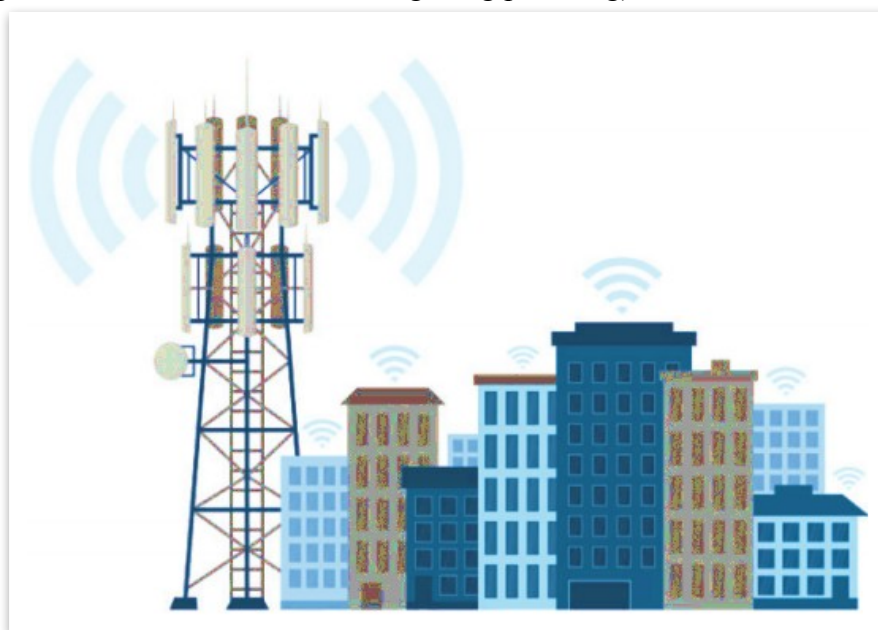
b) Sai vì $P(\overline{AB}) = P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A}) = 0,1\% \cdot 99\% = 0,00099$

c) Đúng vì $P(B|A) = 0,1\% = 0,001$

d) Xác suất để hàng hóa qua cửa phát chuông cảnh báo là $0,001989$

Sai vì $P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\overline{A}) \cdot P(B|\overline{A}) = 0,001989$

Câu 16: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng $600m$ được đặt tại vị trí $I(200; 450; 60)$. Vào lúc 5 giờ 00 phút sáng, bạn An đi bộ từ vị trí $A(-100; 50; 0)$ đến vị trí $B(-100; 1250; 0)$ trên một đường thẳng với vận tốc không đổi trong thời gian 15 phút (Bạn An dùng điện thoại thông minh sử dụng được dịch vụ 5G nếu nằm trong vùng phủ sóng).



- a) Tại thời điểm 5 giờ 00 phút sáng, bạn An ở vị trí A thì điện thoại không thể sử dụng dịch vụ 5G của trạm thu phát sóng này.
- b) Thời điểm muộn nhất mà điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này là 5 giờ 12 phút sáng.
- c) Khi bạn An đang ở vị trí $A(-100; 50; 0)$ thì điện thoại của bạn An có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng này.
- d) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài và bên trong của vùng phủ sóng là $(x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z + 60)^2 = 360000$

Lời giải.

Đáp án: SSDS

a) Sai. $AI \approx 503,6 < 600$

b) Sai. Sau t phút, An ở vị trí N thỏa mãn $\overline{AN} = \frac{t}{15} \overline{AB} = (0,80t; 0)$. Do đó, $N(-100; 80t + 50; 0)$

Điều kiện để An trong vùng phủ sóng là

$$IN \leq 600 \Rightarrow \sqrt{300^2 + (80t - 400)^2 + 60^2} \leq 600$$

$$\Rightarrow (80t - 400)^2 \leq 266400 \Rightarrow 80t - 400 \leq 60\sqrt{74} \Rightarrow t \leq 5 + \frac{3\sqrt{74}}{4} \approx 11,45 \text{ (phút)}.$$

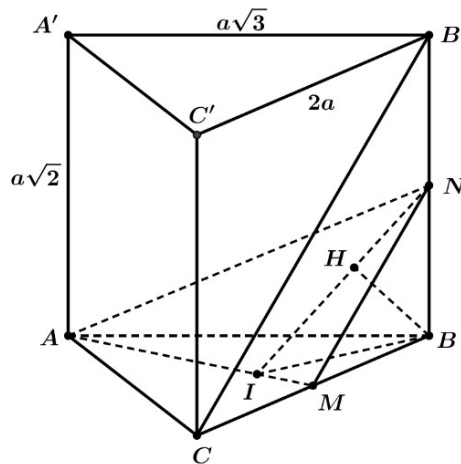
c) **Đúng.** Ta có $IA = \sqrt{300^2 + 400^2 + 60^2} = 20\sqrt{634} < 600$ nên An có thể sử dụng dịch vụ của trạm phát sóng.

d) **Sai.** Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới bên ngoài và bên trong của vùng phủ sóng là $(x - 200)^2 + (y - 450)^2 + (z - 60)^2 = 360000$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và có độ dài các cạnh $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ khi $a = 1$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



Gọi N là trung điểm của BB' thì $MN \parallel B'C \Rightarrow B'C \parallel (AMN)$.

Ta có: $d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(B', (AMN)) = d(B, (AMN))$.

Dựng $BI \perp AM$, $BH \perp NI \Rightarrow BH \perp (AMN)$ nên do đó $d(B'C, AM) = d(B, (AMN)) = BH$.

Vì $\triangle ABM$ vuông tại B , ta có $BM = \frac{BC}{2} = a$; $BI = \frac{BA \cdot BM}{\sqrt{BA^2 + BM^2}} = \frac{a\sqrt{3} \cdot a}{\sqrt{3a^2 + a^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

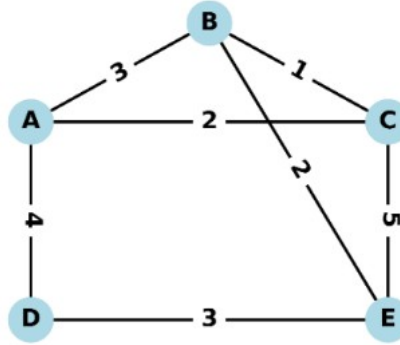
Xét $\triangle BIN$ vuông tại B , ta có:

$$BN = \frac{BB'}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}; \quad BH = \frac{BN \cdot BI}{\sqrt{BN^2 + BI^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{10}$$

$$d(B'C, AM) = BH = \frac{\sqrt{30}}{10} \xrightarrow{a=1} d(B'C, AM) \approx 0,55$$

Vậy

Câu 18: Tại một khu trung tâm dữ liệu, kỹ sư IT cần kiểm tra kết nối giữa các máy chủ trong hệ thống gồm các trạm A, B, C, D, E . Các tuyến cáp quang nối giữa các trạm được biểu diễn trong sơ đồ sau, với con số ghi trên mỗi tuyến là chiều dài dây cáp (đơn vị: km).



Kỹ sư cần thực hiện một hành trình bắt đầu từ một trạm bất kỳ, đi qua tất cả các tuyến cáp ít nhất một lần và kết thúc tại đúng trạm khởi hành, nhằm đảm bảo toàn bộ hệ thống được kiểm tra. Tổng chiều dài đường đi ngắn nhất mà kỹ sư cần di chuyển là bao nhiêu km?

Lời giải

Đáp số: 24

Các trạm và các tuyến đường lập thành một đồ thị có 5 đỉnh, 7 cạnh trong đó có 4 đỉnh lẻ. Vì một đồ thị có chu trình Euler nếu nó liên thông và có tất cả các đỉnh bậc chẵn, nên kỹ sư cần đi lại các tuyến đường nối các đỉnh lẻ để biến chúng thành các đỉnh chẵn, vì có 4 đỉnh lẻ là A, B, C, E nên kỹ sư phải đi lại ít nhất hai tuyến đường, mỗi tuyến đường đi lần thứ hai nối hai đỉnh lẻ, do đó để đường đi ngắn nhất thì tuyến đường nối hai trạm A, C và tuyến đường nối hai trạm B, E sẽ đi hai lần.

Từ đó tìm được đường đi ngắn nhất thỏa mãn yêu cầu bài toán là:

$$5 + 3 + 4 + 2 + 3 + 1 + 2 + 2 + 2 = 24.$$

Câu 19: Trong một trung tâm nghiên cứu robot bay, người ta bố trí một thiết bị định vị tại điểm cố định $A(1;0;2)$ trong không gian ba chiều với hệ tọa độ $Oxyz$ (các đơn vị tọa độ được tính bằng mét). Thiết bị này giao tiếp đồng thời với 2 cảm biến: cảm biến thứ nhất di chuyển dọc theo

đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1}$, cảm biến thứ hai được gắn trên mặt phẳng

$(\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$. Giữa 2 cảm biến được kết nối bằng một đường truyền BC , trong đó B nằm trên đường thẳng Δ , C nằm trên mặt phẳng (α) sao cho thiết bị định vị tại A là trung điểm của BC . Biết rằng đường thẳng BC có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-2; a; b)$, hãy tính giá trị $a + 2b$

Lời giải

Đáp số: -1,5

$$B \in \Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{-1} \Rightarrow B(t+3; 2t-1; -t+4)$$

Ta có:

$$BC \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = \frac{x_B + x_C}{2} \\ y_A = \frac{y_B + y_C}{2} \\ z_A = \frac{z_B + z_C}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2x_A - x_B \\ y_C = 2y_A - y_B \\ z_C = 2z_A - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -t - 1 \\ y_C = -2t + 1 \\ z_C = t \end{cases}$$

A là trung điểm của

$$C(-t-1; -2t+1; t) \in (\alpha): 2x - y + z + 1 = 0$$

Ta có:

$$\Leftrightarrow 2(-t-1) - (-2t+1) + t + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 2$$

$$B(5; 3; 2); C(-3; -3; 2)$$

Vậy

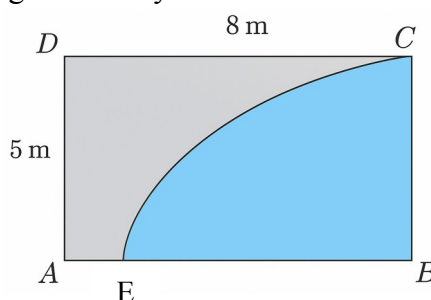
Đường thẳng BC có vector chỉ phương là $\overrightarrow{BC} = (-8; -6; 0) = 4(-2; -1, 5; 0)$

Hay đường thẳng BC có vector chỉ phương $\vec{u} = (-2; -1, 5; 0)$

$$a = -1, 5; b = 0 \Rightarrow a + 2b = -1, 5$$

Do đó:

Câu 20: Sân vườn sau nhà dạng hình chữ nhật $ABCD$ với các kích thước lần lượt là $5m$ và $8m$, anh Thắng muốn thiết kế thành một không gian thư giãn. Để tạo điểm nhấn cho ngôi nhà mới xây, anh dự định chia khoảng sân thành hai phần có diện tích bằng nhau phân chia bởi một phần đường cong parabol đi qua điểm C và có đỉnh E nằm trên cạnh AB . Phần màu xanh làm bể bơi, phần màu nâu để trồng hoa và cây cảnh. Hỏi điểm E cách điểm A bao nhiêu mét?



Lời giải

Đáp số: 2

Chọn hệ trục tọa độ Oxy với: $O \equiv A; D \in Ox; B \in Oy$; 1 mét ứng với 1 đơn vị trong hệ trục.

Khi đó: $C(5; 8); E(0; c) \quad (0 < c < 8)$

Phương trình đường thẳng BC : $y = 8$

Phương trình parabol (P) : $y = ax^2 + c$

$$\text{Vì } C(5;8) \in (P) \quad \text{nên:} \quad 25a + c = 8 \Leftrightarrow a = \frac{8-c}{25} \quad (1)$$

$$\text{Ta có: } S_{ABCD} = 5.8 = 40m^2; \quad \text{do đó, diện tích phần làm bể bơi là } 20m^2 \quad (2)$$

Mặt khác, diện tích phần bể bơi được tính bằng công thức diện tích hình thang cong:

$$\int_0^5 [8 - (ax^2 + c)] dx = \int_0^5 [-ax^2 + 8 - c] dx = -\frac{125}{3}a + 5(8 - c) \quad (3)$$

$$-\frac{125}{3} \left(\frac{8-c}{25} \right) + 5(8-c) = 20$$

Từ (1), (2) và (3) ta được:

$$\text{Giải phương trình trên ta được } c = 2.$$

Vậy E cách A một đoạn bằng 2.

Câu 21: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng: hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B sản phẩm đó theo đơn đặt hàng của nhà máy B với số lượng tối đa là 100 tấn sản phẩm. Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán của mỗi tấn sản phẩm là $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để nhà máy A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng gồm 100 triệu đồng chi phí trả lương nhân viên và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm. Hỏi nhà máy A bán cho nhà máy B bao nhiêu tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất? (kết quả làm tròn đến một chữ số thập phân)

Lời giải

Trả lời: 70,7

Nếu mỗi tháng nhà máy A bán cho nhà máy B x tấn sản phẩm thì lợi nhuận của nhà máy thu được là

$$x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

$$f(x) = -0,001x^3 + 15x - 100 \quad x \in [0; 100]$$

Xét hàm số với .

$$f'(x)$$

Ta tìm giá trị lớn nhất của .

$$f'(x) = -0,003x^2 + 15 \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2} \quad x \in [0; 100]$$

Ta có ; (do).

$$f(0) = -100 \quad f(50\sqrt{2}) \approx 607 \quad f(100) = 400 \quad f(x) \quad x = 50\sqrt{2} \approx 70,7$$

Vì , , nên lớn nhất khi .

Câu 22: Ở một khu rừng nọ có 7 chú lùn, trong đó có 4 chú luôn nói thật, 3 chú còn lại luôn tự nhận mình nói thật nhưng xác suất để mỗi chú này nói thật là $0,5$. Bạn Tuyết gặp ngẫu nhiên một chú lùn. Gọi A là biến cố “Chú lùn đó luôn nói thật” và B là biến cố “Chú lùn đó tự nhận

mình luôn nói thật”. Biết rằng chú lùn mà bạn Tuyết gặp tự nhận mình là người luôn nói thật. Tính xác suất để chú lùn đó luôn nói thật.

Lời giải

Ta có trong 7 chú lùn thì có 4 chú lùn luôn nói thật, nên $P(A) = \frac{4}{7} \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{3}{7}$

Vì 4 chú lùn luôn nói thật nên $P(B|A) = 1$.

3 chú lùn còn lại nói thật với xác suất là 0,5 nên ta có: $P(B|\bar{A}) = 0,5$.

Do đó $P(B) = P(A)P(B|A) + P(\bar{A})P(B|\bar{A}) = \frac{4}{7} \cdot 1 + \frac{3}{7} \cdot 0,5 = \frac{11}{14}$.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{\frac{4}{7} \cdot 1}{\frac{11}{14}} = \frac{8}{11}$$

Xác suất để chú lùn đó luôn nói thật là: