

ĐỀ 1**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 486 B. 162 C. 17 D. 243

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox được tính bằng công thức

- A. $V = \int_1^2 (3x-1)^2 dx$ B. $V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 dx$ C. $V = \int_1^2 (3x-1) dx$ D. $V = \pi \int_1^2 (3x-1) dx$

Câu 3: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A : $AB = 3$; $AC = 4$ và $AA' = 5$. Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

- A. 30 B. 60 C. 20 D. 18

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$; cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y+3 = \frac{z+2}{-4}$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u} = (1; -3; -2)$ B. $\vec{u} = (2; 0; -4)$ C. $\vec{u} = (-1; 3; 2)$ D. $\vec{u} = (2; 1; -4)$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$ B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$ D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

Câu 6: Thời gian đọc sách của 32 học sinh lớp 12A1 trong một ngày được thống kê theo bảng số liệu ghép nhóm như sau.

Thời gian	$[40; 45)$	$[45; 50)$	$[50; 55)$	$[55; 60)$	$[60; 65)$
Tần số	2	7	10	11	2

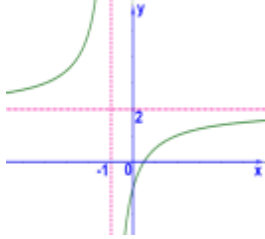
Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bằng:

- A. $\frac{101}{2}$ B. $\frac{630}{11}$ C. $\frac{523}{7}$ D. $\frac{172}{3}$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

- A. $x = \frac{3}{2}$ B. $x = \frac{5}{2}$ C. $x = 2$ D. $x = 3$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ac \neq 0, ad - bc \neq 0)$ có đồ thị như hình như dưới đây



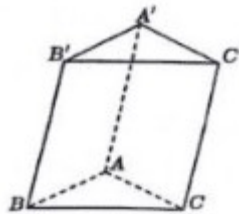
Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -1$. B. $x = 2$. C. $y = 2$. D. $x = -1$.

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình dưới). Đường thẳng AA' song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (ABC) . B. $(A'B'C')$. C. $(AB'C')$. D. $(B'BC)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận vector $\vec{n} = (-1; 3; 0)$ làm một vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $-x + 3z = 0$. B. $-x + 3y = 0$. C. $-x - 3z = 0$. D. $-y + 3z = 0$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - e^x$ là

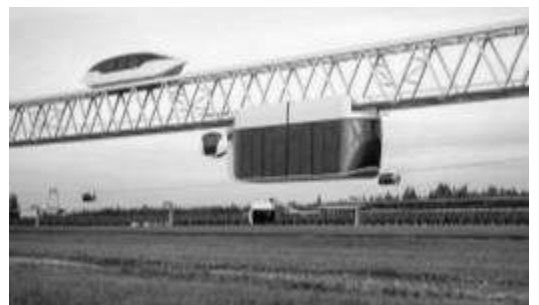
- A. $\cos x + e^x + C$. B. $\cos x - e^x + C$. C. $-\cos x - e^x + C$. D. $-\cos x + e^x + C$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 7$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) Giá trị cực đại là $y_{CD} = f(3)$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -5 .

Câu 2: Dự án Hyperloop là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cabin xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động theo đường



cáp có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$. Hướng chuyển động cùng chiều với hướng vector $\vec{u}$ với tốc độ $4,5$ m/s và đơn vị trên mỗi trục là mét.

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là
- b) Giả sử sau thời gian t giây ($t \geq 0$) kể từ khi xuất phát thì cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ của điểm $M\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$ với $t \in \mathbb{R}$
- c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB dài 800 mét.
- d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

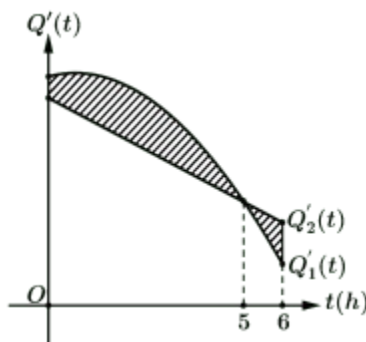
Câu 3: Trong đại dịch Covid-19 người ta thường dùng xét nghiệm RT-PCR (tên tiếng Anh: Real Time Polymerase Chain Reaction) để xác định người bị nhiễm virus hay không. Biết rằng trong xét nghiệm RT-PCR tỉ lệ dương tính giả là 5% và tỉ lệ âm tính giả là 13% và tỉ lệ mắc bệnh của vùng dân cư là 5%. Biết rằng:

- Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.
- Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

- a) Xác suất dương tính thật bằng 95%.
- b) Xác suất xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là 9,1%.
- c) Xác suất người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính lớn hơn 50%
- d) Xác suất người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm tính nhỏ hơn 90,9%.

Câu 4: Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ.

Công nhân A đang sản xuất với hiệu suất $Q'_1(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q'_2(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ.

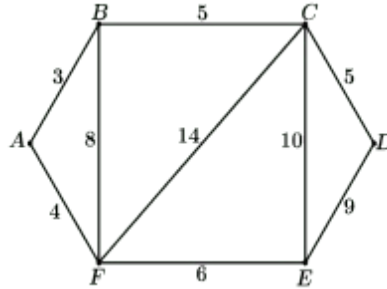


- a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.
- b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.
- c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.
- d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=1$. Gọi M là trung điểm của đoạn SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 2: Giả sử có 6 địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (Đơn vị tính kilomet) được một tả như hình vẽ dưới đây. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại 6 địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể đi chuyển là bao nhiêu kilomet ?



Câu 3: Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba. Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có tọa độ lần lượt là $A(-1200; 80)$, $B(1200; 60)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (Đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100 USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (Diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1200; x=1200$)



Câu 4: Một công ty xây dựng đang lên kế hoạch thiết kế một tòa nhà chọc trời trong khu đô thị mới. Để đảm bảo an toàn và sẵn sàng cho các tình huống khẩn cấp, công ty muốn thiết kế đường bay tối ưu cho trực thăng cứu hộ tiếp cận đỉnh tòa nhà. Giả sử tòa nhà được xây dựng với đỉnh tòa nhà $T(40; 60; 150)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ nằm ở mặt đất. Trực thăng cứu hộ khởi hành từ sân bay tại điểm $X(100; -40; 0)$. Một người A đứng trong tầng nào đó của tòa nhà có tọa độ là $A(40; 30; -20)$. Gọi phương trình đường thẳng d mô tả đường bay tối ưu của trực thăng cứu hộ từ điểm X đến đỉnh tòa nhà T và $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đường bay của trực thăng cứu hộ để khoảng cách từ M đến A ngắn nhất. Tính $a+b+c$.



Câu 5: Một nhà hàng có tổng cộng 30 nhân viên và chi trả mức lương cố định cho mỗi nhân viên thường xuyên tăng ca là 400 USD/tháng. Vì nhà hàng liên tục đón những đoàn khách với số lượng lớn nhưng không thể thuê thêm nhân viên nên chủ nhà hàng này muốn khuyến khích nhân viên của mình tăng ca. Ông chủ quyết định cứ một nhân viên quyết định tăng ca thì mức lương của tất cả nhân viên tăng ca trong nhà hàng đều được tăng thêm 2% . Tương tự, nếu k nhân viên tăng ca thì lương cho mỗi người sẽ tăng $2k\%$. Bên cạnh tiền lương cho nhân viên thì tiền điện nước và duy trì cơ sở vật chất là cố định 8000 USD/tháng. Doanh thu trung bình từ khách hàng là 10000 USD/tháng và mỗi nhân viên tăng ca trung bình sẽ được khách hàng tip 800 USD/tháng (Tiền tip phải được nộp lại cho chủ cửa hàng và tính vào doanh thu). Xác định số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất.

Câu 6: Hệ nhóm máu ABO gồm 4 nhóm máu là A, B, O và AB với tỷ lệ phân bố trong cộng đồng khác nhau ở từng chủng tộc. Ở Việt Nam, tỷ lệ này là: nhóm A khoảng 20% , nhóm B khoảng 30% , nhóm O khoảng 45% và nhóm AB khoảng 5% . Biết rằng một người có nhóm máu AB có thể nhận máu của bất kỳ nhóm máu nào. Nếu người đó có nhóm máu A, B hoặc O thì chỉ có thể nhận được máu của người cùng nhóm máu với mình hoặc người có nhóm máu O . Lấy ngẫu nhiên một người cho máu và một người nhận máu. Biết rằng quá trình truyền máu thực hiện thành công, xác suất người nhận máu thuộc máu B là bao nhiêu phần trăm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	B	A	D	C	B	C	C	D	D	B	C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,82	32	37,6	100	25	37

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 486

B. 162

C. 83

D. 243

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot 3^4 = 162$

Câu 2: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox được tính bằng công thức

A. $V = \int_1^2 (3x-1)^2 dx$

B. $V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 dx$

C. $V = \int_1^2 (3x-1) dx$

D. $V = \pi \int_1^2 (3x-1) dx$

Lời giải

$$V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 dx$$

Thể tích khối tròn xoay:

Câu 3: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A : $AB = 3$; $AC = 4$ và $AA' = 5$, Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 30

B. 60

C. 20

D. 18

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{\Delta ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$; cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y+3 = \frac{z+2}{-4}$. Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (1; -3; -2)$

B. $\vec{u} = (2; 0; -4)$

C. $\vec{u} = (-1; 3; 2)$

D. $\vec{u} = (2; 1; -4)$

Lời giải

Đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = y+3 = \frac{z+2}{-4}$ nên có vec tơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; 1; -4)$

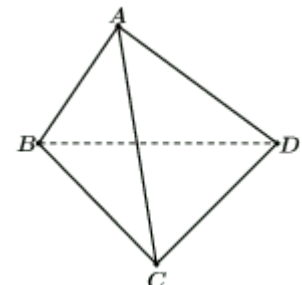
Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$



Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$$

Câu 6: Thời gian đọc sách của 32 học sinh lớp 12A1 trong một ngày được thống kê theo bảng số liệu ghép nhóm như sau.

Thời gian	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	2	7	10	11	2

Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bảng:

A. $\frac{101}{2}$

B. $\frac{630}{11}$

C. $\frac{523}{7}$

D. $\frac{172}{3}$

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{32}$ là thời gian đọc sách của 32 học sinh và xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có $x_{24}, x_{25} \in [55; 60)$ nên tứ phân vị thứ ba nằm trong nhóm thứ 4.

Ta có
$$Q_3 = 55 + \frac{\frac{3 \cdot 32}{4} - (2 + 7 + 10)}{11} \cdot 5 = \frac{630}{11}$$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = \frac{3}{2}$

B. $x = \frac{5}{2}$

C. $x = 2$

D. $x = 3$

Lời giải

$$3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1 = 3 \Leftrightarrow x = 2$$

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}, (ac \neq 0, ad-bc \neq 0)$ có đồ thị như hình như dưới đây



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $y = -1$

B. $x = 2$

C. $y = 2$

D. $x = -1$

Lời giải

Dựa vào đồ thị, tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = 2$.

Câu 9: Tập nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ là

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

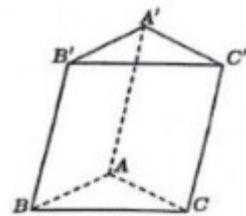
C. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $S = \left\{ \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Ta có
$$\cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos x = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 10: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (xem hình dưới). Đường thẳng AA' song song với mặt phẳng nào sau đây?



- A. (ABC) . B. $(A'B'C')$.
C. $(AB'C')$. D. $(B'BC)$.

Lời giải

Do $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ nên tứ giác $BCC'B'$ là hình bình hành, nên ta có

$$\begin{cases} AA' \parallel BB' \\ BB' \subset (BB'C) \Rightarrow AA' \parallel (BB'C) \\ A \notin (BB'C) \end{cases}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua gốc tọa độ và nhận vector $\vec{n} = (-1; 3; 0)$ làm một vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $-x + 3z = 0$. B. $-x + 3y = 0$. C. $-x - 3z = 0$. D. $-y + 3z = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và nhận vector $\vec{n} = (-1; 3; 0)$ làm một vector pháp tuyến có phương trình tổng quát là $-1(x-0) + 3(y-0) + 0(z-0) = 0 \Leftrightarrow -x + 3y = 0$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - e^x$ là

- A. $\cos x + e^x + C$. B. $\cos x - e^x + C$. C. $-\cos x - e^x + C$. D. $-\cos x + e^x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (\sin x - e^x) dx = -\cos x - e^x + C$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x - 7$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
b) Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
c) Giá trị cực đại là $y_{CD} = f(3)$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$ bằng -5 .

Lời giải

$$f'(x) = -3x^2 + 6x + 9$$

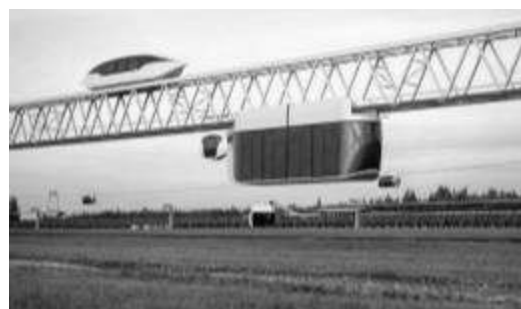
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-12	20	$-\infty$	

- a) Sai : Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.
- b) Đúng: Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) Đúng: Giá trị cực đại là $y_{CD} = f(3)$.
- d) Sai: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng -12 .

Câu 2: Dự án Hyperloop là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cabin xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động theo đường cáp có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$. Hướng chuyển động cùng chiều với hướng vector $\vec{u}$ với tốc độ $4,5$ m/s và đơn vị trên mỗi trục là mét.



$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

- a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là
- b) Giả sử sau thời gian t giây ($t \geq 0$) kể từ khi xuất phát thì cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ của điểm $M\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$ với $t \in \mathbb{R}$
- c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB dài 800 mét.
- d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

Lời giải

- a) Đúng: Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là phương trình đường thẳng

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

đi qua $A(10;3;0)$ nhận vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ có phương trình

- b) Đúng: Vector vận tốc: $\vec{v} = k\vec{u} \ (k > 0) \Rightarrow |\vec{v}| = k|\vec{u}| = 3k = 4,5 \Leftrightarrow k = 1,5$

Vậy $\vec{v} = 1,5\vec{u} = 1,5(2; -2; 1) = \left(3; -3; \frac{3}{2}\right)$ và cabin đi từ A đến M hết t giây.

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = (10; 3; 0) + t\vec{v} = (10; 3; 0) + \left(3t; -3t; \frac{3}{2}t\right) = \left(10+3t; 3-3t; \frac{3}{2}t\right)$$

Khi đó

- c) Sai: $x_A = 10$ và $x_B = 550$ nên $\overrightarrow{AB} = t\vec{v} \Rightarrow x_B - x_A = t \cdot x_v \Leftrightarrow 540 = t \cdot 3 \Leftrightarrow t = 180$

$$\overline{AB} = 180.\vec{v} \Rightarrow \overline{AB} = 180.\left|\vec{v}\right| = 180.\sqrt{3^2 + 3^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 810 \text{ mét}$$

Vậy **d)** Sai: Vector pháp tuyến của mặt phẳng Oxy là $\vec{n} = (0; 0; 1)$

$$\sin(AB; (Oxy)) = \frac{|\vec{n} \cdot \vec{u}|}{|\vec{n}| \cdot |\vec{u}|} = \frac{1}{3} \text{ nên } (AB; (Oxy)) \approx 19,5^\circ$$

Khi đó

Câu 3: Trong đại dịch Covid-19 người ta thường dùng xét nghiệm RT-PCR (tên tiếng Anh: Real Time Polymerase Chain Reaction) để xác định người bị nhiễm virus hay không. Biết rằng trong xét nghiệm RT-PCR tỉ lệ dương tính giả là 5% và tỉ lệ âm tính giả là 13% và tỉ lệ mắc bệnh của vùng dân cư là 5%. Biết rằng:

- Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.
- Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

a) Xác suất dương tính thật bằng 95%.

b) Xác suất xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là 9,1%.

c) Xác suất người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính lớn hơn 50%

d) Xác suất người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm tính nhỏ hơn 90,9%.

Lời giải

Gọi A là biến cố người xét nghiệm mắc bệnh.

$$\text{Ta có } P(A) = 0,05; P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,05 = 0,95$$

Gọi B là biến cố người xét nghiệm RT-PCR cho kết quả dương tính.

$$\text{Tỉ lệ dương tính giả là } P(\overline{B} | \overline{A}) = 0,05 \text{ và tỉ lệ âm tính giả là } P(\overline{B} | A) = 0,13$$

a) Sai: Tỉ lệ dương tính thật là: $P(B | A) = 1 - P(\overline{B} | A) = 1 - 0,13 = 0,87 = 87\%$

b) Đúng: Tỉ lệ xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(A).P(B | A) + P(\overline{A}).P(\overline{B} | \overline{A}) = 0,05.0,87 + 0,95.0,05 = 0,091 = 9,1\%$$

c) Sai: Tỉ lệ người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính

$$\text{là: } P(A | B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B | A)}{P(B)} = \frac{0,05.0,87}{0,091} \approx 47,8\%$$

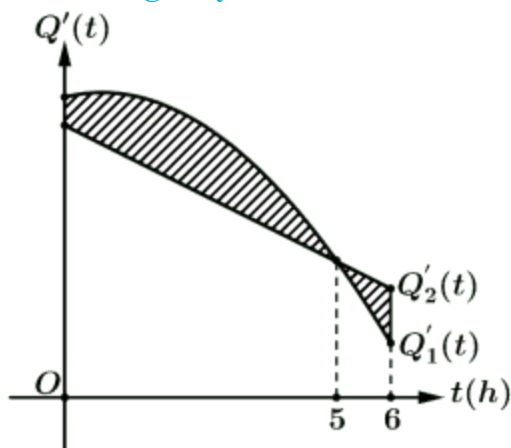
d) Sai: Tỉ lệ người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm

$$\text{tính là: } P(\overline{A} | \overline{B}) = \frac{P(\overline{AB})}{P(\overline{B})} = \frac{P(\overline{A}).P(\overline{B} | \overline{A})}{P(\overline{B})} = \frac{0,95.0,95}{1 - 0,091} \approx 99,28\%$$

$$\text{Trong đó } P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,091; P(\overline{B} | \overline{A}) = 1 - P(B | \overline{A}) = 1 - 0,05 = 0,95$$

Câu 4: Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ.

Công nhân A đang sản xuất với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ.



- a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.
b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.
c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.
d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Lời giải

- a) Đúng: Hiệu suất của công nhân A là: $Q'_1(t) = -2t^2 + 4t + 58 = -2(t^2 - 2t + 1) + 2 + 58$
 $= -2(t-1)^2 + 60 \leq 60$ với mọi $t \in [0; 6]$

Dấu “=” xảy ra khi $t = 1$ nên hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.

- b) Sai: Diện tích phần gạch sọc là: $\int_0^6 |Q'_1 - Q'_2| dt$ nên nó không biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

- c) Đúng: Dựa vào đồ thị ta có $Q'_1(5) = Q'_2(5) \Leftrightarrow -2 \cdot 5^2 + 4 \cdot 5 + 58 = 53 + 5a \Leftrightarrow a = -5$

Suy ra $Q'_2(5) = 53 - 5t$

Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới của công nhân A hoàn thành nhiều hơn số lượng sản phẩm

mới của công nhân B bằng: $\int_0^5 Q'_1(t) dt - \int_0^5 Q'_2(t) dt = \int_0^5 (-2t^2 + 4t + 58) dt - \int_0^5 (53 - 5t) dt \approx 54$

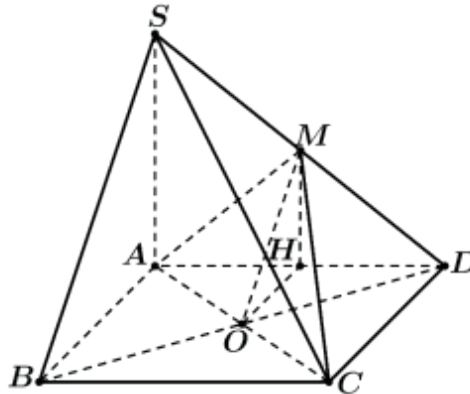
- d) Sai: Sau 6 giờ làm việc thì tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được là:

$$\int_0^5 Q'_1(t) dt + \int_0^5 Q'_2(t) dt = \int_0^5 (-2t^2 + 4t + 58) dt + \int_0^5 (53 - 5t) dt = 504 \text{ sản phẩm.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA=1$. Gọi M là trung điểm của đoạn SD . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



Gọi H là trung điểm của $AD \Rightarrow MH \parallel SA \Rightarrow MH \perp (ABCD)$.

Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow OM \parallel SB \Rightarrow SB \parallel (AMC) \Rightarrow d(SB, CM) = d(SB, (MAC))$

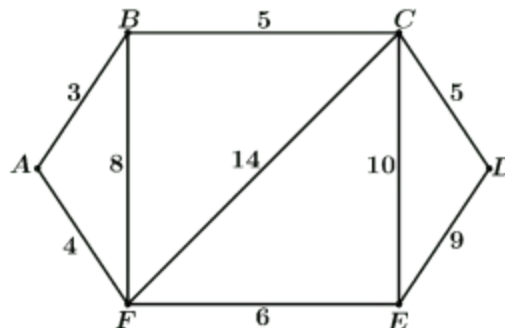
$= d(B, (MAC)) = d(D, (MAC)) = 2d(H, (MAC)) = 2d$ và $MH = \frac{SA}{2} = \frac{1}{2}; AH = HO = 1$

Khi đó ta có: $\frac{1}{d^2} = \frac{1}{HM^2} + \frac{1}{HO^2} + \frac{1}{HA^2} = \frac{6}{1^2} \Rightarrow d = \frac{\sqrt{6}}{6} \Rightarrow d(SB, MC) = \frac{\sqrt{6}}{3} \approx 0,82$

Đáp án:

0	,	8	2
---	---	---	---

Câu 2: Giả sử có 6 địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (Đơn vị tính: kilomet) được một tả như hình vẽ dưới đây. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại 6 địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể đi chuyển là bao nhiêu kilomet?



Lời giải

Mô hình: $S_1 \xrightarrow{0} S_2 \xrightarrow{3} S_3 \xrightarrow{8} S_4 \xrightarrow{4} S_5 \xrightarrow{5} S_6 \xrightarrow{6} S_1$

Có ba con đường không được đi nên chọn ba con đường dài nhất có thể

Vậy quãng đường ngắn nhất là: $3 + 5 + 5 + 9 + 6 + 4 = 32$ (kilomet)

Đáp án:

3	2		
---	---	--	--

Câu 3: Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba. Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có tọa độ lần lượt là $A(-1200; 80)$, $B(1200; 60)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (Đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100 USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (Diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = -1200; x = 1200$)



Lời giải

Gọi $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) là hàm số có đồ thị mô tả hình dáng cây cầu

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + bx + c$

Do đồ thị của hàm số đi qua các điểm $A(-1200; 80), B(1200; 60)$

$$\begin{cases} f(-1200) = 80 \\ f(1200) = 60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a(-1200)^3 + b(-1200)^2 + c(-1200) + d = 80 \\ a(1200)^3 + b(1200)^2 + c(1200) + d = 60 \end{cases}$$

Điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) có độ cao là 200 feet $\Rightarrow f(0) = 200 \Rightarrow d = 200$

Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x = 0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet

Suy ra $y = f'(0)(x - x_0) + y_0 \Rightarrow 0 = f'(0) \cdot (-1000) + 200 \Rightarrow f'(0) = 0,2$

$$\text{Suy ra } f'(0) = 0,2 \Rightarrow c = 0,2 \text{ nên } \begin{cases} a(-1200)^3 + b(-1200)^2 + 0,2 \cdot (-1200) + 200 = 80 \\ a(1200)^3 + b(1200)^2 + 0,2 \cdot (1200) + 200 = 60 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1728000000a + 1440000b = 120 \\ 1728000000a + 1440000b = -380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{6912000} \\ b = -\frac{13}{144000} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } y = f(x) = -\frac{1}{6912000}x^3 - \frac{13}{144000}x^2 + 0,2x + 200$$

$$\text{Diện tích bề mặt cây cầu là: } S = \int_{-1200}^{1200} \left| -\frac{1}{6912000}x^3 - \frac{13}{144000}x^2 + 0,2x + 200 \right| dx = 3760000 \text{ feet}^2$$

Chi phí cần để xây cầu là: $C = 376000.100 = 37600000$ USD = 37,6 triệu USD.

Đáp án:

3	7	,	6
---	---	---	---

Câu 4: Một công ty xây dựng đang lên kế hoạch thiết kế một tòa nhà chọc trời trong khu đô thị mới. Để đảm bảo an toàn và sẵn sàng cho các tình huống khẩn cấp, công ty muốn thiết kế đường bay tối ưu cho trực thăng cứu hộ tiếp cận đỉnh tòa nhà. Giả sử tòa nhà được xây dựng với đỉnh tòa nhà $T(40; 60; 150)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ nằm ở mặt đất. Trực thăng cứu hộ khởi hành từ sân bay tại điểm $X(100; -40; 0)$. Một người A đứng trong tầng nào đó của tòa nhà có tọa độ là $A(40; 30; -20)$. Gọi phương trình đường thẳng d mô tả đường bay tối ưu của trực thăng cứu hộ từ điểm X đến đỉnh tòa nhà T và $M(a; b; c)$ là điểm thuộc đường bay của trực thăng cứu hộ để khoảng cách từ M đến A ngắn nhất. Tính $a + b + c$.



Lời giải

Đường thẳng d đi qua $X(100; -40; 0)$ và $T(40; 60; 150)$ nên có một vector chỉ phương là:
 $\overrightarrow{XT} = (-60; 100; 150) = 10(-6; 10; 15)$

Phương trình tham số của đường thẳng d là:
$$\begin{cases} x = 100 - 6t \\ y = -40 + 10t \\ z = 15t \end{cases}$$

Vì $M(a; b; c) \in d$ nên tọa độ điểm $M(100 - 6t; -40 + 10t; 15t)$

Khi đó: $MA = \sqrt{(x_A - x_M)^2 + (y_A - y_M)^2 + (z_A - z_M)^2} = \sqrt{361t^2 - 1520t + 8900}$

Để $MA_{\min}$ thì hàm số $f(t) = 361t^2 - 1520t + 8900$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hàm số $f(t)$ là một hàm bậc hai với hệ số của t^2 là $361 > 0$ và đồ thị hướng lên trên nên hàm

số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = -\frac{b}{2a} = \frac{1520}{2 \cdot 361} = \frac{760}{361}$.

Thay $t = \frac{760}{361}$ vào tọa độ điểm $M(100 - 6t; -40 + 10t; 15t)$ ta được
$$\begin{cases} a = \frac{1660}{19} \\ b = -\frac{360}{19} \\ c = \frac{600}{19} \end{cases}$$

Khi đó $a + b + c = \frac{1660}{19} + \left(-\frac{360}{19}\right) + \frac{600}{19} = 100$.

Đáp án:

1	0	0	
---	---	---	--

Câu 5: Một nhà hàng có tổng cộng 30 nhân viên và chi trả mức lương cố định cho mỗi nhân viên thường xuyên tăng ca là 400 USD/tháng. Vì nhà hàng liên tục đón những đoàn khách với số lượng lớn nhưng không thể thuê thêm nhân viên nên chủ nhà hàng này muốn khuyến khích nhân viên của mình tăng ca. Ông chủ quyết định cứ một nhân viên quyết định tăng ca thì mức lương của tất cả nhân viên tăng ca trong nhà hàng đều được tăng thêm 2% . Tương tự, nếu k nhân viên tăng ca thì lương cho mỗi người sẽ tăng $2k\%$. Bên cạnh tiền lương cho nhân viên thì tiền điện nước và duy trì cơ sở vật chất là cố định 8000 USD/tháng. Doanh thu trung bình từ khách hàng là 10000 USD/tháng và mỗi nhân viên tăng ca trung bình sẽ được khách hàng tip 800 USD/tháng (Tiền tip phải được nộp lại cho chủ cửa hàng và tính vào doanh thu). Xác định số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất.

Lời giải

Gọi x là số nhân viên tăng ca ($0 \leq x \leq 30$) ca thì lương của mỗi nhân viên tăng ca là:

$$400(1 + 0,02x) \text{ USD/tháng}$$

Khi đó tổng lương của nhân viên tăng ca là: $400x(1 + 0,02x)$ USD/tháng và tổng tiền tip của x nhân viên tăng ca là: $800x$ USD/tháng

Doanh thu của cửa hàng là: $10000 + 800x$

Lợi nhuận của cửa hàng bằng doanh thu trừ đi chi phí nên ta có:

$$L(x) = 10000 + 800x - 400x(1 + 0,02x) - 8000 = 2000 + 400x - 8x^2$$

Ta có: $L'(x) = -16x + 400 = 0 \Leftrightarrow x = 25$

Hàm số $L(x)$ là một parabol có bề lõm hướng xuống nên $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 25$

Vậy số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất là 25 người.

Đáp án:

2	5		
---	---	--	--

Câu 6: Hệ nhóm máu ABO gồm 4 nhóm máu là A, B, O và AB với tỷ lệ phân bố trong cộng đồng khác nhau ở từng chủng tộc. Ở Việt Nam, tỷ lệ này là: nhóm A khoảng 20% , nhóm B khoảng 30% , nhóm O khoảng 45% và nhóm AB khoảng 5% . Biết rằng một người có nhóm máu AB có thể nhận máu của bất kỳ nhóm máu nào. Nếu người đó có nhóm máu A, B hoặc O thì chỉ có thể nhận được máu của người cùng nhóm máu với mình hoặc người có nhóm máu O. Lấy ngẫu nhiên một người cho máu và một người nhận máu. Biết rằng quá trình truyền máu thực hiện thành công, xác suất người nhận máu thuộc máu B là bao nhiêu phần trăm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi O là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu O.

Gọi A là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu A

Gọi B là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu B

Gọi $A - B$ là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu AB.

Gọi X là biến cố truyền máu thành công.

Ta có: $P(X) = P(O).P(X|O) + P(A).P(X|A) + P(B).P(X|B) + P(A-B).P(X|A-B)$

Người nhóm máu O chỉ nhận máu của người cho thuộc nhóm máu O nên $P(X|O) = 0,45$.

Người nhóm máu A chỉ nhận máu của người cho thuộc nhóm máu A hoặc O nên ta có:

$$P(X|A) = 0,2 + 0,45$$

Người nhóm máu B chỉ nhận máu của người cho thuộc nhóm máu B hoặc O nên ta có:

$$P(X|B) = 0,3 + 0,45$$

Người nhóm máu AB có thể nhận máu của người cho thuộc nhóm máu A, B, O, AB nên ta có:

$$P(X|A-B) = 1$$

$$\text{Vậy } P(X) = 0,45 \cdot 0,45 + 0,2 \cdot (0,2 + 0,45) + 0,3 \cdot (0,3 + 0,45) + 0,05 \cdot 1 = 0,6075 = 60,75\%$$

Xác suất người nhận máu thuộc nhóm máu B khi truyền máu thành công là:

$$P(B|X) = \frac{P(XB)}{P(X)} = \frac{P(B) \cdot P(X|B)}{P(X)} = \frac{0,3 \cdot (0,3 + 0,45)}{0,6075} \approx 37\%.$$

Đáp án:

3	7		
---	---	--	--

-----HẾT-----

ĐỀ 2

ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 2$.

Câu 2. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:
A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:
A. $x = \log_6 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \log_2 6$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?
A. $\vec{u}_2 = (2; -1; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Câu 5. Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'(x) = -\cot x$. **C.** $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 6. Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
------------------	----------	----------	----------	----------	----------

Số ngày	6	6	4	1	1
---------	---	---	---	---	---

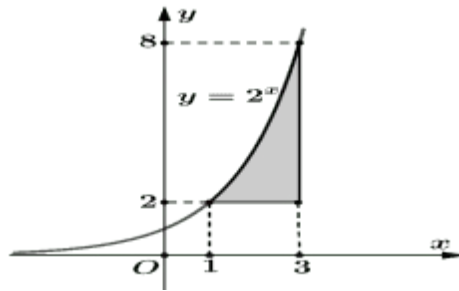
Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

- A. 9,225 . B. 8,25 . C. 9,25 . D. 8,125 .

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Câu 8. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng



- A. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$. B. $\int_1^3 (2^x + 2) dx$. C. $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$. D. $\int_1^3 2^x dx$.

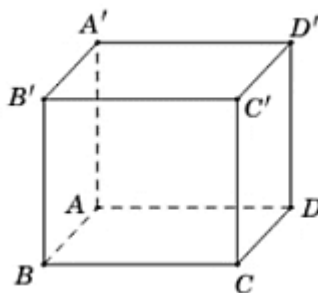
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $CD \perp (SBC)$. B. $SA \perp (ABC)$. C. $BC \perp (SAB)$. D. $BD \perp (SAC)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

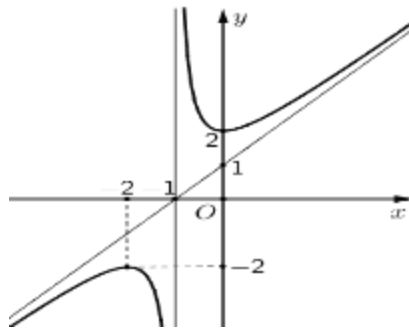
B. a .

C. $2a$.

D. $3a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ **câu 13** đến **câu 16**. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y = x + 1$.

c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ).

d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d : y = (x + 1) \tan \frac{3\pi}{8}$.

Câu 2. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,005t$ (m/s^2) và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5 \cdot 10^{-3} t^2$ (m/s).

b) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell = 180$ (m).

c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc $57,6$ (km/h).

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Câu 3. Xác suất để cơ quan Q thuê 1 trong các công ty A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng Q phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

a) Xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.

b) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,47$

c) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty B tư vấn là $0,53$

d) Biết Q không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,4$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$, hướng chuyển động cùng với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

a. Phương trình tham số của đường cáp là:

b. Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$) cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2} \right)$.

c. Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ khi đó quãng đường AB dài 800m.

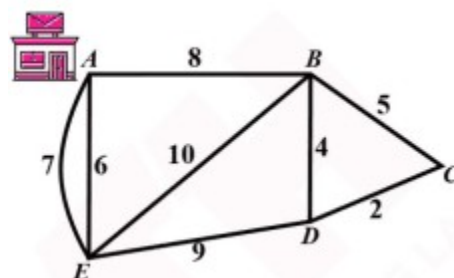
d. Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 1. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng). Mức

thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 2. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Câu 3. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

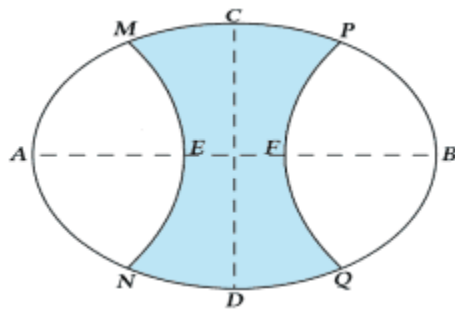
Câu 4. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Câu 5. Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m² và



độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 6. Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh A, B, C, D và hai đường parabol có các đỉnh lần lượt là E, F (phần tô đậm của hình vẽ). Hai đường parabol có cùng trục đối xứng AB, đối xứng nhau qua trục CD, hai parabol cắt elip tại các điểm M, N, P, Q. Biết $AB = 8m$, $CD = 6m$, $MN = PQ = 3\sqrt{3}m$, $EF = 2m$. Chi phí để trồng hoa trên vườn là 300.000 / m². Hỏi số tiền trồng hoa cho cả vườn là bao nhiêu triệu đồng. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm



-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	C	D	C	D	D	A	A	A	D	B	B

PHẦN II

Điểm của 01 câu hỏi là 1 điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được ^{0,1} điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được ^{0,25} điểm.

Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được ^{0,50} điểm.

Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

1	2	3	4
S	S	Đ	Đ
Đ	Đ	S	Đ
S	Đ	S	S
Đ	S	Đ	S

PHẦN III

1	2	3	4	5	6
---	---	---	---	---	---

280	63	0,71	16	98	4,81
-----	----	------	----	----	------

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:
A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ thì ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-3}{x+1} = 2$.

Suy ra $y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2. Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là:
A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Công thức tổng quát của cấp số cộng (u_n) là: $u_n = u_1 + (n-1)d$, trong đó d là công sai của cấp số cộng.

Từ $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$, ta có $d = u_2 - u_1 = 3 - 1 = 2$. Do đó $u_5 = u_1 + 4d = 1 + 4 \cdot 2 = 9$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là:
A. $x = \log_6 2$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \log_2 6$.

Lời giải

Phương trình $2^x = 6$ có nghiệm $x = \log_2 6$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{-2} = \frac{z+2}{-6}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_2 = (2; -1; 3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (4; 2; -6)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (1; 0; 2)$.

Lời giải

một vector chỉ phương của d là $\vec{u}_3 = (-2; 1; 3)$.

Câu 5. Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'(x) = -\cot x$. **C.** $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Lời giải

Ta có $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = F(x) + C \Rightarrow F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 6. Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

- A. 9,225 B. 8,25 C. 9,25 D. 8,125

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 18$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{18}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian của 18 ngày chạy bộ của bạn An được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1, \dots, x_6 \in [20; 25); x_7, \dots, x_{12} \in [25; 30); x_{13}, \dots, x_{16} \in [30; 35); x_{17} \in [35; 40); x_{18} \in [40; 45)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_5 \in [20; 25)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{18}{4} - 0}{6} \cdot (25 - 20) = 23,75$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{14} \in [30; 35)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 30 + \frac{\frac{3 \cdot 18}{4} - (6 + 6)}{4} \cdot (35 - 30) = 31,875$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 31,875 - 23,75 = 8,125$.

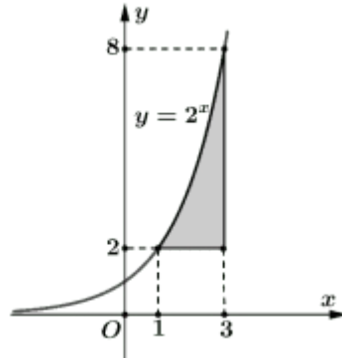
Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 25$ B. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$
 C. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 5$ D. $x^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 5$

Lời giải

Mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R có phương trình là $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Câu 8. Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng



A. $\int_1^3 (2^x - 2) dx$

B. $\int_1^3 (2^x + 2) dx$

C. $\int_1^3 (2 - 2^x) dx$

D. $\int_1^3 2^x dx$

Lời giải

Hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ được giới hạn bởi các đường $y = 2^x, y = 2, x = 1$ và $x = 3$.

Do đó diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bằng $\int_1^3 |2^x - 2| dx = \int_1^3 (2^x - 2) dx$.

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

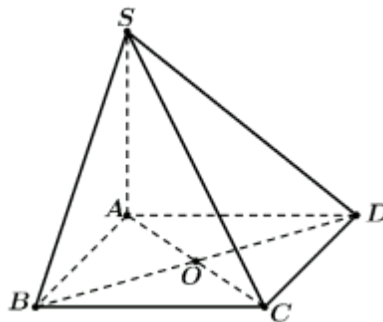
A. $CD \perp (SBC)$

B. $SA \perp (ABC)$

C. $BC \perp (SAB)$

D. $BD \perp (SAC)$

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp CD$ mà $AD \perp CD$ nên $CD \perp (SAD)$. Suy ra $CD \perp SD$. Do đó, CD không vuông góc với SC suy ra khẳng định $CD \perp (SBC)$ là sai.

Ta có $SA \perp (ABCD)$ hay $SA \perp (ABC)$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC$. Mà $AB \perp BC$ nên $BC \perp (SAB)$.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BD$. Mà $AC \perp BD$ nên $BD \perp (SAC)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

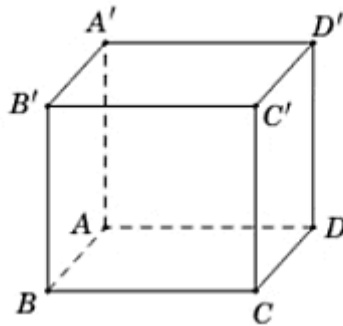
D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên).



Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$

Đáp án: B

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $2a$.

D. $3a$.

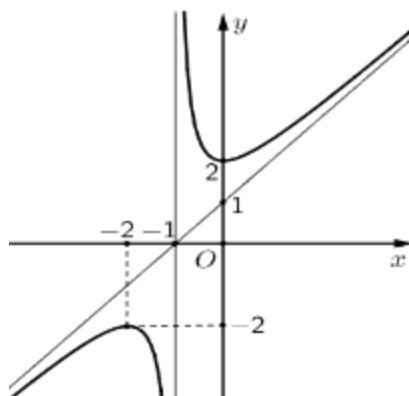
Lời giải

Chọn B

Ta có $A'A \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = A'A = a$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ **câu 13** đến **câu 16**. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



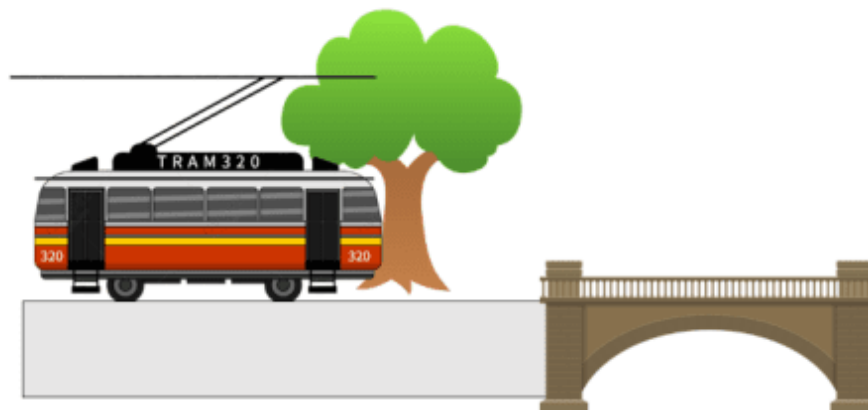
- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y = x + 1$.
- c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ).
- d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d: y = (x + 1) \tan \frac{3\pi}{8}$.

Lời giải

- a) Sai: Đồ thị đi xuống trên các khoảng $(-2; -1), (-1; 0)$ nên nghịch biến trên các khoảng này.
- b) Đúng: Tiệm cận xiên qua hai điểm $(-1; 0), (0; 1)$ là $y = x + 1$.
- c) Sai: Hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0; 2), B(-2; -2) \Rightarrow S_{OAB} = \frac{1}{2} |0 \cdot (-2) - (-2) \cdot 2| = 2$.
- d) Đúng: Tiệm cận đứng $x = -1$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường phân giác của góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên:

$$\frac{x - y + 1}{\sqrt{2}} = \pm (x + 1) \Leftrightarrow y = (x + 1) \pm \sqrt{2}(x + 1) = (1 \pm \sqrt{2})(x + 1) \quad \text{nên} \quad \tan\left(\frac{3\pi}{8}\right) = 1 + \sqrt{2}.$$

Câu 2. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a = 0,005t \text{ (m/s}^2\text{)}$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5 \cdot 10^{-3} t^2$ (m/s).
- b) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell = 180$ (m).
- c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với vận tốc $57,6$ (km/h).
- d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Lời giải

- a) Sai: Vận tốc của tàu là $v(t) = \int a(t) dt = \int 0,005t dt = 2,5 \cdot 10^{-3} t^2$ (m/s) với $v(0) = 0$
- b) Đúng: Chiều dài của đoàn tàu bằng quãng đường tàu đi trong 60 giây đầu tiên và bằng

$$l = \int_0^{60} v(t) dt = \int_0^{60} 2,5 \cdot 10^{-3} t^2 dt = 180 \text{ m.}$$

- c) Đúng: Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc độ:

$$v(80) = 2,5 \cdot 10^{-3} \cdot 80^2 = 16 \text{ (m/s)} = 57,6 \text{ (km/h)}$$

- d) Sai: Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m).

Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian $t = \frac{480 + 180}{16} = 41,25$ giây.

Câu 3. Xác suất để cơ quan Q thuê 1 trong các công ty A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng Q phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- a) Xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.
- b) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,47$
- c) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty B tư vấn là $0,53$

d) Biết Q không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,4$.

Lời giải

Gọi H_1 là biến cố “cơ quan Q thuê công ty A tư vấn”

H_2 là biến cố “cơ quan Q thuê công ty B tư vấn”

a) Đúng: Gọi A là biến cố “cơ quan Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn”

Theo đề bài ta có: $P(H_1) = 0,4; P(H_2) = 0,6$

$P(A|H_1)$ là xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn với điều kiện Q thuê công ty $A \Rightarrow P(A|H_1) = 0,05$

$P(A|H_2)$ là xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn với điều kiện Q thuê công ty $B \Rightarrow P(A|H_2) = 0,03$

Theo công thức toàn phần ta có:

$$P(A) = P(H_1).P(A|H_1) + P(H_2).P(A|H_2) = 0,4.0,05 + 0,6.0,03 = 0,038$$

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1).P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{0,4.0,05}{0,038} \approx 0,53$$

b) Sai: Theo công thức Bayes ta có:

$$P(H_2|A) = \frac{P(H_2).P(A|H_2)}{P(A)} = \frac{0,6.0,03}{0,038} \approx 0,47$$

c) Sai: Theo công thức Bayes ta có:

d) Đúng: Theo công thức Bayes ta có:

$$P(H_1|\bar{A}) = \frac{P(H_1).P(\bar{A}|H_1)}{P(\bar{A})} = \frac{P(H_1).[1 - P(A|H_1)]}{1 - P(A)} = \frac{0,4.(1 - 0,05)}{1 - 0,038} \approx 0,4$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$, hướng chuyển động cùng với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

a. Phương trình tham số của đường cáp là:

b. Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$) cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$.

c. Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ khi đó quãng đường AB dài 800m.

d. Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30°

Trả lời

a. **Đúng.** Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(10; 3; 0)$ và có VTCP

$$\vec{u} = (2; -2; 1) \quad \begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

là:

b. **Đúng.** Ta có độ dài $AM = vt$. Vì M thuộc đường thẳng d nên $M(10+2m; 3-2m; m)$. Vậy $\overrightarrow{AM} = (2m; -2m; m)$ mà $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}$ có $m \geq 0$. Suy ra $AM = 3m$.

Vậy $3m = 4,5t$ suy ra $m = 1,5t$. Vậy $\left(3t+10; -3t+3; \frac{3t}{2}\right)$

c. **Sai.** Từ ý b, thấy khi $x_B = 550$ tức là $3t+10 = 550 \Rightarrow t = 180(s)$

Vậy $AB = vt = 4,5 \cdot 180 = 810(m)$.

d. **Sai.** Ta có $\vec{u}_{AB} = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ suy ra VTPT $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Gọi α là góc giữa đường cáp AB và (Oxy) ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{1}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

Câu 1. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 280

Ta có : **Lợi nhuận = Doanh thu – Chi phí – Thuế.**

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm.

Gọi $g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết.

Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - xt = 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt = -2x^2 + (560 - t)x - 50$

với $x \in (0; 2000)$. Ta có $f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$

Bảng biến thiên của $f(x)$:

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		Max	

$\Rightarrow \max_{(0; 2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = xt = \frac{560-t}{4}t = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$ với $t \in (0; 560)$

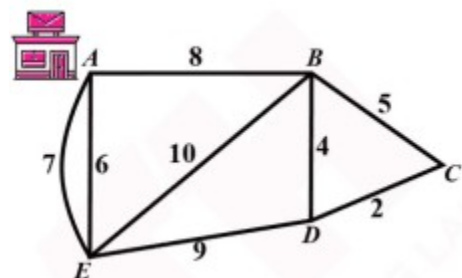
Bảng biến thiên của $g(t)$:

t	0	280	300
$g(t)$		Max	

Vậy $g(t)$ lớn nhất khi $t = 280$ (Chục nghìn đồng)

Câu 2. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con đường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?

Giải



Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

Một đường Euler từ A đến D là: AEABEDBCD và độ dài của nó là

$$6+7+8+10+9+4+5+2=51$$

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8=12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51+12=63$

Câu 3. Một công ty dược phẩm giới thiệu một dụng cụ để kiểm tra sớm bệnh sốt xuất huyết. Về báo cáo kiểm định chất lượng của sản phẩm, họ cho biết như sau: Số người được thử là 8.000, trong số đó có 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết và có 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết. Nhưng khi kiểm tra lại bằng dụng cụ của công ty, trong 1.200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Trong 6.800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính, còn lại cho kết quả âm tính. Xác suất mà một bệnh nhân với kết quả kiểm tra dương tính là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết bằng bao nhiêu? (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

+ Khi kiểm tra lại, trong 1200 người đã bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 70% số người cho kết quả dương tính nên ta có: $70\% \cdot 1200 = 840$ (người).

Khi đó số bị người nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong số 1200 người đó là: $1200 - 840 = 360$ (người).

+ Khi kiểm tra lại, trong 6800 người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết, có 5% số người đó cho kết quả dương tính nên ta có là: $5\% \cdot 6800 = 340$ (người).

Khi đó, số người không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết cho kết quả âm tính trong 6800 người đó là: $6800 - 340 = 6460$ (người).

Từ đó ta có bảng sau: (đơn vị: người)

	Số người nhiễm bệnh	Số người không nhiễm bệnh	Tổng số
	1200	6800	8000
Dương tính	840	340	1180
Âm tính	360	6460	6820

+ Xét các biến cố sau:

A: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

B: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm là không bị nhiễm bệnh sốt xuất huyết”;

C: “Người được chọn ra trong số những người thử nghiệm cho kết quả dương tính (khi kiểm tra lại)”;

Khi đó, ta có $P(C) = \frac{1180}{8000} = \frac{59}{400}$; $P(A.C) = \frac{840}{8000} = \frac{21}{200}$.

Vậy $P(A|C) = \frac{21}{200} : \frac{59}{400} = \frac{42}{59} \approx 0,71$.

Đáp số: 0,71.

Câu 4. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Lời giải

♦ Gọi số máy móc công ty sử dụng để sản xuất là x ($x \in \mathbb{N}, x > 0$).

Thời gian cần để sản xuất hết 8000 quả bóng là: $\frac{8000}{30x}$.

Tổng chi phí để sản xuất là: $P(x) = 200x + \frac{8000}{30x} \cdot 192 = 200x + \frac{51200}{x}$

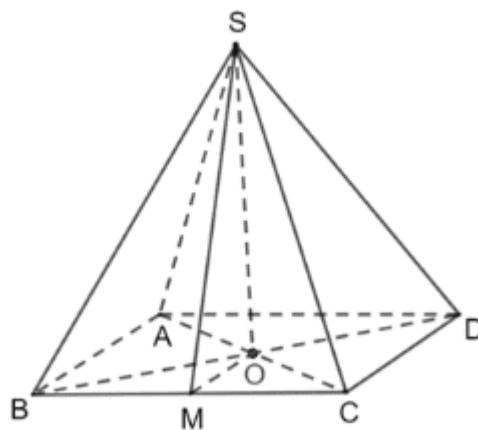
Ta có: $P'(x) = 200 - \frac{51200}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 256 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 \\ x = -16 (L) \end{cases}$

x	0	16	$+\infty$
$P'(x)$		0	+
$P(x)$		6400	

Vậy công ty nên sử dụng 16 máy để chi phí hoạt động là thấp nhất.

Câu 5. Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m² và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)





Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều $S.ABCD$ với O là tâm của đáy.

Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc

$$\angle SMO \Rightarrow \tan \angle SMO = \frac{SO}{OM} = \frac{49}{45}$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

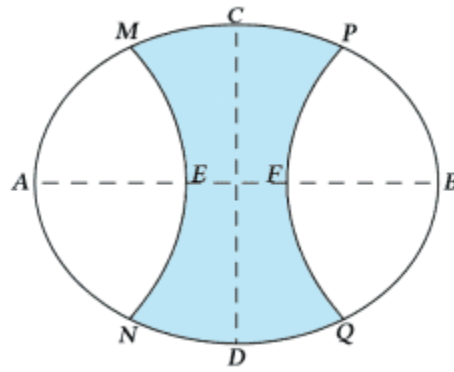
$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 98m$$

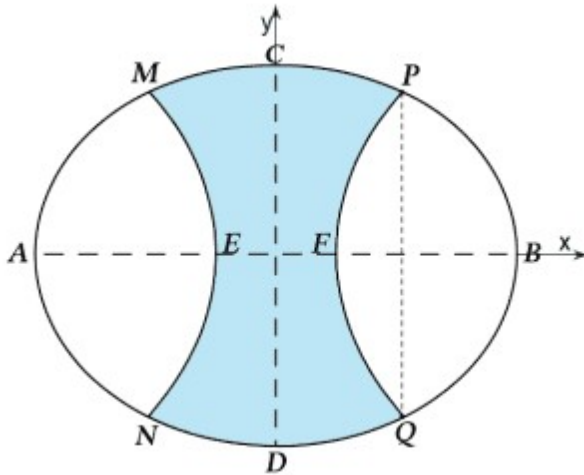
Đáp án: 98

Câu 6. Vườn hoa của một trường học có hình dạng được giới hạn bởi một đường elip có bốn đỉnh A, B, C, D và hai đường parabol có các đỉnh lần lượt là E, F (phần tô đậm của hình vẽ). Hai đường parabol có cùng trục đối xứng AB , đối xứng nhau qua trục CD , hai parabol cắt elip tại các điểm M, N, P, Q . Biết $AB = 8m, CD = 6m, MN = PQ = 3\sqrt{3}m, EF = 2m$. Chi phí để trồng hoa trên vườn là $300.000 / m^2$. Hỏi số tiền trồng hoa cho cả vườn là bao nhiêu triệu đồng. Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm



Trả lời: 4,81

Chọn hệ trục tọa độ với gốc tọa độ là trung điểm của EF (xem hình vẽ)



Khi đó (E) có độ dài trục lớn $AB = 2a = 8 \Rightarrow a = 4$

Độ dài trục bé $CD = 2b = 6 \Rightarrow b = 3$.

Phương trình (E) là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Parabol có phương trình $x = my^2 + 1$ (vì điểm $F(1;0)$)

Do $PQ = 3\sqrt{3} \Rightarrow P\left(x_0; \frac{3\sqrt{3}}{2}\right) (x_p > 0)$, mà $P \in (E)$ nên ta có: $\frac{x_0^2}{16} + \frac{\left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}{9} = 1 \Rightarrow x_0 = 2$

$$P \Rightarrow 2 = a \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 1 \Rightarrow a = \frac{4}{27}$$

Mặt khác Parabol đi qua

Xét phần hình phẳng thuộc góc phần tư thứ nhất khi đó đường cong (E) có phương trình

$$x = 4\sqrt{1 - \frac{y^2}{9}}$$

Parabol có phương trình $x = \frac{4}{27}y^2 + 1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = 3\sqrt{3}, x = 4\sqrt{1 - \frac{y^2}{9}}$ và $x = \frac{8}{27}y^2$ là:

$$S_1 = \int_0^{3\sqrt{3}} \left(4\sqrt{1 - \frac{y^2}{9}} - \frac{4y^2}{27} - 1 \right) dy$$

Diện tích elip là: $S = \pi ab = 12\pi$.

Diện tích phần tô đậm là: $S_T = S - 4S_1 \xrightarrow{CASIO} S_{(T)} \approx 16,03 m^2 \Rightarrow T = 300.000 S_{(T)} \approx 4,81$ triệu đồng.

ĐỀ 3**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2; 1; -3)$ B. $(-4; 2; -6)$ C. $(4; -2; 6)$ D. $(2; -1; 3)$

Câu 2. . Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$. B. $[9; 11)$. C. $[11; 13)$. D. $[13; 15)$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 22 B. 17 C. 12 D. 250

Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$

- A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

- A. $y = \frac{1}{4}$. B. $y = 2$. C. $y = 4$. D. $y = -1$.

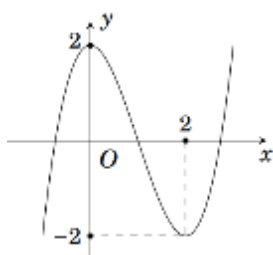
Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $SC \perp (ABCD)$. D. $SB \perp (ABCD)$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



- A. -2 . B. 0 . C. 2 . D. -4 .

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 10. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A. $\max_{[-2;2]} f(x) = -4$. B. $\max_{[-2;2]} f(x) = 13$. C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 14$. D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 23$.

Câu 11. Cho hai biến cố độc lập A, B . Biết $P(A) = \frac{1}{5}$, $P(B) = \frac{2}{3}$. Tính $P(AB)$

- A. $\frac{11}{15}$. B. $\frac{13}{15}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{15}$.

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_0^2 f(x) dx = -4$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

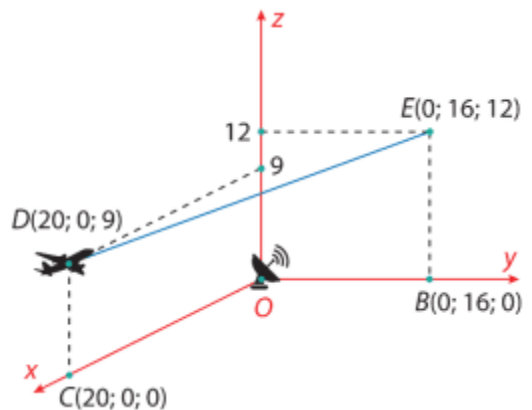
- A. 5 . B. -3 . C. -5 . D. 3 .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$.

- Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- Hàm số đã cho không có cực trị.
- Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = x + 1$.
- Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(-1; 0)$.

Câu 2. Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB . Tại D , máy bay bay cách mặt đất là 9000m và tại E là 12000m. Một radar được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là 20000m, cách B là 16000m và $\angle BOC = 90^\circ$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: 1000m) với O là vị trí đặt radar, B thuộc tia Oy , C thuộc tia Ox , khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ bên:



- Tại D , máy bay cách radar 29000m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).
- Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE . Khi máy bay bay đến điểm I , máy bay cách mặt đất 10500m.
- Trên đoạn đường bay từ D đến E , máy bay sẽ đi qua điểm $P(16; 3, 2; 9, 6)$.
- Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của radar (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét) là 22000m.

Câu 3. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của cả 2 dự án là 0,4. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- Xác suất $P(\bar{A}) = 0,5$ và $P(\bar{B}) = 0,4$.
- Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.
- Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.
- Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,8$.

Câu 4. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s , thời gian t tính bằng giây).

- Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s .

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t) = \int_0^4 v(t) dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là $37m$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

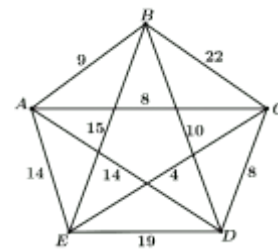
$$G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$$

phẩm là (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm

$$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$$

(đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

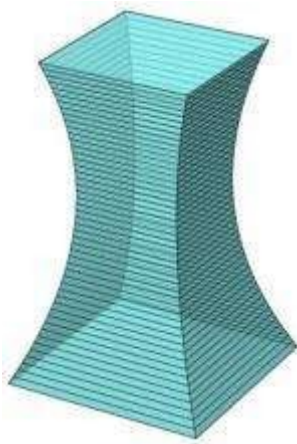


Câu 3. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\frac{m}{n}a$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $2m + 3n$.

Câu 4. Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán hàng, cần thuê xe để chở 70 người và 30 tấn hàng. Nơi cho thuê xe chỉ có hai loại xe: xe loại A và xe loại B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu và một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A chỉ chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng; mỗi xe loại B chỉ chở tối đa 5 người và 5 tấn hàng. Tính số tiền (đơn vị triệu đồng) ít nhất công ty cần bỏ ra thuê xe để thực hiện đợt quảng cáo và bán hàng.

Câu 5. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 100\}$. Gọi S là tập các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có 3 số lập thành cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

Câu 6. Một kiến trúc sư chịu trách nhiệm thiết kế một tòa nhà cao 30 mét. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao, vuông góc với trục thẳng đứng, luôn là một hình vuông (xem hình vẽ).



$$L_0 = 26 \text{ m},$$

$$L_{30} = 20 \text{ m}.$$

Mặt đáy tòa nhà là hình vuông có cạnh

mặt đỉnh là hình vuông có cạnh

Mặt cắt

$$L_{mm} = 13,75 \text{ m}.$$

ngang tại vị trí hẹp nhất của tòa nhà: Hình vuông có cạnh Mặt cắt của tòa nhà theo mặt phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong parabol đối xứng nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của tòa nhà. Tính thể tích của tòa nhà đó (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính: mét khối).

..... **HẾT**.....

LỜI GIẢI

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2; 1; -3)$.

B. $(-4; 2; -6)$.

C. $(4; -2; 6)$.

D. $(2; -1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ có tâm $I(2; -1; 3)$.

Câu 2. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7; 9)$.

B. $[9; 11)$.

C. $[11; 13)$.

D. $[13; 15)$.

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$

Chọn B

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 22

B. 17

C. 12

D. 250

Lời giải

Chọn B

Ta có: $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3.5 = 17$.

Câu 4. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $a\sqrt{2}$, cạnh bên bằng $2a$. Gọi α là góc tạo bởi hai mặt phẳng (SAC) và (SCD) . Tính $\cos \alpha$

A. $\frac{\sqrt{21}}{3}$.

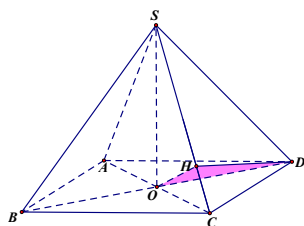
B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$.

C. $\frac{\sqrt{21}}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{21}}{14}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là hình chiếu của O trên cạnh SC ta có $((SDC); (SAC)) = OHD = \alpha$

Ta có $\triangle OHD$ vuông tại O và $OD = a$; $OH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên $DH = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Vậy $\cos \alpha = \frac{OH}{DH} = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 5. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = 2$.

C. $y = 4$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn C

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O , $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

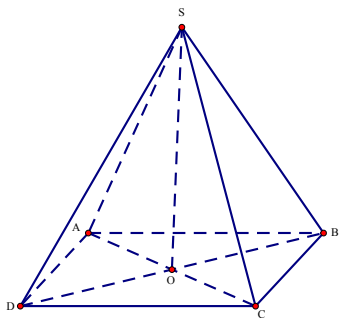
A. $SA \perp (ABCD)$.

B. $SO \perp (ABCD)$.

C. $SC \perp (ABCD)$.

D. $SB \perp (ABCD)$.

Chọn B



Ta có O là trung điểm của AC, BD

Mà $SA = SC, SB = SD \Rightarrow SO \perp AC, SO \perp BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Câu 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

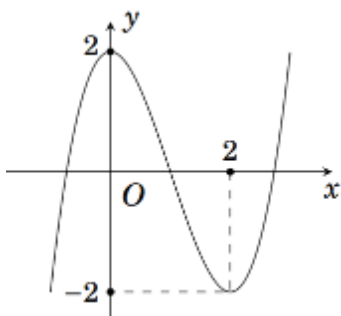
- A.** $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$ **B.** $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$ **C.** $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$ **D.** $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình 1. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:



- A.** -2 **B.** 0 **C.** 2 **D.** -4

Lời giải:

Chọn (C)

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A.** $-\cos x + C$ **B.** $\cos x + C$ **C.** $\sin x + C$ **D.** $-\sin x + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ với C là hằng số.

Câu 10. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$.

- A.** $\max_{[-2; 2]} f(x) = -4$ **B.** $\max_{[-2; 2]} f(x) = 13$

C. $\max_{[-2;2]} f(x) = 14.$ D. $\max_{[-2;2]} f(x) = 23.$

$$f'(x) = 4x^3 - 4x \longrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-2; 2] \\ x = 1 \in [-2; 2] \\ x = -1 \in [-2; 2] \end{cases}.$$

Lời giải. Đạo hàm

$$\begin{cases} f(-2) = f(2) = 13 \\ f(-1) = f(1) = 4 \\ f(0) = 5 \end{cases} \longrightarrow \max_{[-2;2]} f(x) = 13.$$

Ta có

Chọn B

Câu 11. Cho hai biến cố độc lập A, B . Biết $P(A) = \frac{1}{5}, P(B) = \frac{2}{3}$. Tính $P(AB)$

A. $\frac{11}{15}$. B. $\frac{13}{15}$. C. $\frac{3}{5}$. D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải.

Với hai biến cố độc lập A, B ta có $P(AB) = P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$

Chọn D

Câu 12. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 1$ và $\int_0^2 f(x) dx = -4$. Tích phân $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

A. 5. B. -3. C. -5. D. 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^2 f(x) dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_0^1 f(x) dx = -4 - 1 = -5$.

PHẦN II: Thí sinh trả lời câu hỏi. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1.

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Lời giải:

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x+1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Giải phương trình:

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.
- b) Hàm số đạt cực đại tại $x_{CD} = -2$ và giá trị cực đại $y_{CD} = -2$, hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT} = 0$ và giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.
- c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (x+1)) = 0 \Rightarrow y = x+1$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.
- d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm có tọa độ $(-1; 0)$.

Câu 2 .

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

Lời giải

a) Sai.

Ta có $\overrightarrow{OD} = (20; 0; 9)$ và $OD = \sqrt{20^2 + 9^2} = \sqrt{481} \text{ km} \gg 22000 \text{ m}$.

b) Đúng.

Tọa độ trung điểm I của DE là: $(10; 8; \frac{21}{2})$.

Khi máy bay bay đến điểm I , máy bay cách mặt đất $\frac{21}{2} \text{ km}$ hay 10500 m .

c) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{DE} = (-20; 16; 3)$.

Đường thẳng DE đi qua điểm $D(20; 0; 9)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{DE} = (-20; 16; 3)$ nên có

$$\begin{cases} x = 20 - 20t \\ y = 16t \\ z = 9 + 3t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

phương trình tham số là:

Thay tọa độ điểm $P(16; 3; 2)$ vào phương trình tham số của đường thẳng DE ta được:

$$\begin{cases} 16 = 20 - 20t \\ 3 = 16t \\ 2 = 9 + 3t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = 0,2 \\ t = 0,2 \\ t = 0,2 \end{cases}$$

Như vậy $P \in DE$.

Do đó trên đoạn đường bay từ D đến E , máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Sai.

Gọi $H(20-20t;16t;9+3t) \in DE$ là hình chiếu của O trên DE .

$$\begin{aligned} \vec{OH} &= (20-20t;16t;9+3t) \\ \vec{DE} &= (-20;16;3) \end{aligned}$$

Hai vector $\vec{OH}$ và $\vec{DE}$ vuông góc với nhau nên

$$\vec{OH} \cdot \vec{DE} = 0 \Leftrightarrow -20(20-20t) + 16 \cdot 16t + 3(9+3t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{373}{665}.$$

$$\vec{OH} = \left(\frac{1168}{665}; \frac{5968}{665}; \frac{7104}{665} \right)$$

Khi đó và

$$OH = \sqrt{\left(\frac{1168}{665}\right)^2 + \left(\frac{5968}{665}\right)^2 + \left(\frac{7104}{665}\right)^2} = \sqrt{\frac{180736}{665}} = \frac{16\sqrt{469490}}{665}.$$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của radar là:

$$2\sqrt{20^2 - OH^2} = 2\sqrt{20^2 - \frac{180736}{665}} = \frac{584\sqrt{665}}{665} \approx 22600 \text{ m}$$

(kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét)

Câu 3.

a, Đúng	b, Đúng	c, Sai	d, Sai
---------	---------	--------	--------

Lời giải

$$P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$$

a) Đúng.

b) Gọi C là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án.

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2 \cdot 0,4 = 0,3 \end{aligned}$$

Đúng.

c) Gọi D là biến cố thắng dự án 2 biết thắng dự án 1.

$$P(D) = P(B \setminus A) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(A)} = \frac{0,4}{0,5} = 0,8$$

Sai.

d) Gọi E là biến cố thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1.

$$P(E) = P(B \setminus \bar{A}) = \frac{P(B \cap A)}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,4}{0,5} = 0,4$$

Sai.

Câu 4.

a, Đúng	b, Sai	c, Đúng	d, Đúng
---------	--------	---------	---------

Lời giải

a) Đúng vì khi ô tô A dừng lại thì $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$.

b) Sai vì quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây

($0 \leq t \leq 4$) được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

c) Đúng vì quãng đường ô tô A đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là

$$s(t) = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32 (m)$$

Như vậy, ô tô A di chuyển quãng đường 32 mét trước khi dừng lại hoàn toàn.

d) Đúng vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu 1 mét khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô B ít nhất là: $32 + 5 = 37 (m)$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản

phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm

$H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí: $P(x) = F(x) - xG(x) - H(x)$.

Khi $x \leq 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là: $H_1(x) = 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$ (đồng)

Khi $x > 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là:

$$H_2(x) = 0,99(2 \cdot (200^3) + 100000 \cdot 200 - 50000) + 0,98 \frac{2}{3}(x - 200)^3 + 100000 \cdot (x - 200) - 50000 \frac{2}{3}$$

(đồng)

Xét đồng thời 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Với $1 \leq x \leq 200$ thì ta có lợi nhuận thu được là: $P_1(x) = F(x) - xG(x) - H_1(x)$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1} - 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

$$P_1(x) = -\frac{147}{50}x^2 - 3998x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x + 2)^2} + 902000$$

Ta có:

Phương trình $P_1'(x) = 0$ có nghiệm $x = 184,03 \in (1; 200)$.

Ta thấy $\max_{x \in [1; 200]} P_1(x) = 80037062,09$ tại $x = 184,03$.

Trường hợp 2: Với $201 \leq x \leq 400$ ta có lợi nhuận thu được là: $P_2(x) = F(x) - xG(x) - H_2(x)$

$$\begin{aligned}
&= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1} \\
&- 0,99\frac{99}{100} \cdot (200)^3 + 100000 \cdot 200 - 50000\frac{99}{100} - 0,98\frac{98}{100} \cdot (x - 200)^3 + 100000 \cdot (x - 200) - 50000\frac{98}{100} \\
&= -\frac{24}{25}x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x + 2} \\
P_2(x) &= -\frac{72}{25}x^2 - 1646x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x + 2)^2} + 667800
\end{aligned}$$

Ta có:

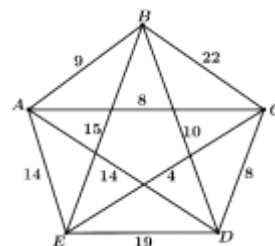
Phương trình $P_2(x) = 0$ có nghiệm $x = 253,1 \hat{=} (201; 400)$.

Ta thấy $\max_{x \in (201; 400)} P_2(x) = 83893667,52$

tại $x = 253,1$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 2. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Xuất phát từ A thì đường đi ít thử thách nhất là AC nên AC có 8 thử thách

Từ C thì đường đi ít thử thách nhất là CE nên CE có 4 thử thách

Từ E thì đường đi ít thử thách nhất là EB nên EB có 15 thử thách

Từ B thì đường đi ít thử thách nhất là BD nên BD có 10 thử thách

Đến đây ta quay về A nên DA có 14 thử thách.

Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là là: $8 + 4 + 15 + 10 + 14 = 51$

Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:

Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9 + 8 + 4 + 19 + 10 = 50$

Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4 + 14 + 9 + 10 + 8 = 45$

Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8 + 4 + 14 + 9 + 10 = 45$

Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 9 + 10 + 19 = 50$

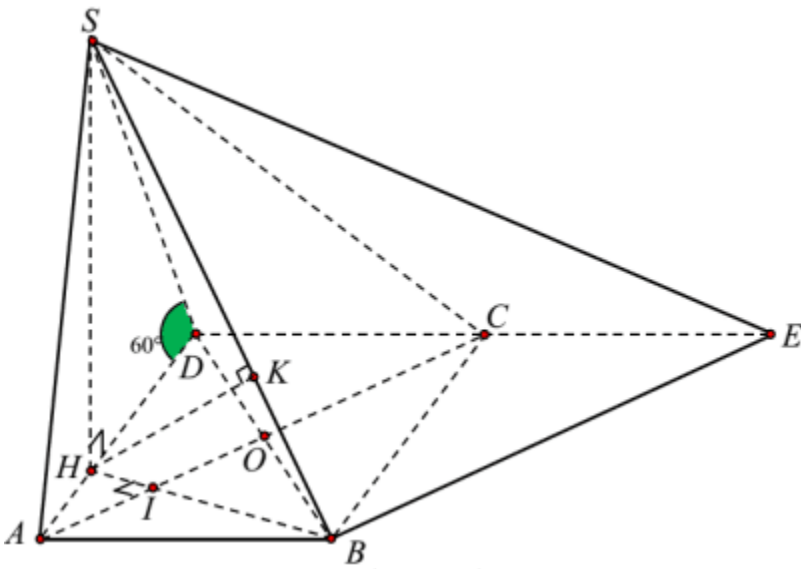
Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 10 + 9 + 14 = 45$

Vậy tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

Câu 3. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O , $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S , mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$

bằng 60° . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\frac{m}{n}a$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $2m + 3n$.

Lời giải



Kẻ $SH \wedge AD$ ta có $SH \wedge (ABCD)$

Gọi I là trung điểm OA , ta có $AO \perp (SHI) \Rightarrow HI \perp OA$

Trong mp $(ABCD)$, dựng hình bình hành $ABEC$ ta có $AC \parallel (SBE)$

$$d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(I, (SBE))$$

$$\text{Mà } \frac{IB}{HB} = \frac{3}{4} \text{ nên } d(I, (SBE)) = \frac{3}{4} d(H, (SBE))$$

$$\tan \angle DAC = \frac{DC}{AD} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Tam giác ADC vuông tại D có $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = 2a$ và

b $\angle DAC = 30^\circ$. Tam giác AHI vuông tại I có $AH = \frac{AI}{\cos 30^\circ} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác ABH vuông tại A có $HB = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$, $AB^2 = IB.HB$ p $IB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lại có tam giác OAB là tam giác đều cạnh a nên $BI \perp AC \Rightarrow BI \perp BE$.

Khi đó kẻ $HK \wedge SB$ thì $HK \wedge (SBE) \vdash HK = d(H, (SBE))$

Tam giác SBH vuông tại H có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HB^2}$ và $HK = a$.

$$\vdash d(H, (SBE)) = HK = a \vdash d(SB, AC) = d(I, (SBE)) = \frac{3}{4}d(H, (SBE)) = \frac{3a}{4}$$

$$\Rightarrow m = 3, n = 4. \text{ Vậy } 2m + 3n = 18$$

Câu 4. Một công ty trong một đợt quảng cáo và bán hàng, cần thuê xe để chở 70 người và 30 tấn hàng. Nơi cho thuê xe chỉ có hai loại xe: xe loại A và xe loại B. Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu và một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu. Biết rằng mỗi xe loại A chỉ chở tối đa 10 người và 2 tấn hàng; mỗi xe loại B chỉ chở tối đa 5 người và 5 tấn hàng. Tính số tiền (đơn vị triệu đồng) ít nhất công ty cần bỏ ra thuê xe để thực hiện đợt quảng cáo và bán hàng.

Lời giải

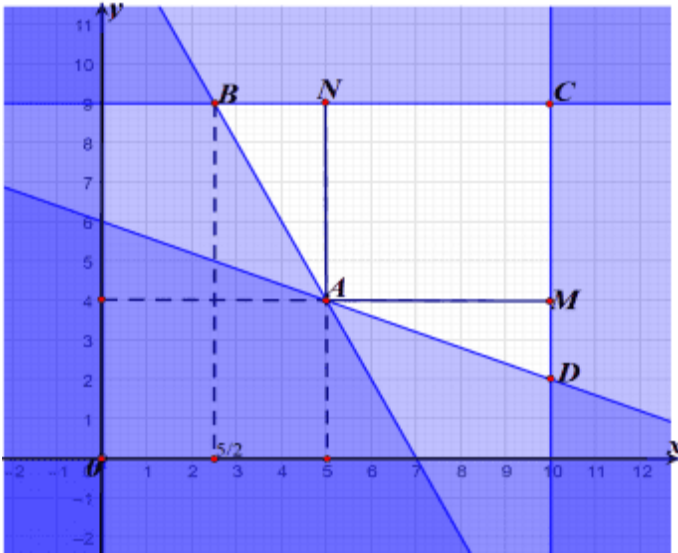
Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và số xe loại B cần phải thuê.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \leq 14 \\ 2x + 5y \leq 30 \end{cases}$$

Từ điều kiện bài ra ta có hệ

Khi đó số tiền cần bỏ ra để thuê xe là $F = 4x + 3y$

Miền nghiệm của hệ là tứ giác $ABCD$ như hình vẽ bên dưới



Với $A(5;4), B(\frac{5}{2};9), C(10;9), D(10;2)$

$$F(5;4) = 32; F(\frac{5}{2};9) = 37; F(10;9) = 76; F(10;2) = 48$$

Do đó số tiền ít nhất công ty cần bỏ ra để thuê xe là 32 (triệu đồng)

Câu 5. Cho tập $A = \{1; 2; 3; 4; 5; \dots; 100\}$. Gọi S là tập các tập con của tập hợp A mà mỗi tập con này gồm 3 phần tử và có tổng 3 phần tử bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của tập S . Khi đó, xác suất chọn được phần tử của tập S có 3 số lập thành cấp số nhân với công bội q là số nguyên dương là $\frac{m}{n}$ (với m, n là số nguyên dương và $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m+n$.

Lời giải

Giả sử tập con bất kì $\{a, b, c\} \in S, 1 \leq a, b, c \leq 100, a, b, c$ phân biệt.

Ta có $a + b + c = 91$. Số bộ a, b, c là $C_{91-1}^{3-1} = C_{90}^2$.

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 số giống nhau như $\{1; 1; 89\}, \dots, \{45; 45; 1\}$, mỗi bộ lại có 3 bộ tương ứng. Số bộ có 2 số giống nhau là $3 \cdot 45 = 135$.

$$n(\Omega) = \frac{C_{90}^2 - 135}{3!} = 645$$

Số phần tử của không gian mẫu là

Giả sử ta chọn được 3 số a, aq, aq^2 với $q > 0$.

Theo giả thiết ta có $a + aq + aq^2 = 91 \Leftrightarrow a \cdot (1 + q + q^2) = 91$.

Do $91 = 7 \cdot 13 = 1 \cdot 91$ và a, q đều là các số nguyên dương nên ta có các trường hợp sau:

+ Trường hợp 1: $\begin{cases} a = 7 \\ 1 + q + q^2 = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 7 \\ q = 3(tm) \\ q = -4(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{7; 21; 63\}$.

+ Trường hợp 2: $\begin{cases} a = 13 \\ 1 + q + q^2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 13 \\ q = 2(tm) \\ q = -3(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{13; 26; 52\}$.

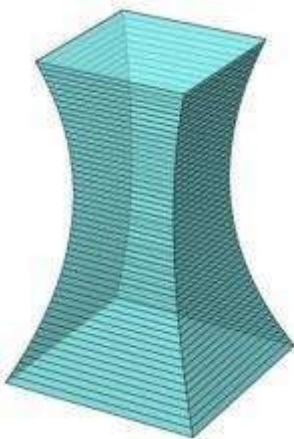
+ Trường hợp 3: $\begin{cases} a = 1 \\ 1 + q + q^2 = 91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ q = 9(tm) \\ q = -10(ktm) \end{cases}$. Ta có bộ số thỏa mãn $\{1; 9; 81\}$.

+ Trường hợp 3: $\begin{cases} a = 91 \\ 1 + q + q^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 91 \\ q = 0(ktm) \\ q = -1(ktm) \end{cases}$.

Xác suất cần tìm là $p = \frac{3}{645} = \frac{1}{215} \Rightarrow m = 1; n = 215$.

Vậy $m + n = 216$.

Câu 6. Một kiến trúc sư chịu trách nhiệm thiết kế một tòa nhà cao 30 mét. Mặt cắt ngang tại mọi độ cao, vuông góc với trục thẳng đứng, luôn là một hình vuông (xem hình vẽ).



$$L_0 = 26 \text{ m,}$$

$$L_{30} = 20 \text{ m.}$$

Mặt đáy tòa nhà là hình vuông có cạnh

mặt đỉnh là hình vuông có cạnh

Mặt cắt

$$L_{mm} = 13,75 \text{ m.}$$

ngang tại vị trí hẹp nhất của tòa nhà: Hình vuông có cạnh

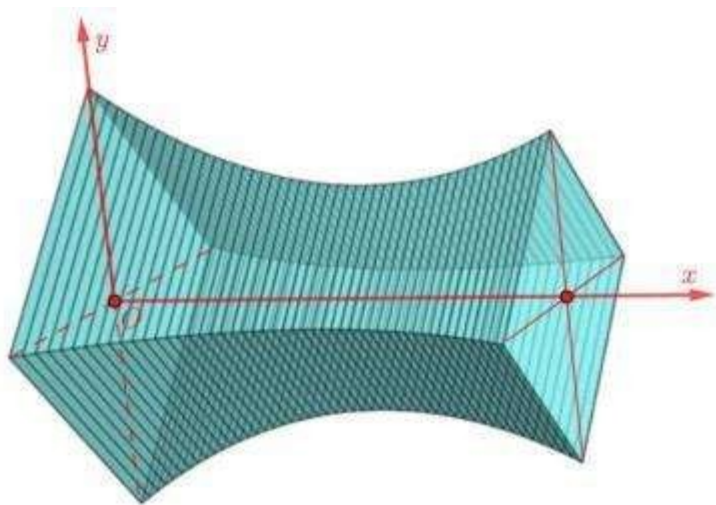
Mặt cắt của tòa nhà theo mặt

phẳng đứng chứa đường chéo đáy có dạng là hình phẳng giới hạn bởi hai đường cong parabol đối xứng

nhau qua trục thẳng đứng đi qua tâm đáy của tòa nhà. Tính thể tích của tòa nhà đó (làm tròn đến hàng đơn vị, đơn vị tính: mét khối).

Lời giải

Đáp án: 8976



Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Gọi $L(x)$ là hàm biến thiên của độ dài đường chéo mặt cắt của tòa nhà tại độ cao x .

Theo đề ta có, $L(x)$ là một parabol đi qua ba điểm $(0; 13\sqrt{2})$, $(30; 10\sqrt{2})$, $(x_o; \frac{55\sqrt{2}}{8})$, trong đó x_o là vị trí tòa nhà có cạnh cạnh $L_{min} = 13,75$ m.

$$L(x) = a(x - x_o)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8}$$

$$\text{Ta có hệ: } \begin{cases} L(0) = a(0 - x_o)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8} = 13\sqrt{2} \\ L(30) = a(30 - x_o)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8} = 10\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(x_o)^2 = \frac{49\sqrt{2}}{8} \\ a(30 - x_o)^2 = \frac{25\sqrt{2}}{8} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x_o^2}{(30 - x_o)^2} = \frac{49}{25} \Rightarrow \begin{cases} x_o = 105(L) \\ x_o = 17,5 (TM) \end{cases} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{2}}{50}$$

$$\text{Suy ra } L(x) = \frac{\sqrt{2}}{50}(x - 17,5)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8}$$

$$\text{Do đó, diện tích thiết diện là } S(x) = 2[L(x)]^2 = 2\left[\frac{\sqrt{2}}{50}(x - 17,5)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8}\right]^2$$

$$V = \int_0^{30} S(x) dx = \int_0^{30} 2 \left[\frac{\sqrt{2}}{50} (x-17,5)^2 + \frac{55\sqrt{2}}{8} \right]^2 dx \approx 8976 m^3$$

Vậy thể tích của toà nhà là

ĐỀ 4**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 18. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ là

A. $-\frac{1}{x} + C$

B. $\frac{1}{x} + C$

C. $\frac{3}{x^3} + C$

D. $-\frac{3}{x^3} + C$

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $\int 2^x dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$

Câu 3. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 40 học sinh 12A1, giáo viên chủ nhiệm thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Hiệu số $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ của mẫu số liệu là

A. $\Delta Q = 17$

B. $\Delta Q = 14,5$

C. $\Delta Q = 17,5$

D. $\Delta Q = 14$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 1 = 0$ là phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính R lần lượt là

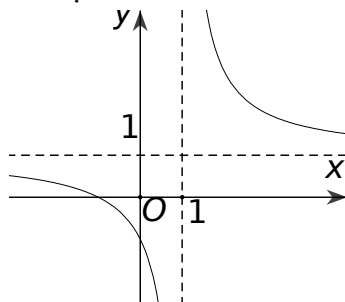
A. $I(3; -1; 4); R = 5$

B. $I(-3; 1; -4); R = 5$

C. $I(-6; 2; -8); R = 12$

D. $I(6; -2; 8); R = 9$

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$

B. $y = \frac{x+1}{x-1}$

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$

D. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{5-x} \geq 2$ là

A. $(-\infty; 4]$

B. $(-\infty; -4]$

C. $(-\infty; 6]$

D. $[6; +\infty)$

$$\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2t \end{cases}$$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

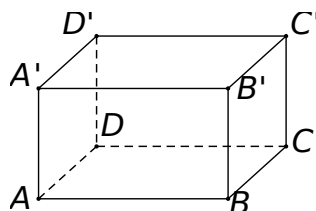
A. $a_1 = (-1; 1; 2)$

B. $a_2 = (2; 3; 2)$

C. $a_3 = (2; 3; 0)$

D. $a_4 = (-1; 1; 0)$

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ là



A. BB'

B. $C'D'$

C. $A'B'$

D. BC'

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_3(x - 2) = -1$ là

A. $x = \frac{7}{3}$

B. $x = -5$

C. $x = -\frac{5}{3}$

D. $x = -1$

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

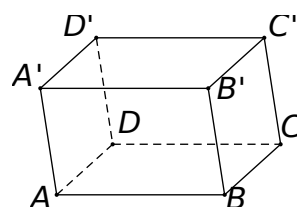
A. 27

B. 12

C. 7

D. 9

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Vector nào sau đây bằng vector $\overrightarrow{BC}$?



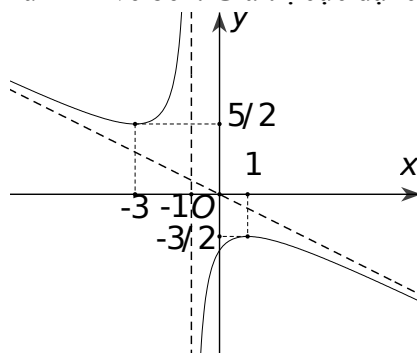
A. $\overrightarrow{B'C'}$

B. $\overrightarrow{BD}$

C. $\overrightarrow{AB}$

D. $\overrightarrow{CD}$

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



A. $-\frac{3}{2}$

B. $\frac{5}{2}$

C. 1

D. -3

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x + 2)^2}$$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$.

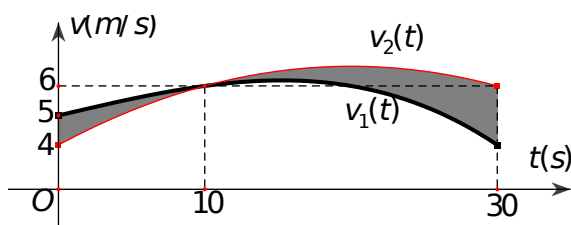
c) Giá trị của hàm số tại $x = -3$ là $f(-3) = 2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = -x - 6$.

Câu 2. Có 2 vận động viên A và B chạy trên một đường thẳng với vận tốc lần lượt được biểu diễn bởi

đồ thị hàm số $y = v_1(t) = -\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5 \text{ (m/s)}$ và parabol $y = v_2(t) \text{ (m/s)}$ như hình vẽ. Biết rằng 2 vận động viên xuất phát cùng một lúc tại cùng một vị trí.

Diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.



a) Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Tổng diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.

c) $v_2(t) = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \text{ (m/s)}$

d) Tại thời điểm 10 (s) , vận động viên B dẫn trước vận động viên A một khoảng bằng $4,3 \text{ (m)}$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Một cửa hàng kinh doanh vàng thống kê có 60% người mua vàng là nam, có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

a) Xác suất một người nữ mua vàng của cửa hàng trên là 0,4.

b) Biết một người mua vàng là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua vàng là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.

d) Trong số những người mua vàng tại cửa hàng này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

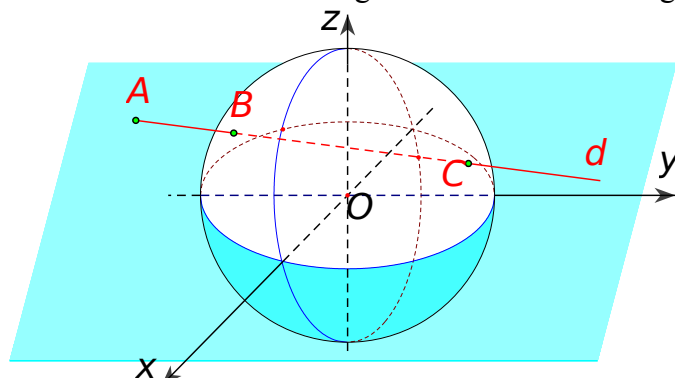
Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0; 0; 0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500 km .

Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí $A(-800; -40; 10)$, chuyển động theo đường thẳng

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

d có phương trình

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Giả sử $B(-1000 + 100b; -200 + 80b; 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. Khi đó $b \in [4; 5]$.

c) Khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của ra đa lớn hơn 385km.

d) Giả sử máy bay bay đều với vận tốc $900(\text{km/h})$. Khi đó thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng ra đa là hơn 1 giờ.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

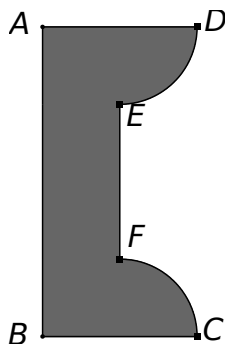
Câu 1. Một nhà xuất bản tạp chí bán với giá 20 nghìn đồng mỗi cuốn. Tổng chi phí sản xuất tạp chí gồm 2 phần là chi phí xuất bản và chi phí phát hành. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 10\,000$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Hỏi cần in bao nhiêu cuốn thì nhà xuất bản có lãi và in bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất?

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh nữ và 2 học sinh khối nam ngồi vào một dãy gồm 9 ghế được đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế được đánh số chẵn.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với cạnh huyền $AB = 2$; cạnh bên của lăng trụ bằng $\sqrt{3}$, mặt bên $ABB'A'$ có góc $\angle A'AB$ nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (ACA') tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACA') (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cửa hàng X cần thuê xe để chở trên 130 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 3 triệu, loại B giá 2 triệu. Chi phí thấp nhất mà cửa hàng X phải bỏ ra là bao nhiêu? Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,5 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1 tấn hàng.

Câu 5. Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AD, AB, BC, EF và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$; điểm E cách AD một đoạn bằng 2 cm ; điểm F cách BC một đoạn bằng 2 cm . Thể tích của vật thể trang trí trên là bao nhiêu centimet khối? (Quy tròn đến hàng phần mười).



Câu 6. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT MỘT SỐ CÂU

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn (Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	B	A	B	A	A	A	A	A	A	A

PHẦN II. Đúng sai

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu	Lệnh hỏi	Đáp án (Đ/S)	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án (Đ/S)
1	a)	S	3	a)	Đ
	b)	Đ		b)	S
	c)	Đ		c)	Đ
	d)	S		d)	S
2	a)	Đ	4	a)	Đ
	b)	S		b)	S
	c)	Đ		c)	S
	d)	S		d)	S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	9000	4	32
2	0,96	5	213
3	1,22	6	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ là

- A. $-\frac{1}{x} + C$ B. $\frac{1}{x} + C$ C. $\frac{3}{x^3} + C$ D. $-\frac{3}{x^3} + C$

Lời giải**Chọn B**

$$\int \left(-\frac{1}{x^2}\right) dx = \frac{1}{x} + C$$

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = -\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$

Câu 3. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 40 học sinh 12A1, giáo viên chủ nhiệm thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Hiệu số $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ của mẫu số liệu là

- A. $\Delta Q = 17$ B. $\Delta Q = 14,5$ C. $\Delta Q = 17,5$ D. $\Delta Q = 14$

Lời giải**Chọn B**

Ta có: $n = 40$;

$$Q_1 \in [40; 50) \Rightarrow Q_1 = 40 + \frac{10-2}{10} \cdot 10 = 48$$

$$Q_3 \in [60; 70) \Rightarrow Q_3 = 60 + \frac{30 - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot 10 = 62,5$$

$$\Rightarrow \Delta Q = Q_3 - Q_1 = 62,5 - 48 = 14,5$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 1 = 0$ là phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính R lần lượt là

- A.** $I(3; -1; 4); R = 5$. **B.** $I(-3; 1; -4); R = 5$. **C.** $I(-6; 2; -8); R = 12$. **D.** $I(6; -2; 8); R = 9$.

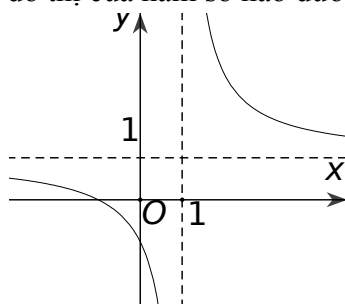
Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \begin{cases} -2a = -6 \\ -2b = 2 \\ -2c = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -1 \\ c = 4 \end{cases}$$

Mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 1 = 0$ có tâm $I(3; -1; 4)$ và bán kính $R = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 4^2 - 1} = 5$

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A.** $y = \frac{2x-1}{x-1}$. **B.** $y = \frac{x+1}{x-1}$. **C.** $y = 2x^3 + x^2 + 1$. **D.** $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$.

Lời giải

Chọn B

Vì từ đồ thị ta suy ra đồ thị của hàm phân thức có tiệm cận đứng và ngang $x = 1; y = 1$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{5-x} \geq 2$ là

- A.** $(-\infty; 4]$. **B.** $(-\infty; -4]$. **C.** $(-\infty; 6]$. **D.** $[6; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $2^{5-x} \geq 2 \Leftrightarrow 5-x \geq \log_2 2 \Leftrightarrow 5-x \geq 1 \Leftrightarrow x \leq 4$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

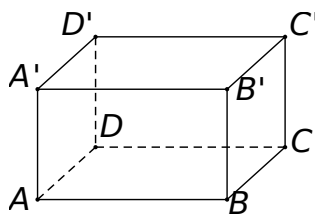
- A.** $u_1 = (-1; 1; 2)$. **B.** $u_2 = (2; 3; 2)$. **C.** $u_3 = (2; 3; 0)$. **D.** $u_4 = (-1; 1; 0)$.

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ có vector chỉ phương $\vec{u} = (a; b; c)$ hoặc vector $k\vec{u}$, với $k \in \mathbb{R}$.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ là

A. BB' .B. $C'D$.C. $A'B$.D. BC' .

Lời giải

Chọn A

BB' là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng AB và $B'C'$.

Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = -1$ là

A. $x = \frac{7}{3}$.B. $x = -5$.C. $x = -\frac{5}{3}$.D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$\log_3(x-2) = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 > 0 \\ x-2 = 3^{-1} \end{cases} \Leftrightarrow x-2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow x = \frac{7}{3}.$$

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

A. 27.

B. 12.

C. 7.

D. 9.

Lời giải

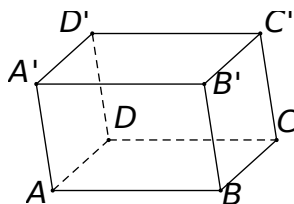
Chọn A

$$u_2 = u_1 q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = 3$$

Ta có:

$$\text{Khi đó: } u_4 = u_1 q^3 = 1 \cdot 27 = 27.$$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{BC}$?

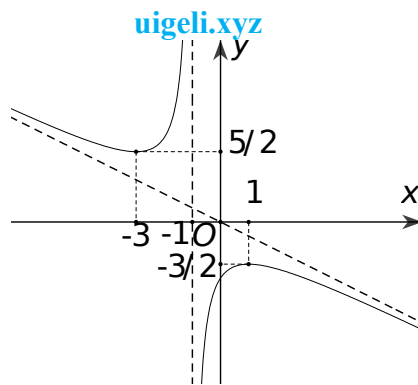
A. $\overrightarrow{B'C'}$.B. $\overrightarrow{BD}$.C. $\overrightarrow{AB}$.D. $\overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{B'C'}$ cùng hướng và cùng độ dài với $\overrightarrow{BC}$.

Câu 12. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



A. $-\frac{3}{2}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. 1.

D. -3.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có $y_{CD} = -\frac{3}{2}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x + 2)^2}$$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$.

c) Giá trị của hàm số tại $x = -3$ là $f(-3) = 2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = -x - 6$.

Lời giải

a) Sai.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x + 2)^2}$$

b) Đúng.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4x + 3 = 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

c) Đúng.

Thay $x = -3$ vào $f(x)$ ta được $f(-3) = 2$.

d) Sai.

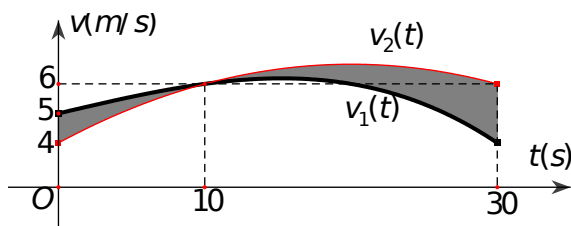
$$f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2} = -x - 2 + \frac{-1}{x + 2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x + 2} = 0 \Rightarrow y = -x - 2 \text{ mới là đường tiệm cận xiên.}$$

Câu 2. Có 2 vận động viên A và B chạy trên một đường thẳng với vận tốc lần lượt được biểu diễn bởi

đồ thị hàm số $y = v_1(t) = -\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5 \text{ (m/s)}$ và parabol $y = v_2(t) \text{ (m/s)}$ như hình vẽ. Biết rằng 2 vận động viên xuất phát cùng một lúc tại cùng một vị trí.

Diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.



a) Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Tổng diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.

c) $v_2(t) = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \text{ (m/s)}$

d) Tại thời điểm 10 (s) , vận động viên B dẫn trước vận động viên A một khoảng bằng $4,3 \text{ (m)}$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Đúng.

Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Sai.

Khoảng cách giữa hai vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát bằng trị tuyệt đối của diện tích 2

phần tô đậm trong hình vẽ và bằng $\left| \int_0^{30} v_1(t) dt - \int_0^{30} v_2(t) dt \right|$

c) Đúng.

Do đồ thị của $v_2(t)$ là đường parabol nên hàm số có dạng $y = v_2(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị hàm số $v_2(t)$ đi qua ba điểm $(0, 4)$; $(10, 6)$; $(30, 6)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 4 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 6 \\ a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 100a + 10b = 2 \\ 900a + 30b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{150} \\ b = \frac{4}{15} \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy $v_2(t) = -\frac{1}{150}t^2 + \frac{4}{15}t + 4 = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \text{ (m/s)}$

d) Sai.

Tại thời điểm 10 giây, quãng đường vận động viên A chạy được là

$$\int_0^{10} \left(-\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5 \right) dt = \frac{665}{12} (\text{m})$$

Tại thời điểm 10 giây, quãng đường vận động viên B chạy được là

$$\int_0^{10} \left(-\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \right) dt = \frac{460}{9} (\text{m})$$

Tại thời điểm 10 giây, vận động viên A dẫn trước vận động viên B khoảng bằng $\frac{665}{12} - \frac{460}{9} \approx 4,3 (\text{m})$

Câu 3. Một cửa hàng kinh doanh vàng thống kê có 60% người mua vàng là nam, có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

a) Xác suất một người nữ mua vàng của cửa hàng trên là 0,4.

b) Biết một người mua vàng là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua vàng là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.

d) Trong số những người mua vàng tại cửa hàng này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Lời giải

a) Đúng.

Gọi A là biến cố: “Người mua vàng là nam”. Ta có $P(A) = 0,6$.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Người mua vàng là nữ”.

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

b) Sai.

Gọi B là biến cố: “Người mua vàng trên 50 tuổi”.

Theo giả thiết: có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi suy ra $P(AB) = 0,4$.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$$

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính:

c) Đúng.

Tương tự, phần b).

Theo giả thiết: có 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi suy ra $P(\bar{A}B) = 0,3$.

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$$

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính:

d) Sai.

$$\frac{P(B|\bar{A})}{P(B|A)} = \frac{9}{8} = 1,125 \neq 2$$

Dựa vào kết quả ở câu **b)** và câu **c)** ta có tỉ lệ đó bằng

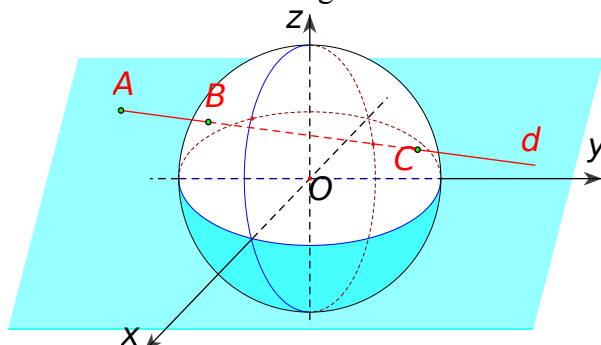
Do đó, tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 1,125 lần.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500km.

Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí $A(-800;-40;10)$, chuyển động theo đường thẳng

$$d \text{ có phương trình } \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Giả sử $B(-1000 + 100b; -200 + 80b; 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. Khi đó $b \in [4; 5]$.

c) Khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của ra đa lớn hơn 385km.

d) Giả sử máy bay bay đều với vận tốc 900(km/h). Khi đó thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng ra đa là hơn 1 giờ.

Lời giải

a) Đúng.

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính 500 có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Sai.

$$Ta \text{ có } OA = \sqrt{800^2 + 40^2 + 10^2} = 30\sqrt{713} \approx 801,06 \text{ km}$$

Vì máy bay chuyển động theo đường thẳng d nên vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa và vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa là giao điểm của đường thẳng d và mặt cầu (S) .

Gọi $M(-1000 + 100t; -200 + 80t; 10)$ là giao điểm của d và (S) .

Khi đó

$$(-1000 + 100t)^2 + (-200 + 80t)^2 + 10^2 = 500^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \approx 8,43 \\ t_2 \approx 5,71 \end{cases}$$

Ta có:

$$t_1 \approx 8,43 \Rightarrow M_1(-157; 474, 4; 10) \Rightarrow M_1A \approx 823,44$$

$$t_2 \approx 5,71 \Rightarrow M_2(-429; 256, 8; 10) \Rightarrow M_2A \approx 475,11$$

Vì $M_1A > M_2A$ nên $M_1 \equiv C$, $M_2 \equiv B$

Vậy $B(-1000 + 100b; -200 + 80b; 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi $b \approx 5,71$.

c) Sai,

Ta có: $\overline{M_1M_2} = (-272; -217, 6; 0) \Rightarrow M_1M_2 \approx 348,33$

Nên khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của ra đa là $M_1M_2 \approx 348,33$

d) Sai.

Thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng là $t = \frac{M_1M_2}{900} \approx 0,387$ giờ.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà xuất bản tạp chí bán với giá 20 nghìn đồng mỗi cuốn. Tổng chi phí sản xuất tạp chí gồm 2 phần là chi phí xuất bản và chi phí phát hành. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 10\,000$, được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Hỏi cần in bao nhiêu cuốn thì nhà xuất bản có lãi và in bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất?

Lời giải

Đáp số: 9000.

Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là: $T(x) = C(x) + 4x = 0,001x^2 + 2x + 10\,000$ (nghìn đồng).

Số tiền thu được khi bán x cuốn tạp chí là $20x$ (nghìn đồng)

Suy ra số tiền lãi khi bán x cuốn là: $L(x) = 20x - T(x) = -0,001x^2 + 18x - 10\,000$ (vạn đồng).

Nhà xuất bản có lãi khi $L(x) > 0 \Leftrightarrow -0,001x^2 + 18x - 10\,000 > 0 \Rightarrow 539 < x < 18540$

Chú ý rằng $x \in \mathbb{N}^*$ nên để nhà sản xuất có lãi thì cần in ít nhất 540 cuốn và không quá 18539 cuốn.

Nhà xuất bản có lãi nhiều nhất khi $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $L'(x) = -0,002x + 18 = 0 \Leftrightarrow x = 9000$

Bảng biến thiên:

x	0	9000	$+\infty$
$L'(x)$		+	-

$L(x)$

7100

Suy ra $\max_{(0; +\infty)} L(x) = L(9000) = 7100$

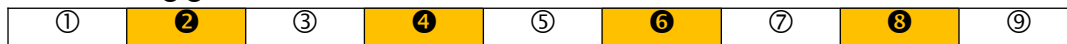
Vậy muốn lãi nhiều nhất thì phải in 9000 cuốn.

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh nữ và 2 học sinh khối nam ngồi vào một dãy gồm 9 ghế được đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế được đánh số chẵn.

Lời giải

Đáp số: 0,96.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_9^7$



Xét biến cố A : “Có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố: “Có nhiều hơn 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn”.

Có 5 vị trí lẻ và 4 vị trí chẵn.

TH1. Có đúng 4 học sinh ngồi khối 12 ngồi vào ghế chẵn.

Chọn 1 bạn trong 5 bạn khối 12 để xếp vào 1 vị trí lẻ; 4 bạn khối 12 còn lại xếp vào 4 vị trí chẵn; tiếp đến xếp 2 bạn lớp 11 vào 4 vị trí lẻ còn lại.

Trường hợp 1 có: $C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2$.

TH2. Có đúng 5 học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn. Trường hợp này không xảy ra vì chỉ có 4 vị trí chẵn.

Suy ra $N(\bar{A}) = C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2$

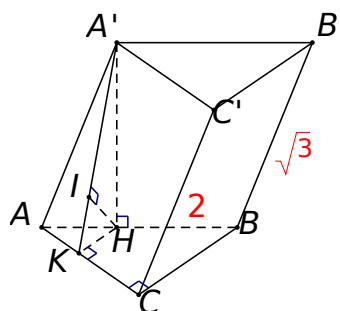
Xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2}{A_9^7} = \frac{121}{126} \approx 0,96$$

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với cạnh huyền $AB = 2$; cạnh bên của lăng trụ bằng $\sqrt{3}$, mặt bên $ABB'A'$ có góc $\widehat{A'AB}$ nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (ACA') tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACA') (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 1,22.



Gọi H là hình chiếu của A' trên AB (H thuộc đoạn AB do góc $\widehat{A'AB}$ nhọn). Ta có:
 $((ABB'A') \perp (ABC) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

Gọi K, I lần lượt là hình chiếu của H trên $AC, A'K$. Ta có:

$$\begin{cases} AC = (ACA') \cap (ABC) \\ A'H \perp (ABC) \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow ((ACA'), (ABC)) = A'KH = 60^\circ$$

Đặt $A'H = h$. Ta có: $AH = \sqrt{A'A^2 - A'H^2} = \sqrt{3 - h^2}$; $HK = A'H \cdot \cot 60^\circ = \frac{h}{\sqrt{3}}$; $\triangle AHK$ vuông cân tại K nên

$$2KH^2 = AH^2 \Leftrightarrow \frac{2h^2}{3} = 2(\sqrt{3})^2 - h^2 \Leftrightarrow h = \frac{3}{\sqrt{5}};$$

$$d(B, (ACA')) = \frac{2\sqrt{30}}{6} d(H, (ACA'))$$

$$\text{Vậy ĐS: } d(B, (ACA')) = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$$

Câu 4. Cửa hàng X cần thuê xe để chở trên 130 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 3 triệu, loại B giá 2 triệu. Chi phí thấp nhất mà cửa hàng X phải bỏ ra là bao nhiêu? Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,5 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1 tấn hàng.

Lời giải

Đáp số: 32.

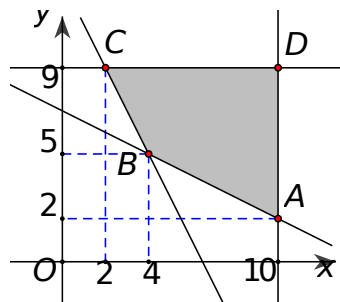
Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 3x + 2y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,5 tấn hàng, xe B chở được 1 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,5x + 1y$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 130 \\ 0,5x + 1y \geq 9 \end{cases} \quad (*)$$



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kể cả miền trong của tứ giác.

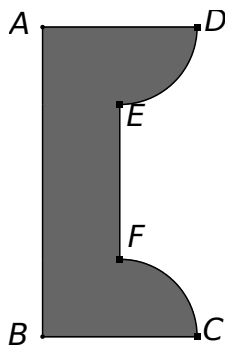
Biểu thức $T = 3x + 2y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$, với $A(10;2)$; $B(4;5)$; $C(2;9)$; $D(10;9)$.

Ta có: $T(10;2) = 34$; $T(4;5) = 22$; $T(2;9) = 24$; $T(10;9) = 48$

Vậy, T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

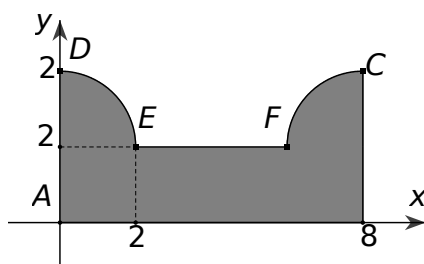
Khi đó $T_{\min} = 32$.

Câu 5. Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AD, AB, BC, EF và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$; điểm E cách AD một đoạn bằng 2 cm ; điểm F cách BC một đoạn bằng 2 cm . Thể tích của vật thể trang trí trên là bao nhiêu centimet khối? (Quy tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp số: 213.



Gắn hệ trục tọa độ $A(0;0)$; $D(0;4)$; $B(8;0)$; $C(8;4)$; $E(2;2)$; $F(6;2)$.

Phương trình đường tròn đi qua hai điểm D và E là $x^2 + (y-2)^2 = 2^2 \Rightarrow (y-2)^2 = 4 - x^2$

$\Rightarrow y - 2 = \sqrt{4 - x^2}$ (Do lấy nửa trên của đường tròn) $\Rightarrow y = \sqrt{4 - x^2} + 2$.

$$V = 2\pi \int_0^2 \left[\left(\sqrt{4 - x^2} + 2 \right)^2 - 2^2 \right] dx + \pi \int_0^8 2^2 dx \approx 213 (\text{cm}^3)$$

Thể tích của vật thể trang trí là

Câu 6. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó

bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội

bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 13

Xét các biến cố:

A : "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B : "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Khi đó,

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó

$$P(B|A) = \frac{16}{35}.$$

có 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có

$$P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}.$$

15 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội, suy ra

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội là:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{5}{9} \cdot \frac{16}{35} + \frac{4}{9} \cdot \frac{15}{35} = \frac{4}{9}.$$

Suy ra $a = 4, b = 9$ và $a + b = 13$.

ĐỀ 5

ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

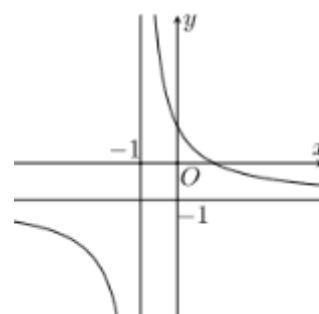
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 1)$. B. $(3; +\infty)$.
C. $(-1; 3)$. D. $(-3; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.
Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho

- A. $x = 1$.
B. $x = -1$.
C. $y = 1$.

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	



D. $y = -1$.

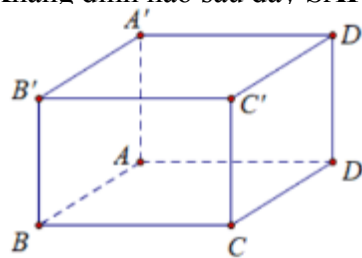
Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây **SAI**?

A. $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$

B. $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$



Câu 4. Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1 :	Nhóm	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)	[20;22)
	Tần số	2	4	8	6	4

M_2 :	Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
	Tần số	2	4	8	6	4

Gọi $\bar{X}_1$ và $\bar{X}_2$ lần lượt là số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$

B. $\bar{X}_1 = 2\bar{X}_2$

C. $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 + 6$

D. $2\bar{X}_1 = \bar{X}_2$

Câu 5. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là

A. $\pi\left(e^2 - e - \frac{3}{2}\right)$

B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$

C. $\pi\left(e^2 - e - \frac{5}{2}\right)$

D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$

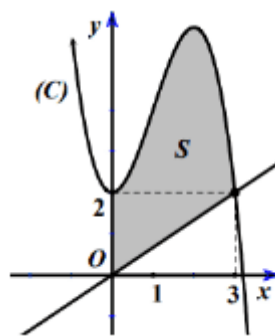
Câu 6. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S có hình phẳng được tô như trong hình.

A. $S = 10$

B. $S = \frac{39}{4}$

C. $S = \frac{41}{4}$

D. $S = 13$



Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-}{4}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $u_2 = (2; -1; 3)$

B. $u_1 = (-4; 2; -6)$

C. $u_3 = (-2; -1; 3)$

D. $u_4 = (1; 0; 2)$

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$

B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$

C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$

D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$

Câu 9. Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. $\log_3(26a)$. B. 9 . C. 3 . D. $3 - 2 \log_3 a$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(-\infty; 9)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 3$. Tính u_3 của cấp số cộng đã cho

- A. 6 . B. 7 . C. 8 . D. 9 .

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 4$. B. $V = 12$. C. $V = 8$. D. $V = 6$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x$

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4 \sin 2x + 2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200m , tốc độ của ô tô là 36km/h . Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây tăng tốc và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m .

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72km/h .

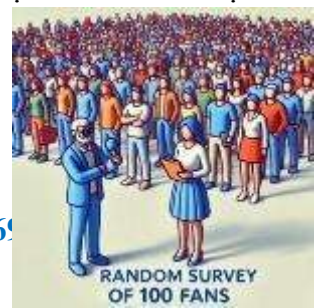
c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây

kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là 620m .

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5 vật cách đó 300m , người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(\text{m/s}^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10m .



Câu 3. Trước 3 tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa MU-MC. Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU (có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời “có xem” và “không xem” là 80% và 20%.



Gọi A là biến cố “Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu”.

Gọi B là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu”.

a) $P(AB) = 0,6$.

b) Tỷ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 72,5%.

c) Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.

d) Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.

Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng

$ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EPF là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}$; $AE = 5\text{ m}$; $AD = 8\text{ m}$; $QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.

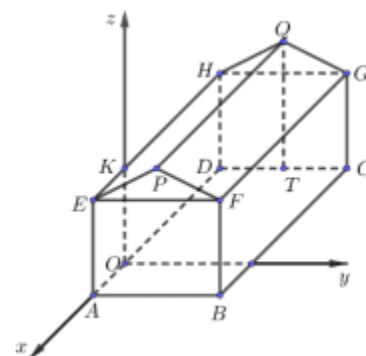
Khi đó:

a) Toạ độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có toạ độ là $(-6; 6; 0)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}\text{ m}$.

d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là 3.750.000 đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).

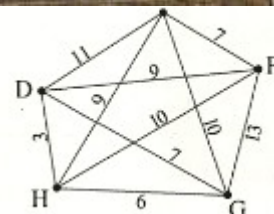


PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee(Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao 98 m và cạnh đáy 180 m (tham khảo hình vẽ). Gọi góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính $\tan \alpha$. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

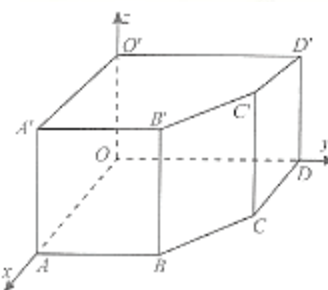


Câu 2. Từ kho D xe bưu chính đến lấy thư từ các hộp thư tại E, F, G và H rồi quay lại kho. Sơ đồ bên hiển thị thời gian xe bưu chính di chuyển giữa các hộp thư (đơn vị: phút) (tham khảo hình vẽ). Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là bao nhiêu phút?



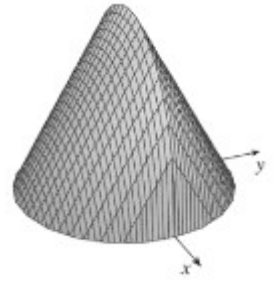
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục toạ độ là mét), người ta thiết kế một căn phòng có dạng hình lăng trụ đứng

$OABCD \cdot O'A'B'C'D'$ với $O(0; 0; 0), O'(0; 0; 3,6), A(3; 0; 0),$



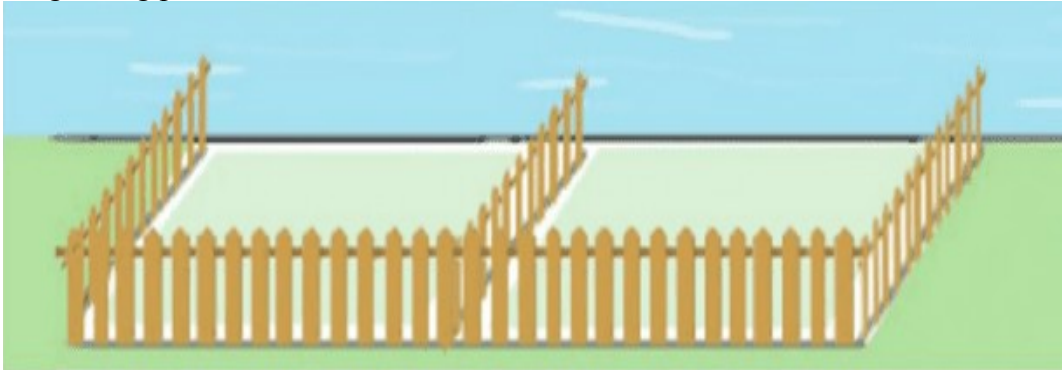
$B(3; 3; 0)$, $D(0; 5; 0)$, $\angle ABC = 135^\circ$ và CD vuông góc với OD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của căn phòng này.

Câu 4. Cho vật thể có đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 5. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ

E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (hình vẽ dưới). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Câu 6. Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ

hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a + b$.



ĐÁP ÁN & HƯỚNG DẪN CHẤM**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.**(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,25 điểm**)**BẢNG ĐÁP ÁN TRẮC NGHIỆM**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	D	C	C	A	B	C	A	C	B	D	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.-Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.-Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0 điểm**.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) S
b) Đ	b) Đ	b) S	b) Đ
c) S	c) Đ	c) S	c) Đ
d) Đ	d) S	d) Đ	d) S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1,09	35	46,8	2,31	6250	20

LỜI GIẢI CHI TIẾT**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

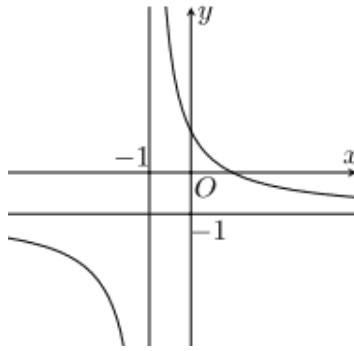
x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty; 1)$.**B.** $(3; +\infty)$.**C.** $(-1; 3)$.**D.** $(-3; +\infty)$.**Lời giải****Chọn B**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho



A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 1$.

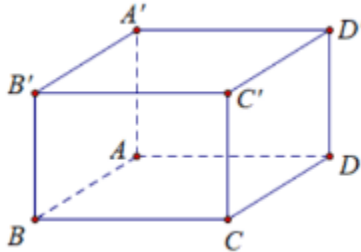
D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường $y = -1$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây **SAI**?



A. $|\overrightarrow{BD}| = a\sqrt{2}$.

B. $|\overrightarrow{BD'}| = a\sqrt{3}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \vec{0}$.

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$.

Câu 4. Cho hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1 :	Nhóm	[12;14)	[14;16)	[16;18)	[18;20)	[20;22)
	Tần số	2	4	8	6	4

M_2 :	Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
	Tần số	2	4	8	6	4

Gọi $\bar{X}_1$ và $\bar{X}_2$ lần lượt là số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\bar{X}_1 = \bar{X}_2$.

B. $\bar{X}_1 = 2\bar{X}_2$.

C. $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 + 6$.

D. $2\bar{X}_1 = \bar{X}_2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\bar{X}_1 = \frac{2.13 + 4.15 + 8.17 + 6.19 + 4.21}{2 + 4 + 8 + 6 + 4} = \frac{420}{24} = 17,5$;

$$\bar{X}_2 = \frac{2.7 + 4.9 + 8.11 + 6.13 + 4.15}{2 + 4 + 8 + 6 + 4} = \frac{276}{24} = 11,5.$$

Vậy $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 + 6$.

Câu 5. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là

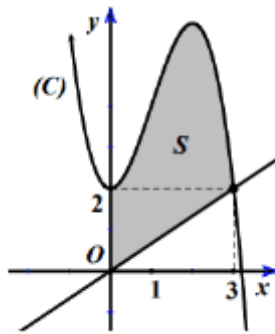
- A. $\pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$. B. $e^2 - e - \frac{5}{2}$. C. $\pi \left(e^2 - e - \frac{5}{2} \right)$. D. $e^2 - e - \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích vật thể tròn xoay là
$$V = \pi \int_1^2 \left(\sqrt{e^x - x} \right)^2 dx = \pi \left(e^2 - e - \frac{3}{2} \right)$$
.

Câu 6. Cho hàm số $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 2$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Tính diện tích S có hình phẳng được tô như trong hình.



- A. $S = 10$. B. $S = \frac{39}{4}$. C. $S = \frac{41}{4}$. D. $S = 13$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua điểm $(0; 0), (3; 2)$ có phương trình là: $y = \frac{2}{3}x$.

$$\Rightarrow S = \int_0^3 \left(-x^3 + 3x^2 + 2 - \frac{2}{3}x \right) dx = \left(-\frac{x^4}{4} + x^3 + 2x - \frac{1}{3}x^2 \right) \Big|_0^3 = \frac{39}{4}$$

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $u_2 = (2; -1; 3)$. B. $u_1 = (-4; 2; -6)$. C. $u_3 = (-2; 1; 3)$. D. $u_4 = (1; 0; 2)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng d có một véc tơ chỉ phương là $u_3 = (-2; 1; 3)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là

- A. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. B. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$.
 C. $x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 5$. D. $x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 5$.

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và bán kính $R = 5$ nên $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$.

Câu 9. Với mọi số thực dương a , $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

- A. $\log_3(26a)$. B. 9 . C. 3 . D. $3 - 2\log_3 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_3(27a) - \log_3 a = \log_3 27 + \log_3 a - \log_3 a = \log_3 27 = 3$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là:

- A. $(-\infty; 10)$. B. $(1; 9)$. C. $(1; 10)$. D. $(-\infty; 9)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Ta có: $\log_2(x-1) < 3 \Rightarrow x-1 < 8 \Leftrightarrow x < 9$.

Kết hợp điều kiện ta có tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(1; 9)$.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và công sai $d = 3$. Tính u_3 của cấp số cộng đã cho

- A. 6 . B. 7 . C. 8 . D. 9 .

Lời giải

Chọn D

Ta có: $u_3 = u_1 + 2d = 3 + 2 \times 3 = 9$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = 3$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

- A. $V = 4$. B. $V = 12$. C. $V = 8$. D. $V = 6$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 2^2 \cdot 3 = 4$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = 4 \sin x \cos x + 2x$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 4 \sin 2x + 2$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; -1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------------	----------------	---------------	----------------

Hàm số có TXĐ là $\mathbb{R}$.

Ta có $f(x) = 2 \sin 2x + 2x$.

a) Ta có $f'(x) = 4 \cos 2x + 2$

Do đó ý a) sai.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

b) Ta có

Trên đoạn $[-\pi; \pi]$ thì $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm là $x = -\frac{2\pi}{3}, -\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\pi$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	π
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0
$f(x)$						

Do đó hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi; \pi]$.

Do đó ý b) đúng.

c) Trên khoảng $(-2; -1)$ thì $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm là $x = -\frac{\pi}{3}$.

Bảng biến thiên:

x	-2	$-\frac{\pi}{3}$	-1
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$			

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-2; -\frac{\pi}{3}\right)$ và nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{3}; -1\right)$.

Do đó ý c) sai.

d) Trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thì $f'(x) = 0$ có 1 nghiệm là $x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}, f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \pi$ nên giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}$.

Do đó ý d) đúng.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200m , tốc độ của ô tô là 36km/h . Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây tăng tốc và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72km/h .

c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là 620m .

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300m , người điều khiển lập tức đạp

phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(\text{m/s}^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10m .



Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
----------------	----------------	----------------	---------------

a) Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây với vận tốc $36\text{km/h} = 10\text{m/s}$ là $2 \cdot 10 = 20\text{m}$

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc là $200 - 20 = 180\text{m}$.

Do đó ý a) đúng.

b) Ta có vận tốc của ô tô khi bắt đầu tăng tốc là $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$).

Gọi $t = 0$ là thời điểm ô tô bắt đầu tăng tốc thì ta có $v(0) = 10 \text{ m/s} \Leftrightarrow b = 10$ (1)

Ô tô nhập làn sau 12 giây tăng tốc nên ta có quãng đường ô tô đi được từ khi tăng tốc đến khi nhập làn

$$S = \int_0^{12} v(t) dt = \int_0^{12} (at + 10) dt = \left(\frac{at^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^{12} = 72a + 120$$

được tính là

Mà $S = 180$ nên ta có $a = \frac{5}{6}$.

Vậy
$$v(t) = \frac{5}{6}t + 10$$

Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là
$$v(12) = \frac{5}{6} \cdot 12 + 10 = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$$

Do đó ý b) đúng.

c) Trước khi tăng tốc ô tô đi được 20m trong 2 giây đầu.

Sau khi nhập làn ô tô duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc nên ta có quãng đường ô

tô đi được trong 24 giây đó là
$$S_1 = \int_0^{24} \left(\frac{5}{6}t + 10 \right) dt = 480 \text{ m}$$

Sau 24 giây từ khi tăng tốc ô tô duy trì vận tốc cao nhất là
$$v(24) = \frac{5}{6} \cdot 24 + 10 = 30 \text{ m/s}$$
 nên quãng đường đi được sau 4 giây tiếp theo là $30 \cdot 4 = 120 \text{ m}$.

Vậy quãng đường ô tô đi được trong 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là $20 + 480 + 120 = 620 \text{ m}$.

Do đó ý c) đúng.

d) Vận tốc cao nhất của ô tô trong 5 giây là 30m/s nên quãng đường đi được là $30 \cdot 5 = 150 \text{ m}$

Vận tốc của ô tô chuyển động chậm dần đều do đạp phanh là
$$v(t) = \int a(t) dt = \int -3 dt = -3t + C$$

Gọi thời điểm ô tô bắt đầu đạp phanh là $t = 0$ thì ta có $v(0) = 30 \Rightarrow C = 30$.

Nên ta có
$$v(t) = -3t + 30$$

Khi ô tô dừng hẳn
$$v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 10$$

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh là
$$S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (-3t + 30) dt = 150 \text{ m}$$

Vậy ô tô dừng cách chướng ngại vật là $300 - 150 = 150 \text{ m}$.

Do đó ý d) sai.

Câu 3. Trước 3 tiếng khi diễn ra trận Derby thành Manchester giữa MU-MC. Người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 100 người hâm mộ của MU (có 20 người đang mặc áo của đội bóng) về việc có nên xem trận đấu

đó hay không. Kết quả cho thấy rằng 75 người trả lời sẽ xem, 25 người trả lời sẽ không xem. Nhưng thực tế cho thấy rằng tỉ lệ người hâm mộ MU thực sự xem trận đấu tương ứng với những cách trả lời “có xem” và “không xem” là 80% và 20%.

Gọi A là biến cố “Người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu”.

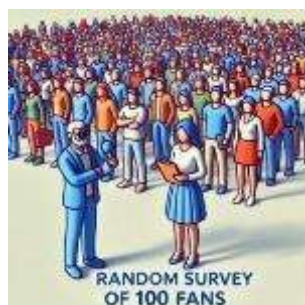
Gọi B là biến cố “Người được phỏng vấn trả lời sẽ xem trận đấu”.

a) $P(AB) = 0,6$.

b) Tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 72,5%.

c) Trong số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem có 17% người trả lời không xem khi được phỏng vấn.

d) Trong số những người mặc áo đội bóng có 30% người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu biết rằng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu mặc áo đội bóng là 14 người.



Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) Từ bài ra, ta có bảng sau:

Phỏng vấn	Thực tế	Người xem thật	Người không xem thật
Người trả lời sẽ xem (75)		$0,8 \cdot 75 = 60$	$75 - 60 = 15$
Người trả lời sẽ không xem (25)		$0,2 \cdot 25 = 5$	$25 - 5 = 20$

AB là tập hợp người được phỏng vấn trả lời sẽ xem và xem thật, do đó $n(AB) = 60$.

Vậy $P(AB) = \frac{60}{100} = 0,6$.

Do đó ý a) đúng

b) A là tập hợp người được phỏng vấn xem thật trận đấu nên $n(A) = 60 + 5 = 65$, do đó $P(A) = \frac{65}{100} = 0,65$. Vậy tỉ lệ người được phỏng vấn thực sự sẽ xem trận đấu là 65%.

Do đó, ý b) sai.

Ngoài ra, ta có thể thực hiện tìm $P(A)$ theo công thức xác suất toàn phần như sau:

Theo bài ra ta có: $P(B) = 0,75; P(\bar{B}) = 0,25; P(A|B) = 0,8; P(A|\bar{B}) = 0,2$.

Do đó, $P(A) = P(B) \cdot P(A|B) + P(\bar{B}) \cdot P(A|\bar{B}) = 0,75 \cdot 0,8 + 0,25 \cdot 0,2 = 0,65$

c) Tổng số người được phỏng vấn thực sự sẽ xem thật trận đấu là 65 người. Số người trả lời không xem khi được phỏng vấn là 5 người.

Tỉ lệ người trả lời không xem khi được phỏng vấn trong số những người thực sự xem trận đấu là $\frac{5}{65} \approx 7,69\%$

Do đó, ý c) sai.

d) Tỉ lệ người phỏng vấn thực sự sẽ không xem trận đấu trong số những người mặc áo đội bóng là $\frac{20-14}{20} = 30\%$

Do đó ý d) đúng.

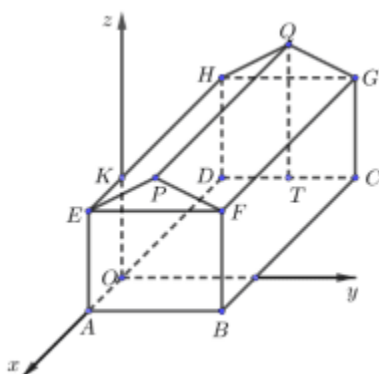
Câu 4. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFQ là tam giác cân tại P . Gọi T là trung điểm của DC . Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\text{ m}$; $AE = 5\text{ m}$; $AD = 8\text{ m}$; $QT = 7\text{ m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\text{ m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây. Khi đó:

a) Toạ độ điểm Q là $(-6; 3; 5)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{OC}$ có toạ độ là $(-6; 6; 0)$.

c) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O . Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}\text{ m}$.

d) Mái nhà được lợp bằng tôn Hoa Sen, giá tiền mỗi mét vuông tôn là 130.000 đồng. Số tiền cần bỏ ra để mua tôn lợp mái nhà là $3.750.000$ đồng (không kể hao phí do việc cắt và ghép các miếng tôn, làm tròn kết quả đến hàng nghìn).



Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
--------	---------	---------	--------

$$\begin{cases} x_Q = x_T = -OD = -(AD - OA) = -6 \\ y_Q = y_T = OH = \frac{AB}{2} = 3 \\ z_Q = QT = 7 \end{cases} \quad \therefore \text{ Suy ra } Q(-6; 3; 7).$$

b) Với $C \in (Oxy)$ nên $z_C = 0$. Ta có
$$\begin{cases} x_C = -OD = -6 \\ y_C = ON = AB = 6 \end{cases}$$

c) Gọi L là trung điểm của FG . Ta có $z_K = OK = AE = 5$. Suy ra $K(0;0;5) \Rightarrow OK = 5$.

Mà L là trung điểm của FG nên $L(-2; 6; 5) \Rightarrow KL = \sqrt{(-2)^2 + 6^2 + (5-5)^2} = 2\sqrt{10}$.

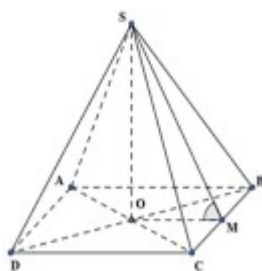
$$\mathbf{d)} \quad FG = \sqrt{(-6-2)^2 + (6-6)^2 + (5-5)^2} = 8 \quad (\text{m}).$$

Suy ra $S_{FGQP} = FG \cdot GQ = 8\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)}$. Diện tích lợp tôn mái nhà là $2S_{FGQP} = 16\sqrt{13} \text{ (m}^2\text{)}$.

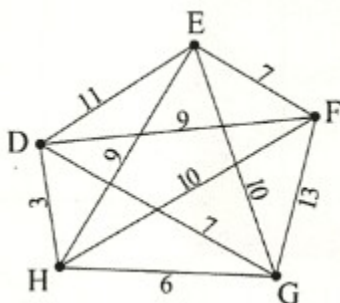
Trang 81

Do đó ý d) sai.**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee(Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều với chiều cao $98m$ và cạnh đáy $180m$ (tham khảo hình vẽ). Gọi góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là α . Tính $\tan \alpha$. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

**Lời giải****Trả lời: 1,09**Kẻ $SM \perp BC$ Mà $BC \perp SO$ nên $BC \perp (SOM)$. Suy ra $BC \perp OM$.Do đó góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy là $\widehat{SMO}$.Ta có: $SO = 98$; $OM = \frac{1}{2} \cdot 180 = 90$.Suy ra: $\tan \widehat{SOM} = \frac{SO}{OM} = 1,09$.

Câu 2. Từ kho D xe bưu chính đến lấy thư từ các hộp thư tại E, F, G và H rồi quay lại kho. Sơ đồ bên hiển thị thời gian xe bưu chính di chuyển giữa các hộp thư (đơn vị: phút) (tham khảo hình vẽ). Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là bao nhiêu phút?

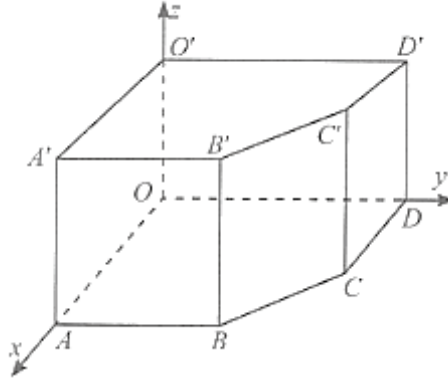
**Lời giải****Trả lời: 35.**

Áp dụng thuật toán láng giềng gần nhất, ta sẽ ưu tiên cho xe bưu chính di chuyển đến những hộp thư gần nhất và chưa được đi đến trước đó.

$\Rightarrow$ Quãng đường đi của xe là: $D \rightarrow H \rightarrow G \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow D$.

⇒ Thời gian ngắn nhất để xe bưu chính thực hiện điều đó là: 35 phút.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là mét), người ta thiết kế một căn phòng có dạng hình lăng trụ đứng $OABCD \cdot O'A'B'C'D'$ với $O(0;0;0), O'(0;0;3,6)$, $A(3;0;0), B(3;3;0), D(0;5;0), \angle ABC = 135^\circ$ và CD vuông góc với OD (tham khảo hình vẽ). Tính thể tích của căn phòng này.



Lời giải

Trả lời: 46,8.

Giả sử $C(x;5;0)$ với $0 < x < 3$.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (0; -3; 0), \overrightarrow{BC} = (x-3; 2; 0)$.

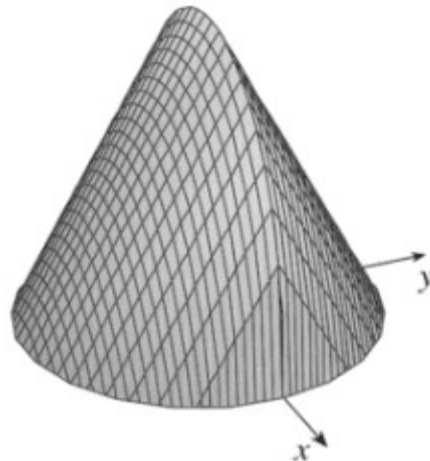
Suy ra $\cos \angle ABC = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|}$, suy ra $\cos 135^\circ = \frac{-6}{3\sqrt{(x-3)^2 + 2^2}} \Leftrightarrow 16 = 2(x-3)^2 + 2 \cdot 2^2$.

Suy ra $x = 5$ (loại) hoặc $x = 1$.

Do đó $C(1;5;0)$.

Vậy thể tích của căn phòng là $V = 3,6 \left(3^2 + \frac{1}{2} \cdot 2(1+3) \right) = 46,8 (m^3)$.

Câu 4. Cho vật thể có đáy là hình tròn có bán kính bằng 1 (tham khảo hình vẽ). Khi cắt vật thể bằng mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) thì được thiết diện là một tam giác đều. Thể tích V của vật thể đó là bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm)



Trả lời: 2,31.

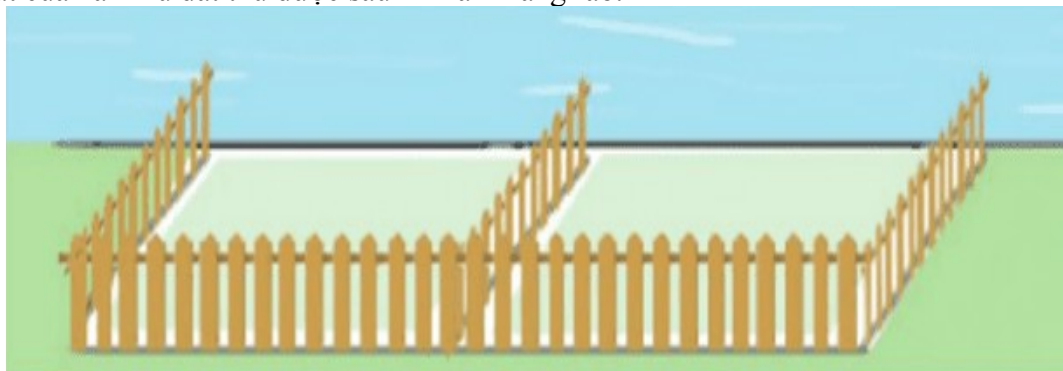
Cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x thì thiết diện là tam giác đều cạnh $2\sqrt{R^2 - x^2} = 2\sqrt{1 - x^2}$. Khi đó diện tích thiết diện là:

$$S(x) = \frac{\left(2\sqrt{1 - x^2}\right)^2 \cdot \sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(1 - x^2)$$

Suy ra thể tích V của vật thể đó là:

$$V = \int_{-1}^1 S(x) dx = \int_{-1}^1 \sqrt{3}(1 - x^2) dx = \frac{4\sqrt{3}}{3} \approx 2,31$$

Câu 5. Một người nông dân có 15 000 000 đồng để làm một hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông bao quanh hai khu đất trồng rau có dạng hai hình chữ nhật bằng nhau (hình vẽ dưới). Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60 000 đồng/mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50 000 đồng/mét, mặt giáp với bờ sông không phải rào. Tìm diện tích lớn nhất của hai khu đất thu được sau khi làm hàng rào.



Lời giải

Trả lời: 6250.

Gọi độ dài của hàng rào song song sông với bờ sông là x với $x > 0$

Gọi độ dài của mỗi hàng rào trong ba hàng rào song song nhau là y với $y > 0$

Diện tích đất mà bác nông dân rào được là: $xy (m^2)$

Tổng chi phí là 15 000 000 đồng nên ta có phương trình:

$$x60000 + 3y50000 = 15000000 \Rightarrow 6x + 15y = 1500$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương ta có:

$$6x + 15y \geq 2\sqrt{6x \cdot 5y} \Rightarrow 1500 \geq 2\sqrt{90xy} \Rightarrow xy \leq 6250$$

Vậy diện tích lớn nhất mà bác nông dân có thể tạo rào là $6250 (m^2)$

Câu 6. Có hai hộp bi, hộp I có 5 bi trắng và 7 bi đỏ, hộp II có 10 bi trắng và 15 bi đỏ.

Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ hộp I chuyển sang hộp II. Sau đó, từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 viên bi thì được bi trắng. Xác suất để 2 bi chuyển từ hộp I sang hộp II không cùng màu là $\frac{a}{b}$ (là phân số tối giản). Tính $a+b$.



(hình ảnh minh họa)

Lời giải

Trả lời: 20.

Gọi H_1 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi trắng,

H_2 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II là bi đỏ,

H_3 là biến cố: Hai viên bi chuyển từ hộp I sang hộp II có 1 bi trắng và 1 bi đỏ.

Ba biến cố H_1, H_2, H_3 tạo thành một hệ đầy đủ

Ta có:
$$P(H_1) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33}; P(H_2) = \frac{C_7^2}{C_{12}^2} = \frac{7}{22}; P(H_3) = \frac{C_5^1 C_7^1}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}.$$

Gọi A là biến cố: Viên bi lấy ra từ hộp II là bi trắng

Ta có:
$$P(A | H_1) = \frac{12}{27}; P(A | H_2) = \frac{10}{27}; P(A | H_3) = \frac{11}{27}$$

Cần tính xác suất $P(H_3 | A)$. Theo công thức xác suất Bayes

$$P(H_3 | A) = \frac{P(H_3).P(A | H_3)}{P(H_1).P(A | H_1) + P(H_2).P(A | H_2) + P(H_3).P(A | H_3)}$$

Thay số:
$$P(H_3 | A) = \frac{7}{13} \Rightarrow a+b=20.$$

ĐỀ 6

ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = 2a$

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a\sqrt{2}$

C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a\sqrt{3}$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB \perp BC$. Trong tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$, có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một nhóm học sinh thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52.

B. 42.

C. 53.

D. 54.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 0)$, $B(-1; 2; 2)$, $C(2; -1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình tổng quát là:

A. $x + y + 5z + 5 = 0$

B. $3x - 3y + z - 9 = 0$

C. $x + y + 5z - 5 = 0$

D. $3x - 3y + z + 9 = 0$

Câu 5: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2\sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

A. $F(x) = -e^x - 2\cos x + 23$

B. $F(x) = e^x - 2\cos x + 21$

C. $F(x) = e^x + 2\cos x + 17$

D. $F(x) = e^x + 2\sin x + 19$

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 7$ và $u_6 = 25$. Số hạng u_9 của cấp số cộng đã cho bằng:

A. 43.

B. -34.

C. 37.

D. 49.

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0$, $x = \pi$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

A. $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$

B. $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$

C. $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$

D. $\pi \int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(0; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$

B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$

C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$

D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = \frac{5}{4}$

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là :

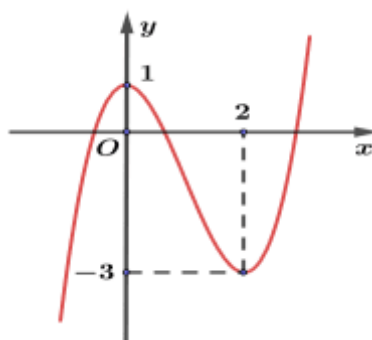
A. $[3; +\infty)$

B. $(-\infty; -3]$

C. $[-3; +\infty)$

D. $(-3; +\infty)$

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

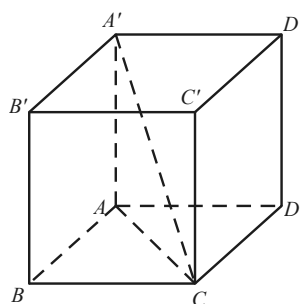
A. $(-\infty; 0)$

B. $(0; 2)$

C. $(-3; 1)$

D. $(2; +\infty)$

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. 60° .

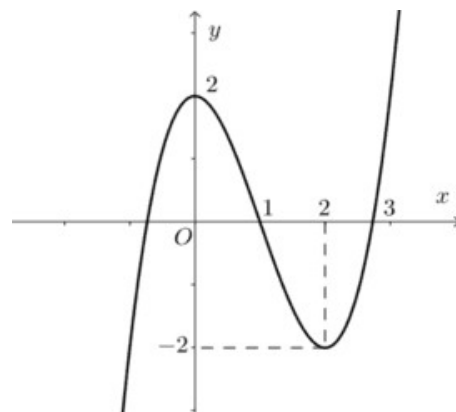
B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên.

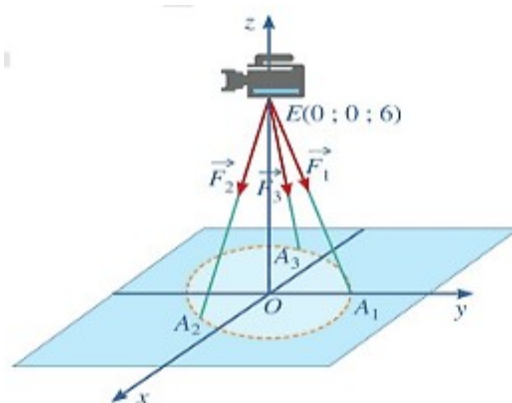


- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là 0 và 2.
- c) Giá trị của $c = -2$.
- d) Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ bằng -1 .

Câu 2: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo đơn vị của lực), cho một chiếc máy quay được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0; 0; 6)$, các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là A_1, A_2, A_3 thuộc đường tròn tâm O bán kính bằng 1 và nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho A_1 thuộc tia Oy , $\overrightarrow{OA_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$, A_2 và A_3 đối xứng nhau qua trục tung (xem hình vẽ bên dưới).

- a) Toạ độ trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ là $O(0; 0; 0)$.
- b) Biết $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IA_1} + \overrightarrow{IA_2} + \overrightarrow{IA_3} = \vec{0}$. Khi đó $x + y + 2z = 3$.

- c) Biết M trên cạnh EA_1 sao cho $\overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2M} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2O} = \overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2M}$. Khi đó tổng tất cả các thành phần toạ độ của điểm M bằng $\frac{41}{37}$.



- d) Biết rằng trọng lượng của chiếc máy quay là 300 N và $\vec{F}_1 = (x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$

Câu 3: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{225}t^2 + \frac{2}{25}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

- a) Vận tốc $V_B(t)$ của chất điểm B đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của gia tốc a (m/s²).

b) $V_B(t) = at$

c) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $44,44(m)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A là $6,42(m/s)$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4: Trong một cuộc khảo sát 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của nhóm khảo sát.

a) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ thể thao vừa biết chơi bóng đá là 0,25.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao là 0,2.

c) Xác suất chọn được học sinh không biết chơi bóng đá là 0,75.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là 0,68.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C = 4$, đáy ABC là tam giác cân tại C có $CA = CB = 3, AB = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC' (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

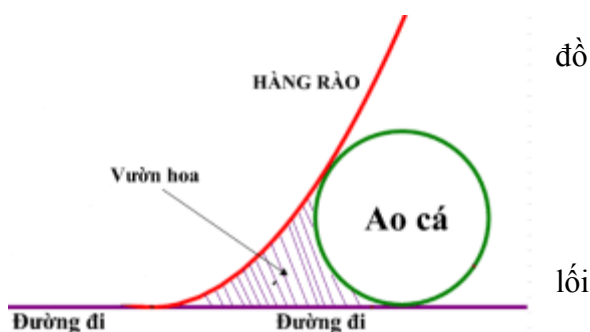
Câu 2: Đầu tháng 5/2025, cô A cần mua xe máy hãng S với giá 80.990.000 đồng. Cô gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền 60.000.000 đồng với lãi suất 0,8%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Do sức ép thị trường nên mỗi tháng loại xe máy hãng S giảm 500.000 đồng. Vậy sau ít nhất bao nhiêu tháng cô sẽ đủ tiền mua xe máy?

Câu 3: Ông A muốn xây dựng một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể vườn hoa đã được thiết kế như sau:

- Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh giới của mảnh vườn.

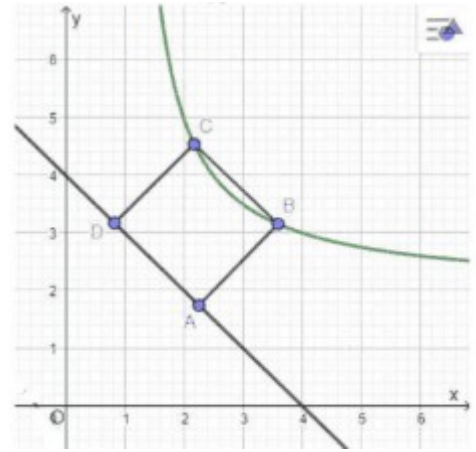
- Hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó.

- Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, đi và ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa). Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đó bằng bao nhiêu mét vuông? (Mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)



Câu 4: Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số

$y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường đi khi đó ứng với đường thẳng $(d): y = -x + 4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z - m = 0$.

Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng bình phương các phân tử của tập hợp T bằng bao nhiêu?

Câu 6: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9. Xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

----- Hết -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	D	A	D	B	A	D	C	A	C	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) S	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) S
c) S	c) S	c) S	c) Đ
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,41	21	0,2	1,92	8	0,19

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = 2a$

B. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a\sqrt{2}$

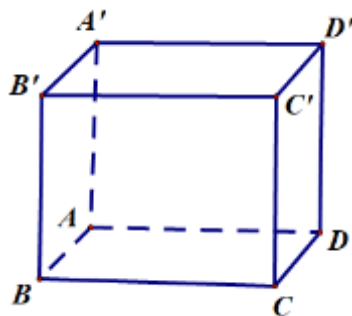
C. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a$

D. $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = a\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn D

$$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CC'} - \overrightarrow{D'A'}| = |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = |\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$$



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SB \perp BC$. Trong tất cả các mặt của hình chóp $S.ABC$, có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 1.

B. 2.

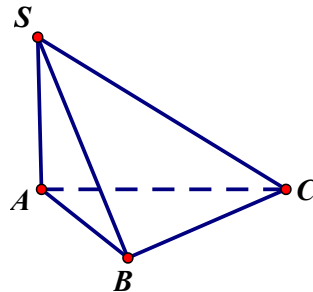
C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } \begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AB$$



Vậy có 4 tam giác vuông: SAB, SAC, ABC, SBC

Câu 3: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52.

B. 42.

C. 53.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Mốt M_0 chứa trong nhóm $[40; 60)$.

Do đó: $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20; n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)}(60 - 40) = 52$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 4; 0)$, $B(-1; 2; 2)$, $C(2; -1; 3)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình tổng quát là:

A. $x + y + 5z + 5 = 0$ B. $3x - 3y + z - 9 = 0$ C. $x + y + 5z - 5 = 0$ D. $3x - 3y + z + 9 = 0$

Lời giải

Chọn D

$$\overrightarrow{BC} = (3; -3; 1)$$

Ta có :

Mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình tổng quát

$$3(x-1) - 3(y-4) + z = 0$$

Câu 5. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2 \sin x$ thỏa mãn $F(0) = 20$ là:

A. $F(x) = -e^x - 2 \cos x + 23$

B. $F(x) = e^x - 2 \cos x + 21$

C. $F(x) = e^x + 2 \cos x + 17$

D. $F(x) = e^x + 2 \sin x + 19$

Lời giải

Chọn B

$$F(x) = \int f(x) dx = \int (e^x + 2 \sin x) dx = e^x - 2 \cos x + C$$

$$F(0) = 20 \Leftrightarrow e^0 - 2 \cos 0 + C = 20 \Leftrightarrow C = 21$$

Mà

Vậy $F(x) = e^x - 2 \cos x + 21$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_3 = 7$ và $u_6 = 25$. Số hạng u_9 của cấp số cộng đã cho bằng:

A. 43.

B. -34.

C. 37.

D. 49.

Lời giải

Chọn A

$$\begin{cases} u_3 = 7 \\ u_6 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + 2d = 7 \\ u_1 + 5d = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = -5 \\ d = 6 \end{cases}$$

Ta có :

$$u_9 = u_1 + 8d = -5 + 8.6 = 43$$

Câu 7: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích khối tròn xoay tạo thành bằng

- A. $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$ B. $\int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ C. $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 x \, dx$ D. $\pi \int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx$

Lời giải

Chọn C

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) \, dx$$

Công thức tính thể tích khối tròn xoay

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(0; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB .

- A. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$ B. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$
C. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$ D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = \frac{5}{4}$

Lời giải

Chọn A

Gọi I là tâm mặt cầu đường kính AB , suy ra I là trung điểm của đoạn $AB \Rightarrow I\left(-\frac{1}{2}; 2; 2\right)$

Bán kính mặt cầu là $R = \frac{AB}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2}$.

Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y - 2)^2 + (z - 2)^2 = \frac{5}{4}$.

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8$ là :

- A. $[3; +\infty)$ B. $(-\infty; -3]$ C. $[-3; +\infty)$ D. $(-3; +\infty)$

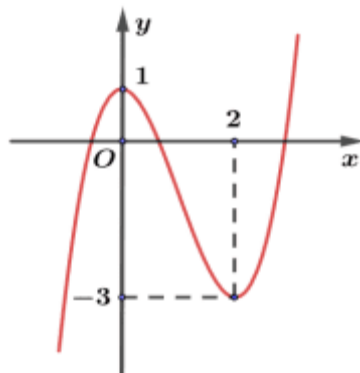
Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+3} \leq 8 \Leftrightarrow 2^{-2x-3} \leq 2^3 \Leftrightarrow -2x-3 \leq 3 \Leftrightarrow x \geq -3$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-3; +\infty)$.

Câu 11: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

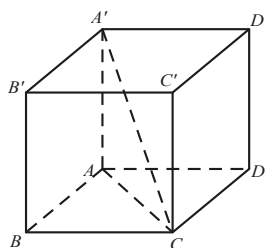
- A. $(-\infty; 0)$. B. $(0; 2)$. C. $(-3; 1)$. D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 12. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn C

Ta có: $AC = \sqrt{2}$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và $(ABCD)$ là góc $A'CA$

$$\tan A'CA = 1 \Rightarrow \square A'CA = 45^\circ$$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

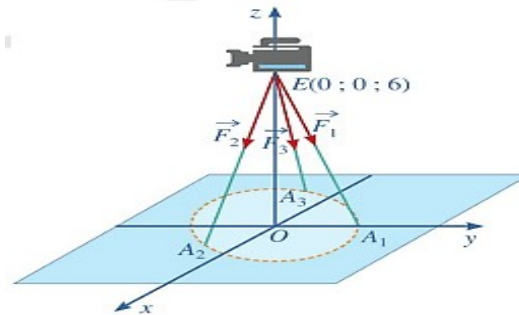
Câu 1: a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$ nên mệnh đề sai

b) Mệnh đề đúng

c) Đồ thị cắt trục tung tại $(0; 2) \Rightarrow c = 2$ nên mệnh đề sai

d) $f(1) = 1 + a + b + c = 0 \Rightarrow a + b + c = -1$ nên mệnh đề đúng

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo đơn vị của lực), cho một chiếc máy quay được đặt trên một giá đỡ ba chân với điểm đặt $E(0; 0; 6)$, các điểm tiếp xúc với mặt đất của ba chân lần lượt là A_1, A_2, A_3 thuộc đường tròn tâm O bán kính bằng 1 và nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho A_1 thuộc tia Oy , $\overrightarrow{OA_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} - \frac{1}{2}\vec{j}$, A_2 và A_3 đối xứng nhau qua trục tung (xem hình vẽ bên dưới).



a) Tọa độ trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ là $O(0; 0; 0)$.

b) Biết $I(x; y; z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IA_1} + \overrightarrow{IA_2} + \overrightarrow{IA_3} = \vec{0}$. Khi đó $x + y + 2z = 3$.

c) Biết M trên cạnh EA_1 sao cho $\overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2M} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2O} = \overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2M}$. Khi đó tổng tất cả các thành phần tọa độ của điểm M bằng $\frac{41}{37}$.

d) Biết rằng trọng lượng của chiếc máy quay là 300 N và $\vec{F}_1 = (x_0; y_0; z_0)$. Khi đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$

Lời giải

a) Đúng. $A_1(0; 1; 0), A_2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right), A_3\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; 0\right)$. Do đó độ trọng tâm của tam giác $A_1A_2A_3$ có tọa độ $(0; 0; 0)$. Vậy mệnh đề đúng

b) Đúng. $\overrightarrow{IE} + \overrightarrow{IA_1} + \overrightarrow{IA_2} + \overrightarrow{IA_3} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{IE} = -3\overrightarrow{IO} \Rightarrow I(0; 0; \frac{3}{2})$. Suy ra $x + y + 2z = 3$. Mệnh đề đúng

c) Sai $\overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2M} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2O} = \overrightarrow{MA_1} \cdot \overrightarrow{A_2O} + \overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{A_2M} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{EA_1} = 0 \Rightarrow OM \perp EA_1$.

Do đó $\overrightarrow{MA_1} = \frac{1}{37}\overrightarrow{EA_1} \Rightarrow \overrightarrow{MA_1} = \frac{1}{37}\overrightarrow{EA_1} \Rightarrow M(0; \frac{36}{37}; \frac{6}{37})$. Khi đó tổng bằng $\frac{42}{37}$. Vậy mệnh đề sai.

d) Đúng Ta có $\overrightarrow{EA_1} = (0; 1; -6)$, $\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right)$, $\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}; -6\right)$.

Vì vậy, tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho:

$$\overrightarrow{F_1} = c\overrightarrow{EA_1} = (0; c; -6c); \quad \overrightarrow{F_2} = c\overrightarrow{EA_2} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c\right); \quad \overrightarrow{F_3} = c\overrightarrow{EA_3} = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}c; -\frac{1}{2}c; -6c\right).$$

Suy ra $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = (0; 0; -18c)$.

Mặt khác, ta có: $\overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \vec{F}$, trong đó $\vec{F} = (0; 0; -300)$ là trọng lực tác dụng lên máy quay. Suy ra $-18c = -300$, tức là $c = \frac{50}{3}$. Do đó $\overrightarrow{F_1} = \left(0; \frac{50}{3}; -100\right)$. Do đó $x_0 + 3y_0 + z_0 = -50$. Vậy mệnh đề đúng

Câu 3. a) Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$. Mệnh đề **đúng**

b) $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$. Mệnh đề **đúng**

c) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{225}t^2 + \frac{2}{25}t \right) dt = \left(\frac{1}{675}t^3 + \frac{1}{25}t^2 \right) \Big|_0^{25} = 48,15(m).$$

Mệnh đề **sai**

d) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$$

Ta có $48,15 = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = 0,428$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = 0,428 \cdot 15 = 6,42(m/s)$.

Mệnh đề **đúng**

Câu 4. Trong một cuộc khảo sát 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi bóng đá. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết chơi bóng đá. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của nhóm khảo sát.

a) Xác suất chọn được học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao là 0,2.

b) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ thể thao vừa biết chơi bóng đá là 0,25.

c) Xác suất chọn được học sinh không biết chơi bóng đá là 0,75.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi bóng đá. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là 0,68.

Lời giải

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao";

B : "Chọn được học sinh biết chơi bóng đá";

a) Khi đó, $P(A) = \frac{200}{1000} = 0,2$. Mệnh đề **đúng**

b) Khi đó, $P(B|A) = 0,85; P(B|\bar{A}) = 0,1$. Xác suất cần tìm là $P(AB)$ ta có theo công thức nhân xác suất $P(AB) = P(BA) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,2 \cdot 0,85 = 0,17$. Mệnh đề **sai**.

c) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,2 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,25$$

$$P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,25 = 0,75 \quad \text{Mệnh đề đúng.}$$

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao, biết học sinh đó chơi được bóng đá là:

$$P(A|B) = \frac{P(A) \cdot P(B|A)}{P(B)} = \frac{0,2 \cdot 0,85}{0,25} = 0,68 \quad \text{Mệnh đề đúng.}$$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C = 4$, đáy ABC là tam giác cân tại C có $CA = CB = 3, AB = 2\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CC' (kết quả làm tròn đến hai chữ số thập phân).

Lời giải

Trả lời :2,41

Gọi H là hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC).

Vì $A'A = A'B = A'C = 4$ nên $HA = HB = HC$, do đó H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tam giác ABC nhọn.

Kẻ đường cao CI của tam giác ABC thì I là trung điểm của AB và H thuộc đoạn CI.

Trong tam giác vuông ACI có $CI = \sqrt{CA^2 - AI^2} = \sqrt{9 - 3} = \sqrt{6}$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CI = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 3\sqrt{2}$$

$$HC = R = \frac{AB \cdot BC \cdot CA}{4 \cdot S_{ABC}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot 3 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$$

Trong tam giác vuông $A'CH$ có $A'H = \sqrt{A'C^2 - CH^2} = \sqrt{16 - \frac{54}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{202}$

$$V_{ABC.A'B'C'} = A'H.S_{ABC} = \frac{\sqrt{202}}{4} \cdot 3\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{101}}{2}$$

Trong tam giác vuông $A'AI$ có $A'I = \sqrt{A'A^2 - AI^2} = \sqrt{16 - 3} = \sqrt{13}$

$$S_{A'AB} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot A'I = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{13} = \sqrt{39}$$

Vì $CC' \parallel A'A$ nên $(A'AB) \parallel CC'$, do đó

$$\begin{aligned} d(CC'; AB) &= d(CC'; (A'AB)) = d(C; (A'AB)) \\ &= \frac{3V_{C.A'AB}}{S_{A'AB}} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{S_{A'AB}} = \frac{3\sqrt{101}}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{39}} \approx 2,413 \end{aligned}$$

Câu 2. Đầu tháng $5/2025$, cô A cần mua xe máy S với giá 80.990.000 đồng. Cô gửi tiết kiệm vào ngân hàng với số tiền 60.000.000 đồng với lãi suất $0,8\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Do sức ép thị trường nên mỗi tháng loại xe S giảm 500.000 đồng. Vậy sau ít nhất bao nhiêu tháng cô sẽ đủ tiền mua xe máy?

Lời giải

Trả lời: 21

Áp dụng công thức lãi kép, ta có số tiền người đó nhận được (cả vốn ban đầu và lãi) sau n tháng là:

$$T = A(1+r)^n = 60.10^6 \cdot \left(1 + \frac{0,8}{100}\right)^n.$$

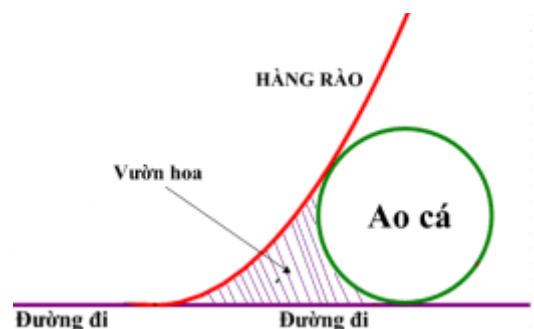
Số tiền xe S giảm trong n tháng là: $P = 80990000 - 500000n$.

Để cô A Thêm mua được xe S thì: $T = P$

$$\Leftrightarrow 60.10^6 \cdot \left(1 + \frac{0,8}{100}\right)^n = 80990000 - 500000n \longrightarrow n = 20,58771778.$$

Vậy sau ít nhất 21 tháng cô sẽ đủ tiền mua xe máy.

Câu 3. Một mảnh vườn hoa nhỏ. Cụ thể đã được đo đạc như sau: Đường đi lát gạch chạy thẳng, lấy làm ranh dưới của mảnh vườn, hàng rào uốn cong có dạng là đồ thị parabol $y = x^2$, biết đồ thị parabol này tiếp xúc với đường đi tại đỉnh của nó. Ao cá có dạng là một hình tròn bán kính bằng 0,5 mét tiếp xúc với đường đi đồng thời có chung một điểm duy nhất với hàng rào. Khu vực vườn hoa nằm giữa hàng rào, lối đi và

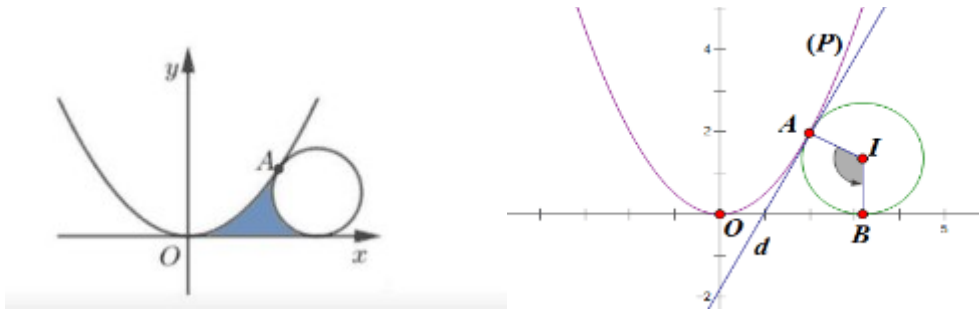


ao cá (phần gạch sọc trong hình minh họa). Hỏi diện tích mảnh vườn hoa đỏ bằng bao nhiêu mét vuông? (Mỗi đơn vị trên trục tương ứng 1m) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Trả lời: 0,2

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Gọi $A(a; a^2) \in (P)$, $I\left(b; \frac{1}{2}\right)$ là tâm của (C) , $(b > a > 0)$.

$B(b; 0) = (C) \cap Ox$, (d) là tiếp tuyến của (P) tại A .

$\overrightarrow{AI} = \left(b-a; \frac{1-2a^2}{2}\right)$, hệ số góc của AI là: $k_1 = \frac{1-2a^2}{2(b-a)}$, hệ số góc của (d) là: $k_2 = 2a$.

Ta có: $\begin{cases} AI = \frac{1}{2} \\ k_1 k_2 = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-a)^2 + \left(\frac{1-2a^2}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ 2a \cdot \frac{1-2a^2}{2(b-a)} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ b = \frac{3\sqrt{3}}{4} \end{cases} \Rightarrow k_1 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Do đó AI có phương trình là: $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5}{4}$.

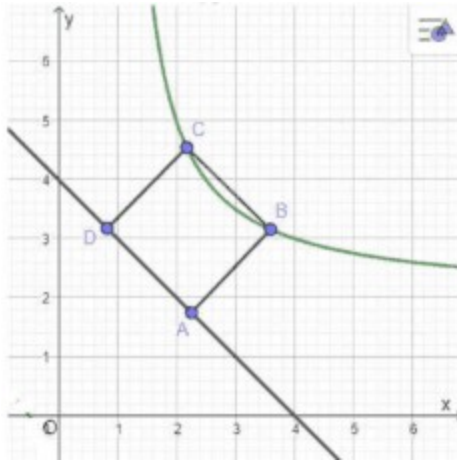
Mà $AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \angle AIB = \frac{2\pi}{3}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) , (C) , Ox là:

$$S = \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} x^2 dx + \int_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}x + \frac{5}{4}\right) dx - S_{\text{quạt } AIB} = \frac{x^3}{3} \Big|_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} + \left(-\frac{\sqrt{3}}{6}x^2 + \frac{5}{4}x\right) \Big|_{\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{3\sqrt{3}}{4}} - \frac{\pi}{12} = \frac{9\sqrt{3}}{32} - \frac{\pi}{12} \approx 0,2 \text{ m}^2.$$

Câu 4. Trong một công viên có một hồ nước và một đường đi lát gạch hoa. Thiết lập hệ trục Oxy như hình vẽ dưới, kiến trúc sư thấy rằng bờ hồ có thể coi như một nhánh của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường đi khi đó ứng với đường thẳng $(d): y = -x + 4$. Để đảm bảo ánh sáng, kiến trúc sư muốn đặt 2 cột

đèn trên bờ hồ và 2 cột đèn trên đường đi sao cho 4 cột đèn này tạo thành một hình vuông. Tính khoảng cách giữa hai cột đèn trên bờ hồ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 1,92.

Gọi $(d_1): y = -x + m$ (với $m > 4$) song song với $(d): y = -x + 4$ và cắt $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt B, C ($x_B, x_C > 1$)

Phương trình hoành độ giao điểm của (d_1) và (C) : $\frac{2x+1}{x-1} = -x + m \Leftrightarrow x^2 + (1-m)x + m+1 = 0$.

$$\Delta = m^2 - 6m - 3 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > 3 + 2\sqrt{3} \\ m < 3 - 2\sqrt{3} \end{cases} \Leftrightarrow m > 3 + 2\sqrt{3} \quad (\text{vì } m > 4) \quad (1)$$

Khi đó ta có:
$$\begin{cases} x_C + x_B = m - 1 \\ x_C \cdot x_B = m + 1 \end{cases}$$

Suy ra:
$$CB = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (y_B - y_C)^2} = \sqrt{(x_B - x_C)^2 + (-x_B + m + x_C - m)^2} = \sqrt{2(x_B - x_C)^2}$$

$$\Rightarrow CB^2 = 2(x_B - x_C)^2 = 2(x_B + x_C)^2 - 8x_B x_C = 2m^2 - 12m - 6$$

Mặt khác chọn $I(0; 4) \in (d)$, ta có khoảng cách giữa hai đường thẳng $(d); (d_1)$ bằng

$$AB = d(I; (d_1)) = \frac{|4 - m|}{\sqrt{2}} = \frac{m - 4}{\sqrt{2}}$$

Để $ABCD$ là hình vuông thì
$$AB^2 = BC^2 \Leftrightarrow \frac{(m-4)^2}{2} = 2m^2 - 12m - 6 \Leftrightarrow m = \frac{8 \pm 2\sqrt{37}}{3}$$

Kết hợp điều kiện (1) suy ra
$$m = \frac{8 + 2\sqrt{37}}{3}$$

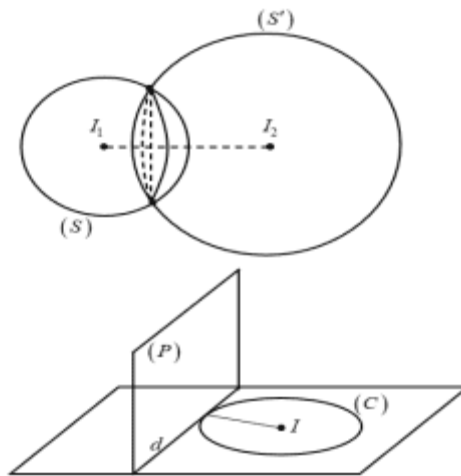
$$\frac{\frac{8+2\sqrt{37}}{3}-4}{\sqrt{2}} \approx 1,92.$$

Vậy khoảng cách giữa hai cột đèn bên bờ hồ bằng

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$ và $(S'): x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) và mặt phẳng $(P): z - m = 0$. Gọi T là tập hợp các giá trị của m để trên mặt phẳng (P) dựng được một tiếp tuyến đến đường tròn (C) . Tổng bình phương các phần tử của tập hợp T là

Lời giải

Trả lời: 8



Mặt cầu (S) có tâm $I_1(3;0;0)$, bán kính $R_1 = 3$.

Mặt cầu (S') có tâm $I_2(0;6;0)$, bán kính $R_2 = 2\sqrt{6}$.

Vì $I_1I_2 = 3\sqrt{5} < R_1 + R_2$ nên mặt cầu (S) và (S') cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C) , tâm I , bán kính r .

$$\begin{cases} (x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9 \\ x^2 + (y-6)^2 + z^2 = 24 \end{cases} \Rightarrow$$
 Phương trình của mặt phẳng chứa đường tròn (C) là $(Q): x - 2y + 2 = 0$.

I_1I_2 có phương trình
$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \end{cases}$$
.

Vì I là giao điểm của $I_1 I_2$ và mặt phẳng (Q) nên tọa độ của I là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -2t \\ z = 0 \\ x - 2y + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 0 \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2; 2; 0)$$

Bán kính đường tròn $(C): r = \sqrt{R_1^2 - H_1^2} = 2$.

Gọi d là giao tuyến của hai mặt phẳng (P) và $(Q) \Rightarrow \begin{cases} CTCP \vec{u}_d = (2; 1; 0) \\ A(0; 1; m) \in d \end{cases}$

Trên mặt phẳng (P) dựng được đúng một tiếp tuyến đến (C) khi d tiếp xúc với đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow r = d(I; (d)) \Leftrightarrow 2 = \frac{|\vec{u}_d, \overline{AI}|}{|\vec{u}_d|} \Leftrightarrow 2 = |m| \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -2 \end{cases} \Rightarrow T = \{-2; 2\}$$

Vậy tổng bình phương các phần tử của T là $2^2 + (-2)^2 = 8$.

Câu 6: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9. Xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 0,19

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9 là:
 $9.8.7 = 504$ số.

Suy ra: $n(\Omega) = 504$

Gọi M là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ”.

Gọi A là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số chính phương”.

Gọi B là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số lẻ”.

Gọi $\overline{abc}$ là một số được lấy ra từ tập X .

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Vì $a.b.c$ là một số chính phương nên ba số a, b, c được lấy từ một trong các bộ số sau:

$$\{1; 4; 9\}, \{2; 3; 6\}, \{1; 2; 8\}, \{2; 8; 9\}, \{3; 6; 8\}, \{2; 4; 8\}$$

Ứng với mỗi bộ số ta có: $3! = 6$ số thỏa mãn.

Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 6.6 = 36$. Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{36}{504} = \frac{1}{14}$.

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố B .

Vì $a.b.c$ là một số lẻ nên cả ba số a, b, c đều lẻ.

Chọn a, b, c từ các số $1; 3; 5; 7; 9$ có phân biệt thứ tự. Suy ra, có: $5.4.3 = 60$ số thỏa mãn.

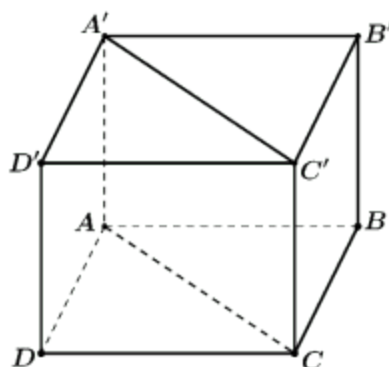
Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $n(B) = 60$. Suy ra: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{42}$.
 Trong các số lấy ra từ tập M không có số nào cùng thuộc tập A và tập B .

Vì thế A và B là hai biến cố xung khắc. Suy ra: $P(M) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{4}{21}$.
 ----- Hết -----

ĐỀ 7**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.

A. $\sqrt{3}$.B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 2: Trong không gian O_{xyz} , cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(-1; 2; -3); R=3$. B. $I(1; 2; -3); R=9$. C. $I(1; -2; 3); R=9$. D. $I(1; 2; -3); R=3$.

Câu 3: Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tốt	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 20. B. 25. C. 47. D. 23

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = 3^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng

- A. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + 2 + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$
C. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + 2 + C$ D. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + x^2 + C$

Câu 5: Phương trình $1 - \cos 2x = 0$ có tập nghiệm là:

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$
C. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 6: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay quanh trục Ox . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành được tính bởi công thức

- A. $V = \pi \int_0^{\pi} \sin x dx$ B. $V = \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ C. $V = \pi \int_0^{\pi} \sin^2 x dx$ D. $V = \pi \int_0^{\pi} \cos^2 x dx$

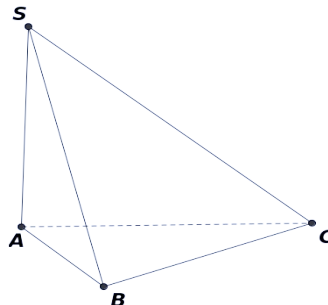
Câu 7: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

- A. 3. B. 9. C. 27. D. -3.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

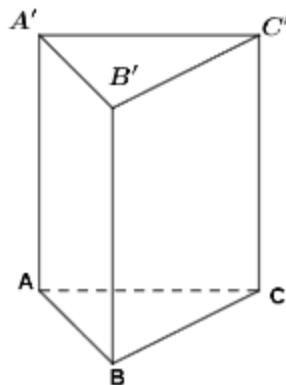
- A. $Q(-1; -2; 1)$ B. $N(-1; 3; 2)$ C. $A(2; 3; -1)$ D. $P(1; 2; -1)$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?



- A. $SA \perp SB$ B. $SA \perp SC$ C. $SA \perp AB$ D. $SB \perp SC$

Câu 10: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a, AA' = a\sqrt{2}, \angle BAC = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho



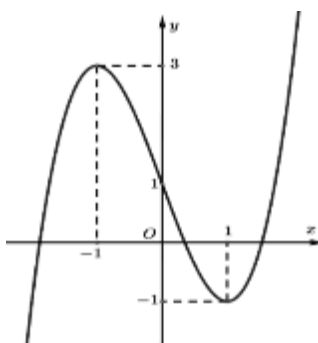
A. $\frac{a^3}{4}$.

B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{a^3}{6}$.

Câu 11: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 - 3x - 1$.

D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 12: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3$ là

A. $(-7; +\infty)$.

B. $(7; +\infty)$.

C. $(-1; 7)$.

D. $(-\infty; 7)$.

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$

c) Điểm uốn của đồ thị hàm số có tọa độ $I(2; -26)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80

Câu 2: Trong tâm lý học, đường cong học tập mô tả sự cải thiện kỹ năng theo thời gian luyện tập. Giả sử một người học gõ máy tính, số từ gõ được mỗi phút (WPM - Words Per Minute) sau t tuần luyện tập được mô hình hóa bởi hàm số $W(t) = 90 - 60 \cdot e^{-0,2t}$.

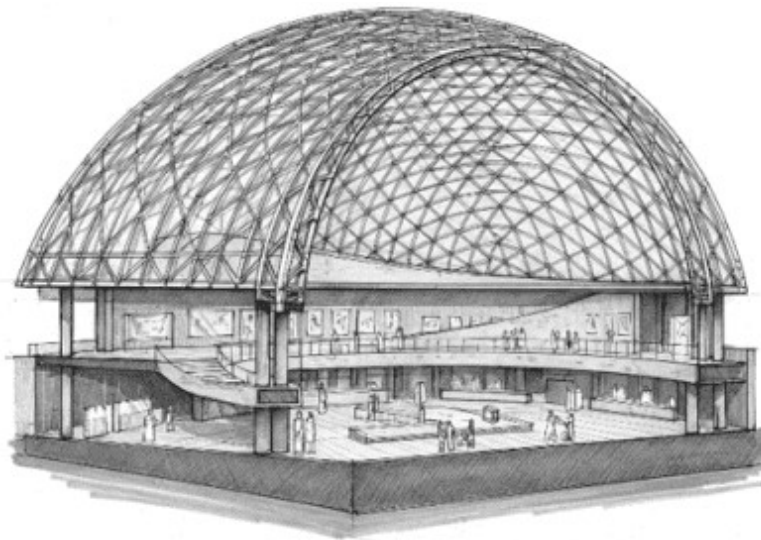
a) Khi mới bắt đầu luyện tập ($t=0$) người này gõ được 25 từ mỗi phút

b) Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính tại thời điểm t là $12 \cdot e^{-0,2t}$ WPM/tuần

c) Khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng tăng

d) Số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM

Câu 3: Một kiến trúc sư đang thiết kế mái vòm cong cho một trung tâm triển lãm nghệ thuật. Mặt cắt đứng của mái vòm có hình dáng nửa trên của một hình Elip. Hình elip này có trục lớn nằm ngang. Chiều rộng của mái vòm (theo phương ngang) là 20 mét và chiều cao tối đa của mái vòm (từ đáy đến đỉnh vòm) là 8 mét.



a) Nếu ta đặt gốc tọa độ tại tâm của hình Elip thì phương trình của hình Elip là: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

b) Diện tích của mặt cắt đứng của mái vòm (phần hình elip) bằng $40,6\pi$ (m²)

c) Thể tích không gian bên trong mái vòm (khi ta tưởng tượng mái vòm kéo dài theo chiều sâu và tạo thành một không gian ba chiều) được tạo ra bằng cách quay nửa hình elip quanh trục

nằm ngang bằng $\frac{1380\pi}{2}$ (m³)

d) Nếu kiến trúc sư muốn làm cho mái vòm cao hơn bằng cách tăng chiều cao lên 10 mét (thay vì 8 mét) nhưng vẫn giữ nguyên chiều rộng 20 mét thì cả diện tích mặt cắt đứng và thể tích không gian bên trong mái vòm sẽ tăng lên theo cùng một tỉ lệ.

Câu 4: Một trường học áp dụng hai phương pháp giảng dạy mới cho môn Toán: Phương pháp P và Phương pháp Q. Để đánh giá hiệu quả, trường thực hiện một thử nghiệm trên học sinh lớp 10. Biết rằng:

- 40% học sinh lớp 10 được phân ngẫu nhiên vào nhóm học phương pháp P, 30% vào nhóm học phương pháp Q và 30% học theo phương pháp truyền thống PT.

- Tỷ lệ học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm trong nhóm phương pháp P là 40%, trong nhóm phương pháp Q là 35% và trong nhóm phương pháp PT là 25%.

Một học sinh lớp 10 được chọn ngẫu nhiên từ trường và biết rằng học sinh này đạt điểm giỏi môn Toán cuối năm (Kết quả làm trong đến hàng phần trăm)

a) Xác suất học sinh này học theo phương pháp P là 0,45

b) Phương pháp Q có hiệu quả hơn phương pháp PT trong việc giúp học sinh đạt điểm giỏi.

c) Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối lớp 10 là 33,3%.

d) Nếu muốn tăng tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi lên cao nhất, trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$

(đồng). Trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 2: Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu.

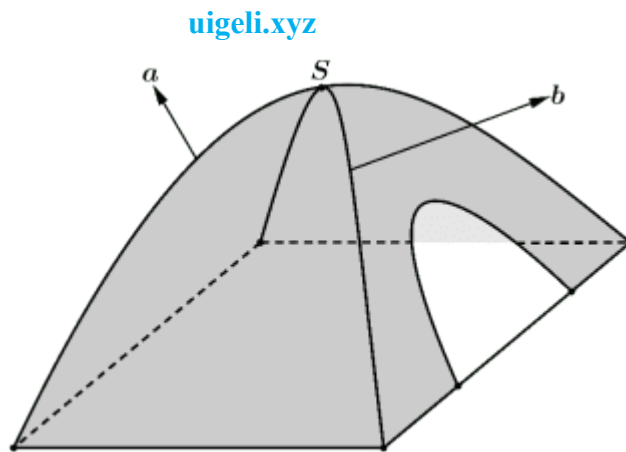
Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích V . Gọi P là trung điểm SC . Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SB, SD lần lượt tại M, N . Gọi V' là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{V'}{V}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai trạm phát sóng di động được đặt lần lượt tại hai vị trí $A(0; -2; 0)$ và $B(3; 4; 5)$ (đơn vị: km). Vùng phủ sóng của trạm A là một hình cầu có tâm $I_1(1; -1; 3)$ và bán kính $R_1 = 2$. Vùng phủ sóng của trạm B là một hình cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0$.

Hai vùng phủ sóng này giao nhau tạo thành một đường tròn nằm trên mặt phẳng (P) . Hai thiết bị giám sát M và N hoạt động trong khu vực giao nhau này và luôn duy trì khoảng cách giữa chúng là 1 km. Tính tổng khoảng cách nhỏ nhất từ trạm phát sóng A đến thiết bị M và từ trạm phát sóng B đến thiết bị N (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Để điều khiển được 1 tàu thủy, thuyền trưởng A cần đảm bảo rằng hệ thống điều khiển bánh lái và bánh lái không bị hỏng. Biết rằng xác suất để hệ thống điều khiển bánh lái hoạt động bình thường là $0,8$ và bánh lái không bị hỏng là $0,75$. Thông qua thực tế thì người ta nhận thấy xác suất cả hai bộ phận này cùng hỏng là $0,03$. Hỏi xác suất để chỉ có một bộ phận hỏng trong hai bộ phận kiểm tra là bao nhiêu?

Câu 6: Một chiếc lều vải du lịch dùng trong các buổi cắm trại ngoài trời được minh họa như hình vẽ dưới đây. Khung chính bao gồm đáy là hình vuông cạnh bằng 2m và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S . Biết chiều cao của lều là $SO = 135\text{cm}$ và O là tâm của đáy. Tính thể tích chiếc lều (Coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể).



----- HẾT -----

TRƯỜNG THPT HỒNG LĨNH

ĐÁP ÁN ĐỀ THAM KHẢO MÔN TOÁN SỐ 01

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM ĐỀ 01

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	B	B	B	C	A	D	C	C	A	C

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	Đ – S – Đ – Đ	S – Đ – S – Đ	Đ – S – S – S	Đ – Đ – S – Đ

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

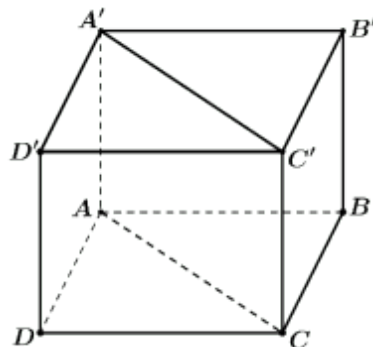
- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	333	260	0,33	0,77	0,39	2,7

ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ 01

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 13: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.



A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là

A. $I(-1; 2; -3)$, $R = 3$. **B.** $I(1; 2; -3)$, $R = 9$. **C.** $I(1; -2; 3)$, $R = 9$. **D.** $I(1; 2; -3)$, $R = 3$.

Lời giải

Mặt cầu đã cho có tâm $I(1; 2; -3)$ và bán kính $R = 3$.

Câu 15: Mức thưởng tết (triệu đồng) cho các nhân viên của một công ty được thống kê trong bảng sau:

Mức thưởng tết	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhân viên	13	35	47	25	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 20.

B. 25.

C. 47.

D. 23

Lời giải

Khoảng biến thiên: $30 - 5 = 25$

Câu 16: Cho hàm số $f(x) = 3^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + 2 + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$

C. $\int f(x)dx = 3^x \cdot \ln 3 + 2 + C$

D. $\int f(x)dx = 3^x \cdot \ln 3 + x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (3^x + 2x)dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$

Câu 17: Phương trình $1 - \cos 2x = 0$ có tập nghiệm là:

A. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $S = \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $S = \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Lời giải

Ta có $1 - \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi, k \in \mathbb{Z} \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 18: Cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$ quay quanh trục Ox . Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành được tính bởi công thức

A. $V = \pi \int_0^\pi \sin x dx$

B. $V = \int_0^\pi \sin^2 x dx$

C. $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$

D. $V = \pi \int_0^\pi \cos^2 x dx$

Lời giải

Công thức tính thể tích khối tròn xoay $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$ vậy: $V = \pi \int_0^\pi \sin^2 x dx$

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_4 = 54$. Giá trị của công bội q bằng

A. 3.

B. 9.

C. 27.

D. -3.

Lời giải

Ta có: $\frac{u_4}{u_1} = q^3 \Rightarrow q^3 = \frac{54}{2} = 27 \Rightarrow q = \sqrt[3]{27} = 3$

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Điểm nào sau đây thuộc d ?

A. $Q(-1; -2; 1)$

B. $N(-1; 3; 2)$

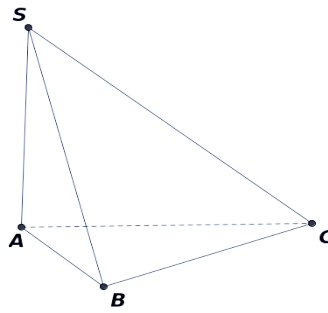
C. $A(2; 3; -1)$

D. $P(1; 2; -1)$

Lời giải

Điểm thuộc đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{-1}$ là $P(1; 2; -1)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt đáy (ABC) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

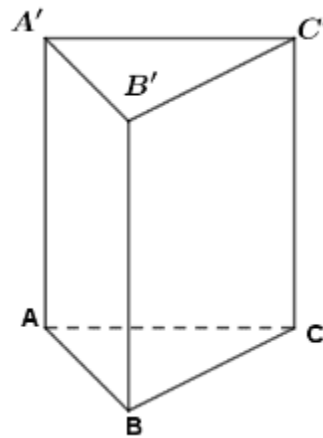


- A. $SA \perp SB$. B. $SA \perp SC$. C. $SA \perp AB$. D. $SB \perp SC$.

Lời giải

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp (ABC) \\ AB \subset (ABC) \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AB.$$

Câu 22: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{2}$, $\angle BAC = 45^\circ$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho

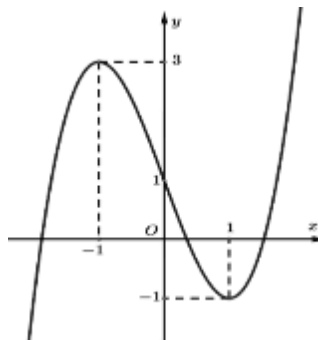


- A. $\frac{a^3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{2}a^3}{4}$. C. $\frac{a^3}{2}$. D. $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ $V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin \angle BAC \cdot AA' = \frac{a^3}{2}$.

Câu 23: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x - 1$. C. $y = -x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$).

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a > 0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 1$. Vậy hàm số thỏa đề là $y = x^3 - 3x + 1$.

- Câu 24:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3$ là
- A. $(-7; +\infty)$ B. $(7; +\infty)$ C. $(-1; 7)$ D. $(-\infty; 7)$

Lời giải

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) > -3 \Leftrightarrow \begin{cases} x+1 > 0 \\ x+1 < \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < x < 7$$

Ta có:

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$
- c) Điểm uốn của đồ thị hàm số có tọa độ $I(2; -26)$
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80

Lời giải

a) Đúng: Thay $x = 0$ suy ra $f(0) = 20$

b) Sai: Hàm số phải đồng biến trên một miền liên tục

c) Đúng: $x_I = \frac{-b}{3a} = \frac{-(-6)}{3 \cdot 1} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow y_I = f(x_I) = f(2) = -26$ suy ra $I(2; -26)$

d) Đúng: Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(4; +\infty)$:

x	-4	-1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	20	-80	$+\infty$	

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80 .

Câu 6: Trong tâm lý học, đường cong học tập mô tả sự cải thiện kỹ năng theo thời gian luyện tập. Giả sử một người học gõ máy tính, số từ gõ được mỗi phút (WPM - Words Per Minute) sau t tuần luyện tập được mô hình hóa bởi hàm số $W(t) = 90 - 60.e^{-0,2t}$.

- Khi mới bắt đầu luyện tập ($t = 0$) người này gõ được 25 từ mỗi phút
- Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính tại thời điểm t là $12.e^{-0,2t}$ WPM/tuần
- Khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng tăng
- Số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM

Lời giải

- a) Sai: Thay $t = 0$ vào hàm số ta được $W(0) = 30$ từ mỗi phút

$$W'(t) = -60.(-0,2).e^{-0,2t} = 12.e^{-0,2t}$$

- b) Đúng: Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính là

- c) Sai: $W''(t) = 12.(-0,2).e^{-0,2t} = -2,4.e^{-0,2t} < 0$ với mọi t nên hàm số $W'(t)$ luôn nghịch biến theo thời gian nên khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng giảm.

- d) Đúng: $\lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (90 - 60.e^{-0,2t}) = 90$. Ta xét giới hạn của phần mũ $e^{-0,2t}$ khi $t \rightarrow \infty$.

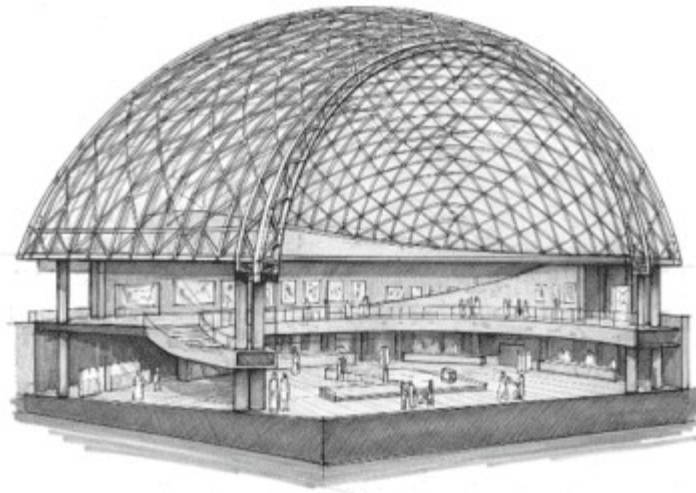
Khi $t \rightarrow \infty$ thì $-0,2t \rightarrow -\infty$ và ta biết rằng $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ nên $\lim_{x \rightarrow \infty} e^{-0,2t} = 0$

$$W(t) \lim_{t \rightarrow \infty} W(t) = 90 - 60.0 = 90 - 0 = 90$$

Thay giới hạn này vào biểu thức giới hạn của :

Vậy số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM.

Câu 7: Một kiến trúc sư đang thiết kế mái vòm cong cho một trung tâm triển lãm nghệ thuật. Mặt cắt đứng của mái vòm có hình dáng nửa trên của một hình Elip. Hình elip này có trục lớn nằm ngang. Chiều rộng của mái vòm (theo phương ngang) là 20 mét và chiều cao tối đa của mái vòm (từ đáy đến đỉnh vòm) là 8 mét.



- a) Nếu ta đặt gốc tọa độ tại tâm của hình Elip thì phương trình của hình Elip là: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$
- b) Diện tích của mặt cắt đứng của mái vòm (phần hình elip) bằng $40,6\pi$ (m²)
- c) Thể tích không gian bên trong mái vòm (khi ta tưởng tượng mái vòm kéo dài theo chiều sâu và tạo thành một không gian ba chiều) được tạo ra bằng cách quay nửa hình elip quanh trục nằm ngang bằng $\frac{1380\pi}{2}$ (m³)
- d) Nếu kiến trúc sư muốn làm cho mái vòm cao hơn bằng cách tăng chiều cao lên 10 mét (thay vì 8 mét) nhưng vẫn giữ nguyên chiều rộng 20 mét thì cả diện tích mặt cắt đứng và thể tích không gian bên trong mái vòm sẽ tăng lên theo cùng một tỉ lệ.

Lời giải

- a) Đúng: Chiều rộng mái vòm là 20 mét suy ra $2a = 20 \Leftrightarrow a = 10 \Rightarrow a^2 = 100$

Chiều cao tối đa của mái vòm là 8 mét, suy ra $b = 8 \Rightarrow b^2 = 64$

Vậy phương trình của elip là $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

- b) Sai: Ta có $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \Leftrightarrow y = \sqrt{64\left(1 - \frac{x^2}{100}\right)} = 8\sqrt{1 - \frac{x^2}{100}} = \frac{4}{5}\sqrt{100 - x^2}$

Diện tích mặt cắt đứng mái vòm là $S = \int_{-10}^{10} \frac{4}{5} \sqrt{100 - x^2} dx = \frac{4}{5} \int_{-10}^{10} \sqrt{100 - x^2} dx = \frac{4}{5} \cdot 50\pi = 40\pi$

Hoặc diện tích mặt cắt đứng mái vòm là diện tích nửa elip: $S = \frac{1}{2} \pi \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} \pi \cdot 10 \cdot 8 = 40\pi$ (m²)

- c) Sai: Thể tích không gian bên trong mái vòm là:

$$V = \frac{1}{2} \pi \int_{-10}^{10} \left(\frac{4}{5} \sqrt{100 - x^2} \right)^2 dx = \frac{1}{2} \pi \int_{-10}^{10} \frac{16}{25} (100 - x^2) dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{16\pi}{25} \cdot \frac{4000}{3} = \frac{1280}{3} \text{ (m}^3\text{)}$$

Hoặc có thể sử dụng công thức $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi a b^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 10 \cdot 8^2 = \frac{1280\pi}{3} \text{ (m}^3\text{)}$

d) Sai: Diện tích $S = \pi \cdot a \cdot b$ tăng lên $\frac{10}{8}$ lần còn $V = \frac{4}{3} \pi a \cdot b^2$ tăng $\left(\frac{10}{8}\right)^2$ nên không cùng tỷ lệ.

Câu 8: Một trường học áp dụng hai phương pháp giảng dạy mới cho môn Toán: Phương pháp P và Phương pháp Q. Để đánh giá hiệu quả, trường thực hiện một thử nghiệm trên học sinh lớp 10. Biết rằng:

- 40% học sinh lớp 10 được phân ngẫu nhiên vào nhóm học phương pháp P, 30% vào nhóm học phương pháp Q và 30% học theo phương pháp truyền thống PT.
- Tỷ lệ học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm trong nhóm phương pháp P là 40% , trong nhóm phương pháp Q là 35% và trong nhóm phương pháp PT là 25% .

Một học sinh lớp 10 được chọn ngẫu nhiên từ trường và biết rằng học sinh này đạt điểm giỏi môn Toán cuối năm (Kết quả làm trong đến hàng phần trăm)

- a)** Xác suất học sinh này học theo phương pháp P là $0,45$
- b)** Phương pháp Q có hiệu quả hơn phương pháp PT trong việc giúp học sinh đạt điểm giỏi.
- c)** Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối lớp 10 là $33,3\%$.
- d)** Nếu muốn tăng tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi lên cao nhất, trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

Lời giải

Gọi P là biến cố "Học sinh học phương pháp P".

Gọi Q là biến cố "Học sinh học phương pháp Q".

Gọi PT là biến cố "học sinh học phương pháp truyền thống PT".

Gọi G là biến cố "học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm".

Từ đề bài, ta có: $P(P) = 0,4$; $P(Q) = 0,3$; $P(PT) = 0,3$; $P(G|P) = 0,4$; $P(G|Q) = 0,35$ và $P(G|PT) = 0,25$

a) Đúng: Ta cần tính $P(P|G)$ bằng cách sử dụng công thức Bayes:

$$P(P|G) = \frac{P(G|P)P(P)}{P(G)} = \frac{P(G|P)P(P)}{P(G|P)P(P) + P(G|Q)P(Q) + P(G|PT)P(PT)}$$

$$= \frac{0,4 \cdot 0,4}{0,34} = \frac{0,16}{0,34} \approx 0,47$$

b) Đúng: So sánh $P(G|Q) = 0,35$ và $P(G|PT) = 0,25$.

Vì $0,35 > 0,25$ nên phương pháp Q giúp tăng tỷ lệ đạt điểm giỏi so với phương pháp PT nên phương pháp Q hiệu quả hơn phương pháp PT.

c) Sai: Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối là $P(G) = 0,34 = 34\%$.

d) Đúng: So sánh tỷ lệ điểm giỏi của ba phương pháp:

$$P(G|P) = 0,4; P(G|Q) = 0,35; P(G|PT) = 0,25$$

Phương pháp P có tỷ lệ điểm giỏi cao nhất là 40%.

Vậy để tăng tỷ lệ điểm giỏi cao nhất thì trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$

(đồng). Trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \frac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp số: 333.

Ta xét hàm lợi nhuận nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 500$) là:

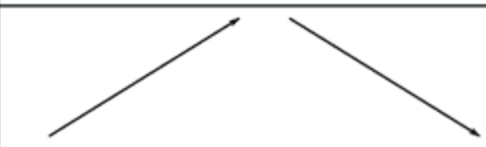
$$f(x) = F(x) - x \cdot G(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x \left(x + 1000 + \frac{250000}{x} \right)$$

$$= x^3 - 2000x^2 + 1000000x \text{ có đạo hàm } f'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000;$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1000}{3} \approx 333,33 \in [1; 500] \\ x = 1000 \notin [1; 500] \end{cases}$$

Giải phương trình

Ta lập bảng biến thiên của hàm số trên đoạn $[1; 500]$

x	1	$\frac{1000}{3}$	500
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Từ bảng biến thiên, ta có: $\max_{[1;500]} f(x) = f\left(\frac{1000}{3}\right) \approx 148148148$.

Vì x là số tự nhiên, nên ta tính thêm hai giá trị của x liền kề $\frac{1000}{3}$:

$$f(333) \approx 148148037; f(334) \approx 148147704.$$

Do đó doanh nghiệp lợi nhuận thu được là lớn nhất khi sản xuất 333 sản phẩm.

Câu 8: Bác Hai có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Hai cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Hai cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Hai chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Hai có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu.

Lời giải

Đáp số: 260.

Gọi diện tích bác Hai trồng bắp là $x (x \geq 0)$. Số ngày công trồng bắp là $10x$

Gọi diện tích bác Hai trồng cà chua là $y (y \geq 0)$. Số ngày công trồng cà chua là $20y$

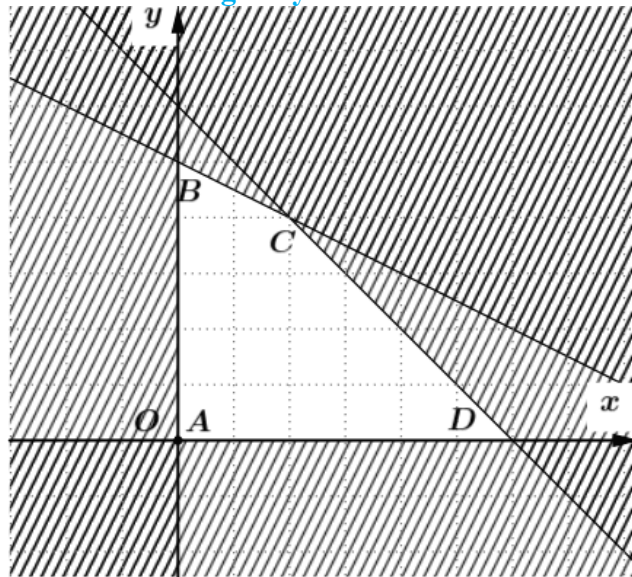
Số tiền bác Hai thu được khi canh tác 6 ha đất trong 100 ngày là $F = 30x + 50y$ (triệu đồng)

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y - 6 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases}$$

Dựa vào dữ kiện của đề bài ta có hệ bất phương trình

Ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong và biên của đa giác $ABCD$ với:

$$A(0;0), B(0;5), C(2;4), D(6;0).$$



Với $A(0;0)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.0 + 50.0 = 0$ triệu

Với $B(0;5)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.0 + 50.5 = 250$ triệu

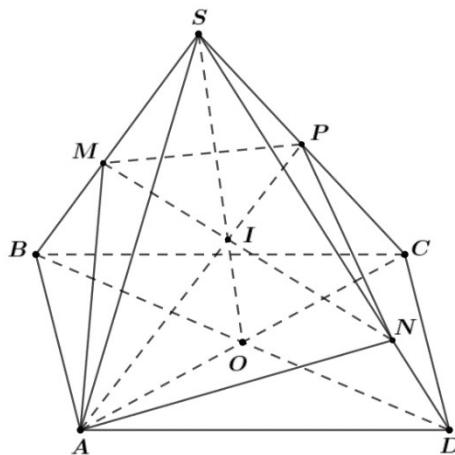
Với $C(2;4)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.2 + 50.4 = 260$ triệu

Với $D(6;0)$ Số tiền bác Hai thu được là: $30.6 + 50.0 = 180$ triệu

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành và có thể tích V . Gọi P là trung điểm SC . Mặt phẳng (α) chứa AP và cắt hai cạnh SB , SD lần lượt tại M , N . Gọi V' là thể tích khối chóp $S.AMPN$. Giá trị nhỏ nhất của $\frac{V'}{V}$ bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Đáp số: 0,33.



Gọi $O = AC \cap BD$ và I là giao điểm của SO và AP . Suy ra MN đi qua trọng tâm I của tam giác SBD .

$$\text{Đặt } x = \frac{SB}{SM}, x \geq 1.$$

$$\text{Ta có } \frac{SB}{SM} + \frac{SD}{SN} = \frac{SA}{SA} + \frac{SC}{SP} = 3 \Leftrightarrow \frac{SD}{SN} = 3 - x \geq 1, \text{ suy ra } 1 \leq x \leq 2.$$

$$\begin{aligned} \text{Lại có } \frac{V'}{V} &= \frac{V_{S.AMP}}{V} + \frac{V_{S.ANP}}{V} = \frac{V_{S.AMP}}{2V_{S.ABC}} + \frac{V_{S.ANP}}{2V_{S.ADC}} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{SA}{SA} \cdot \frac{SM}{SB} \cdot \frac{SP}{SC} + \frac{SA}{SA} \cdot \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SP}{SC} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2x} + \frac{1}{2(3-x)} \right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{x(3-x)} \geq \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{\left(\frac{x+3-x}{2} \right)^2} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{Vậy giá trị nhỏ nhất của } \frac{V'}{V} \text{ là } \frac{1}{3}, \text{ xảy ra khi } x = 3 - x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Oxyz

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ , hai trạm phát sóng di động được đặt lần lượt tại hai vị trí $A(0; -2; 0)$ và $B(3; 4; 5)$ (đơn vị: km). Vùng phủ sóng của trạm A là một hình cầu có tâm $I_1(1; -1; 3)$ và bán kính $R_1 = 2$; còn vùng phủ sóng của trạm B là một hình cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0$. Hai vùng phủ sóng này giao nhau tạo thành một đường tròn nằm trên mặt phẳng (P) . Hai thiết bị giám sát M và N hoạt động trong khu vực giao nhau này và luôn duy trì khoảng cách giữa chúng là 1 km. Tính tổng khoảng cách nhỏ nhất từ trạm phát sóng A đến thiết bị M và từ trạm phát sóng B đến thiết bị N (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Lời giải

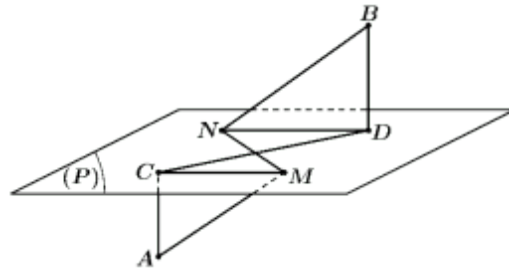
Đáp số: 0,77.

Mặt phẳng (P) là giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) và (S_2) nên ta có hệ:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0 \end{cases} \Rightarrow 2y = 0 \Rightarrow (P) \equiv (Ozx).$$

Gọi $C(0; 0; 0)$ và $D(3; 0; 5)$ lần lượt là hình chiếu của A và B lên (Ozx) .

Khi đó $AC = 2$, $BD = 4$, $CD = \sqrt{34}$.



Ta có: $AM + BN = \sqrt{AC^2 + CM^2} + \sqrt{BD^2 + DN^2} \geq \sqrt{(AC + BD)^2 + (CM + DN)^2}$

Mặt khác: $CM + DN + MN \geq CD \Rightarrow CM + DN \geq \sqrt{34} - 1$.

Suy ra $AM + BN \geq \sqrt{36 + (CM + DN)^2} \geq \sqrt{36 + (\sqrt{34} - 1)^2}$

Vậy $AM + BN$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{72 - 2\sqrt{34}} \approx 7,77$, dấu "=" xảy ra khi C, M, N, D thẳng hàng.

Câu 11: Để điều khiển được 1 tàu thủy, thuyền trưởng A cần đảm bảo rằng hệ thống điều khiển bánh lái và bánh lái không bị hỏng. Biết rằng xác suất để hệ thống điều khiển bánh lái hoạt động bình thường là $0,8$ và bánh lái không bị hỏng là $0,75$. Thông qua thực tế thì người ta nhận thấy xác suất cả hai bộ phận này cùng hỏng là $0,03$. Hỏi xác suất để chỉ có một bộ phận hỏng trong hai bộ phận kiểm tra là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: $0,39$.

Trước hết ta lần lượt gọi các biến cố:

“ A ” là biến cố “hệ thống điều khiển bánh lái hoạt động bình thường”.

“ B ” là biến cố “bánh lái không bị hỏng”.

“ C ” là biến cố “chỉ có một bộ phận hỏng trong hai bộ phận kiểm tra”.

Theo giả thiết ta suy ra: $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,75$ và $P(\overline{AB}) = 0,03$.

Và suy ra được: $C = \overline{AB} + A\overline{B}$

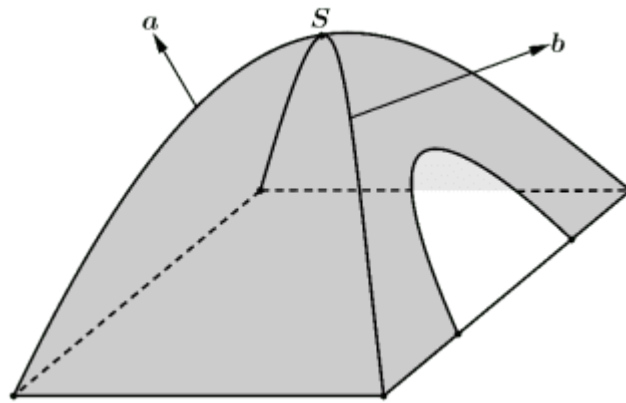
Khi ấy ta có:
$$P(C) = P(\overline{AB} + A\overline{B}) = P(\overline{AB}) + P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) + P(B) - P(AB) \\ = P(A) + P(B) - 2P(AB)$$

Ta có: $P(\overline{AB}) = 0,03 \Leftrightarrow P(\overline{A \cap B}) = 0,03 \Rightarrow 1 - P(A \cap B) = 0,03 \rightarrow P(A \cap B) = 0,97$

Suy ra: $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) = 0,97 \Rightarrow P(A \cup B) = P(AB) = 0,58$

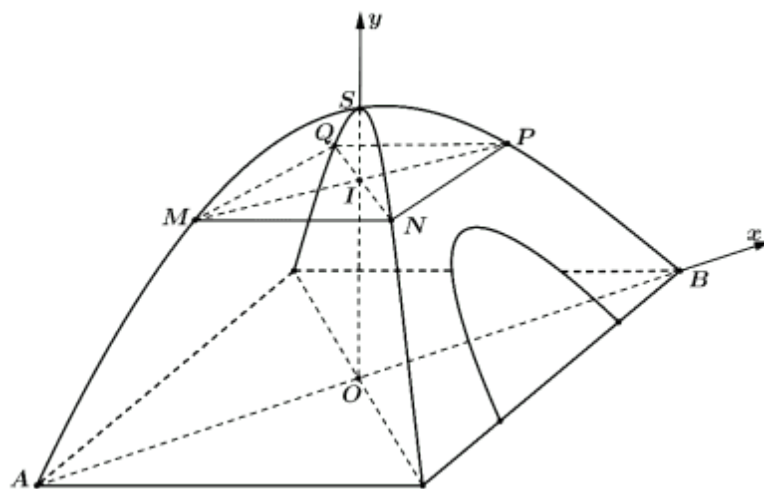
Từ đây ta tính được: $P(C) = P(A) - P(B) - 2P(AB) = 0,8 + 0,75 + 2 \cdot 0,58 = 0,39$

Câu 12: Một chiếc lều vải du lịch dùng trong các buổi cắm trại ngoài trời được minh họa như hình vẽ dưới đây. Khung chính bao gồm đáy là hình vuông cạnh bằng 2^m và hai xương dây a , b nằm trên các đường parabol đỉnh S . Biết chiều cao của lều là $SO = 135\text{ cm}$ và O là tâm của đáy. Tính thể tích chiếc lều (Coi như độ dày của vải phủ và khung chính không đáng kể).



Lời giải

Đáp số: 2,7.



Gắn hệ trục như hình vẽ thì ta tính được $OA = OB = \sqrt{2}$.

Gọi phương trình của đường a là $y = ax^2 + bx + c, (a < 0)$.

Ta có a đi qua các điểm $A(-\sqrt{2}; 0), B(\sqrt{2}; 0), S(0; \frac{27}{20})$.

Suy ra ta có hệ
$$\begin{cases} 2a - \sqrt{2}b + c = 0 \\ 2a + \sqrt{2}b + c = 0 \\ c = \frac{27}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{27}{40} \\ b = 0 \\ c = \frac{27}{20} \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{27}{40}x^2 + \frac{27}{20}$$
 và gọi $I(0; y); y \in [0; \frac{27}{20})$.

Mặt phẳng vuông góc Oy tại I cắt hình đã cho theo 1 thiết diện là hình vuông $MNPQ$ có diện tích $S(y)$.

Theo giả thiết trên các điểm M, N, P, Q cùng có tung độ bằng y . Mà hai điểm M, P thuộc đường a có phương trình $y = -\frac{27}{40}x^2 + \frac{27}{20}$.

Suy ra $x^2 = \frac{54-40y}{27} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{54-40y}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{54-40y}}{3\sqrt{3}}; y\right), P\left(\frac{\sqrt{54-40y}}{3\sqrt{3}}; y\right)$.

$$\Rightarrow MP = \frac{2\sqrt{54-40y}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow MN = \frac{\sqrt{108-80y}}{3\sqrt{3}} \Rightarrow S(y) = MN^2 = \frac{108-80y}{27}$$

Suy ra thể tích chiếc lều là : $V = \int_0^{\frac{27}{20}} S(y) dy = \int_0^{\frac{27}{20}} \frac{108-80y}{27} dy = \frac{27}{10} = 2,7 \text{ (m}^3\text{)}.$

ĐỀ 8**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề*

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 3 = 0$ có phương trình là

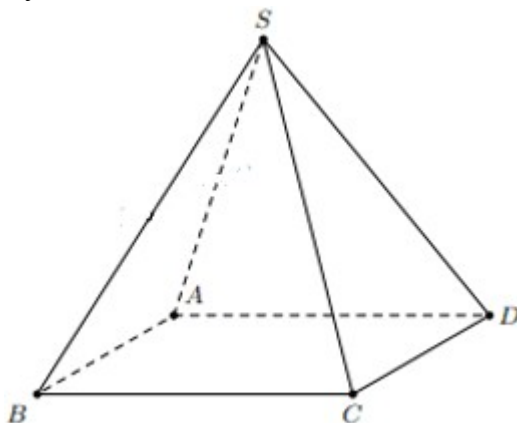
A. $2x - y + 3z = 0$

B. $2x - y + 3z - 1 = 0$

C. $2x - 3y - 2z = 0$

D. $2x - 3y - 2z - 1 = 0$

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?



A. (SBC)

B. $(ABCD)$

C. (SAC)

D. (SAB)

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2) < 1$ là

A. $T = (-\infty; 8)$

B. $T = (-2; +\infty)$

C. $T = (-2; 8)$

D. $T = (8; +\infty)$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

A. $S_{10} = -511$

B. $S_{10} = 1023$

C. $S_{10} = 1025$

D. $S_{10} = -1025$

Câu 5: Nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là

A.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

B.
$$x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

D.
$$x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1, 2, -1)$, $B(2, -1, 3)$, $C(-3, 5, 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(-2, 2, 5)$ B. $(-4, 8, -5)$ C. $(-4, 8, -3)$ D. $(-2, 8, -3)$

Câu 7: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

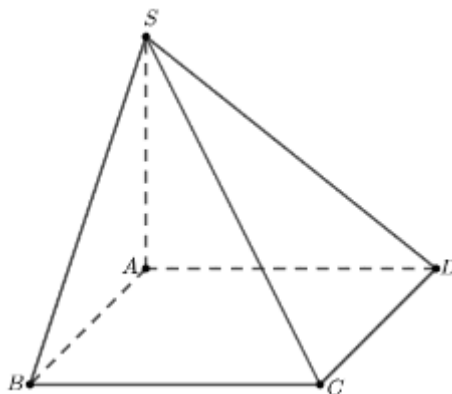
Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$ B. $[9; 11)$ C. $[11; 13)$ D. $[13; 15)$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{a} = (3; 4; -1)$ B. $\vec{a} = (2; -5; 3)$ C. $\vec{a} = (-3; -4; 1)$ D. $\vec{a} = (2; -5; -3)$

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$.



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $4\sqrt{3}a^3$ C. $2\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 10: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1] dx$ bằng

A. 2.

B. -4.

C. 5.

D. 3.

Câu 11: Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$.

Câu 12: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 3$.

A. $S = \frac{37}{3}$.

B. $S = \frac{56}{3}$.

C. $S = \frac{68}{3}$.

D. $S = \frac{64}{3}$.

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.

c) Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .

d) Đồ thị không cắt trục Ox .

Câu 10: Ở nhiệt độ $37^\circ C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị $\text{mol } L^{-1}$) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol } L^{-1}$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng $0,05$.

Câu 11: Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong

những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là $0,3$.
- b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là $0,5$.
- c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32% .
- d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ $4,5$ m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



- a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
- b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$) thì cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.
- c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.
- d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ tiêu thụ hết.

Câu 2: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

Câu 3: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9. Giả sử xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ bằng P .

Giá trị của $\frac{5}{P}$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $6\sqrt{6}$, $SA = SB = SD = 12$ và tam giác ABD đều. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

Câu 5: Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày để thu được lợi nhuận lớn nhất lần lượt là x, y . Giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

Câu 6: Một ống khói có cấu trúc gồm một khối chóp cụt tứ giác đều có thể tích V_1 và một khối hộp chữ nhật có thể tích V_2 ghép lại với nhau như hình bên dưới. Cho biết bản vẽ hình chiếu của ống khói với

phương chiếu trùng với phương của một cạnh đáy khối chóp cụt, hãy tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$ (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?.



BẢNG ĐÁP ÁN VÀ BIỂU ĐIỂM

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

- Đúng 1 ý được 0,1 điểm; đúng 2 ý được 0,25 điểm; đúng 3 ý được 0,5 điểm; đúng 4 ý được 1 điểm.

Câu	1	2	3	4
Đáp án	Đ – Đ – Đ - S	Đ – Đ – S - Đ	Đ – Đ – S - Đ	Đ – Đ – S - S

- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	100	816	28	9	0,39	1,52

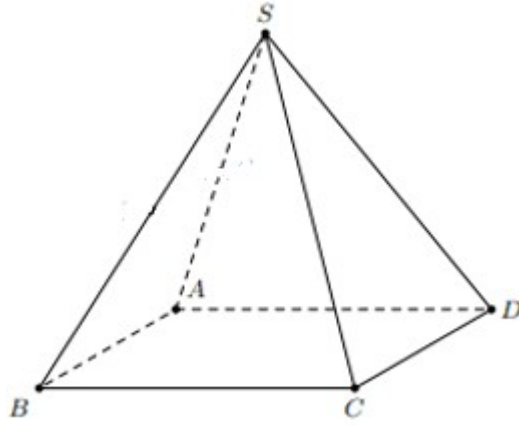
Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 3 = 0$ có phương trình là

- A.** $2x - y + 3z = 0$.
- B.** $2x - y + 3z - 1 = 0$.
- C.** $2x - 3y - 2z = 0$.
- D.** $2x - 3y - 2z - 1 = 0$.

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) // (\alpha) \Rightarrow \overline{n_P} = \overline{n_\alpha} = (2; -1; 3)$.

Và (P) đi qua điểm $A \Rightarrow (P): 2.(x-2) - 1.(y+3) + 3.(z+2) = 0 \Rightarrow (P): 2x - y + 3z - 1 = 0$

Câu 14: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đường thẳng AD song song với mặt phẳng nào trong các mặt phẳng dưới đây?



- A. (SBC) . B. $(ABCD)$. C. (SAC) . D. (SAB) .

Lời giải

Do $AD \parallel BC, AD \not\subset (SBC), BC \subset (SBC)$ nên $AD \parallel (SBC)$.

Câu 15: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2) < 1$ là

- A. $T = (-\infty; 8)$. B. $T = (-2; +\infty)$. C. $T = (-2; 8)$. D. $T = (8; +\infty)$.

Lời giải

$$\text{Bất phương trình } \log(x+2) < 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2 > 0 \\ x+2 < 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x < 8 \end{cases}$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+2) < 1$ là $T = (-2; 8)$

Câu 16: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = -2$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số nhân.

- A. $S_{10} = -511$. B. $S_{10} = 1023$. C. $S_{10} = 1025$. D. $S_{10} = -1025$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } S_{10} = u_1 \cdot \frac{1-q^{10}}{1-q} = -3 \cdot \frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = 1023$$

Câu 17: Nghiệm của phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ là

- A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

$$2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Ta có

Câu 18: Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1, 2, -1)$, $B(2, -1, 3)$, $C(-3, 5, 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(-2, 2, 5)$ B. $(-4, 8, -5)$ C. $(-4, 8, -3)$ D. $(-2, 8, -3)$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1, -3, 4)$; $\overrightarrow{AC} = (-4, 3, 2)$ Suy ra $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương.

Gọi $D(x, y, z)$; $\overrightarrow{DC} = (-3 - x, 5 - y, 1 - z)$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 - x = 1 \\ 5 - y = -3 \\ 1 - z = 4 \end{cases} \Rightarrow D(-4, 8, -3)$

Câu 19: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

- A. $[7; 9)$ B. $[9; 11)$ C. $[11; 13)$ D. $[13; 15)$

Lời giải

Bảng tần số ghép nhóm theo giá trị đại diện là:

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Giá trị đại diện	6	8	10	12	14
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{2.6 + 7.8 + 7.10 + 3.12 + 1.14}{20} = 9,4$

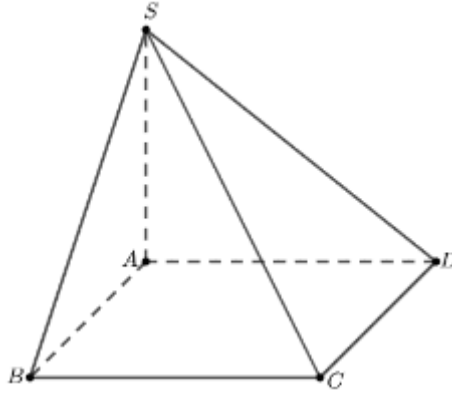
Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{a} = (3; 4; -1)$ B. $\vec{a} = (2; -5; 3)$ C. $\vec{a} = (-3; -4; 1)$ D. $\vec{a} = (2; -5; -3)$

Lời giải

Một vector chỉ phương của đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$ là $\vec{a} = (2; -5; 3)$.

Câu 21: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a$, $AD = 2a$, SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$.



Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $4\sqrt{3}a^3$ C. $2\sqrt{3}a^3$ D. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

Lời giải

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \cdot a \cdot 2a = \frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -2$ và $\int_1^4 g(x) dx = -6$ thì $\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1] dx$ bằng

A. 2 B. -4 C. 5 D. 3

Lời giải

$$\int_1^4 [2f(x) - g(x) + 1] dx = 2 \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx + \int_1^4 1 dx = 2(-2) + 6 + 3 = 5$$

Câu 23: Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

- A. $y = \frac{2x+3}{x+1}$ B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$ C. $y = \frac{2x-1}{x+1}$ D. $y = \frac{x+1}{2x-1}$

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ nên loại **B, D**.

Xét phương án $y = \frac{2x+3}{x+1}$: $\Rightarrow y' = \frac{-1}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$

suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định (loại).

$$y = \frac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Xét phương án
khoảng xác định (chọn).

suy ra hàm số đồng biến trên từng

Câu 24: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 3$.

A. $S = \frac{37}{3}$.

B. $S = \frac{56}{3}$.

C. $S = \frac{68}{3}$.

D. $S = \frac{64}{3}$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = -1; x = 3 \text{ là } S = \int_{-1}^3 |x^2 + 2x + 1| dx = \int_{-1}^3 (x^2 + 2x + 1) dx = \left(\frac{x^3}{3} + x^2 + x \right) \Big|_{-1}^3 = \frac{64}{3}.$$

PHẦN II: Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a)** Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
- b)** Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- c)** Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- d)** Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

a) Đúng: Ta có $y = -x - 6 - \frac{14}{x - 3}$

Khi đó tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đúng: Phương trình đường tiệm cận đứng là $x = 3$.

Suy ra giao điểm 2 tiệm cận là $I(3, -9)$ là tâm đối xứng.

c) Đúng: $y' = \frac{-x + 6x + 5}{(x - 3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0 \quad (*)$

Phương trình $(*)$ luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$ nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .

d) Sai: $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$ và phương trình luôn có 2 nghiệm suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

Câu 14: Ở nhiệt độ $37^\circ C$, một phản ứng hóa học từ chất đầu A , chuyển hóa thành chất sản phẩm B theo phương trình: $A \rightarrow B$. Giả sử $y(x)$ là nồng độ chất A (đơn vị $\text{mol } L^{-1}$) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$, thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại $x = 0$, nồng độ (đầu) của A là $0,05 \text{ mol } L^{-1}$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$. Khi đó, ta có

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)$

c) $y(30) - y(15) = -6 \cdot 10^{-4}$

d) Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây gần bằng $0,05$.

Lời giải

$$f'(x) = (\ln y(x))' = \frac{y'(x)}{y(x)} = -7 \cdot 10^{-4}$$

a) Đúng: Ta có

b) Đúng: Ta có $f(x) = \int f'(x) dx = \int (-7 \cdot 10^{-4}) dx = -7 \cdot 10^{-4}x + C$

Theo giả thiết $y(0) = 0,05$ nên $f(0) = \ln y(0) = \ln(0,05)$. Khi đó $C = \ln(0,05)$.

Vậy $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)$.

c) Sai: Từ $f(x) = \ln y(x) \Rightarrow y(x) = e^{f(x)} = e^{-7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05)} = \frac{1}{20} e^{-7 \cdot 10^{-4}x}$.

Do đó $y(30) - y(15) = \frac{1}{20} (e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 30} - e^{-7 \cdot 10^{-4} \cdot 15}) \approx -5,2 \cdot 10^{-4}$.

d) Đúng: Nồng độ trung bình của chất A từ thời điểm 15 giây đến thời điểm 30 giây là:

$$\frac{1}{30-15} \int_{15}^{30} y(x) dx = \frac{1}{15} \int_{15}^{30} \left(-\frac{1}{7 \cdot 10^{-4}} \right) y'(x) dx = -\frac{10^4}{105} y(x) \Big|_{15}^{30} = -\frac{10^4}{105} [y(30) - y(15)] \approx 0,05$$

Câu 15: Nghiên cứu số bệnh nhân trong một viện bỏng, thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bỏng là bỏng nhiệt và bỏng do hóa chất. Bỏng nhiệt chiếm 70% số bệnh nhân và bỏng do hóa chất là 30%. Trong những bệnh nhân bị bỏng nhiệt thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị bỏng hóa chất thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Xác suất của bỏng nhiệt bị biến chứng là $0,3$.

b) Xác suất của bỏng hóa chất bị biến chứng là $0,5$.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32% .

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó do bỏng nhiệt là $\frac{7}{12}$.

Gọi A là biến cố “bệnh án rút ra bị biến chứng”.

Gọi B là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng nhiệt”.

Khi đó $\bar{B}$ là biến cố “bệnh án rút ra bị bỏng hóa chất”.

Theo đề:

a) Đúng: Xác suất do bị bỏng nhiệt là: $P(B) = 0,7$.

Xác suất bị biến chứng trong bỏng nhiệt là $30\% = 0,3 \Rightarrow P(A|B) = 0,3$

Xác suất do bị bỏng hóa chất là $P(\bar{B}) = 0,3$.

b) Đúng: Xác suất bị biến chứng trong bỏng hóa chất là $50\% = 0,5 \Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,5$
Xác suất biến cố “bệnh án bị biến chứng”:

c) Sai: $P(A) = P(AB) + P(A\bar{B}) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,3.0,7 + 0,5.0,3 = 36\%$

d) Đúng: Xác suất của bệnh án bị biến chứng do bỏng nhiệt:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,3}{0,36} = \frac{7}{12}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (2; -2; 1)$ với tốc độ $4,5$ m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

a) Phương trình tham số của đường cáp là:

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ lúc xuất phát ($t \geq 0$) thì cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

Lời giải

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

a) Đúng: Phương trình tham số của đường cáp là:

b) Đúng: Ta có $AM = vt = 4,5t$ và ta gọi $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$ thuộc đường thẳng d

Khi đó: $\overrightarrow{AM} = (2m; -2m; m)$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với vector $\vec{u}$ nên m dương

Suy ra $AM = \sqrt{4m^2 + 4m^2 + m^2} = 3|m| \xrightarrow{m > 0} m = 1,5t$ nên $M\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2}\right)$

c) Sai: Từ câu trên suy ra $M \equiv B \Leftrightarrow 10 + 3t = 550 \Leftrightarrow t = 180$

Khi đó: $AB = vt = 4,5 \cdot t = 4,5 \cdot 180 = 810$ mét

d) Sai: Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = (2; -2; 1)$ và mặt phẳng (Oxy) là $z = 0$ nên ta có $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Từ đó: $\sin \alpha = \frac{\left| \frac{\overrightarrow{u} \cdot \vec{n}}{|\overrightarrow{u}| \cdot |\vec{n}|} \right|}{1} = \frac{1}{3}$ nên $\alpha \neq 30^\circ$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 7: Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ tiêu thụ hết.

Lời giải

Đáp số: 100

Số tiền nhà máy thu được khi bán hết x sản phẩm là: $x \cdot p(x) = 1700x - 7x^2$ (nghìn đồng)

Lợi nhuận nhà máy thu được khi sản xuất và bán hết x sản phẩm là:

$$x \cdot p(x) - C(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 16000 \quad (\text{với } x > 0).$$

Xét hàm số $f(x) = -0,004x^3 - 5,4x^2 + 1200x - 16000$ trên $(0; +\infty)$

Ta có $f'(x) = -0,012x^2 - 10,8x + 1200$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 100 \\ x = -1000 \end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	0	100	$+\infty$	
$f'(x)$		+	0	-
$f(x)$			46000	
	-16000			$-\infty$

Từ bảng biến thiên, suy ra $\max_{(0;+\infty)} f(x) = f(100) = 46000$ (nghìn đồng).

Vậy mỗi tháng nhà máy nên sản xuất 100 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 8: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khác. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

Lời giải

Đáp số: 816

TH1: Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó $\Rightarrow$ có $(2.3!.3!).A_4^1 = 288$ (cách xếp).

TH2: Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^2.2.6 = 288$ (cách xếp).

TH3: Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^3.2.2 = 192$ (cách xếp).

TH4: Tất cả bốn cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^4 = 48$ (cách xếp).

Vậy có tất cả $288 + 288 + 192 + 48 = 816$ (cách xếp) thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 9: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9. Giả sử xác suất để số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ bằng P .

Giá trị của $\frac{5}{P}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 28

Số các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau lập thành từ các số tự nhiên 1 đến 9 là: $9.8.7 = 504$ số.

Suy ra: $n(\Omega) = 504$.

Gọi M là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số hoặc là số chính phương, hoặc là số lẻ”.

Gọi A là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số chính phương”.

Gọi B là biến cố: “số được chọn có tích các chữ số là số lẻ”.

Gọi $\overline{abc}$ là một số được lấy ra từ tập X .

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố A .

Vì $a.b.c$ là một số chính phương nên ba số a, b, c được lấy từ một trong các bộ số sau:

$\{1; 4; 9\}, \{2; 3; 6\}, \{1; 2; 8\}, \{2; 8; 9\}, \{3; 6; 8\}$.

Ứng với mỗi bộ số ta có: $3! = 6$ số thỏa mãn.

Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A) = 6 \cdot 5 = 30$. Suy ra: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{84}$.

Ta xét các kết quả thuận lợi cho biến cố B .

Vì a, b, c là một số lẻ nên cả ba số a, b, c đều lẻ.

Chọn a, b, c từ các số $1; 3; 5; 7; 9$ có phân biệt thứ tự. Suy ra, có: $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ số thỏa mãn.

Suy ra, số kết quả thuận lợi cho biến cố B là: $n(B) = 60$. Suy ra: $P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{5}{42}$.

Trong các số lấy ra từ tập M không có số nào cùng thuộc tập A và tập B .

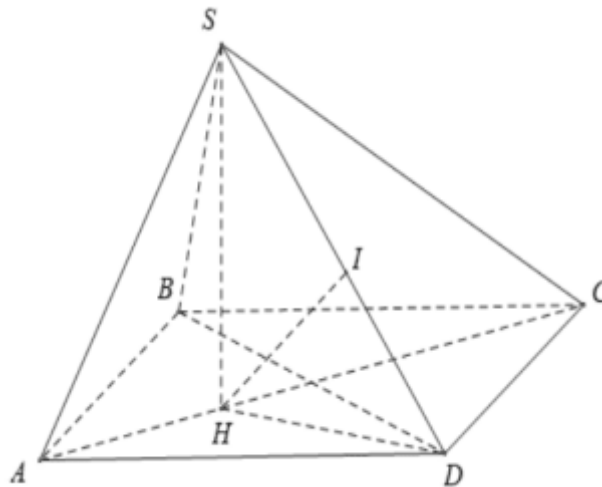
Vì thế A và B là hai biến cố xung khắc. Suy ra: $P(M) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{5}{28}$.

Vậy $P = \frac{5}{28} \Rightarrow \frac{5}{P} = 28$.

Câu 10: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh bằng $6\sqrt{6}$, $SA = SB = SD = 12$ và tam giác ABD đều. Khoảng cách giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (SCD) bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 9



Ta có $ABCD$ là hình bình hành nên $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD)$
 $\Rightarrow d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD))$.

Ta có: $SA = SB = SD$ suy ra hình chiếu của S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác ABD .

Gọi H là hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$.

Theo giả thiết tam giác ABD đều nên có H là trọng tâm của tam giác ABD .

Ta có $DH \perp AB \Rightarrow HD \perp CD \Rightarrow CD \perp (SHD)$.

Kẻ $HI \perp SD, I \in SD$ suy ra $HI \perp (SCD)$. Khi đó, $d(H, (SCD)) = HI$.

$$AH = \frac{AB\sqrt{3}}{3} = \frac{6\sqrt{6} \cdot \sqrt{3}}{3} = 6\sqrt{2}; \quad SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{12^2 - (6\sqrt{2})^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HD^2} = \frac{1}{(6\sqrt{2})^2} + \frac{1}{(6\sqrt{2})^2} = \frac{1}{36} \Rightarrow HI = 6$$

Tam giác SHD có

$$d(H, (SCD)) = 6$$

hay

$$\frac{d(A, (SCD))}{d(H, (SCD))} = \frac{AC}{HC} = \frac{3}{2}$$

Mà mặt khác ta có:

$$\Rightarrow d(A, (SCD)) = \frac{3}{2} d(H, (SCD)) = \frac{3}{2} HI = \frac{3}{2} \cdot 6 = 9$$

Câu 11: Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Gọi số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai mà phân xưởng cần sản xuất trong một ngày để thu được lợi nhuận lớn nhất lần lượt là x, y . Giá trị của $x + y$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 360

Ta có $x, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$.

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai là: $\frac{1}{60}$ (giờ).

Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất là: $2 \cdot \frac{1}{60} = \frac{1}{30}$ (giờ).

Thời gian để làm ra x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là:

$$\frac{1}{30}x + \frac{1}{60}y = \frac{2x+y}{60} \text{ (giờ)}$$

Theo giả thiết, x và y phải thỏa mãn các điều kiện: $0 \leq x \leq 200, 0 \leq y \leq 240$.

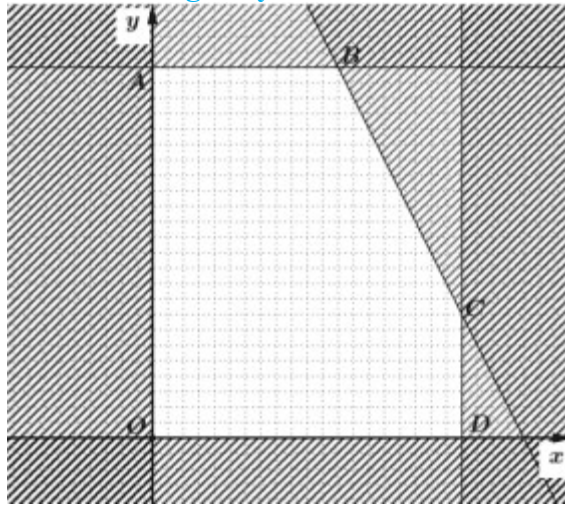
$$\frac{2x+y}{60} \leq 8 \quad \text{hay} \quad 2x+y \leq 480$$

Tổng số tiền lãi thu được khi bán x chiếc mũ kiểu thứ nhất và y chiếc mũ kiểu thứ hai là:
 $T = 24x + 15y$ (nghìn đồng).

Bài toán đưa về: Tìm các số nguyên x, y là nghiệm của hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \\ 2x + y \leq 480 \end{cases} \quad (I)$$

sao cho $T = 24x + 15y$ đạt giá trị lớn nhất.



Miền nghiệm của hệ bất phương trình (II) là miền ngũ giác $OABCD$ với $O(0;0)$, $A(0;240)$, $B(120;240)$, $C(200;80)$, $D(200;0)$.

Ta có biểu thức $T = 24x + 15y$ có giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác $OABCD$.

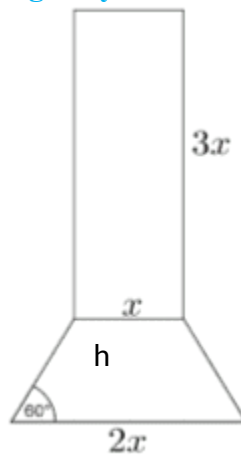
Tính giá trị của biểu thức $T = 24x + 15y$ tại cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của ngũ giác $OABCD$ rồi so sánh các giá trị đó. Ta được T đạt giá trị lớn nhất bằng 6480 khi $x = 120, y = 240$ ứng với tọa độ đỉnh B . Vậy $x + y = 360$.

Câu 12: Một ống khói có cấu trúc gồm một khối chóp cắt tứ giác đều có thể tích V_1 và một khối hộp chữ nhật có thể tích V_2 ghép lại với nhau như hình bên dưới. Cho biết bản vẽ hình chiếu của ống khói với phương chiếu trùng với phương của một cạnh đáy khối chóp cắt, hãy tính tỉ số thể tích $\frac{V_1}{V_2}$.



Lời giải

Đáp số: 1,52



Hình chiếu của ống khói gồm một hình chữ nhật có chiều dài là $3x$, chiều rộng là x và một hình thang cân có độ dài 2 đáy là x và $2x$.

Do khối chóp cắt tứ giác đều có 2 đáy đều là hình vuông nên ta thấy một mặt của khối hộp chữ nhật là hình vuông cạnh x (mặt tiếp xúc của 2 khối). Từ đây ta có 3 kích thước của khối hộp chữ nhật là x , x , và $3x$.

Đối với khối chóp cắt tứ giác đều, 2 đáy lần lượt có độ dài cạnh là x và $3x$. Nếu ta gọi h là chiều cao của hình thang cân trong hình thì h cũng đồng thời là chiều cao của khối chóp cắt.

Thể tích phần ống dạng khối hộp chữ nhật: $V_2 = x \cdot x \cdot 3x = 3x^3$.

Dựa theo công thức tính được thể tích phần khối chóp cắt:

$$V_1 = \frac{1}{3} \cdot h \left(x^2 + x \cdot 2x + (2x)^2 \right) = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{x}{2} \cdot \tan 60^\circ \right) \cdot 7x^2 = \frac{7\sqrt{3}}{6} x^3.$$

$$\text{Vậy tỉ số thể tích: } \frac{V_1}{V_2} = \frac{7\sqrt{3}}{18} \approx 1,52$$

ĐỀ 9

ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn thi: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $SA = 2$, diện tích tam giác ABC bằng 9. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng.

- A. 6. B. 16. C. 12. D. 18.

Câu 2. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đường thẳng AA' song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. $(A'B'C')$. B. (ABC) . C. $(AB'C')$. D. $(BB'C')$.

Câu 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là

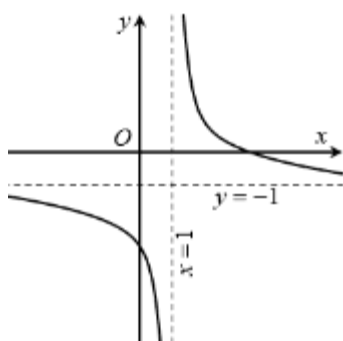
- A. $\cos^2 x + C$. B. $\sin^2 x + C$. C. $-\frac{1}{2} \cos 2x + C$. D. $-\cos x \sin x + C$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-1) = 3$ là

- A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 8$.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và nhận $\vec{n} = (-1; 2; 1)$ làm một vectơ pháp tuyến có phương trình tổng quát là

- A. $x + 2y + 3z + 3 = 0$. B. $x - 2y - z - 1 = 0$. C. $-x + 2y - z - 7 = 0$. D. $-x + 2y - 3z + 4 = 0$.



Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ac \neq 0, ad-bc \neq 0$) có bảng biến thiên như dưới đây

Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $x = -1$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $x = 1$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - 5y + z - 7 = 0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_2 = (3; -5; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; -5; 1)$. C. $\vec{n}_1 = (3; 5; -1)$. D. $\vec{n}_4 = (5; 3; 1)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 9. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 10,75. B. 4,75. C. 4,63. D. 4,38.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. C. $S = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

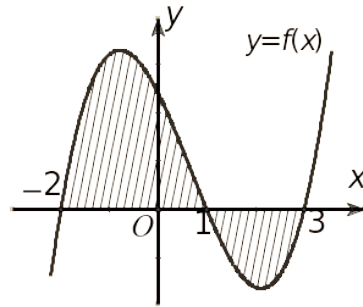
Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -2$ và $x = 3$ như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx - \int_1^3 f(x) dx$.

C. $S = -\int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.

D. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx$.



Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công sai $q = 3$. Giá trị của u_6 bằng

- A. 17. B. 54. C. 486. D. 162.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy , là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0; 4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5; 6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.

a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: 16 cm^2 .

- b) Phương trình của parabol $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$.
- c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\frac{40}{3}$.
- d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là 224 cm^2 .

Câu 2. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Khi đó:

- a) Số phần tử của không gian mẫu là $10!$.
- b) Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{142}$.
- c) Xác suất để các học sinh nam và các học sinh nữ đứng đan xen nhau bằng $\frac{1}{126}$.
- d) Xác suất để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ bằng $\frac{1}{9}$.

Câu 3. Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; $0,15$ triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là 200 m^3 . Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{C}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm.

- a) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$.
- b) Chi phí sản xuất 100 m^3 nước tinh khiết là 20 triệu đồng.
- c) $\bar{C}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.
- d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá 100 m^3 .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1; 3; 7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

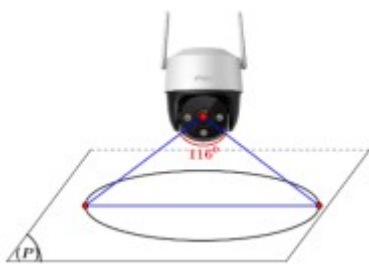
- a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$.
- b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2; 2; 7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.
- c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $B(5; 6; 7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị ki-lô-mét là ^{8} km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Trong kì kiểm tra môn Toán của một trường THPT có 400 học sinh tham gia, trong đó có 190 học sinh nam và 210 học sinh nữ. Khi công bố kết quả của kì kiểm tra đó, có 100 học sinh đạt điểm giỏi, trong đó có 48 học sinh nam và 52 học sinh nữ. Chọn ra ngẫu nhiên một học sinh trong số 400 học sinh đó. Tính xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 2. Biết góc quan sát ngang của một camera là 116° . Trong không gian O_{xyz} , camera được đặt tại điểm $A(2;1;5)$ và chiếu thẳng về phía mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 13 = 0$. Hỏi vùng quan sát được trên mặt phẳng (P) của camera là hình tròn có đường kính bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến chữ số hàng chục)



Câu 3. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1 và khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng $\frac{2\sqrt{57}}{19}$. Tính chiều cao của hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$?

Câu 4. Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m. Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m. Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 5. Một bể chứa 1000 lít nước tinh khiết. Người ta bơm vào bể đó một lượng nước muối có nồng độ 20 gam muối cho mỗi lít nước với tốc độ 20 lít/phút. Giả sử sau t phút, nồng độ muối của nước trong bể (tỉ số giữa khối lượng muối trong bể và thể tích nước trong bể, đơn vị gam/lít) là một hàm số $f(t)$. Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến giá trị nào?

Câu 6. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$ (dm) với $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa

(tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



----- HẾT -----

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Đề/ câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0001	A	D	C	C	B	C	A	C	B	D	B	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1:

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
---------	---------	--------	---------

a) Đúng.

Diện tích hai hình thoi bằng $2 \cdot \frac{2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{2} = 2.8 = 16 \text{ cm}^2$.

b) Đúng

Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Vì trục Oy làm trục đối xứng nên $x = \frac{-b}{2a} = 0 \Rightarrow b = 0$.

Vì $O(0;0); M(5;6) \in (P_1)$ nên $\begin{cases} c = 0 \\ 6 = a \cdot 5^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 0 \\ a = \frac{6}{25} \end{cases}$

Do đó $(P_1): y = \frac{6}{25}x^2$.

Gọi $(P_1): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$), tương tự $b = 0$

Vì $(0;4); M(5;6) \in (P_2)$ nên $\begin{cases} 4 = 0 + c \\ 6 = a \cdot 5^2 + c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 4 \\ a = \frac{2}{25} \end{cases}$

Vậy $(P_2): y = \frac{2}{25}x^2 + 4$

c) Sai.

Vì mặt nà đối xứng qua Oy và mỗi đơn vị trên trục là $3cm$ nên ta có:

$$S = 9,2 \cdot \int_0^5 \left| \frac{6}{25}x^2 - \left(\frac{2}{25}x^2 + 4 \right) \right| dx = 240.$$

d) Đúng.

Diện tích giấy là $240 - 16 = 224 \text{ cm}^2$.

Câu 2. Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Khi đó:

a) Số phần tử của không gian mẫu là $10!$.

b) Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{142}$

c) Xác suất để học sinh nam và học sinh nữ đứng cạnh nhau bằng $\frac{1}{126}$

d) Xác suất để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ bằng $\frac{1}{9}$

Lời giải

a)	ĐÚNG	b)	SAI	c)	ĐÚNG	d)	SAI
-----------	-------------	-----------	------------	-----------	-------------	-----------	------------

a) Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$. (Đ)

b) Gọi A là biến cố: "5 bạn nữ đứng cạnh nhau".

Giả sử ghép 5 bạn nữ thành một nhóm có $5!$ cách ghép.

Coi 5 bạn nữ này là 1 cụm X .

Khi đó bài toán trở thành xếp 5 bạn học sinh nam và X thành một hàng dọc.

Khi đó số cách xếp là $6! \Rightarrow n(A) = 5! \cdot 6!$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5! \cdot 6!}{10!} = \frac{1}{42}$. (S)

c) Gọi B là biến cố: "Các học sinh nam và các học sinh nữ đan xen nhau".

Đánh số 10 vị trí từ 1 đến 10.

Trường hợp 1: Nam đứng vị trí lẻ, nữ đứng các vị trí chẵn.

Ta có: $5! \cdot 5!$ cách

Trường hợp 2: Nam đứng vị trí chẵn, nữ đứng các vị trí lẻ Ta có: $5! \cdot 5!$ cách

Vậy có tất cả $5! \cdot 5! + 5! \cdot 5! = 2 \cdot 5! \cdot 5!$ cách xếp nam, nữ đứng xen kẽ theo một hàng dọc

Vậy $P(B) = \frac{1}{126}$ (Đ)

d) Gọi C biến cố "để 2 người đứng đầu hàng và cuối hàng là nữ".

Số cách chọn 2 bạn nữ xếp ở vị trí đầu hàng và cuối hàng là: A_5^2 .

Lúc này, còn lại 3 bạn nữ và 5 bạn nam, số cách xếp 8 người này vào 1 hàng là

Vậy số cách xếp thỏa mãn yêu cầu đề là: $A_5^2 \cdot 8!$. Vậy $P(C) = \frac{2}{9}$ (S)

Câu 3:

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Đúng: Chi phí mỗi ngày là tổng các chi phí nên $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$ (triệu đồng).

b) Sai: Khi $x = 100$, ta có $C(100) = 0,0005 \times 100^2 + 0,15 \times 100 + 5 = 25$.

c) Sai: Chi phí trung bình trên mỗi khối sản phẩm là:

$$\bar{c}(x) = \frac{0,0005x^2 + 0,15x + 5}{x} = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}.$$

d) Đúng: Xét hàm số $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$, $0 < x \leq 200$.

Ta có $\bar{c}'(x) = \frac{5}{10^4} - \frac{5}{x^2}$, $\bar{c}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10^4 \Rightarrow x = 100$ (do $x \in (0; 200]$)

Bảng biến thiên:

x	0	100	200
$\bar{C}'(x)$		- 0 +	
$\bar{C}(x)$	$+\infty$	0,25	0,275

Vậy chi phí trung bình giảm khi hàm số $\bar{C}(x)$ nghịch biến, tức là $x \in (0; 100)$.

Câu 4 :

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
----------------	---------------	---------------	----------------

a) Sai: Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1; 3; 7)$ bán kính 3 km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 9$.

b) Đúng: Ta có: $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{2} < 3$ nên điểm A nằm trong mặt cầu. Vì điểm A nằm trong mặt cầu nên người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $A(2; 2; 7)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

c) Đúng: Ta có: $IB = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2 + (7-7)^2} = 5 > 3$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu. Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $B(5; 6; 7)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Đúng: Ta có: $\overline{IB}(4; 3; 0)$; $IB = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2 + (7-7)^2} = 5 > 3$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu. Phương trình đường thẳng BI dạng:
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 7 \end{cases}$$
.

Gọi mặt cầu $(S) \cap BI \equiv E$ suy ra tọa độ E là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 3 + 3t \\ z = 7 \\ (x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{3}{5} \\ x = \frac{17}{5} \Rightarrow E\left(\frac{17}{5}; \frac{24}{5}; 7\right) \Rightarrow EB \approx 1,7 \\ y = \frac{24}{5} \\ z = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -\frac{3}{5} \\ x = -\frac{7}{5} \Rightarrow E\left(-\frac{7}{5}; \frac{6}{5}; 7\right) \Rightarrow EB = 8 \\ y = \frac{6}{5} \\ z = 7 \end{cases}$$

Vậy khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có tọa độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị kilômét là 8 km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Xét hai biến cố sau:

A : “Học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi”;

B : “Học sinh được chọn ra là học sinh nữ”.

Khi đó, xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là xác suất của A với điều kiện B .

Có 52 học sinh nữ đạt điểm giỏi nên: $P(A \cap B) = \frac{52}{400} = 0,13$.

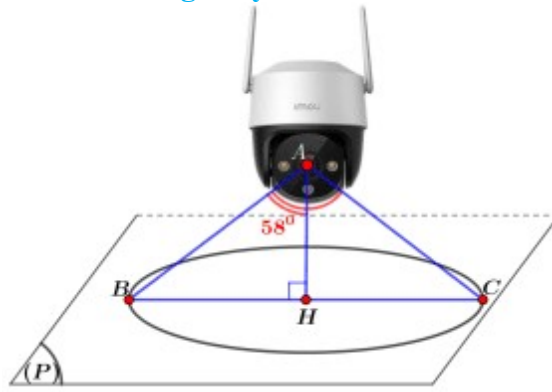
Có 210 học sinh nữ nên: $P(B) = \frac{210}{400} = 0,525$.

Do đó, $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,13}{0,525} \approx 0,25$.

Vậy xác suất để học sinh được chọn ra đạt điểm giỏi, biết rằng học sinh đó là nữ là $0,25$.

Câu 2: Gọi A, B, C là các điểm như hình vẽ bên dưới và H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (P) .

Hình vẽ



Theo đề $\angle BAC = 116^\circ \Rightarrow \angle BAH = 58^\circ$.

Khi đó $AH = d(A, (P)) = \frac{|2 \cdot 2 - 1 - 2 \cdot 5 + 13|}{\sqrt{4 + 1 + 4}} = 2$ (đvdd).

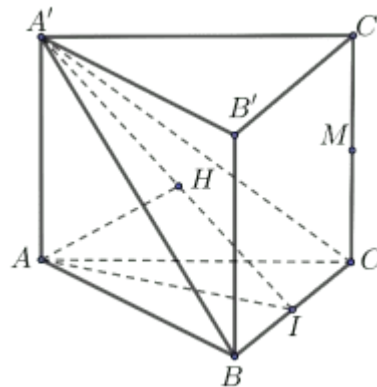
Xét tam giác ABH vuông tại H , ta có:

$$\tan \angle BAH = \frac{BH}{AH} \Rightarrow BH = \tan 58^\circ \cdot 2 = 2 \tan 58^\circ \quad (\text{đvdd}).$$

Suy ra $BC = 2BH = 2 \cdot 2 \tan 58^\circ \approx 6,4$ (đvdd)

Vậy vùng quan sát của camera trên mặt phẳng (P) là hình tròn có đường kính khoảng 6,4 (đvdd).

Câu 3 :



Gọi I là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A lên $A'I$.

Khi đó $\begin{cases} BC \perp AI \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AA'I) \Rightarrow BC \perp AH$.

Mà $AH \perp A'I$ nên $AH \perp (A'BC)$.

Do đó $d(A; (A'BC)) = AH = \frac{2\sqrt{57}}{19}$.

Tam giác ABC đều cạnh 1 có AI là độ dài đường trung tuyến nên $AI = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AI^2} + \frac{1}{AA'^2} \Rightarrow \frac{1}{AA'^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AI^2} = \frac{1}{\left(\frac{2\sqrt{57}}{19}\right)^2} - \frac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{4}$$

Ta có :

$$\Rightarrow AA' = 2$$

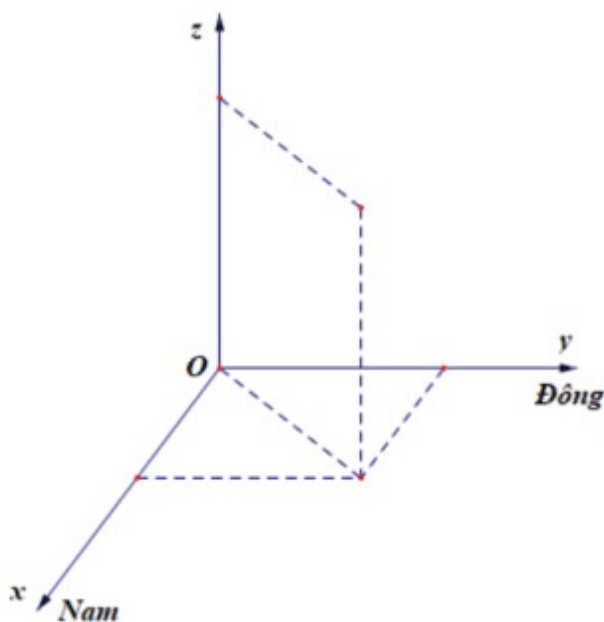
Câu 4.

Một người đứng ở mặt đất điều khiển hai flycam để phục vụ trong một chương trình của đài truyền hình. Flycam I ở vị trí A cách vị trí điều khiển 150m về phía nam và 200m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 50m . Flycam II ở vị trí B cách vị trí điều khiển 180m về phía bắc và 240m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 60m . Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét. Khoảng cách giữa hai flycam đó bằng bao nhiêu mét (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Giải

Đáp án: 550

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O là vị trí người điều khiển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox có hướng trùng với hướng nam, trục Oy có hướng trùng với hướng đông, trục Oz vuông góc với mặt đất hướng lên bầu trời, đơn vị trên mỗi trục tính theo mét.(như hình vẽ dưới)



Vị trí A, B có tọa độ lần lượt là: $(150; 200; 50), (-180; -240; 60)$.

Suy ra khoảng cách giữa hai flycam đó bằng:

$$AB = \sqrt{(-180-150)^2 + (-240-200)^2 + (60-50)^2} \approx 550(\text{m})$$

Câu 5.

Đáp số: 20

Lời giải

Sau t phút, lượng muối trong bể là $20.20.t = 400t$ (gam) và lượng nước trong bể là $1000 + 20t$ (lít).

Vậy nồng độ muối của nước trong bể sau t phút là $f(t) = \frac{400t}{20t + 1000}$ (gam/lít)

Khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì ta có $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{400t}{20t + 1000}$
 $= \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{400}{20 + \frac{1000}{t}} = \frac{\lim_{t \rightarrow +\infty} (400)}{\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(20 + \frac{1000}{t}\right)} = \frac{400}{20} = 20$.

Vậy khi lượng nước trong bể tăng theo thời gian đến vô hạn thì nồng độ muối của nước trong bể sẽ tăng dần đến 20 gam/lít.

Câu 6:

Lời giải

Trả lời: 92

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng x (dm)

là: $S(x) = \pi R^2 = \pi \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2$ (dm²)

Lượng nước đổ đầy bình hoa là: $V = \int_0^{\frac{5}{2}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{2}} \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,66$ (dm³)

Lượng nước đổ vào bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình là:

$$V_1 = \int_0^{\frac{5}{3}} S(x) dx = \pi \int_0^{\frac{5}{3}} \left(\frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36} \right)^2 dx \approx 3,37$$
 (dm³)

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$

chiều cao của bình so với thể tích của bình hoa là $\frac{V_1}{V} \cdot 100\% = \frac{3,37}{3,66} \cdot 100\% \approx 92\%$.

ĐỀ 10**ĐỀ THAM KHẢO THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026****Môn thi: TOÁN***Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề***PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.****Câu 1.** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$. B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$. C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$. D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. $BA \perp (SAD)$. B. $BA \perp (SAC)$. C. $BA \perp (SBC)$. D. $BA \perp (SCD)$.

Câu 3. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5; 7)$	$[7; 9)$	$[9; 11)$	$[11; 13)$	$[13; 15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

- A. 7. B. 7,6. C. 8. D. 8,6.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + z + 7 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_2(-4; 1; 7)$ B. $\vec{n}_3(2; -4; 1)$ C. $\vec{n}_1(2; -4; 7)$ D. $\vec{n}_3(2; 4; 1)$

Câu 5. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

- A. 0. B. 1. C. -1. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

- A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$. B. $u_{10} = 25$. C. $u_{10} = 28$. D. $u_{10} = -29$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ trên tập số thực là

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-2; +\infty)$.

Câu 8. Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$. C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$.

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$.

B. $\frac{2\pi}{3}$.

C. $\frac{4\pi}{3}$.

D. $\frac{8\pi}{15}$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-	+
y	0	2	$-\infty$	3

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $6a^3$.

B. a^3 .

C. $3a^3$.

D. $2a^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$

a) $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.

b) $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = 3; x = -\frac{1}{3}$.

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 4]$ bằng 2.

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$.

Câu 2. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là $\frac{0,6}{2}$.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,075$.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn $0,65$.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,6$.

Câu 3: Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là km , một máy bay

Airbus A350 từ vị trí $A(100; 50; 10)$ tại Hà Nội bay đến vị trí $B(700; 400; 10)$ ở sân bay Đà Nẵng. Vận tốc dự kiến trong hành trình là $900 km/h$; tuy nhiên khi bay được một khoảng thời gian thì máy bay vào khu vực có thời tiết xấu, vì vậy Captain quyết định cho máy bay giảm tốc với gia tốc $-5 km/h^2$. Giả sử máy bay luôn bay theo đường thẳng và vùng có thời tiết xấu được mô hình hóa là mặt cầu có tâm $I(400; 250; 10)$ và bán kính $32 km$



a) Thời gian bay dự kiến từ A đến B là $43,6$ phút (làm tròn đến hàng phần chục của phút).

b) Đường bay dự kiến của máy bay từ A đến B có phương trình
$$\begin{cases} x = 100 + 12t \\ y = 50 + 7t \\ z = 10 \end{cases}$$
 với t là tham số.

c) Khi bắt đầu vào vùng có thời tiết xấu, máy bay cách vị trí A ban đầu một khoảng $342 km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Biết máy bay cất cánh lúc $9h00$ sáng, khi ra khỏi vùng thời tiết xấu thì máy bay bay đến Đà Nẵng với vận tốc $884 km/h$; máy bay sẽ đến Đà Nẵng lúc $9h47$ (giả sử thời gian điều chỉnh tốc độ không đáng kể, làm tròn đến hàng đơn vị của phút).

Câu 4: Trong một cuộc thử tên lửa, Triều Tiên đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với

vận tốc $v(t) = \frac{1}{90000000}t^3 + \frac{1}{500}t + 1 (m/s)$ trong đó t đơn vị giây tính từ lúc tên lửa Triều Tiên bắt đầu phóng và dự tính sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang vùng biển thuộc chủ quyền của Nhật Bản nay lập tức Rada nhận được tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu và gửi tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu của Rada sau 30 phút quân đội Nhật Bản đã cho phóng 1

quả tên lửa tầm trung đã xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a(t_1) = \frac{1}{4500}t_1 + \frac{n}{100} (m/s^2), n > 0$ trong đó t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng.

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v(t_1) = \frac{1}{9000}t_1^2 + \frac{n}{100}t_1 (m/s), n > 0$

b) Kể từ khi bị Rada phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được $1913,4 km$.

c) Sau 15 phút phóng tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu biết quãng đường nó đi được bằng $\frac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút đó khi đó giá trị $n < 200$

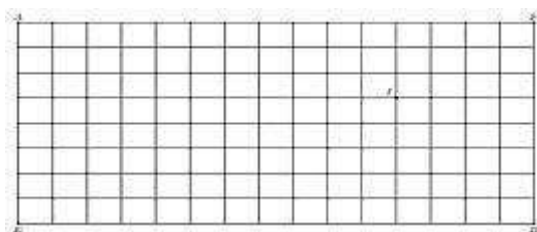
d) Giả sử hàm $h(t) = \frac{-5m}{648}t^2 + \frac{500m}{9}t + a$ ($m > 0, a \in \mathbb{R}$) (đơn vị: mét) thể hiện độ cao của quả tên lửa gần đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là $483,12$ km.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 2. Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng và 90 phút để làm một bình hoa lớn và bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Số tiền lớn nhất mà học sinh có thể thu về là bao nhiêu? (Đơn vị: nghìn đồng)

Câu 3. Hai người tham gia một trò chơi di chuyển theo cạnh của các ô hình chữ nhật như trong hình (hình có 15×8 ô hình chữ nhật nhỏ) Người thứ nhất đi từ điểm A đến điểm B, người thứ hai đi từ điểm E đến điểm F. Biết rằng cả hai người cùng đi ngẫu nhiên và theo con đường ngắn nhất. Tính xác suất để cả hai người cùng đi qua điểm I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là

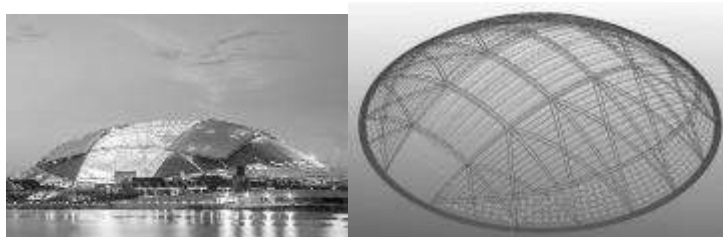
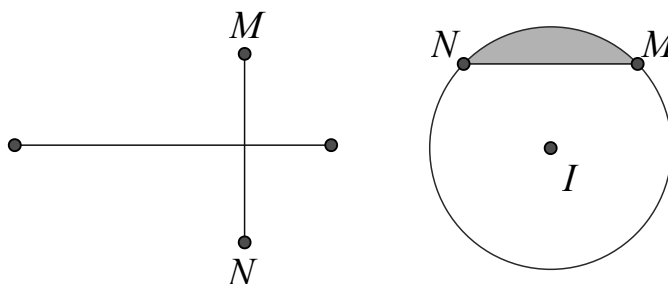
$$G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$$

(đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng

được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 6. Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?



---Hết---

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	B	B	B	B	D	D	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	S	S	Đ
b)	Đ	Đ	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	S
d)	Đ	Đ	Đ	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
0,75	1800	0,24	253	0,45	463

--	--	--	--	--	--

Hướng dẫn giải.

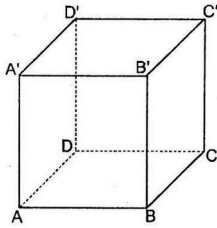
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. **C.** $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{CD}|$. **D.** $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

Lời giải

Chọn D



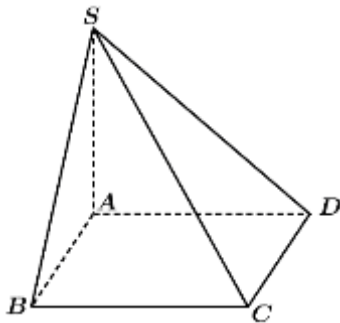
Mệnh đề sai là: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD}$ là hai Vector đối nhau.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A.** $BA \perp (SAD)$. **B.** $BA \perp (SAC)$. **C.** $BA \perp (SBC)$. **D.** $BA \perp (SCD)$.

Lời giải

Chọn A



Ta có:

$$BA \perp SA \text{ (do } SA \perp (ABCD))$$

$$BA \perp AD \text{ (do } ABCD \text{ là hình vuông)}$$

$$\Rightarrow BA \perp (SAD)$$

Câu 3. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7.

B. 7,6.

C. 8.

D. 8,6.

Lời giải

Chọn C

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_4 + x_5)$ thuộc nhóm $[7; 9)$ nên tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu là $Q_1 = 7 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{7}(9 - 7) = 7,86$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + z + 7 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (-4; 1; 7)$.B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.C. $\vec{n}_1 = (2; -4; 7)$.D. $\vec{n}_4 = (2; 4; 1)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + z + 7 = 0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$

Câu 5. Giá trị của $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx$ bằng

A. 0.

B. 1.

C. -1.

D. $\frac{\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B

+ Tính được $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 1$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = -2$ và công sai $d = 3$. Tìm số hạng u_{10} .

A. $u_{10} = -2 \cdot 3^9$.B. $u_{10} = 25$.C. $u_{10} = 28$.D. $u_{10} = -29$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = -2 + 9 \cdot 3 = 25$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9$ trên tập số thực là

A. $(2; +\infty)$.B. $(-\infty; -2)$.C. $(-\infty; 2)$.D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x > 9 \Leftrightarrow 3^{-x} > 3^2 \Leftrightarrow -x > 2 \Leftrightarrow x < -2$$

Vậy tập nghiệm là: $S = (-\infty; -2)$.

Câu 8. Phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0$ có nghiệm là:

A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$

B. $x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$

D. $x = -\frac{\pi}{3} + k\pi$

Lời giải

Chọn D

$$\sqrt{3} \cdot \tan x + 3 = 0 \Leftrightarrow \tan x = -\sqrt{3} \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{3} + k\pi.$$

Câu 9. Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = x^2 - 2x$, trục hoành, đường thẳng $x = 0$ và $x = 1$ quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16\pi}{15}$

B. $\frac{2\pi}{3}$

C. $\frac{4\pi}{3}$

D. $\frac{8\pi}{15}$

Lời giải

Chọn D

Ta có
$$V = \pi \int_0^1 (x^2 - 2x)^2 dx = \pi \int_0^1 (x^4 - 4x^3 + 4x^2) dx = \pi \cdot \left(\frac{x^5}{5} - x^4 + \frac{4x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \pi \cdot \left(\frac{1}{5} - 1 + \frac{4}{3} \right) = \frac{8\pi}{15}.$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(2; 0; -1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (2; -3; 1)$ là

A. $\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = -6 \\ z = 2 - t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -3t \\ z = 1 + t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = -2 + 4t \\ y = -6t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -3t \\ z = -1 + t \end{cases}$

Lời giải

Chọn D

Theo lý thuyết về đường thẳng trong không gian $Oxyz$, ta có phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ là

$$\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t, \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$$

Do đó, **đáp án D** đúng.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$+$
y	0	2	3	5

Tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \Rightarrow y = 0$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5$ là một tiệm cận ngang

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 1$ là một tiệm cận đứng

Vậy đồ thị hàm số có tổng số đường tiệm cận là 3.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là $3a^2$ và chiều cao $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $6a^3$. B. a^3 . C. $3a^3$. D. $2a^3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $V = B.h = 3a^2.2a = 6a^3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 4x^2 - 3x + 2$

a) $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.

b) $f'(x) = 0$ có 2 nghiệm $x = 3; x = -\frac{1}{3}$.

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 4]$ bằng 2.

d) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$

Hướng dẫn giải

a) Đúng $f'(x) = 3x^2 - 8x - 3$.

b) Đúng. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$.

c) Sai. Ta có: $f(-1) = 0$; $f(4) = -10$; $f(3) = -16$; $f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{68}{27}$

Vậy $\max_{[-1;4]} f(x) = \frac{68}{27}$

Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;4]$ bằng $\frac{68}{27}$.

d) Đúng. Ta có bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Suy ra hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{3}; 3\right)$

Câu 2. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là $0,6$.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,075$.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn $0,65$.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là $0,6$.

Hướng dẫn giải

Gọi A là biến cố "bệnh nhân chọn phác đồ A".

Gọi B là biến cố "bệnh nhân khỏi bệnh".

Gọi C là biến cố "bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng".

Khi đó:

$$P(A) = P(\bar{A}) = 0,5$$

$$P(B|A) = 0,6; \quad P(B|\bar{A}) = 0,7; \quad P(C|A) = 0,05; \quad P(C|\bar{A}) = 0,1$$

a) Sai. Xác suất bệnh nhân điều trị phác đồ A và khỏi bệnh là:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0,5 \times 0,6 = 0,3$$

b) Đúng. Xác suất bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$$P(C) = P(A \cap C) + P(\bar{A} \cap C) = P(A) \cdot P(C|A) + P(\bar{A}) \cdot P(C|\bar{A}) = 0,5 \cdot 0,05 + 0,5 \cdot 0,1 = 0,075$$

c) Đúng. Nếu biết bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất để bệnh nhân chọn phác đồ B là:

$$P(\bar{A}|C) = \frac{P(\bar{A} \cap C)}{P(C)} = \frac{0,5 \cdot 0,1}{0,075} = \frac{2}{3} > 0,65$$

d) Đúng. Theo giả thiết B/A và $\bar{C}/A$ độc lập, $B/\bar{A}$ và $\bar{C}/\bar{A}$ độc lập.

Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:

$$\begin{aligned} P(B \cap \bar{C}) &= P((B \cap \bar{C}) \cap A) + P((B \cap \bar{C}) \cap \bar{A}) = P((B \cap \bar{C})|A) \cdot P(A) + P((B \cap \bar{C})|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \\ &= P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(\bar{C}|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) \cdot P(\bar{C}|\bar{A}) = 0,5 \cdot 0,6 \cdot (1 - 0,05) + 0,5 \cdot 0,7 \cdot (1 - 0,1) = 0,6 \end{aligned}$$

Câu 3: Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước, đơn vị trên mỗi trục là km , một máy bay Airbus A350 từ vị trí $A(100; 50; 10)$ tại Hà Nội bay đến vị trí $B(700; 400; 10)$ ở sân bay Đà Nẵng. Vận tốc dự kiến trong hành trình là $900 km/h$; tuy nhiên khi bay được một khoảng thời gian thì máy bay vào khu vực có thời tiết xấu, vì vậy Captain quyết định cho máy bay giảm tốc với gia tốc $-5 km/h^2$. Giả sử máy bay luôn bay theo đường thẳng và vùng có thời tiết xấu được mô hình hóa là mặt cầu có tâm $I(400; 250; 10)$ và bán kính $32 km$.



Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Thời gian bay dự kiến từ A đến B là 43,6 phút (làm tròn đến hàng phần chục của phút).

$$\begin{cases} x = 100 + 12t \\ y = 50 + 7t \\ z = 10 \end{cases}$$

b) Đường bay dự kiến của máy bay từ A đến B có phương trình với t là tham số.

c) Khi bắt đầu vào vùng có thời tiết xấu, máy bay cách vị trí A ban đầu một khoảng $342 km$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Biết máy bay **cất cánh lúc 9h00 sáng**, khi ra khỏi vùng thời tiết xấu thì máy bay bay đến Đà Nẵng với vận tốc $884 km/h$; máy bay sẽ **đến Đà Nẵng lúc 9h47** (giả sử thời gian điều chỉnh tốc độ không đáng kể, làm tròn đến hàng đơn vị của phút).

Hướng dẫn giải

a) Sai.

Ta có $\overline{AB} = (600; 350; 0) \Rightarrow AB = 50\sqrt{193}$

Thời gian bay dự kiến từ A đến B : $\frac{AB}{900} \times 60 = \frac{50\sqrt{193}}{900} \times 60 = \frac{\sqrt{193}}{18} \times 60 \approx 46,3$ phút.

b) Đúng.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (600; 350; 0) = 50(12; 7; 0) = 5\vec{u}$ với $\vec{u}$ là vector chỉ phương của AB .

$$d: \begin{cases} x = 100 + 12t \\ y = 50 + 7t \\ z = 10 \end{cases}$$

Đường bay dự kiến của máy bay từ A đến B có phương trình

c) Sai.

Gọi M, N lần lượt là đầu và điểm cuối của vùng thời tiết xấu mà máy bay bay qua; H là trung điểm MN (H là hình chiếu của I trên d).

Giả sử tọa độ $H(100 + 12t; 50 + 7t; 10) \in d$

$$\Rightarrow \overrightarrow{IH} = (-300 + 12t; -200 + 7t; 0)$$

Khi đó $\overrightarrow{IH} \cdot \vec{u} = 0 \Rightarrow 12(-300 + 12t) + 7(-200 + 7t) = 0$

$$\Rightarrow t = \frac{5000}{193} \Rightarrow IH = \sqrt{\frac{90000}{193}}; MH \approx 23,61$$

Ta có: $AM = AH - MH \approx 336$

Vậy khi bắt đầu vào vùng thời tiết xấu, máy bay cách A một khoảng 336 km.

d) Đúng.

Quãng đường máy bay bay trong thời tiết xấu là $MN = 2MH = 47,23$ km

Thời gian máy bay bay trong thời tiết xấu: $\int_0^t (-5t + 900) dt = MN \Rightarrow t = 0,05248... \text{ (giờ)} \approx 3,149 \text{ (phút)}$

Ta có $AN = AH + HN = AH + HM \approx 383,52$ km

Tổng thời gian của hành trình là $\frac{AM}{900} \times 60 + 3,149 + \frac{AN - AN}{884} \times 60 \approx 47 \text{ (phút)}$.

Câu 4: Trong một cuộc thử tên lửa, Triều Tiên đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với

vận tốc $v(t) = \frac{1}{90000000}t^3 + \frac{1}{500}t + 1 \text{ (m/s)}$ trong đó t đơn vị giây tính từ lúc tên lửa Triều Tiên bắt đầu phóng và dự tính sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang vùng biển thuộc chủ quyền của Nhật Bản nay lập tức Rada nhận được tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu và gửi tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu của Rada sau 30 phút quân đội Nhật Bản đã cho phóng 1

quả tên lửa tầm trung đã xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a(t_1) = \frac{1}{4500}t_1 + \frac{n}{100} \text{ (m/s}^2\text{)}, n > 0$ trong đó t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng.

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v(t_1) = \frac{1}{9000}t_1^2 + \frac{n}{100}t_1 \text{ (m/s)}, n > 0$

b) Kể từ khi bị Rada phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được 1913,4 km.

c) Sau 15 phút phóng tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu biết quãng đường nó đi được bằng $\frac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút đó khi đó giá trị $n < 200$

d) Giả sử hàm $h(t) = \frac{-5m}{648}t^2 + \frac{500m}{9}t + a (m > 0, a \in \mathbb{R})$ (đơn vị: mét) thể hiện độ cao của quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là 483,12 km.

Hướng dẫn giải

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm

$$v(t_1) = \int a(t_1) dt_1 = \frac{1}{9000}t_1^2 + \frac{n}{100}t_1 + v_0 \text{ (m/s)} \quad (v_0 > 0, n > 0)$$

Khi $t_1 = 0$ thì $v(0) = 0$

$$\text{Suy ra } \frac{1}{9000} \cdot 0^2 + \frac{n}{100} \cdot 0 + C = 0 \Leftrightarrow C = 0$$

$$\text{Vậy } v(t_1) = \frac{1}{9000}t_1^2 + \frac{n}{100}t_1 \text{ (m/s)}$$

b) Thời gian từ lúc Rada nhận được tín hiệu tới lúc Nhật Bản phóng tên lửa là 1,5 giây.

Đổi 1,5 giờ = 5400 giây.

$$\text{Ta có: } s(t) = \int v(t) dt = \frac{t^4}{360000000} + \frac{t^2}{1000} + t$$

Khi đó quãng đường mà tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được là

$$s(5400) - s(3600) = 1913400 \text{ (m)} = 1913,4 \text{ (km)}$$

c) Sau 15 phút thì tên lửa của Triều Tiên đi được là

$$S_{\text{TT}} = \int_{5400}^{6300} v(t) dt = \int_{5400}^{6300} \left(\frac{1}{90000000}t^3 + \frac{1}{500}t + 1 \right) dt = 2025292,5 \text{ (m)}$$

Sau 15 phút, tên lửa của Nhật Bản đi được là

$$\begin{aligned} S_{\text{NB}} &= \int_0^{900} v(t_1) dt_1 = \int_0^{900} \left(\frac{1}{9000}t_1^2 + \frac{n}{100}t_1 \right) dt_1 \\ &= \int_0^{900} \frac{1}{9000}t_1^2 dt_1 + n \int_0^{900} \frac{1}{100}t_1 dt_1 = 27000 + 4050n \end{aligned}$$

$$\text{Theo giả thiết } S_{\text{NB}} = \frac{1}{2} S_{\text{TT}} \Leftrightarrow 27000 + 4050n = \frac{1}{2} \cdot 2025292,5 \Leftrightarrow n = 243,4$$

Vậy $n > 200$

d) Khi $t=0$ thì $h(0)=0 \Leftrightarrow a=0$

Suy ra
$$h(t) = \frac{-5m}{648}t^2 + \frac{500m}{9}t$$

$$h'(t) = -\frac{5m}{648} \cdot 2t + \frac{500m}{9} = 0 \Leftrightarrow t = 3600$$

Bảng biến thiên:

t	0	3600	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-
$h(t)$	0	3600	$-\infty$

Độ cao lớn nhất của tên lửa Triều Tiên là $h(3600)(m)$

Quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được khi đạt độ cao lớn nhất là

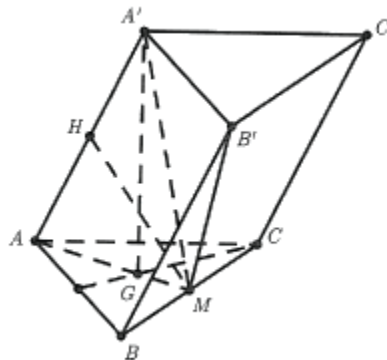
$$S = \frac{1}{1000} \int_0^{3600} v(t) dt = \frac{1}{1000} \int_0^{3600} \left(\frac{1}{900000000} t^3 + \frac{1}{500} t + 1 \right) dt = 483,12 \text{ (km)}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh $\sqrt{3}$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng $\frac{3}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Đáp án: 0,75

Hướng dẫn giải



M là trung điểm của BC thì $BC \perp (AA'M)$.

Gọi MH là đường cao của tam giác $A'AM$ thì $MH \perp A'A$ và $HM \perp BC$ nên HM là khoảng cách AA' và BC .

Ta có
$$AA' \cdot HM = AG \cdot AM \Leftrightarrow \frac{3}{4} \cdot AA' = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} \sqrt{AA'^2 - \frac{\sqrt{3}^2}{3}}$$

$$\Leftrightarrow AA'^2 = 4(AA'^2 - 1) \Leftrightarrow 3AA'^2 = 4 \Leftrightarrow AA' = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$

Đường cao của lăng trụ là
$$AG = \sqrt{\frac{4}{3} - 1} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$$

Thể tích
$$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{\sqrt{3} \cdot 3}{4} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

Câu 2. Một học sinh dự định làm các bình hoa bằng giấy để bán trong một hội chợ gây quỹ từ thiện. Cần 1 giờ để làm một bình hoa nhỏ và sẽ bán với giá 100 nghìn đồng và 90 phút để làm một bình hoa lớn và bán với giá 200 nghìn đồng. Học sinh này chỉ thu xếp được 15 giờ nghỉ để làm và ban tổ chức yêu cầu phải làm ít nhất là 12 bình hoa. Số tiền lớn nhất mà học sinh có thể thu về là bao nhiêu? (Đơn vị: nghìn đồng)

Đáp án: 1800

Lời giải

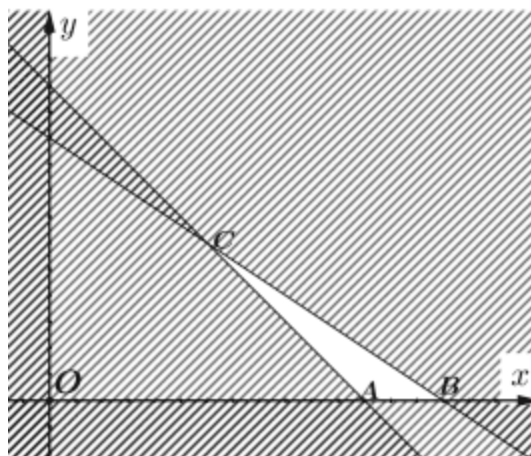
Gọi x, y lần lượt là số lượng bình hoa loại nhỏ và loại lớn mà bạn học sinh có thể làm được.

$$\begin{cases} x + y \geq 12 \\ x + \frac{3}{2}y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$

Ta có hệ các điều kiện ràng buộc như sau:

Số tiền học sinh có thể thu về là $F(x, y) = 100x + 200y$ (nghìn đồng).

Biểu diễn miền nghiệm của hệ lên hệ trục tọa độ Oxy :



Miền nghiệm của hệ là miền được giới hạn bởi tam giác ABC (tính cả cạnh) với tọa độ các đỉnh là $A(12;0), B(15;0), C(6;6)$.

Tính giá trị của $F(x, y)$ tại các đỉnh của tam giác ABC :

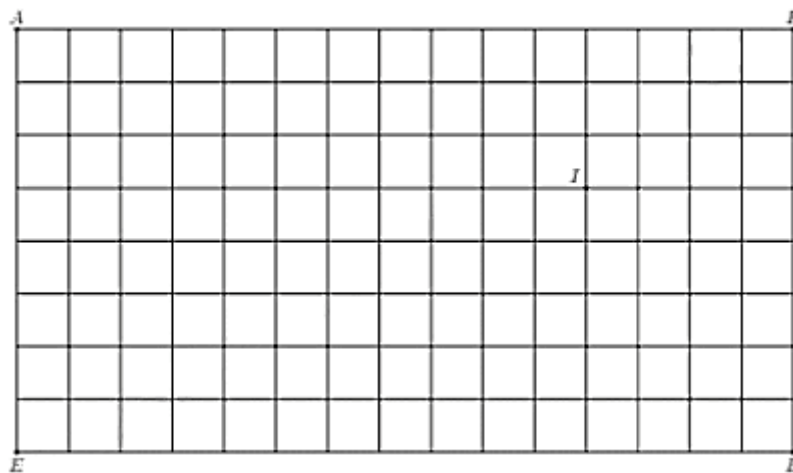
Tại $A(12;0): F(x, y) = 1200$ (nghìn đồng).

Tại $B(15;0): F(x, y) = 1500$ (nghìn đồng).

Tại $C(6;6): F(x, y) = 1800$ (nghìn đồng).

Vậy số tiền lớn nhất học sinh có thể thu về được là 1800 (nghìn đồng).

Câu 3. Hai người tham gia một trò chơi di chuyển theo cạnh của các ô hình chữ nhật như trong hình (hình có 15×8 ô hình chữ nhật nhỏ)



Người thứ nhất đi từ điểm A đến điểm B, người thứ hai đi từ điểm E đến điểm F. Biết rằng cả hai người cùng đi ngẫu nhiên và theo con đường ngắn nhất. Tính xác suất để cả hai người cùng đi qua điểm I (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Đáp án: 0,24

Lời giải:

Gọi X là biến cố "cả hai người cùng đi qua điểm I"

Xét hệ trục tọa độ với $E(0;0), A(0;8), B(15;0), F(15;8), I(11;5)$

Để đi từ A đến B theo đường ngắn nhất thì người thứ nhất cần di chuyển 15 bước ngang và 8 bước xuống

Số cách di chuyển từ A đến B là số cách sắp xếp 15 bước ngang và 8 bước xuống và bằng C_{23}^8

Tương tự có C_{23}^8 cách để người thứ hai di chuyển từ E đến F

Như vậy không gian mẫu $|\Omega| = (C_{23}^8)^2$

Người thứ nhất di chuyển từ $A(0;8)$ đến $I(11;5)$ cần 11 bước ngang và 3 bước xuống

Người thứ nhất di chuyển từ $I(11;5)$ đến $B(15;0)$ cần 4 bước ngang và 5 bước xuống

Như vậy số cách di chuyển của người thứ nhất từ $A \rightarrow I \rightarrow B$ là $C_{14}^8 \cdot C_9^4$

Tương tự số cách di chuyển của người thứ hai từ $E \rightarrow I \rightarrow F$ là $C_{16}^5 \cdot C_7^3$

Như vậy $|X| = C_{14}^8 \cdot C_9^4 \cdot C_{16}^5 \cdot C_7^3$

$$P(X) = \frac{|X|}{|\Omega|} = \frac{C_{14}^8 \cdot C_9^4 \cdot C_{16}^5 \cdot C_7^3}{(C_{23}^8)^2} \approx 0,24$$

Vậy xác suất để cả hai người cùng đi qua I là

Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 400$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản

phẩm là $G(x) = \frac{100000x}{\frac{3}{2}x + 1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x) = 2x^3 + 100000x - 50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Đáp án: 253

Lời giải

Lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí: $P(x) = F(x) - xG(x) - H(x)$.

Khi $x \leq 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là: $H_1(x) = 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$ (đồng)

Khi $x > 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là:

$H_2(x) = 0,99(2 \cdot (200^3) + 100000 \cdot 200 - 50000) + 0,98(2(x - 200)^3 + 100000 \cdot (x - 200) - 50000)$ (đồng)

Xét đồng thời 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Với $1 \leq x \leq 200$ thì ta có lợi nhuận thu được là: $P_1(x) = F(x) - xG(x) - H_1(x)$

$$= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1} - 0,99(2x^3 + 100000x - 50000)$$

$$P_1(x) = -\frac{147}{50}x^2 - 3998x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 902000$$

Ta có:

Phương trình $P_1(x) = 0$ có nghiệm $x = 184,03 \hat{=} (1; 200)$.

Ta thấy $\max_{x \in [200; 400]} P_1(x) = 80037062,09$ tại $x = 184,03$.

Trường hợp 2: Với $201 \leq x \leq 400$ ta có lợi nhuận thu được là: $P_2(x) = F(x) - xG(x) - H_2(x)$

$$\begin{aligned} &= x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - \frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x + 1} \\ &- 0,99\frac{25}{2} \cdot (200)^3 + 100000 \cdot 200 - 50000 \cdot \frac{25}{2} - 0,99\frac{25}{2} \cdot (x-200)^3 + 100000 \cdot (x-200) - 50000 \cdot \frac{25}{2} \\ &= -\frac{24}{25}x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2} \end{aligned}$$

$$P_2(x) = -\frac{72}{25}x^2 - 1646x - \frac{600000x^2 + 800000x}{(3x+2)^2} + 667800$$

Ta có:

Phương trình $P_2(x) = 0$ có nghiệm $x = 253,1 \hat{=} (201; 400)$.

Ta thấy $\max_{x \in [201; 400]} P_2(x) = 83893667,52$ tại $x = 253,1$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang", B là biến cố "lấy ra từ hộp II

là quả bóng màu đỏ". Ta cần tính $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{n(A \cap B)}{n(B)}$.

Đếm $n(B)$ bằng cách chia hai trường hợp như sau:

Trường hợp 1: Lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2 thì có tất cả $6 \cdot 8 = 48$ cách.

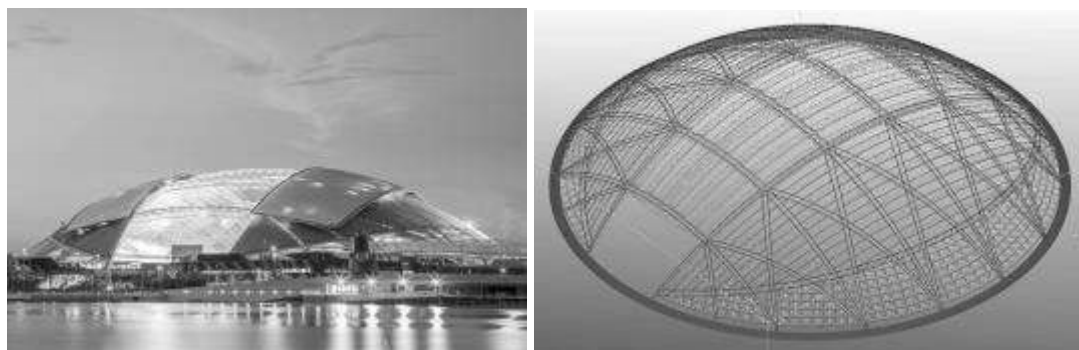
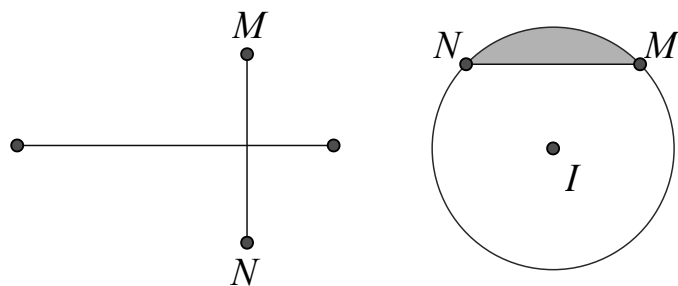
Trường hợp 2: Lấy một quả vàng từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2 thì có tất cả $4 \cdot 7 = 28$ cách.

Suy ra $n(B) = 48 + 28 = 76$

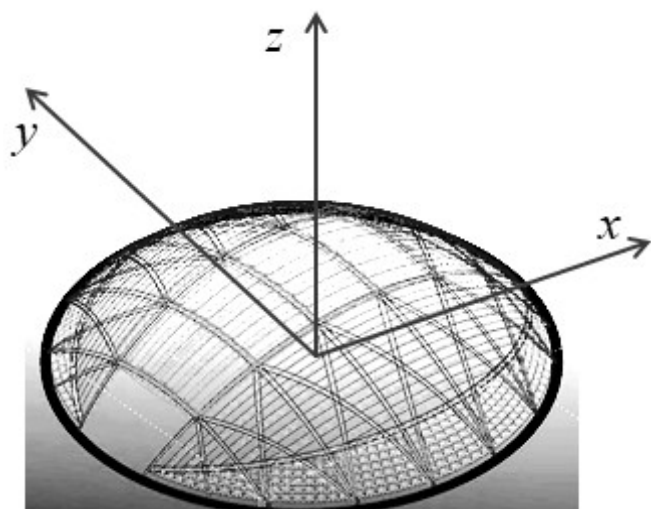
Đếm $n(A \cap B)$: $A \cap B$ là biến cố lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy quả đỏ đó từ hộp 2 ra ngoài nên khi đó $n(A \cap B) = 6 \cdot 1 = 6$

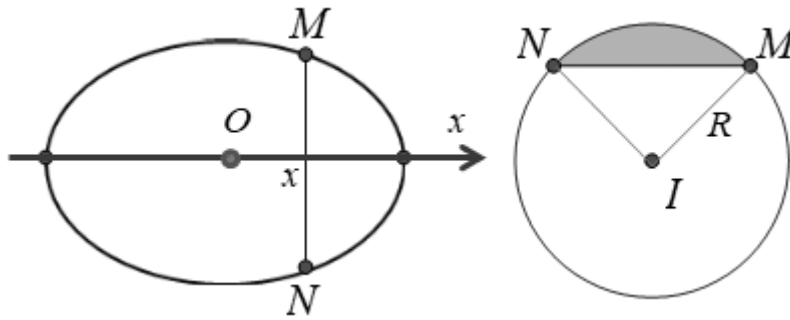
Do đó:
$$P(A|B) = \frac{6}{76} \approx 0,08$$

Câu 6. Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình vẽ). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình vẽ) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\angle MIN = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Biết rằng cách tính công suất cần đủ là $200 \text{ BTU} / m^3$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu chiếc điều hòa công suất 50000 BTU?



Đáp án: 463





Chọn hệ trục như hình vẽ

Ta cần tìm diện tích của $S(x)$ thiết diện.

Gọi $d(O, MN) = x$

$$(E): \frac{x^2}{75^2} + \frac{y^2}{45^2} = 1.$$

$$MN = 2y = 2\sqrt{45^2 \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)} = 90\sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}}$$

Lúc đó

$$\Rightarrow R = \frac{MN}{\sqrt{2}} = \frac{90}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{1 - \frac{x^2}{75^2}} \Rightarrow R^2 = \frac{90^2}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}\pi R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right)R^2 = (\pi - 2)\frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right).$$

Vậy thể tích khoảng không bên dưới mái che và bên trên mặt sân là

$$V = \int_{-75}^{75} (\pi - 2)\frac{2025}{2} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right) \approx 115586m^3.$$

Số chiếc điều hòa cần lắp là

$$115586.200 : 50000 = 462,344$$

Vậy cần ^{463} chiếc điều hòa.