

TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI TÍCH PHÂN

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

- a) $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$
- b) $\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx$
- c) Nếu $a < c < b$ và $\int_a^b f(x) dx = m, \int_c^a f(x) dx = n$ thì $\int_c^b f(x) dx = m - n$
- d) $\int_a^b [2024f(x) + 2025] dx = 2024 \int_a^b f(x) dx + 2025(a - b)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$ và hàm số $g(x) = x^2 + x$. Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau?

a) Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ được tính bằng công thức

$$S = \int_1^3 (x^3 + 2x) dx$$

b) Gọi $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $S = F(3) - F(1)$

c) $I = 10 \int_1^3 f(x) dx + 6 \int_1^3 g(x) dx = 356$

d) $J = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx$

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^5 - 4x^3 - x^2 + x + 1$ Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau?

a) $I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^5 - 4x^3 - x^2 + x + 1) dx = \left(\frac{x^6}{6} - x^4 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1$

b) $I = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$

c) $I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^5 - 4x^3) dx + \int_0^1 (x^2 + x + 1) dx$

d) $J = \int_0^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = \frac{1}{9}$

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = |x^2 - 9|$ với $0 \leq x \leq 9$. Trong mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

$$f(x) = |x^2 - 9| = \begin{cases} -x^2 + 9, & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 9, & 3 \leq x \leq 9 \end{cases}$$

a)

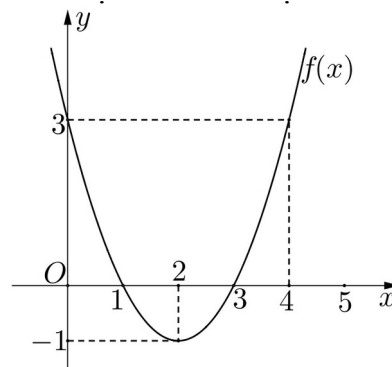
- b) $\int_0^9 f(x)dx = -\int_0^3 f(x)dx + \int_3^9 f(x)dx$
- c) $\int_0^9 f(x)dx = -\int_0^3 (x^2 - 9)dx + \int_3^9 (x^2 - 9)dx$
- d) $\int_0^9 f(x)dx = \int_0^m (x^2 - 9)dx + \int_m^9 (x^2 - 9)dx \quad \forall m \in (0, 9)$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$. Trong mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

- a) $f(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \right)$
- b) $\int_3^4 f(x)dx > \frac{1}{2}$
- c) $\int_3^4 f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Ta có: $a.b = 15$.
- d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) $\int_1^2 x^2 = \frac{7}{3}$
- b) Nếu m là tham số, tích phân $\int_0^2 (4x^3 + m)dx = 4$ thì $m = -4$.
- c) Cho biết m, n, p là các số thực. Tích phân $\int_1^2 (\pi x^5 + ex^2 + 1)dx = m\pi + ne + p$. Giá trị của $2m - 3n + p$ bằng 15.
- d) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ.



Tích phân $\int_0^1 f(x)dx + \int_3^5 f(x)dx$ bằng 10.

Câu 7: Cho parabol $(P): y = 4x^2 - 14$.

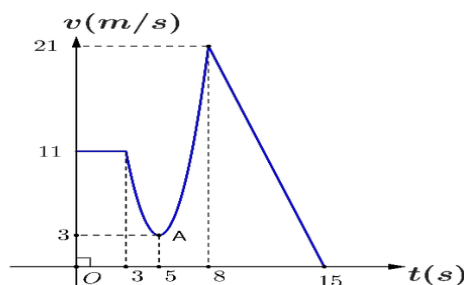
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ bằng $\frac{38}{3}$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=-1, x=0$.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và Ox xấp xỉ bằng 38.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và Ox gấp 3 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Câu 8: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=15$ là $v(15)=21(m/s)$.

$$S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$$

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là:

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 (m/s)$.

Câu 9: Cho parabol $(P): y=x^2$.

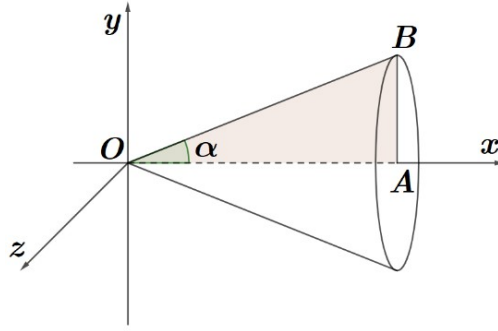
a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ bằng 1.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2x$ và 2 đường thẳng $x=0, x=2$ bằng 3.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $d: y=3x-2$ bằng 4.

d) Cho parabol $(P): y=x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB=2$. Diện tích lớn nhất của hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB là $\frac{4}{3}$.

Câu 10: Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\angle AOB = \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$. Gọi β là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox .



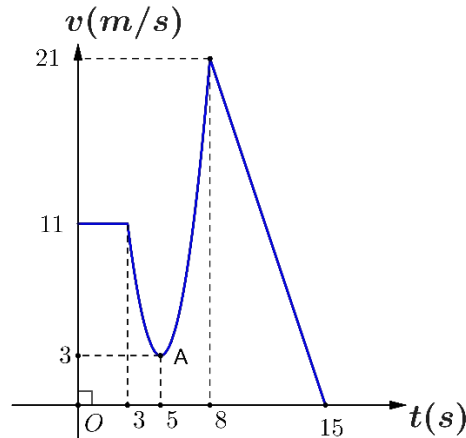
a) Khi $\alpha = \frac{\pi}{4}$ thì $OB = x$.

b) Khi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{9}$ (đvtt).

c) Khi thể tích V của khối β là $\frac{4\pi a^3}{3}$ thì giá trị $\cos \alpha < \frac{1}{2}$.

d) Khi $\tan \alpha = \cot \alpha$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 11: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t) (m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



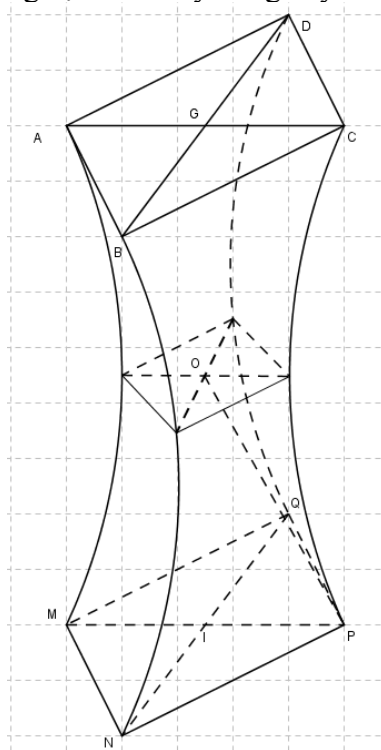
a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11 (m/s)$.

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là: $S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5 (m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 (m/s)$

Câu 12: Một tòa nhà có kiến trúc như hình bên dưới. Biết rằng chiều cao tòa nhà là 48 (m) . Cắt ngôi nhà bởi một mặt phẳng song song với mặt đất thì được thiết diện là các hình vuông. Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó và đi qua đường chéo hình vuông hai đáy ta được thiết diện là một hình đối xứng $ACPM$ (AM, CP là hai cung tròn). Gọi O là tâm thiết diện hình vuông chính giữa tòa nhà như hình vẽ, OP là tiếp tuyến của cung tròn CP . Biết $OP = 30 \text{ (m)}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?



- a) Diện tích đáy tòa nhà $S_{ABCD} = 1000 \left(m^2 \right)$.
- b) Diện tích thiết diện hình vuông chính giữa (nhận O là tâm) bằng $200 \left(m^2 \right)$.
- c) Diện tích thiết diện $ACPM$ bằng $1200 \left(m^2 \right)$.
- d) Thể tích tòa nhà là $31295 \left(m^3 \right)$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[a; b]$.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

b) $\int_b^a f(x) dx = - \int_a^b f(x) dx$

c) Nếu $a < c < b$ và $\int_a^b f(x)dx = m, \int_c^a f(x)dx = n$ thì $\int_c^b f(x)dx = m - n$.

$$\text{d) } \int_a^b [2024f(x) + 2025] dx = 2024 \int_a^b f(x) dx + 2025(b-a)$$

Lời giải

a) Đúng.

$$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$$

Ta có:

b) Đúng.

$$\int_b^a f(x) dx = F(x) \Big|_b^a = F(a) - F(b) = -[F(b) - F(a)] = -\int_a^b f(x) dx$$

Ta có:

c) Sai.

$$\text{Với } a < c < b \text{ ta có } \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx \Leftrightarrow \int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx - \int_c^a f(x) dx$$

$$\text{Mặt khác } \int_a^c f(x) dx = -\int_c^a f(x) dx = -n$$

$$\text{Từ đó ta được } \int_c^b f(x) dx = m - (-n) = m + n$$

d) Sai.

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_a^b [2024f(x) + 2025] dx &= 2024 \int_a^b f(x) dx + 2025 \int_a^b 1 dx = 2024 \int_a^b f(x) dx + 2025x \Big|_a^b \\ &= 2024 \int_a^b f(x) dx + 2025(b-a) \end{aligned}$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$ và hàm số $g(x) = x^2 + x$. Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau?

a) Diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ được tính bằng công thức

$$S = \int_1^3 (x^3 + 2x) dx$$

b) Gọi $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $S = F(3) - F(1)$.

$$I = 10 \int_1^3 f(x) dx + 6 \int_1^3 g(x) dx = 356$$

c)

$$J = \int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx$$

d)

Lời giải

a) **Đúng:** Vì hàm số $f(x) = x^3 + 2x$ liên tục và không âm trên đoạn $[1;3]$ nên theo ý nghĩa

$$S = \int_1^3 (x^3 + 2x) dx$$

hình học của tích phân thì

b) **Sai:** Vì $F(x) = \frac{x^4}{4} + 2x$ không là nguyên hàm của hàm số $f(x)$

Đáp án đúng thì $F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2$

c) **Đúng:**

$F(x) = \frac{x^4}{4} + x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$, $F(3) = \frac{117}{4}$; $F(1) = \frac{5}{4}$

nên $\int_1^3 f(x) dx = \frac{117}{4} - \frac{5}{4} = 28$ $10 \int_1^3 f(x) dx = 280$

$G(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$, $G(3) = \frac{27}{2}$; $G(1) = \frac{5}{6}$

nên $\int_1^3 g(x) dx = \frac{27}{2} - \frac{5}{6} = \frac{38}{3}$ $6 \int_1^3 g(x) dx = 76$

Vậy $I = 10 \int_1^3 f(x) dx + 6 \int_1^3 g(x) dx = 280 + 76 = 356$

d) **Đúng:** Theo tính chất của tích phân

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^5 - 4x^3 - x^2 + x + 1$ Xét tính **đúng - sai** của các mệnh đề sau?

a) $I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^5 - 4x^3 - x^2 + x + 1) dx = \left(\frac{x^6}{6} - x^4 - \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_0^1$

b) $I = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$

c) $I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^5 - 4x^3) dx + \int_0^1 (x^2 + x + 1) dx$

d) $J = \int_0^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = \frac{1}{9}$

Lời giải

a) **Sai:** Vì Sai cận trên và cận dưới

b) **Đúng:**

c) **Sai:** Sai dấu

$I = \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 (x^5 - 4x^3) dx + \int_0^1 (-x^2 + x + 1) dx$

Sửa lại

d) **Sai:**

$I = \int_0^1 f(x) dx = \frac{1}{3}$ $J = \int_0^{\frac{1}{2}} f(2x) dx = \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{2}} f(2x) d(2x) = \frac{1}{2} \int_0^1 f(x) d(x) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Vì

nên

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = |x^2 - 9|$ với $0 \leq x \leq 9$. Trong mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

a) $f(x) = |x^2 - 9| = \begin{cases} -x^2 + 9, & 0 \leq x \leq 3 \\ x^2 - 9, & 3 \leq x \leq 9 \end{cases}$

a)

- b) $\int_0^9 f(x)dx = -\int_0^3 f(x)dx + \int_3^9 f(x)dx$
- c) $\int_0^9 f(x)dx = -\int_0^3 (x^2 - 9)dx + \int_3^9 (x^2 - 9)dx$
- d) $\int_0^9 f(x)dx = \int_0^m (x^2 - 9)dx + \int_m^9 (x^2 - 9)dx \quad \forall m \in (0, 9)$

Lời giải

a	B	c	d
Đ	S	Đ	S

x	0	3	9
$x^2 - 9$		-	0 +

a) **Đúng** vì từ bảng xét dấu ta thấy: $x^2 - 9 \leq 0, \forall x \in [0, 3]$ và $x^2 - 9 \geq 0, \forall x \in [3, 9]$

b) **Sai** vì $\int_0^9 f(x)dx = \int_0^3 f(x)dx + \int_3^9 f(x)dx$

c) **Đúng** vì theo bảng xét dấu ta có:

$$\int_0^9 |x^2 - 9|dx = \int_0^3 |x^2 - 9|dx + \int_3^9 |x^2 - 9|dx = \int_0^3 [-(x^2 - 9)]dx + \int_3^9 (x^2 - 9)dx$$

$$= -\int_0^3 (x^2 - 9)dx + \int_3^9 (x^2 - 9)dx$$

d) **Sai**.

Thế $m = 1$ vào đẳng thức $\int_0^9 f(x)dx = \int_0^m (x^2 - 9)dx + \int_m^9 (x^2 - 9)dx$ ta được

$$\int_0^9 |x^2 - 9|dx = \int_0^1 (x^2 - 9)dx + \int_1^9 (x^2 - 9)dx \quad (1)$$

Ta có:
$$\begin{cases} VP(1) = 162 \\ VT(1) = 198 \end{cases}$$

Câu 5: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$. Trong mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

a) $f(x) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} \right)$

b) $\int_3^4 f(x)dx > \frac{1}{2}$

c) $\int_3^4 f(x)dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Ta có: $a.b = 15$.

d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$

Lời giải

a) Sai

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 4} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right)$$

Ta có

b) Sai

$$\int_3^4 f(x) dx = \int_3^4 \frac{1}{(x-2)(x+2)} dx = \frac{1}{4} \int_3^4 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx$$

$$= \frac{1}{4} (\ln(x-2) - \ln(x+2)) \Big|_3^4 = \frac{1}{4} \ln \frac{x-2}{x+2} \Big|_3^4 = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} < 0,5$$

Ta có

c) Đúng

Theo câu b ta có

$$\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \int_3^4 \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx = \frac{1}{4} (\ln(x-2) - \ln(x+2)) \Big|_3^4 = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$$

Do đó ta có $a = 5; b = 3$. Vậy $ab = 15$.

d) Sai

$$\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \int_3^4 f(x) dx + \int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx$$

Ta có

$$\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$$

Với

$$\int_3^4 \frac{f'(x)}{f^2(x)} dx = -\frac{1}{f(x)} \Big|_3^4 = -12 + 5 = -7$$

$$\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} - 7$$

Vậy

Câu 6: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

$$\int_1^2 x^2 = \frac{7}{3}$$

a)

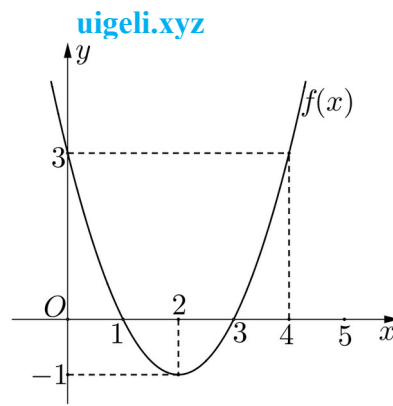
$$\int_0^2 (4x^3 + m) dx = 4 \quad \text{thì } m = -4$$

b) Nếu m là tham số, tích phân

$$\int_1^2 (\pi x^5 + ex^2 + 1) dx = m\pi + ne + p$$

c) Cho biết m, n, p là các số thực. Tích phân $\int_1^2 (\pi x^5 + ex^2 + 1) dx = m\pi + ne + p$. Giá trị của $2m - 3n + p$ bằng 15.

d) Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị như hình vẽ.



Tích phân $\int_0^1 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx$ bằng 10.

Lời giải

a) Đúng.

$$\int_1^2 x^2 = \frac{x^3}{3} \Big|_1^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{1^3}{3} = \frac{7}{3}$$

Ta có:

b) Sai.

Với m là tham số, ta có $\int_0^2 (4x^3 + m) dx = (x^4 + mx) \Big|_0^2 = 16 + 2m$

Mà $\int_0^2 (4x^3 + m) dx = 4$ nên $16 + 2m = 4 \Leftrightarrow m = -6$

c) Đúng.

Ta có: $\int_1^2 (\pi x^5 + ex^2 + 1) dx = \left(\frac{\pi x^6}{6} + \frac{ex^3}{3} + x \right) \Big|_1^2 = \pi \left(\frac{2^6 - 1^6}{6} \right) + e \left(\frac{2^3 - 1^3}{3} \right) + 2 - 1 = \frac{21\pi}{2} + \frac{7e}{3} + 1$

Mà $\int_1^2 (\pi x^5 + ex^2 + 1) dx = m\pi + ne + p$ nên $m = \frac{21}{2}, n = \frac{7}{3}, p = 1 \Rightarrow 2m - 3n + p = 21 - 7 + 1 = 15$

d) Sai.

Ta có: hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc hai nên $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

Từ đồ thị hàm số $f(x)$ ta thấy đồ thị đi qua các điểm $(0; 3), (2; -1), (1; 0), (3; 0)$

Khi đó ta có hệ $\begin{cases} c = 3 \\ 4a + 2b + c = -1 \\ a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow y = f(x) = x^2 - 4x + 3$

Ta có: $\int_0^1 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_0^1 (x^2 - 4x + 3) dx + \int_3^5 (x^2 - 4x + 3) dx = \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_0^1 + \left(\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x \right) \Big|_3^5 = \frac{4}{3} + \frac{20}{3} = 8$

Câu 7: Cho parabol $(P): y = 4x^2 - 14$.

- a)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ bằng $\frac{38}{3}$.
- b)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ bằng diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=-1, x=0$.
- c)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và Ox xấp xỉ bằng 38.
- d)** Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và Ox gấp 3 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=\frac{\sqrt{14}}{2}$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_0^1 (-4x^2 + 14) dx = \frac{38}{3}.$$

Vậy khẳng định **a)** là đúng.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=0, x=1$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_0^1 |4x^2 - 14 - 2025| dx = \frac{6113}{3}$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y=2025$ và 2 đường thẳng $x=0, x=-1$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_{-1}^0 |4x^2 - 14 - 2025| dx = \frac{6113}{3}$$

Vậy khẳng định **b)** là đúng.

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của Ox và đồ thị (P) :

$$4x^2 - 14 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{14}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{14}}{2} \end{cases}$$

(P) và Ox được xác định bởi công thức:

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

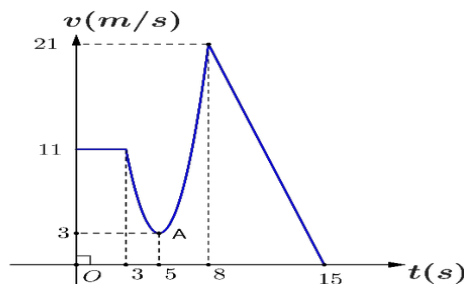
$$S = \int_{-\frac{\sqrt{14}}{2}}^{\frac{\sqrt{14}}{2}} |4x^2 - 14| dx \approx 34,9$$

Vậy khẳng định **c)** là sai.

d) Do đồ thị (P) đối xứng qua Oy nên ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) và Ox gấp 2 lần diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x = 0, x = \frac{\sqrt{14}}{2}$.

Vậy khẳng định **d)** là sai.

Câu 8: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21(m/s)$.

$$S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$$

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là:

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 (m/s)$.

Lời giải

a) Sai (Dựa vào đồ thị $v(t)$).

b) Đúng

Trong 3 giây đầu tiên, vận tốc của chuyển động là $v(t) = 11(m/s)$.

$$S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$$

Do đó quãng đường chất điểm chuyển động trong 3 giây đầu tiên là:

c) Đúng

Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị $v(t)$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(8; 21)$ và $(15; 0)$. Ta có: $v(t) = at + b$.

$$\begin{cases} 8a + b = 21 \\ 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 45 \end{cases}$$

Từ giả thiết ta có hệ:

$$v(t) = -3t + 45 (8 \leq t \leq 15)$$

Do đó Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2 = \int_8^{15} (-3t + 45) dt = -\frac{3t^2}{2} \Big|_8^{15} + 45t \Big|_8^{15} = \frac{147}{2} = 73,5(m)$$

d) Sai

Trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây đồ thị $v(t)$ là một Parabol đi qua $(3;11), (5;3), (8;21)$ có phương trình dạng: $v(t) = at^2 + bt + c$

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 11 \\ 25a + 5b + c = 3 \\ 64a + 8b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -20 \\ c = 53 \end{cases}$$

Từ giả thiết ta có:

$$\text{Do đó: } v(t) = 2t^2 - 20t + 53 \quad (3 \leq t \leq 8)$$

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_3 = \int_3^8 v(t) dt = \int_3^8 (2t^2 - 20t + 53) dt = \left(\frac{2t^3}{3} - 10t^2 + 53t \right) \Big|_3^8 = \frac{115}{3} (m)$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian này là:

$$v_{tb} = \frac{S_3}{5} = \frac{23}{3} \approx 7,67(m/s)$$

Câu 9: Cho parabol $(P): y = x^2$.

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x = 0, x = 1$ bằng 1.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y = 2x$ và 2 đường thẳng $x = 0, x = 2$ bằng 3.

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $d: y = 3x - 2$ bằng 4.

d) Cho parabol $(P): y = x^2$ và hai điểm A, B thuộc (P) sao cho $AB = 2$. Diện tích lớn nhất của hình phẳng giới hạn bởi (P) và đường thẳng AB là $\frac{4}{3}$.

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , Ox và 2 đường thẳng $x = 0, x = 1$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}.$$

Vậy khẳng định **a)** là sai.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (P) , đường thẳng $\Delta: y = 2x$ và 2 đường thẳng $x = 0, x = 2$ được xác định bởi công thức:

$$S = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx = \frac{4}{3}.$$

Vậy khẳng định **b)** là sai.

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng d và đồ thị (P) :

$$x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

(P) , đường thẳng $d: y = 3x - 2$ được xác định bởi

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị

$$S = \int_1^2 |x^2 - 3x + 2| dx = \frac{1}{6}.$$

công thức:

Vậy khẳng định c) là sai.

d) Gọi phương trình đường thẳng AB là: $y = ax + b$ ($a, b \in \mathbb{R}$)

Phương trình giao điểm của AB và (P) là: $x^2 - ax - b = 0$

$$\begin{cases} A(x_1; ax_1 + b) \\ B(x_2; ax_2 + b) \\ x_1 + x_2 = a \\ x_1 x_2 = -b \end{cases}$$

Để có 2 điểm A, B thì $a^2 + 4b > 0$. khi đó:

$$\text{Nên } AB = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(a^2 + 1)} |x_2 - x_1| = 2$$

$$\text{Giả sử } x_2 > x_1 \text{ ta có } |x_2 - x_1| = \frac{2}{\sqrt{(a^2 + 1)}} \leq 2$$

$$\text{Mặt khác: } |x_2 - x_1| = \sqrt{(x_2 + x_1)^2 - 4x_1 x_2} = \sqrt{a^2 + 4b}$$

$$S = \int_{x_1}^{x_2} ax + b - x^2 dx = \frac{a}{2}(x_2^2 - x_1^2) + b(x_2 - x_1) - \frac{1}{3}(x_2^3 - x_1^3)$$

Khi đó

$$= (x_2 - x_1) \left[\frac{a}{2}(x_2 + x_1) + b - \frac{1}{3}(x_2^2 + x_1 x_2 + x_1^2) \right]$$

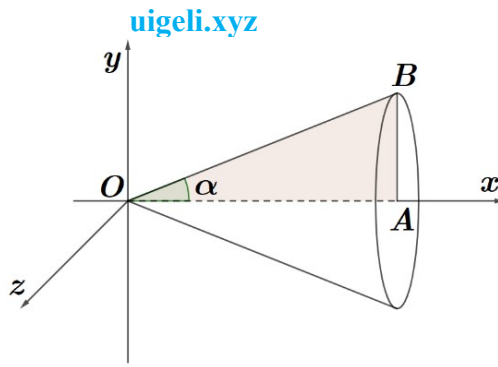
$$= (x_2 - x_1) \left[\frac{a}{2} \cdot a + b - \frac{1}{3}(a^2 + b) \right] = (x_2 - x_1) \left[\frac{a^2}{2} + \frac{2b}{3} \right] = \frac{a^2 + 4b}{6}(x_2 - x_1) = \frac{(x_2 - x_1)^3}{6} \leq \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$\text{Suy ra: } S_{\max} = \frac{4}{3} \text{ khi } \begin{cases} a = 0 \\ x_2 - x_1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = 0 \\ x_1 = x_2 = 1 \end{cases} \text{ (thỏa mãn vì } (P) \text{ có tính đối xứng)}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} A(1; 1) \\ B(-1; 1) \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} A(-1; 1) \\ B(1; 1) \end{cases}$$

Vậy khẳng định d) là đúng.

Câu 10: Cho tam giác vuông OAB có cạnh $OA = a$ nằm trên trục Ox và $\angle AOB = \alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$. Gọi β là khối tròn xoay sinh ra khi quay miền tam giác OAB xung quanh trục Ox .



a) Khi $\alpha = \frac{\pi}{4}$ thì $OB = x$.

b) Khi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{9}$ (đvtt).

c) Khi thể tích V của khối β là $\frac{4\pi a^3}{3}$ thì giá trị $\cos \alpha < \frac{1}{2}$.

d) Khi $\tan \alpha = \cot \alpha$ thì thể tích V của khối β là $\frac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Đúng.

Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc $\frac{\pi}{4}$ nên $OB: y = \tan \frac{\pi}{4} x = x$.

b) Đúng.

Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc $\frac{\pi}{6}$ nên $OB: y = \tan \frac{\pi}{6} x = \frac{x}{\sqrt{3}}$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a \left(\frac{x}{\sqrt{3}} \right)^2 dx = \pi \int_0^a \frac{x^2}{3} dx = \frac{\pi x^3}{9} \Big|_0^a = \frac{\pi a^3}{9}$ (đvtt).

c) Đúng.

Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc α nên $OB: y = \tan \alpha x$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a (\tan \alpha x)^2 dx = \frac{\pi \tan^2 \alpha x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{\pi \tan^2 \alpha a^3}{3}$ (đvtt).

Do $V = \frac{4\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \frac{\pi \tan^2 \alpha a^3}{3} = \frac{4\pi a^3}{3} \Leftrightarrow \tan^2 \alpha = 4 \Rightarrow \frac{1}{\cos^2 \alpha} = \tan^2 \alpha + 1 = 5 \Rightarrow \cos \alpha = \frac{\pm 1}{\sqrt{5}}$.

Mặt khác $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$.

d) Đúng.

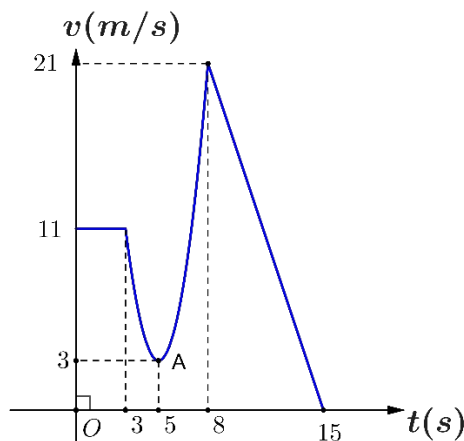
Ta có: Do OB đi qua gốc tọa độ và tạo với Ox một góc α nên $OB: y = \tan \alpha x$.

Khi đó, thể tích của khối β theo $V = \pi \int_0^a (\tan \alpha x)^2 dx = \frac{\pi \tan^2 \alpha x^3}{3} \Big|_0^a = \frac{\pi \tan^2 \alpha a^3}{3}$ (đvtt).

Do $\tan \alpha = \cot \alpha \Rightarrow \tan^2 \alpha = \cot \alpha \cdot \tan \alpha = 1 \Leftrightarrow \tan \alpha = \pm 1$.

Mặt khác $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ nên $\tan \alpha = 1 \Rightarrow V = \frac{\pi \tan^2 \alpha a^3}{3} = \frac{\pi a^3}{3}$ (đvtt).

Câu 11: Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường thẳng khi $0 \leq t \leq 3(s)$ và $8 \leq t \leq 15(s)$ và $v(t)$ có dạng đường Parabol khi $3 \leq t \leq 8(s)$ (như hình vẽ)



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ là $v(3) = 11(m/s)$.

$$S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$$

b) Quãng đường chất điểm di chuyển được trong 3 giây đầu tiên là:

c) Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 15 giây bằng $73,5(m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây thỏa mãn $v_{tb} < 7 (m/s)$

Lời giải

a) Đúng (Dựa vào đồ thị $v(t)$).

b) Đúng

Trong 3 giây đầu tiên, vận tốc của chuyển động là $v(t) = 11(m/s)$.

$$S_1 = \int_0^3 11 dt (m)$$

Do đó quãng đường chất điểm chuyển động trong 3 giây đầu tiên là:

c) Đúng

Trong khoảng thời gian từ 8 đến 15 giây, đồ thị $v(t)$ là một đường thẳng đi qua hai điểm $(8; 21)$ và $(15; 0)$. Ta có: $v(t) = at + b$.

$$\begin{cases} 8a + b = 21 \\ 15a + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 45 \end{cases}$$

Từ giả thiết ta có hệ:

$$v(t) = -3t + 45 \quad (8 \leq t \leq 15)$$

Do đó quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

$$S_2 = \int_8^{15} (-3t + 45) dt = -\frac{3t^2}{2} \Big|_8^{15} + 45t \Big|_8^{15} = \frac{147}{2} = 73,5(m)$$

c) Sai

Trong khoảng thời gian từ 3 đến 8 giây đồ thị $v(t)$ là một Parabol đi qua $(3;11), (5;3), (8;21)$ có phương trình dạng: $v(t) = at^2 + bt + c$.

$$\begin{cases} 9a + 3b + c = 11 \\ 25a + 5b + c = 3 \\ 64a + 8b + c = 21 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = -20 \\ c = 53 \end{cases}$$

Từ giả thiết ta có:

Do đó: $v(t) = 2t^2 - 20t + 53 \quad (3 \leq t \leq 8)$

Quãng đường chất điểm đi được trong khoảng thời gian này là:

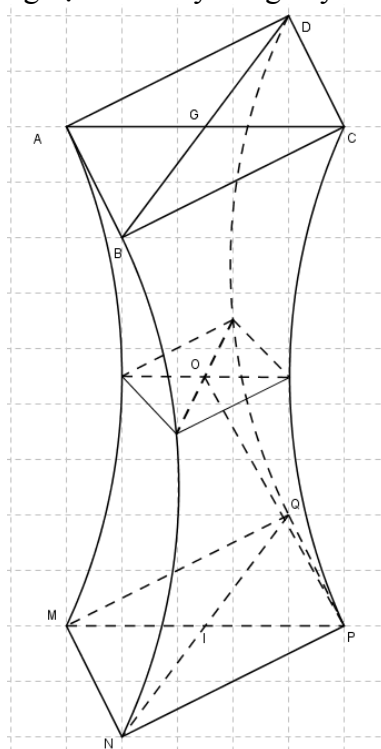
$$S_3 = \int_3^8 v(t) dt = \int_3^8 (2t^2 - 20t + 53) dt = \left(\frac{2t^3}{3} - 10t^2 + 53t \right) \Big|_3^8 = \frac{115}{3} \text{ (m)}$$

Vận tốc trung bình của chất điểm trong khoảng thời gian này là:

$$v_{tb} = \frac{S_3}{5} = \frac{23}{3} \approx 7,67 \text{ (m/s)}$$

Câu 12: Một tòa nhà có kiến trúc như hình bên dưới. Biết rằng chiều cao tòa nhà là 48 (m). Cắt ngôi nhà bởi một mặt phẳng song song với mặt đất thì được thiết diện là các hình vuông. Khi cắt mô hình này bởi các mặt phẳng vuông góc với đáy của nó và đi qua đường chéo hình vuông hai đáy ta được thiết diện là một hình đối xứng $ACPM$ (AM, CP là hai cung tròn). Gọi O là

tâm thiết diện hình vuông chính giữa tòa nhà như hình vẽ, OP là tiếp tuyến của cung tròn CP . Biết $OP = 30 \text{ (m)}$. Các khẳng định sau đây đúng hay sai?



a) Diện tích đáy tòa nhà $S_{ABCD} = 1000 \text{ (m}^2\text{)}$.

$200 \text{ (m}^2\text{)}$.

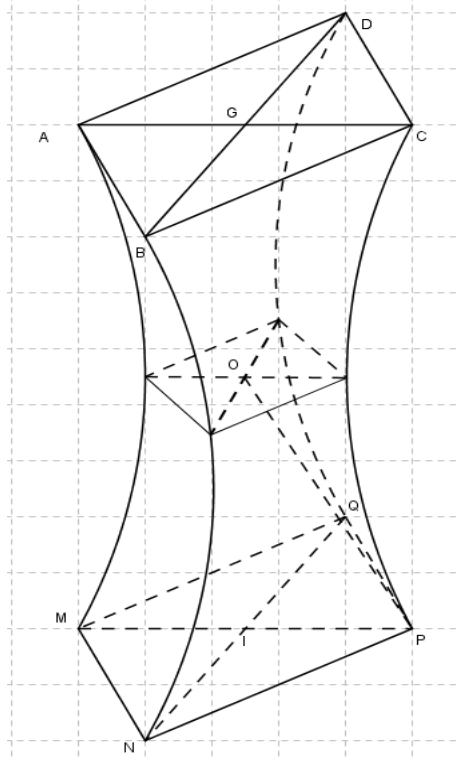
b) Diện tích thiết diện hình vuông chính giữa (nhận O là tâm) bằng

c) Diện tích thiết diện $ACPM$ bằng $1200 \text{ (m}^2\text{)}$.

d) Thể tích tòa nhà là $31295 (m^3)$.

Lời giải

a) **CHỌN SAI**

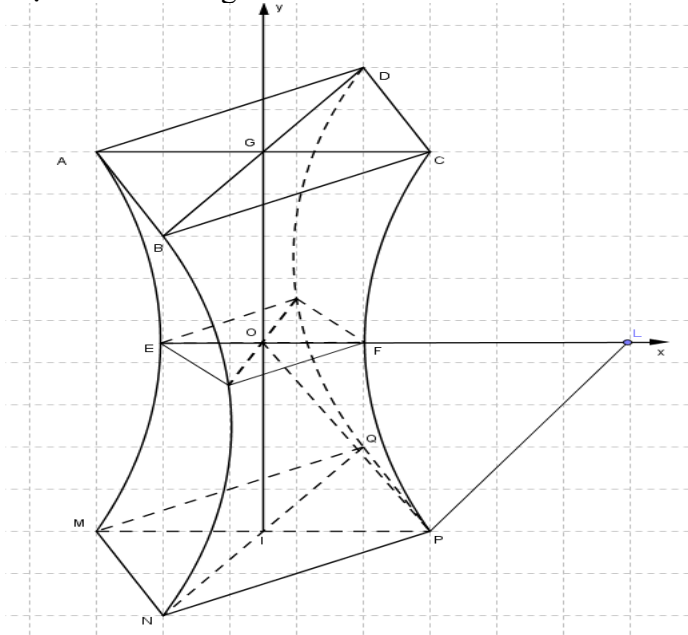


+) Chiều cao tòa nhà là $48m \Rightarrow OI = 24m \Rightarrow IP = \sqrt{OP^2 - OI^2} = \sqrt{30^2 - 24^2} = 18$

+) $PQ = 18\sqrt{2} = AB \Rightarrow S_{ABCD} = 648m^2$

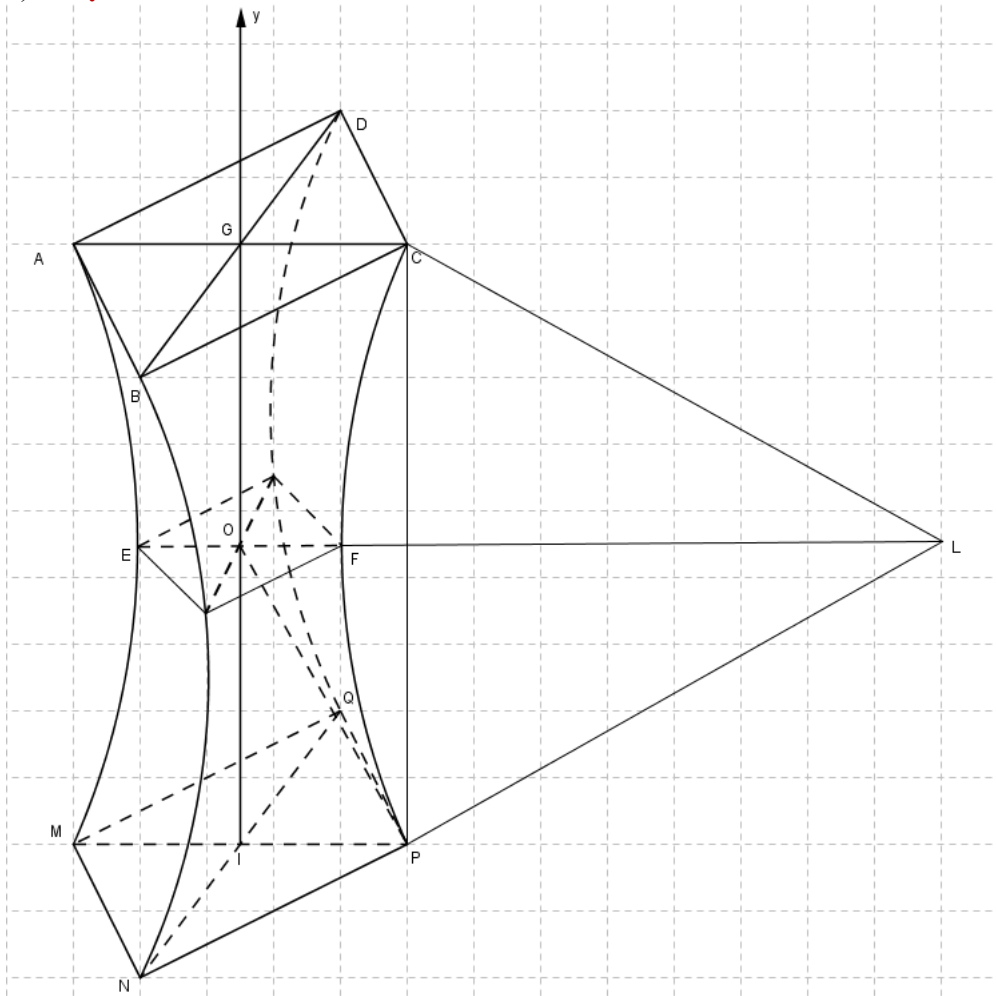
b) **CHỌN ĐÚNG**

Gọi L là tâm cung tròn như hình vẽ.



+) Ta tính được

$LP = 40 \Rightarrow LO = 50 \Rightarrow OF = 10 \Rightarrow S_{td} = 200 (m^2)$

c) **CHỌN ĐÚNG.**

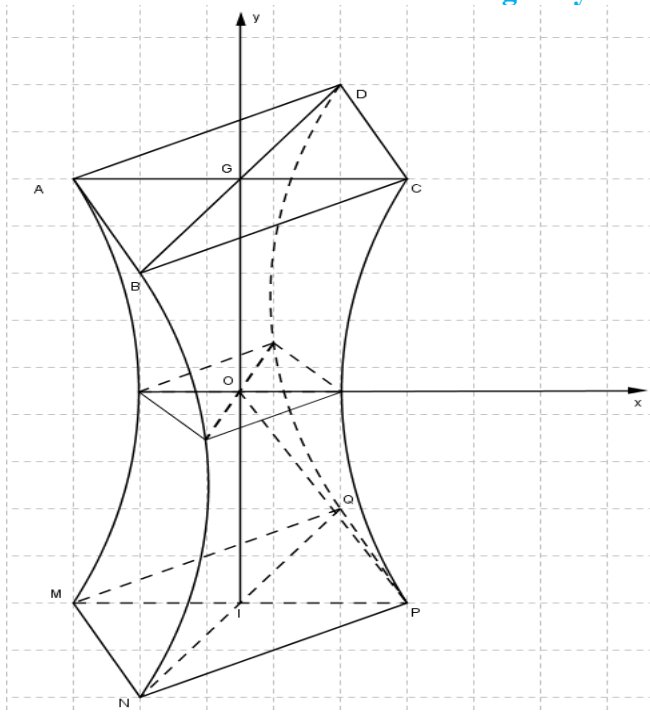
Ta có $S_{LCP} = 768$ và $\cos \angle CLP = \frac{40^2 + 40^2 - 48^2}{2 \cdot 40 \cdot 40} = \frac{7}{25} \Rightarrow \angle CLP \approx 1,29(rad)$

+) Diện tích quạt tròn $LCFP$ là $S_{LCFP} = \frac{1,29 \cdot 40^2}{2} = 1032(m^2)$

+) Diện tích tam giác cong CFP là $S_{CFP} = 1032 - 768 = 264(m^2)$
 $\Rightarrow S_{ACPM} = 2(S_{GCP} - S_{CFP}) = 2(48 \cdot 18 - 264) = 1200(m^2)$

d) **CHỌN ĐÚNG.**

Chọn hệ trục như hình vẽ.



+) Phương trình đường tròn $(L; 40)$ là $(x - 50)^2 + y^2 = 1600 \Rightarrow x = 50 - \sqrt{1600 - y^2}$

+) Độ dài đường chéo thiết diện phẳng cắt bởi mặt phẳng vuông góc với Oy là

$$2 \left(50 - \sqrt{1600 - y^2} \right)$$

Suy ra
$$\Rightarrow S(y) = \left(2 \left(50 - \sqrt{1600 - y^2} \right) \right)^2$$

$$V = 2 \int_0^{24} S(y) dy = 2 \int_0^{24} \left(2 \left(50 - \sqrt{1600 - y^2} \right) \right)^2 dy = 31295 \text{ (m}^3\text{)}$$

+) Vậy thể tích ngôi nhà là