

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:

- A. $f'(2) = 3$. B. $f'(x) = 2$. C. $f'(x) = 3$. D. $f'(3) = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		2		$+\infty$	
	$-\infty$		-2		

- A. -3 . B. -1 . C. -2 . D. 1 .

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAC) . B. (SBC) . C. (ABC) . D. (SAB) .

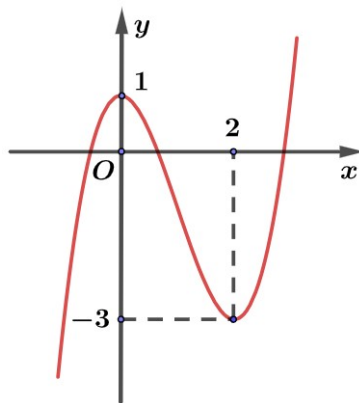
Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

- A. $\frac{a}{2}$. B. a . C. $2a$. D. $3a$.

Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

- A. 200. B. 20. C. 30. D. 10.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-3; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

A. Đều.

B. Vuông.

C. Vuông cân.

D. Cân.

Câu 9: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3 \cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3 \sin t$

B. $v(t) = -3 \cos t$

C. $v(t) = 3 \cos t$

D. $v(t) = 3 \sin t$

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

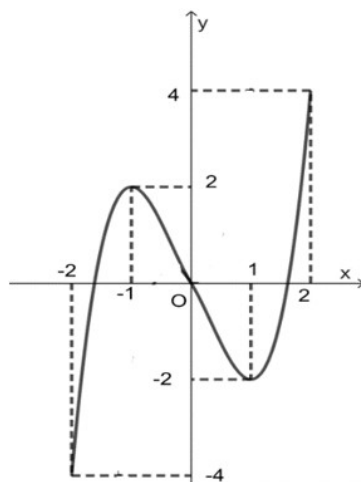
A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$

B. $x = -1$

C. $x = 1$

D. $x = 0$

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52

B. 42

C. 53

D. 54

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9(mg)$.

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159(mg)$.

c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170(mg)$.

d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Câu 2: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$ (*). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$ là $\begin{cases} x+y > 0 \\ x-y > 0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

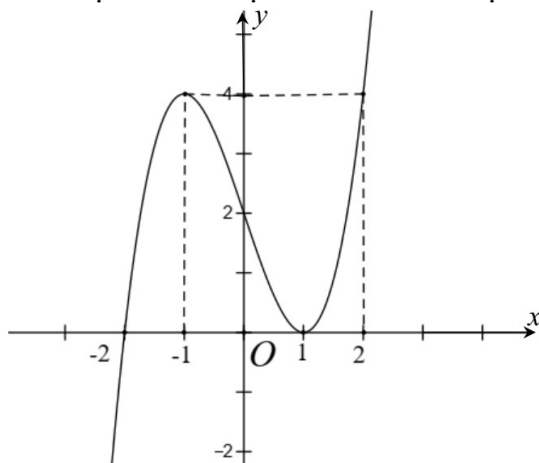
a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

d) Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

$$s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$$

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Kết quả làm tròn đến độ).

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

----- Hết -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	C	A	C	D	B	C	D	D	A	D	C	A

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,5 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1,0 điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) S	c) S	c) S
d) Đ	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,5 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	0,91	0,62	54,2	33	2,43	2025

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

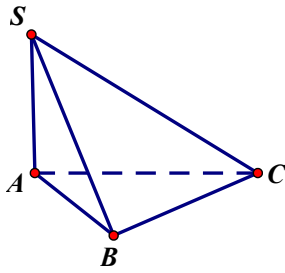
Câu 1: Cho hình chóp $S.ABC$ có đường thẳng SA vuông góc với đáy (ABC) , $SA = 2a$. Khoảng cách từ điểm S đến đường thẳng AB bằng:

- A. a . B. $3a$. C. $2a$. D. $\frac{a}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Vì SA vuông góc với đáy (ABC) nên $SA \perp AB \Rightarrow d(S, AB) = SA = 2a$



- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$. Kết quả đúng là:
- A.** $f'(2) = 3$ **B.** $f'(x) = 2$ **C.** $f'(x) = 3$ **D.** $f'(3) = 2$

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3$

- Câu 3:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$		2		$+\infty$	
	$-\infty$		-2		

- A.** -3 **B.** -1 **C.** -2 **D.** 1

Lời giải

Chọn C

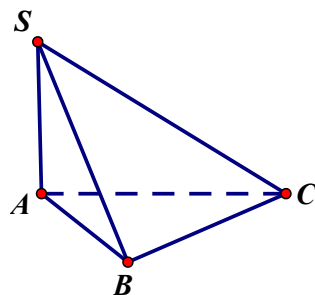
Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $[-1; 1]$ bằng -2 .

- Câu 4:** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông tại B . Đường thẳng vuông góc với đáy ABC . Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?
- A.** (SAC) **B.** (SBC) **C.** (ABC) **D.** (SAB)

Lời giải

Chọn D

Ta có $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AB \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB)$



- Câu 5:** Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng:

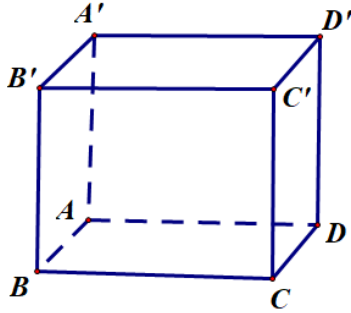
A. $\frac{a}{2}$.

B. a .

C. $2a$.

D. $3a$.

Lời giải

Chọn BTa có $A'A \perp (ABCD)$ nên $d(A', (ABCD)) = A'A = a$.

Câu 6: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200.

B. 20.

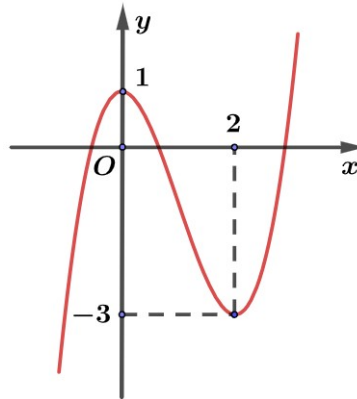
C. 30.

D. 10.

Lời giải

Chọn CCó $10 + 20 = 30$ cách chọn một học sinh.

Câu 7: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(-3; 1)$.

D. $(0; 2)$.

Lời giải

Chọn DTừ đồ thị đã cho ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 8: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Mặt bên SBC là tam giác gì?

A. Đều.

B. Vuông.

C. Vuông cân.

D. Cân.

Lời giải

Chọn D

Hình chóp tam giác đều có các mặt bên là các tam giác cân.

Câu 9: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3 \cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3 \sin t$.

B. $v(t) = -3 \cos t$.

C. $v(t) = 3 \cos t$.

D. $v(t) = 3 \sin t$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $v(t) = s'(t) = (3 \cos t)' = -3 \sin t$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \frac{\pi}{4}$ là:

A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

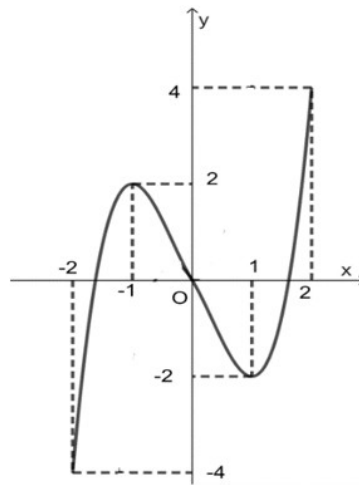
D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $x = 0$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình vẽ thì hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52.

B. 42.

C. 53.

D. 54.

Lời giải

Chọn A

Mốt M_0 chứa trong nhóm $[40; 60)$.

Do đó: $u_m = 40; u_{m+1} = 60 \Rightarrow u_{m+1} - u_m = 60 - 40 = 20; n_{m-1} = 9; n_m = 12; n_{m+1} = 10$

$$M_0 = 40 + \frac{12 - 9}{(12 - 9) + (12 - 10)}(60 - 40) = 52.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

- Câu 1:** Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước. Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- a)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9(mg)$.
- b)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159(mg)$.
- c)** Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170(mg)$.
- d)** Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Lời giải

- a) Ta có hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau ngày đầu còn $150 \times 6\% = 9(mg)$, **suy ra mệnh đề đúng.**
- b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là: $150 \times 6\% + 150 = 159(mg)$ **suy ra mệnh đề đúng.**
- c) Gọi u_n là lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể bệnh nhân sau khi uống ở ngày thứ n

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 1 là: $u_1 = 150(mg)$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 2 là:

$$u_2 = u_1 \times 6\% + 150 = 150 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 3 là:

$$u_3 = u_2 \cdot 6\% + 150 = 150 \times (0,06 + 1) \times 0,06 + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1)$$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu sau khi uống ở ngày thứ 4 là:

$$\begin{aligned} u_4 &= u_3 \times 6\% + 150 = 150 \times (0,06^2 + 0,06 + 1) \times 0,06 + 150 \\ &= 150 \times (0,06^3 + 0,06^2 + 0,06 + 1) = 159,5724(mg) \end{aligned}$$

Suy ra mệnh đề sai.

d) Nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong thời gian 30 ngày. Khi đó lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng là:

$$S = 150 \times (1 + 0,06 + 0,06^2 + \dots + 0,06^{29}) = 150 \times u_1 \frac{1 - q^{30}}{1 - q} = 150 \times 1 \times \frac{1 - 0,06^{30}}{1 - 0,06} = \frac{7500}{47} \approx 159,57mg$$

Vậy lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể được ước lượng trong 30 ngày là $159,57mg$, **suy ra mệnh đề đúng.**

- Câu 2:** Cho x, y là các số thực thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1$ (*). Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$ là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$.

b) Với cặp số x, y thỏa mãn điều kiện xác định của hàm số $f(x, y)$, ta có: $f(x, y) = x^2 - y^2$.

c) Cặp số $\begin{cases} x = 8 \\ y = 16 \end{cases}$ thỏa mãn $f(x, y) = \log_4(x + y) + \log_4(x - y) \geq 1$.

d) Với $P = 2x - y$ thì $P_{\min} = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Điều kiện để bất phương trình có nghĩa là $\begin{cases} x + y > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có $f(x, y) = \log_4(x+y) + \log_4(x-y) = \log_4(x^2 - y^2)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Ta thấy $x - y = 8 - 16 = -8 < 0$, suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có: $\log_4(x+y) + \log_4(x-y) \geq 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq \sqrt{y^2 + 4}$

Do đó $P \geq 2\sqrt{y^2 + 4} - y = f(y)$. Khi đó $P' = \frac{2y}{\sqrt{y^2 + 4}} - 1 = 0 \xrightarrow{y>0} y = \frac{2}{\sqrt{3}}$

Suy ra $P_{\min} = 2\sqrt{3}$. suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , $SA \perp (ABCD)$, biết $SC = a\sqrt{3}$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của SB, SD, CD, BC . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

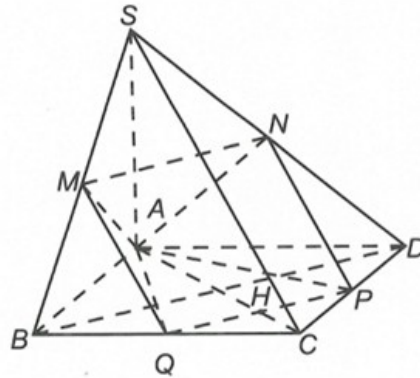
a) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng thể tích của khối chóp $S.ACD$.

c) Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng a^3 .

d) Thể tích của khối chóp $A.MNPQ$ bằng $\frac{a^3}{8}$.

Lời giải



a) Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Từ giả thiết có $S_{ABC} = S_{ACD} = \frac{a^2}{2}$; $SA \perp (ABCD)$.

$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC}$; $V_{S.ACD} = \frac{1}{3}SA.S_{ACD} \Rightarrow V_{S.ABC} = V_{S.ACD}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Ta có $SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$. Suy ra $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{a^3}{3}$. Vậy mệnh đề **sai**.

d) Ta có $\begin{cases} MN \parallel PQ \\ MN = PQ \end{cases}$. Suy ra $MNPQ$ là hình bình hành; mặt khác, ta có:

$\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AC \end{cases} \Rightarrow BD \perp SC$; mà $\begin{cases} PQ \parallel BD \\ PN \parallel SC \end{cases} \Rightarrow PN \perp PQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật.

$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a$

Do $SM \cap (APQ) = B$ nên ta có:

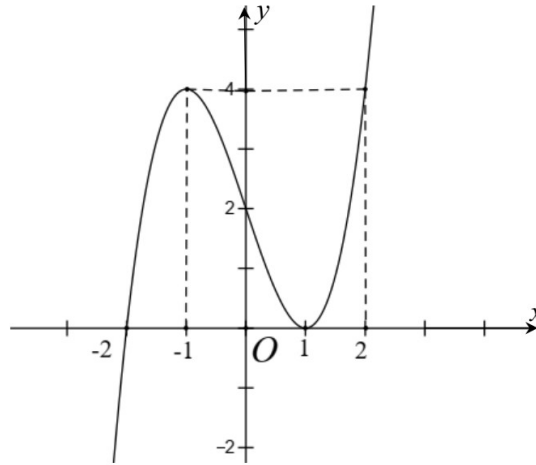
$\frac{d(M; (APQ))}{d(S; (APQ))} = \frac{MB}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow d(M; (APQ)) = \frac{1}{2}d(S; (APQ)) = \frac{1}{2}SA = \frac{a}{2}$.

$$S_{\Delta AQP} = \frac{1}{2} AH \cdot QP = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} AC \cdot \frac{1}{2} BD = \frac{3}{16} AC \cdot BD = \frac{3}{16} (a\sqrt{2})^2 = \frac{3}{8} a^2. \text{ Với } H = AC \cap PQ.$$

Ta có $V_{AMNPQ} = 2V_{AMQP} = 2V_{M \cdot AQP}$, mà $V_{M \cdot AQP} = \frac{1}{3} d(M; (AQP)) \cdot S_{\Delta AQP} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{3}{8} a^2 = \frac{a^3}{16}$.

Vậy $V_{AMNPQ} = 2V_{M \cdot AQP} = 2 \cdot \frac{a^3}{16} = \frac{a^3}{8}$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

- a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- b) Hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
- c) Hàm số $g(x) = f(x) + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- d) Hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$.

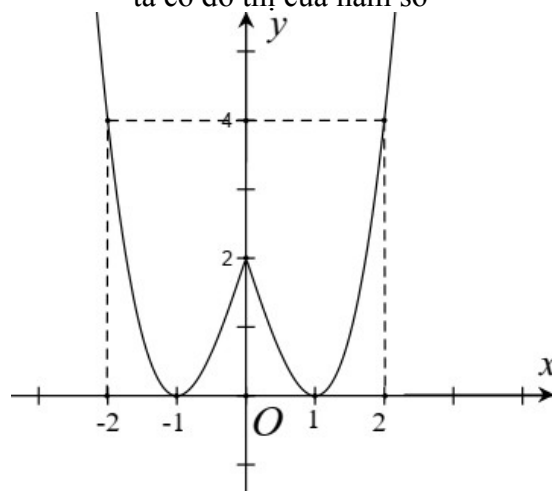
Lời giải

- a) Từ đồ thị ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ suy ra **mệnh đề đúng**.
- b) Từ đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$ suy ra hàm số có $f'(x) > 0 \quad \forall x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$. Vậy **mệnh đề đúng**.

c) Ta có $g'(x) = [f(x) + 1]' = f'(x)$

Hàm số $g(x)$ nghịch biến khi $g'(x) < 0 \Leftrightarrow f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1)$ suy ra **mệnh đề sai**.

- d) Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có đồ thị của hàm số $y = f(|x|)$ như hình vẽ.



Từ đồ thị ta có hàm số $y = f(|x|)$ đồng biến trên $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$ suy ra **mệnh đề đúng**.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một thùng sách có 5 quyển sách Toán, 7 quyển sách Vật Lí và 4 quyển sách Hóa. Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách, tính xác suất để 3 cuốn sách được chọn không cùng một loại (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách trong thùng gồm 16 cuốn sách.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$

Gọi A là biến cố "3 cuốn sách lấy ra không cùng một loại". Để tìm số phần tử của A , ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, với biến cố $\bar{A}$ là 3 cuốn sách lấy ra cùng một loại.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = C_5^3 + C_7^3 + C_4^3 = 49$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 511$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{511}{560} = \frac{73}{80} \approx 0,91$$

Vậy xác suất cần tính

Đáp án: 0,91

Câu 2: Một đoàn tàu gồm 3 toa đỗ ở sân ga. Có 5 hành khách bước lên tàu, mỗi hành khách độc lập với nhau chọn ngẫu nhiên 1 toa. Tính xác suất để mỗi toa có ít nhất 1 hành khách bước lên tàu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Không gian mẫu là số cách sắp xếp 5 hành khách lên 3 toa tàu. Vì mỗi hành khách có 3 cách chọn toa nên có 3^5 cách xếp.

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 3^5 = 243$

Gọi A là biến cố "5 hành khách bước lên tàu mà mỗi toa có ít nhất 1 hành khách". Để tìm số phần tử của biến cố A ta đi tìm số phần tử của biến cố $\bar{A}$, tức có toa không có hành khách nào bước lên tàu, có 2 khả năng sau:

• Trường hợp thứ nhất: Có 2 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 2 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^2 cách.

+) Sau đó cả 5 hành khách lên toa còn lại, có 1 cách.

Do đó trường hợp này có $C_3^2 \cdot 1 = 3$ cách.

• Trường hợp thứ hai: Có 1 toa không có hành khách bước lên.

+) Chọn 1 trong 3 toa để không có khách bước lên, có C_3^1 cách.

+) Hai toa còn lại ta cần xếp 5 hành khách lên và mỗi toa có ít nhất 1 hành khách, có $2^5 - C_2^1 \cdot 1 = 30$

Do đó trường hợp này có $C_3^1 \cdot 30 = 90$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố $\bar{A}$ là $n(\bar{A}) = 3 + 90 = 93$

Suy ra số phần tử của biến cố A là $n(A) = n(\Omega) - n(\bar{A}) = 243 - 93 = 150$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{243} = \frac{50}{81} \approx 0,62$$

Vậy xác suất cần tính

Đáp án: 0,62

$$s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$$

Câu 3: Một vật chuyển động theo quy luật (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quãng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt 20 m/s (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10$

Khi vận tốc của vật đạt 20 m/s ta có:

$$t^2 - 3t + 10 = 20 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 5 \\ t = -2 \end{cases}$$

Vì $t > 0$ nên nhận $t = 5(s)$.

$$s(5) - s(0) = \frac{337}{6} - 2 \approx 54,2 \text{ m}$$

Lúc đó quãng đường vật đi được là:

Đáp án: 54,2

Câu 4: Một tấm ván hình chữ nhật $ABCD$ được dùng làm mặt phẳng nghiêng để kéo một vật lên khỏi hố sâu 2 m . Cho biết $AB = 1 \text{ m}$, $AD = 3,5 \text{ m}$. Tính góc giữa đường thẳng BD và đáy hố. (Kết quả làm tròn đến độ).

Lời giải

Gọi H , K lần lượt là hình chiếu của C , D lên đáy hố là mặt phẳng $(AKHB)$.

Khi đó BD có hình chiếu lên đáy là BK , suy ra

$$(BD, (AKHB)) = (BD, BK) = \angle DBK$$

Với độ sâu hố là $DK = CH = 2 \text{ (m)}$, ta có

$$AK = \sqrt{AD^2 - DK^2} = \frac{\sqrt{33}}{2}$$

$$KB = \sqrt{AK^2 + AB^2} = \frac{\sqrt{37}}{2}$$

$$\tan \angle DBK = \frac{DK}{KB} = \frac{4\sqrt{37}}{37}$$

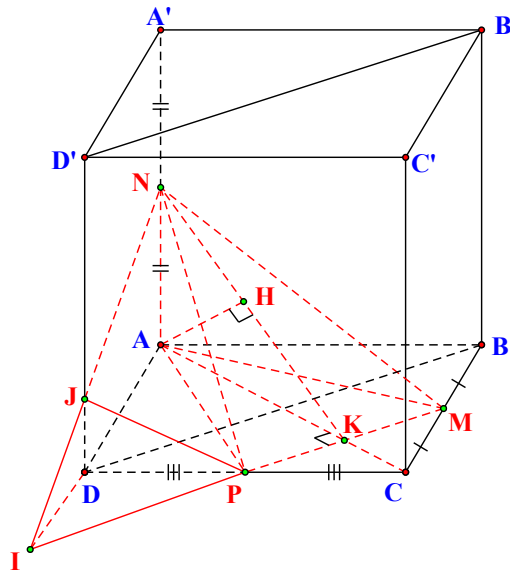
$$\Rightarrow \angle DBK \approx 33^\circ$$

Đáp án: 33

Câu 5: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = BC = 2$ và $CC' = 4$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của cạnh BC và AA' . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $B'D'$ và MN bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Cách 1. Gọi P là trung điểm CD , $I = MP \cap AD$, $J = IN \cap DD'$, $K = AC \cap MP$.



Ta có $MP \parallel BD \Rightarrow MP \parallel B'D' \Rightarrow d(B'D'; MN) = d[B'D'; (MNP)] = d[D'; (MNP)]$

Lại có $d[D'; (MNP)] = \frac{D'J}{DJ} d[D; (MNP)] = 5d[D; (MNP)]$

Mặt khác $d[D; (MNP)] = \frac{DI}{AI} d[A; (MNP)] = \frac{1}{3} d[A; (MNP)]$

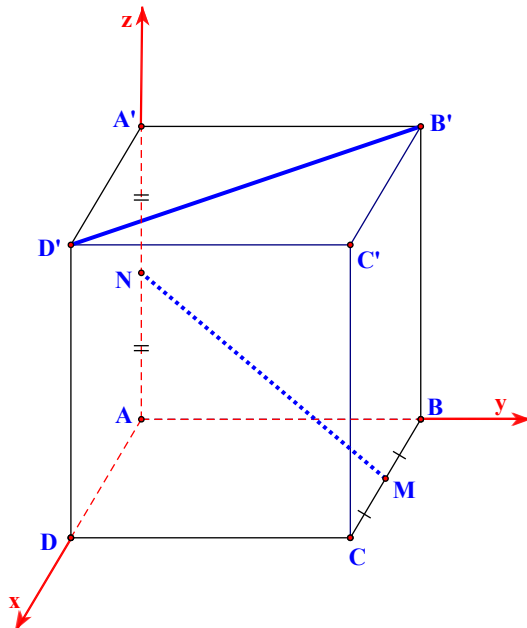
Để thấy $\begin{cases} (NAK) \perp (MNP) \\ (NAK) \cap (MNP) = AK \\ AH \perp NK \text{ (} H \in NK \text{) trong } (NAK) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (MNP) \Rightarrow d[A; (MNP)] = AH$

Suy ra $d(MN; B'D') = \frac{5}{3} d[A; (MNP)] = \frac{5}{3} AH$ với $AN = \frac{AA'}{2} = 2$; $AK = \frac{3}{4} \sqrt{2} AB = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$$d(MN; B'D') = \frac{5}{3} AH = \frac{5}{3} \cdot \frac{AN \cdot AK}{\sqrt{AN^2 + AK^2}} = \frac{5}{3} \cdot \frac{\frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot 2}{\sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 2^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43$$

Vậy

Cách 2. Đặt các trục Ox , Oy và Oz vào hình như sau



Ta có $M(1;2;0)$, $N(0;0;2)$, $B'(0;2;4)$ và $D'(2;0;4)$.

Ta có $\overrightarrow{MN} = (-1; -2; 2)$, $\overrightarrow{B'D'} = (2; -2; 0)$ và $\overrightarrow{MB'} = (-1; 0; 4) \Rightarrow [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}] = (4; 4; 6)$.

$$d(MN; B'D') = \frac{|\overrightarrow{MN} \cdot [\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}]|}{|[\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{B'D'}]|} = \frac{|(-1) \cdot 4 + 0 \cdot 4 + 4 \cdot 6|}{\sqrt{4^2 + 4^2 + 6^2}} = \frac{10\sqrt{17}}{17} \approx 2,43$$

Khi đó

Đáp án: 2,43

Câu 6: Cho hai số thực $x \geq 0; 1 \leq y \leq 3$ thỏa mãn $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037$?

Lời giải

Giả thiết cho $2^{x-2y} \cdot (2x+1) = 4y+2x+4$

$$\Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2(2y+x+2) \cdot 2^{2y} \Leftrightarrow 2^x \cdot (2x+1) = 2^{2y+1} (2y+x+2)$$

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1+1)$$

Xét hàm số $f(t) = 2^t \cdot (t+1)$ trên $(0; +\infty)$; suy ra $f'(t) = 2^t \cdot (t+1) \ln 2 + 2^t > 0, \forall t \in (0; +\infty)$

Vậy hàm số $f(t)$ luôn đồng biến trên $(0; +\infty)$ nên ta có:

$$\Leftrightarrow 2^{2x} \cdot (2x+1) = 2^{2y+x+1} (2y+x+1+1) \Leftrightarrow 2x = 2y+x+1 \Leftrightarrow x = 2y+1$$

$$P = 2^{x-y-2} - x - y^2 + 2037 = 2^{y-1} - (y^2 + 2y + 1) + 2037 = \frac{1}{4} \cdot 2^{y+1} - (y+1)^2 + 2037$$

Suy ra:

Xét hàm số $g(a) = \frac{1}{4} \cdot 2^a - a^2; a \in [2; 4]$

$$g'(a) = \frac{2^a \cdot \ln 2}{4} - 2a \Rightarrow g''(a) = \frac{2^a \cdot \ln^2 2}{4} - 2 < 0, \forall a \in [2; 4]$$

$\Rightarrow g'(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \max_{[2; 4]} g'(a) = g'(2) = \ln 2 - 4 < 0$$

$\Rightarrow g(a)$ luôn nghịch biến trên $[2; 4]$

$$\Rightarrow \min g(a) = g(4) = -12$$

Vậy $\min P = -12 + 2037 = 2025$ khi $y+1 = 4 \Rightarrow y = 3; x = 7$.

Đáp án: 2025

----- Hết -----

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

BÀI THI: TOÁN Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

ĐỀ 2

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$.

B. $(SAC) \perp (SBC)$.

C. $(SAC) \perp (ABC)$.

D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{7}{45}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Câu 5: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Số học sinh	8	7	10	5

Mốt của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. 7,91.

B. 8,38.

C. 8,37.

D. 7,95.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng:

A. 30° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

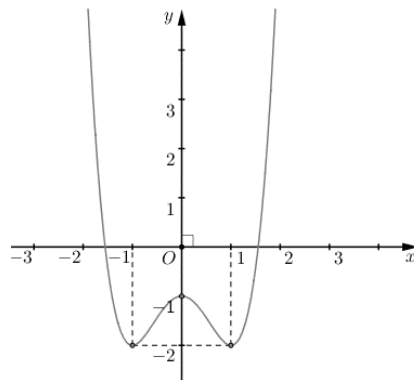
A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại $x_0 = 6$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$. Giá trị của $f'(6)$ bằng:

A. 12.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

- A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$. B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$. C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$. D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{2}$. B. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{2}$. C. $V = \frac{a^3 \sqrt{3}}{6}$. D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) **[NB]** Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%
b) **[TH]** Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$
c) **[TH]** Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.
d) **[VD]** Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

Câu 14: Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

- a) **[NB]** Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: $56,3$ triệu đồng.
b) **[TH]** Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: $53,2$ triệu đồng.
c) **[TH]** Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60 \cdot (1,005)^{n+1} - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^{n+1}}{1 - 1,005}$ (triệu đồng).
d) **[VD]** Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?

- a) **[NB]** $SH \perp (ABCD)$.
b) **[TH]** Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCA$.
c) **[TH]** Góc giữa SB và CD là 90° .
d) **[VD]** Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 60°

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 3x + 2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) **[NB]** Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
b) **[TH]** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) [TH] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) [VD,VDC] Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

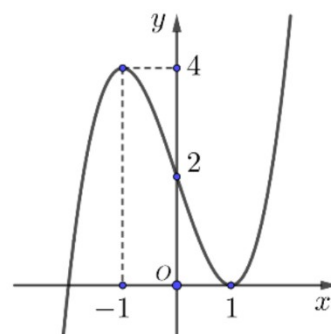
Câu 18: Giải phương trình $\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x)$ ta được họ nghiệm $x = \frac{\pi}{a} + \frac{k\pi}{b}, k, a, b \in \mathbb{Z}$.

Tính $P = 2a + 3b$

Câu 19: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

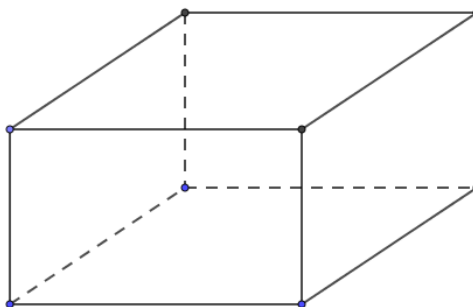


Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$ là bao nhiêu?



Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150(\text{cm})$ và thể tích chứa $900(\text{m}^3)$.

Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/ m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.

----- *Hét* -----

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	D	A	B	C	D	C	B	D	C

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25 điểm**.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5 điểm**.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1.0 điểm**.

Câu 13	Câu 14	Câu 15	Câu 16
a)S	a)Đ	a)Đ	a)S
b)S	b)S	b)S	b)Đ
c)Đ	c)S	c)S	c)Đ
d)S	d)Đ	d)Đ	d)S

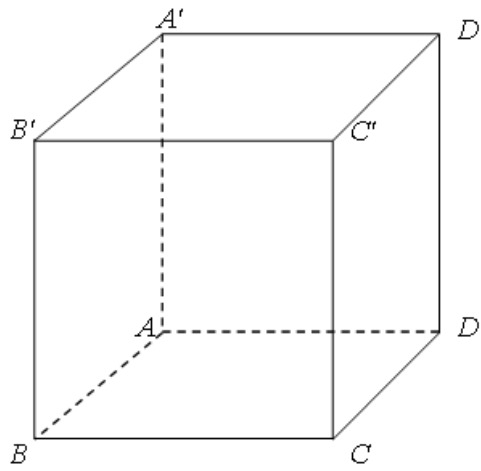
Câu	17	18	19	20	21	22
Chọn	1023	11	196	6	2812	6

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên $(ABB') \perp (CC'D')$ và $BC \perp (ABB'A')$.
Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$
$$d((ABB'), (CC'D')) = d(C, (ABB'A')) = CB = 1$$

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d .

A. $d = \frac{11}{3}$.

B. $d = \frac{10}{3}$.

C. $d = \frac{3}{10}$.

D. $d = \frac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn A

Cấp số cộng (u_n) có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B , kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB) \perp (ABC)$.

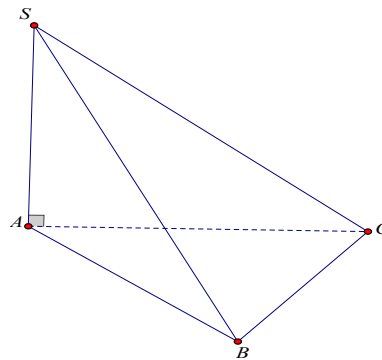
B. $(SAC) \perp (SBC)$.

C. $(SAC) \perp (ABC)$.

D. $(SAB) \perp (SBC)$.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow (SAB) \perp (ABC) \Rightarrow \text{A đúng.}$

Ta có: $\begin{cases} SA \perp (ABC) \\ SA \subset (SAC) \end{cases} \Rightarrow (SAC) \perp (ABC) \Rightarrow \text{C đúng.}$

Ta có: $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BC$ mà $BC \perp AB \Rightarrow BC \perp (SAB); BC \subset (SBC) \Rightarrow (SAB) \perp (SBC) \Rightarrow \text{D đúng.}$

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

A. $\frac{7}{15}$.

B. $\frac{7}{45}$.

C. $\frac{8}{15}$.

D. $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.Gọi A : "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".Khi đó $n(A) = C_4^2 = 6$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2}{15}$$

Vậy xác suất cần tính là

Câu 5: Hàm số $y = \frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

$$y' = \frac{-1}{(x+1)^2} > 0, \forall x \neq -1$$

Có nên hàm số không có cực trị.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	$[6; 7)$	$[7; 8)$	$[8; 9)$	$[9; 10]$
Số học sinh	8	7	10	5

Mốt của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. 7,91.

B. 8,38.

C. 8,37.

D. 7,95.

Lời giải

Chọn B

Nhóm chứa Mốt là $[8; 9)$.

$$M_c = 8 + \frac{10-7}{10-7+10-5}(9-8) \approx 8,38$$

Mốt của mẫu số liệu là

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB = a\sqrt{2}$. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng:

A. 30° .

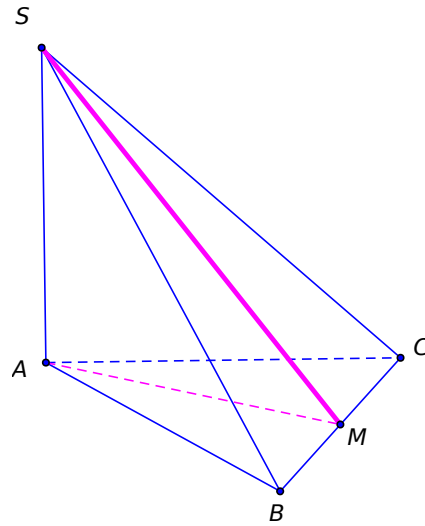
B. 60° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Chọn C



Kẻ $AM \perp BC$ tại $M \Rightarrow M$ là trung điểm của BC và $AM = \frac{1}{2}BC = \frac{(a\sqrt{2})\sqrt{2}}{2} = a$. Ta có

$$\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ (SAM) \perp BC \\ (SAM) \cap (SBC) = SM \\ (SAM) \cap (ABC) = AM \end{cases} \Rightarrow ((SBC), (ABC)) = (SM, AM)$$

Suy ra góc giữa (SBC) và (ABC) bằng góc $\widehat{SMA}$. Ta có

$$\tan \widehat{SMA} = \frac{SA}{AM} = \frac{a}{a} = 1 \Rightarrow \widehat{SMA} = 45^\circ$$

Suy ra góc nhị diện $[S, BC, A]$ có số đo bằng 45° .

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1$ là:

A. 6.

B. 5.

C. 4.

D. 0.

Lời giải

Chọn D

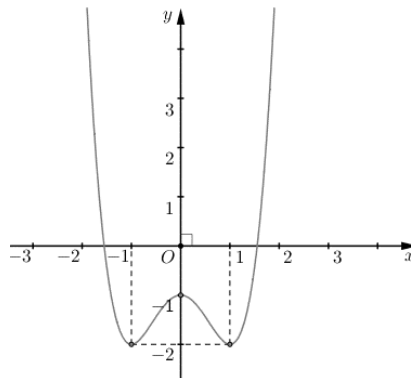
Điều kiện $x \neq 0$. Có

$$\log_4 x^2 - \log_2 3 = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = 1 + \log_2 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \log_2 x^2 = \log_2 2 + \log_2 3$$

$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 = 2 \cdot \log_2 6 \Leftrightarrow \log_2 x^2 = \log_2 6^2 \Leftrightarrow x^2 = 6^2 \Leftrightarrow x = \pm 6$$

Do đó, tổng các nghiệm sẽ bằng 0.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $(0; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 0)$ và $(1; +\infty)$. Chọn C.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định tại $x_0 = 6$ và thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$. Giá trị của $f'(6)$ bằng:

A. 12.

B. 2.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là D và $x_0 \in D$. Nếu tồn tại giới hạn (hữu hạn)

$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ thì giới hạn gọi là đạo hàm của hàm số tại x_0 .

Vậy $f'(6) = \lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA = 2a$. Gọi M là trung điểm của SC . Tính cosin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

A. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{7}}{14}$.

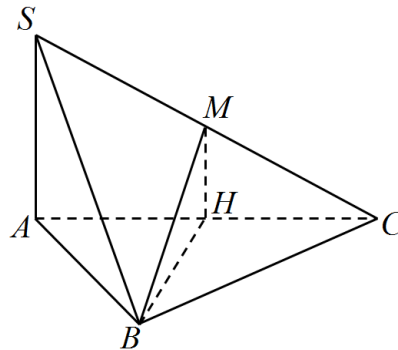
B. $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$.

C. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{7}$.

D. $\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H là trung điểm cạnh AC . Khi đó $HM \parallel SA$ nên HM vuông góc (ABC) tại H .

Do đó $(\overrightarrow{BM}, (ABC)) = (\overrightarrow{BM}, \overrightarrow{BH}) = \angle MBH$ do $\triangle MBH$ vuông tại H .

$$\cos \angle MBH = \frac{BH}{BM} = \frac{BH}{\sqrt{HM^2 + BH^2}} = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2 + \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}$$

Ta có:

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

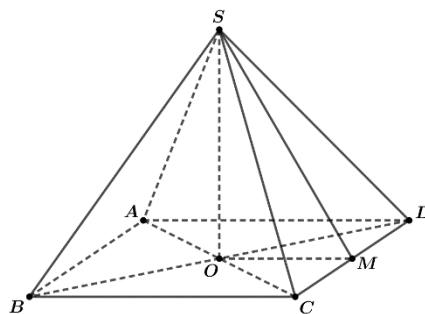
A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

B. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

C. $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của đáy, gọi M là trung điểm của BC .

Ta có $\begin{cases} SO \perp BC \\ OM \perp BC \end{cases}$ nên $(SOM) \perp BC$, suy ra $[(SCD), (ABCD)] = (SM, OM) = \angle SMO = 60^\circ$.

Có $OM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$, $SO = OM \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 13: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

- a) **[NB]** Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%
- b) **[TH]** Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$
- c) **[TH]** Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.
- d) **[VD]** Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

Lời giải

Gọi A là biến cố An làm đúng câu dễ

B là biến cố An làm đúng câu trung bình

C là biến cố An làm đúng câu khó.

Khi đó A, B, C độc lập với nhau.

- a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại trên và đúng cả ba câu là

$$P = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,072 = 7,2\% \quad \text{Khẳng định Sai.}$$

- b) Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là

$$P(\bar{A}) \cdot P(B) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(\bar{B}) \cdot P(C) + P(A) \cdot P(B) \cdot P(\bar{C})$$

$$= 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,15 + 0,8 \cdot 0,4 \cdot 0,15 + 0,8 \cdot 0,6 \cdot 0,85 = 0,474$$

Khẳng định Sai.

- c) Xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại là: $P = P(A) \cdot P(B) \cdot P(C) = 0,072 = 7,2\%$

Xác suất An làm sai 3 câu mức độ trung bình. $(0,4)^3 = 0,064$.

Khẳng định Đúng.

- d) Để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm có các trường hợp sau:

TH1: Đúng 4 câu khó và câu còn lại sai

$$(0,15)^4 (0,2 + 0,4 + 0,85) = 7,34 \cdot 10^{-4}$$

TH2: Đúng 3 câu khó và đúng 2 câu trung bình

$$(0,15)^3 \cdot (0,6)^2 = 1,215 \cdot 10^{-4}$$

Vậy xác suất cần tìm là $0,1949\%$

Khẳng định Sai.

Câu 14: Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

a) **[NB]** Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: $56,3$ triệu đồng.

b) **[TH]** Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: $53,2$ triệu đồng.

c) **[TH]** Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^{n+1}}{1 - 1,005}$ (triệu đồng).

d) **[VD]** Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Lời giải

a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là:

$$P_1 = 60(1 + 0,5\%) - 4 = 60 \cdot 1,005 - 4 = 56,3 \text{ triệu đồng. Suy ra mệnh đề đúng.}$$

b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là:

$$P_2 = P_1 \cdot 1,005 - 4 = (60 \cdot 1,005 - 4) \cdot 1,005 - 4 = 60 \cdot (1,005)^2 - 4 \cdot 1,005 - 4 = 52,5815 \text{ (triệu đồng)}$$

Suy ra mệnh đề **sai**.

c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là:

$$P_n = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot (1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + \dots + 1) = 60 \cdot (1,005)^n - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^n}{1 - 1,005} \text{ (triệu đồng). Suy}$$

ra mệnh đề **sai**.

d) Quỹ học bổng còn lại sau 16 tháng là:

$$P_{16} = 60 \cdot (1,005)^{16} - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^{16}}{1 - 1,005} = -1,472651944 < 0$$

Quỹ học bổng còn lại sau 15 tháng là:

$$P_{15} = 60 \cdot (1,005)^{15} - 4 \cdot \frac{1 - 1,005^{15}}{1 - 1,005} = 2,514774185 \text{ triệu đồng.}$$

Suy ra tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên. Suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 15: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD . Các khẳng định sau **đúng** hay **sai**?

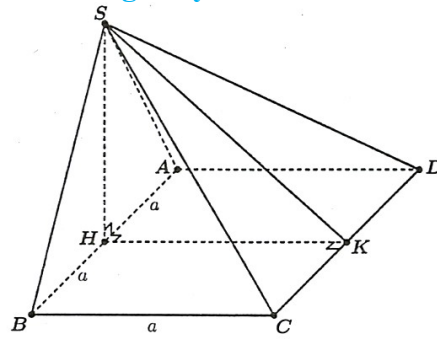
a) **[NB]** $SH \perp (ABCD)$.

b) **[TH]** Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCA$.

c) **[TH]** Góc giữa SB và CD là 90° .

d) **[VD]** Góc phẳng nhị diện $[S, CD, A]$ bằng 60°

Lời giải



- a) Gọi H lần lượt là trung điểm AB . Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.
 Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

- b) Ta có $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\angle SCH$.
 Suy ra mệnh đề trên **sai**.

- c) Ta có $AB \parallel CD$ nên $(SB; CD) = (SB; AB) = \angle SBA$. Mà tam giác SAB đều nên $\angle SBA = 60^\circ$.
 Suy ra mệnh đề trên **sai**.

- d) Vì H, K lần lượt là trung điểm của AB, CD . Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $HK \perp CD$.

Khi đó:
$$\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$$

Ta có:
$$\begin{cases} (SCD) \cap (ACD) = CD \\ HK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases} \Rightarrow [S, CD, A] = \angle SKH = \varphi$$

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH = \frac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

$$\tan \angle SKH = \frac{SH}{HK} = \frac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \angle SKH = 60^\circ$$

Do đó . Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

- a) **[NB]** Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.
 b) **[TH]** Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.
 c) **[TH]** Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
 d) **[VD, VDC]** Hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ có ba điểm cực đại.

Lời giải

a) Sai

Ta có $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2) = (x-1)^3(x-2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm.

b) Đúng

Bảng biến thiên $y = f(x)$

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$					

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1), (2; +\infty)$.

Ta có $(-3; 0) \subset (-\infty; 1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; 0)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Sai

Ta có $y = f(x^2 - 6x + 1) \Rightarrow y' = (x^2 - 6x + 1)' f'(x^2 - 6x + 1) = (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow (2x - 6) f'(x^2 - 6x + 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 6 = 0 \\ x^2 - 6x + 1 = 1 \\ x^2 - 6x + 1 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 0 \\ x = 6 \\ x = -3 + \sqrt{10} \\ x = -3 - \sqrt{10} \end{cases}$$

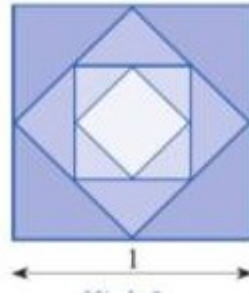
Bảng biến thiên $y = f(x^2 - 6x + 1)$

x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{10}$	0	$-3 + \sqrt{10}$	3	6	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x^2 - 6x + 1)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1 . Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2 . Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$. Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.



Diện tích của hình vuông C_1 là 1.

Độ dài đường chéo hình vuông C_1 là $\sqrt{2}$.

Hình vuông C_2 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_1 .

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_2 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

Hình vuông C_3 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_2 .

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_3 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

.....

Hình vuông C_n có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_{n-1} .

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_n là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n, \dots$ lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1 \cdot \frac{1 - q^{10}}{1 - q} = \frac{1023}{512} \Rightarrow 512S_{10} = 1023$$

Đáp án: 1023

Câu 18: Giải phương trình $\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x)$ ta được họ nghiệm $x = \frac{\pi}{a} + \frac{k\pi}{b}, k, a, b \in \mathbb{Z}$.

Tính $P = 2a + 3b$

Lời giải

ĐKXĐ: $\begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$.

$$\frac{2 \sin x}{\cot x} - \frac{\tan x}{\sin x} = 2(\sin x - \cos x) \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - \tan x \cot x = 2(\sin x - \cos x) \sin x \cot x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2(\sin x - \cos x) \cos x \Leftrightarrow 2 \sin^2 x - 1 = 2 \sin x \cos x - 2 \cos^2 x$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2 \cos^2 x - 1 = \sin 2x \Leftrightarrow \sin 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

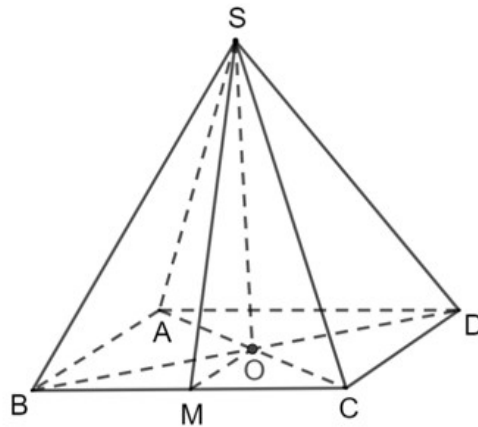
Đổi chiều điều kiện, nghiệm phương trình là $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 $\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow P = 2a + 3b = 2.4 + 3.1 = 11$

Đáp án: 11

Câu 19: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng...) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều S.ABCD với O là tâm của đáy.
 Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $\angle SMO \Rightarrow \tan \angle SMO = \frac{49}{45} = \frac{SO}{OM}$

Đặt $\begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

$$S = 4S_{\triangle SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4 \cdot \frac{1}{2} SM \cdot BC + AB^2 = 80300$$

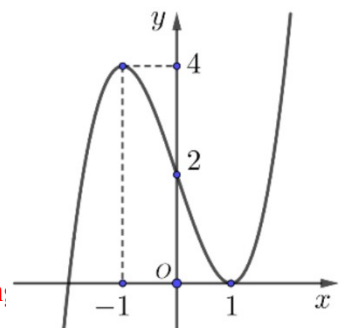
$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426} \cdot 90x + (90x)^2 = 80300$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 196m$$

Đáp án: 196

Câu 20: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$$y = g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$$
 là bao nhiêu?



Lời giải

$$f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{cases}$$

Ta có:

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (ng nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (ng nghiệm kép)

$$\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-1)^2 \quad (k > 0)$$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn x_1, x_2, x_3 với $x_1 = b < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3 = c \quad (b > a)$

$$\Rightarrow f(x) - 2 = k(x-b)x(x-c) \quad (k > 0).$$

$\Rightarrow y = g(x) \quad D = \mathbb{R}, \{a; b; 0; 1; c\}$
Hàm số có tập xác định

+) Tìm tiệm cận ngang:

$$g(x) = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)} = \frac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \frac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$$

Vì

$\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow y = g(x) \quad y = 0$
Nên ĐTHS nhận đường thẳng làm TCN.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị khác 0.

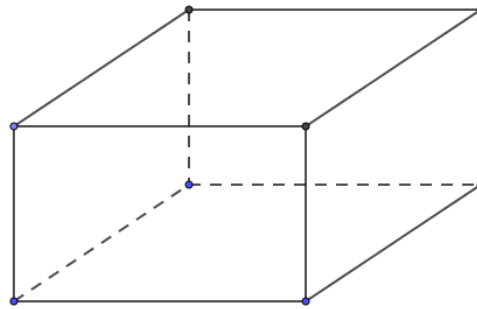
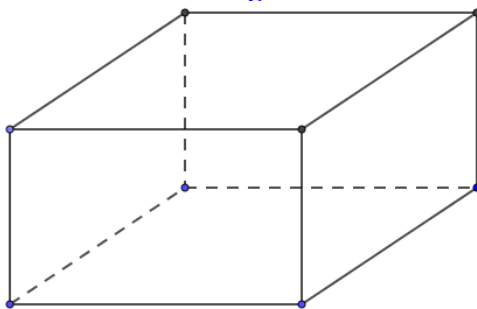
Và do hàm số xác định trên $D = \mathbb{R}, \{a; b; 0; 1; c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y = g(x)$ tại các điểm $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, ĐTHS $y = g(x)$ có 5 TCD: $x = a, x = b, x = 0, x = 1$ và $x = c$.

Vậy ĐTHS $y = g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 TCN: $y = 0$ và 5 TCD $x = a, x = b, x = 0, x = 1, x = c$.

Đáp án: 6

Câu 21: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150(\text{cm})$ và thể tích chứa $900(\text{m}^3)$. Biết giá thành để làm mặt bên là $2,8$ triệu đồng/ m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).

**Lời giải**

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều dài của đáy hình hộp. Điều kiện: $x > 0; y > 0 (\text{m})$.

Ta có thể tích của khối hộp: $V = 1,5xy = 900 \Rightarrow xy = 600 \Rightarrow y = \frac{600}{x} (\text{m}^3)$.

Diện tích mặt đáy: $S_d = xy = x \cdot \frac{600}{x} = 600 (\text{m}^2)$.

Giá tiền để làm mặt đáy là: $600 \cdot 4000000 = 24 \cdot 10^8$ (đồng).

Diện tích xung quanh của bể cá: $S_{xq} = 2 \cdot x \cdot 1,5 + 2 \cdot y \cdot 1,5 = 3 \cdot (x + y) = 3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

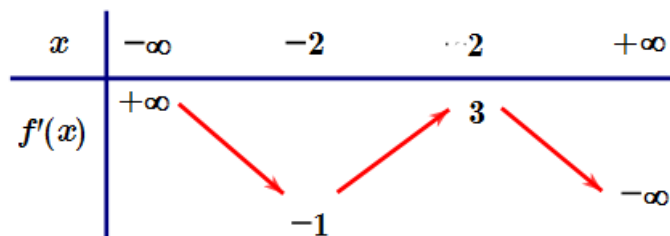
Giá tiền để làm mặt bên là: $3 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) \cdot 2800000 = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right)$.

Tổng chi phí để xây dựng bể cá là:

$$T(x) = 84 \cdot 10^5 \cdot \left(x + \frac{600}{x}\right) + 24 \cdot 10^8 \geq 84 \cdot 10^5 \cdot 2 \sqrt{x \cdot \frac{600}{x}} + 24 \cdot 10^8 \approx 2812 \quad (\text{triệu đồng}).$$

Đáp án: 2812

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\square$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$.

Lời giải

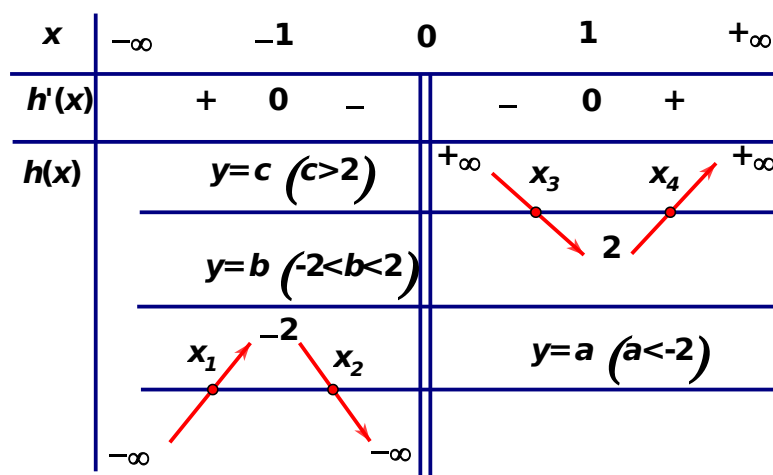
Đặt $g'(x) = \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) = 0 \\ f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm 1 \\ \frac{x^2+1}{x} = a \ (a < -2) \\ \frac{x^2+1}{x} = b \ (-2 < b < 2) \\ \frac{x^2+1}{x} = c \ (c > 2) \end{cases}$$

$$h(x) = \frac{x^2+1}{x}, h'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}, h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Xét hàm số

Bảng biến thiên của hàm số $h(x) = \frac{x^2+1}{x}$



Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x) = a, h(x) = c$, mỗi phương trình có

hai nghiệm phân biệt khác ± 1 , mà $a \neq c \Rightarrow f'\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = 0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_1, x_2, x_3, x_4 khác ± 1 và phương trình $h(x) = b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x) = 0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1, -1, x_2, x_3, 1, x_4$.

Vậy hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

Đáp án: 6

----- Hết -----