

Họ và tên:

Số báo danh:

Mã đề 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = -\frac{1}{x^2}$ là

A. $-\frac{1}{x} + C$

B. $\frac{1}{x} + C$

C. $\frac{3}{x^3} + C$

D. $-\frac{3}{x^3} + C$

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình $\sin x = 1$ là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $\int 2^x dx = \frac{2^{x+1}}{x+1} + C$

Câu 3. Khảo sát thời gian sử dụng điện thoại trong một ngày của 40 học sinh 12A1, giáo viên chủ nhiệm thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian (phút)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số học sinh	2	10	16	8	2	2

Hiệu số $\Delta Q = Q_3 - Q_1$ của mẫu số liệu là

A. $\Delta Q = 17$

B. $\Delta Q = 14,5$

C. $\Delta Q = 17,5$

D. $\Delta Q = 14$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 2y - 8z + 1 = 0$ là phương trình mặt cầu có tâm I và bán kính R lần lượt là

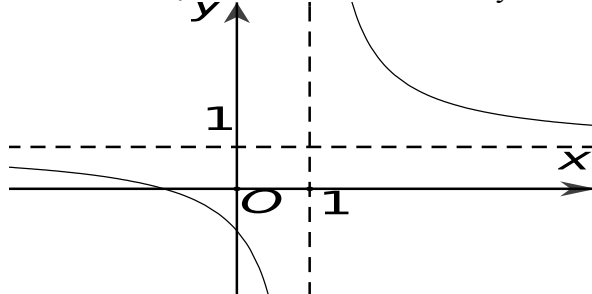
A. $I(3; -1; 4); R = 5$

B. $I(-3; 1; -4); R = 5$

C. $I(-6; 2; -8); R = 12$

D. $I(6; -2; 8); R = 9$

Câu 5. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x - 1}{x - 1}$

B. $y = \frac{x + 1}{x - 1}$

C. $y = 2x^3 + x^2 + 1$

D. $y = \frac{x^2 - 3x - 1}{x - 2}$

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $2^{5-x} \geq 2$ là

A. $(-\infty; 4]$

B. $(-\infty; -4)$

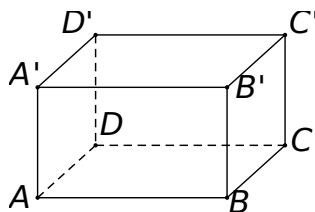
C. $(-\infty; 6]$

D. $[6; +\infty)$

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 + t \\ z = 2t \end{cases}$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $a_1 = (-1; 1; 2)$. B. $a_2 = (2; 3; 2)$. C. $a_3 = (2; 3; 0)$. D. $a_4 = (-1; 1; 0)$.

Câu 8. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ là



- A. BB' . B. CD . C. $A'B$. D. BC' .

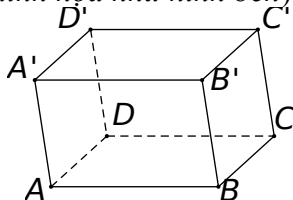
Câu 9. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2) = -1$ là

- A. $x = \frac{7}{3}$. B. $x = -5$. C. $x = -\frac{5}{3}$. D. $x = -1$.

Câu 10. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

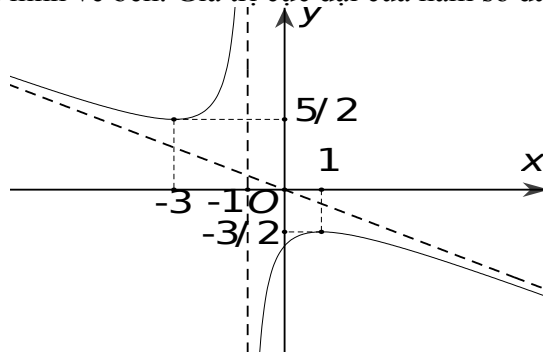
- A. 27 . B. 12 . C. 7 . D. 9 .

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Vector nào sau đây bằng vector $\overrightarrow{BC}$?



- A. $\overrightarrow{B'C'}$. B. $\overrightarrow{BD}$. C. $\overrightarrow{AB}$. D. $\overrightarrow{CD}$.

Câu 11. Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho là



- A. $-\frac{3}{2}$. B. $\frac{5}{2}$. C. 1 . D. -3 .

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 và câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x + 2)^2}$$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$.

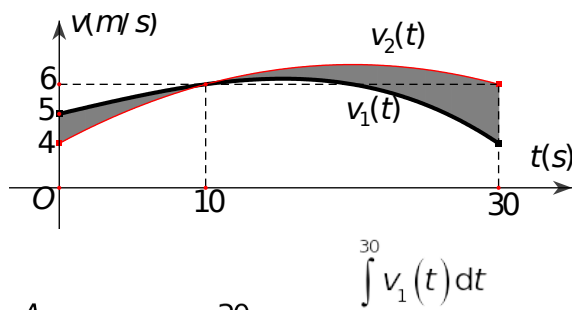
c) Giá trị của hàm số tại $x = -3$ là $f(-3) = 2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = -x - 6$.

Câu 2. Có 2 vận động viên A và B chạy trên một đường thẳng với vận tốc lần lượt được biểu diễn bởi đồ

thị hàm số $y = v_1(t) = -\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5$ (m/s) và parabol $y = v_2(t)$ (m/s) như hình vẽ. Biết rằng 2 vận động viên xuất phát cùng một lúc tại cùng một vị trí.

Diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.



a) Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Tổng diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.

c) $v_2(t) = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600)$ (m/s)

d) Tại thời điểm 10(s), vận động viên B dẫn trước vận động viên A một khoảng bằng 4,3(m) (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Một cửa hàng kinh doanh vàng thống kê có 60% người mua vàng là nam, có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

a) Xác suất một người nữ mua vàng của cửa hàng trên là 0,4.

b) Biết một người mua vàng là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua vàng là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.

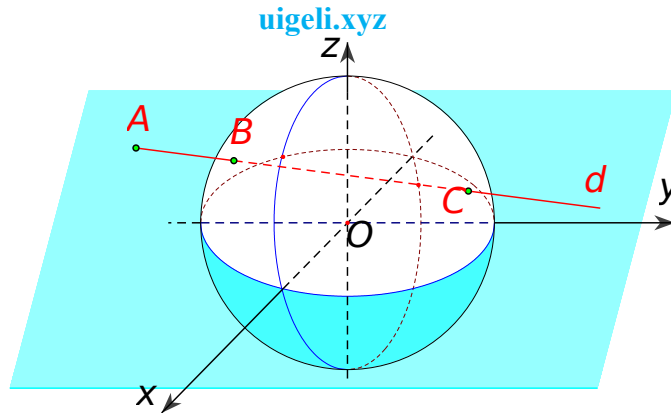
d) Trong số những người mua vàng tại cửa hàng này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu

của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 500km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí $A(-800;-40;10)$, chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Giả sử $B(-1000 + 100b, -200 + 80b, 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình radar. Khi đó $b \in [4; 5]$.

c) Khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của radar lớn hơn 385km .

d) Giả sử máy bay bay đều với vận tốc $900(\text{km/h})$. Khi đó thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng radar là hơn 1 giờ.

Phần III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà xuất bản tạp chí bán với giá 20 nghìn đồng mỗi cuốn. Tổng chi phí sản xuất tạp chí gồm 2 phần là chi phí xuất bản và chi phí phát hành. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 10\,000$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Hỏi cần in bao nhiêu cuốn thì nhà xuất bản có lãi và in bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất?

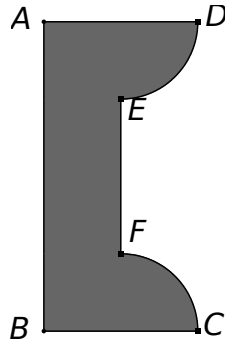
Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh nữ và 2 học sinh khối nam ngồi vào một dãy gồm 9 ghế được đánh số từ 1 đến 9 . Tính xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế được đánh số chẵn.

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với cạnh huyền $AB = 2$; cạnh bên của lăng trụ bằng $\sqrt{3}$, mặt bên $ABB'A'$ có góc $\angle A'AB$ nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (ACA') tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACA') (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 4. Cửa hàng X cần thuê xe để chở trên 130 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 3 triệu, loại B giá 2 triệu. Chi phí thấp nhất mà cửa hàng X phải bỏ ra là bao nhiêu? Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và $0,5$ tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1 tấn hàng.

Câu 5. Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ) quay xung quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AD, AB, BC, EF và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$; điểm E cách AD một đoạn bằng 2 cm ; điểm F cách BC một

đoạn bằng 2cm . Thể tích của vật thể trang trí trên là bao nhiêu centimet khối? (Quy tròn đến hàng phần mười).



Câu 6. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT PHẦN II-III

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn (Mỗi câu trả lời đúng được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	B	B	A	B	A	A	A	A	A	A	A

Câu	Lệnh hỏi	Đáp án (Đ/S)	Câu	Lệnh hỏi	Đáp án (Đ/S)
1	a)	S	3	a)	Đ
	b)	Đ		b)	S
	c)	Đ		c)	Đ
	d)	S		d)	S
2	a)	Đ	4	a)	Đ
	b)	S		b)	S
	c)	Đ		c)	S
	d)	S		d)	S

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn (Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	9000	4	32
2	0,96	5	213
3	1,22	6	13

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2}$.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x - 3}{(x + 2)^2}$$

a) Hàm số đã cho có đạo hàm

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm $S = \{-3; -1\}$.

c) Giá trị của hàm số tại $x = -3$ là $f(-3) = 2$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là $y = -x - 6$.

Lời giải

a) Sai.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x + 2)^2}$$

b) Đúng.

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 4x - 3}{(x + 2)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 3 = 0 \\ x \neq -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$$

c) Đúng.

Thay $x = -3$ vào $f(x)$ ta được $f(-3) = 2$.

d) Sai.

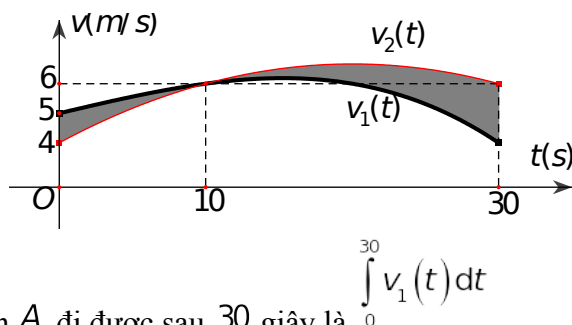
$$f(x) = \frac{-x^2 - 4x - 5}{x + 2} = -x - 2 + \frac{-1}{x + 2}$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x - 2)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x + 2} = 0 \Rightarrow y = -x - 2 \text{ mới là đường tiệm cận xiên.}$$

Câu 2. Có 2 vận động viên A và B chạy trên một đường thẳng với vận tốc lần lượt được biểu diễn bởi đồ

thị hàm số $y = v_1(t) = -\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5 \text{ (m/s)}$ và parabol $y = v_2(t) \text{ (m/s)}$ như hình vẽ. Biết rằng 2 vận động viên xuất phát cùng một lúc tại cùng một vị trí.

Diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.



a) Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Tổng diện tích phần tô đậm như hình vẽ bằng khoảng cách giữa 2 vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát.

c) $v_2(t) = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \text{ (m/s)}$

d) Tại thời điểm $10(s)$, vận động viên B dẫn trước vận động viên A một khoảng bằng $4,3(m)$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Đúng.

Quãng đường vận động viên A đi được sau 30 giây là $\int_0^{30} v_1(t) dt$.

b) Sai.

Khoảng cách giữa hai vận động viên sau 30 giây kể từ lúc xuất phát bằng trị tuyệt đối của diện tích 2

phần tô đậm trong hình vẽ và bằng $\left| \int_0^{30} v_1(t) dt - \int_0^{30} v_2(t) dt \right|$

c) Đúng.

Do đồ thị của $v_2(t)$ là đường parabol nên hàm số có dạng $y = v_2(t) = at^2 + bt + c$.

Đồ thị hàm số $v_2(t)$ đi qua ba điểm $(0, 4)$; $(10, 6)$; $(30, 6)$ nên ta có:

$$\begin{cases} a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 4 \\ a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c = 6 \\ a \cdot 30^2 + b \cdot 30 + c = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 4 \\ 100a + 10b = 2 \\ 900a + 30b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{150} \\ b = \frac{4}{15} \\ c = 4 \end{cases}$$

Vậy $v_2(t) = -\frac{1}{150}t^2 + \frac{4}{15}t + 4 = -\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600)(m/s)$

d) Sai.

Tại thời điểm 10 giây, quãng đường vận động viên A chạy được là

$$\int_0^{10} \left(-\frac{1}{6000}t^3 + \frac{7}{60}t + 5 \right) dt = \frac{665}{12}(m)$$

Tại thời điểm 10 giây, quãng đường vận động viên B chạy được là

$$\int_0^{10} \left[-\frac{1}{150}(t^2 - 40t - 600) \right] dt = \frac{460}{9}(m)$$

Tại thời điểm 10 giây, vận động viên A dẫn trước vận động viên B khoảng bằng $\frac{665}{12} - \frac{460}{9} \approx 4,3(m)$.

Câu 3. Một cửa hàng kinh doanh vàng thống kê có 60% người mua vàng là nam, có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi và 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi (giả sử chỉ có 2 giới tính nam và nữ).

a) Xác suất một người nữ mua vàng của cửa hàng trên là $0,4$.

b) Biết một người mua vàng là nam, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{1}{3}$.

c) Biết một người mua vàng là nữ, xác suất người đó trên 50 tuổi là $\frac{3}{4}$.

d) Trong số những người mua vàng tại cửa hàng này thì tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là 2 lần.

Lời giải

a) Đúng.

Gọi A là biến cố: “Người mua vàng là nam”. Ta có $P(A) = 0,6$.

Khi đó $\bar{A}$ là biến cố: “Người mua vàng là nữ”.

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,6 = 0,4$$

b) Sai.

Gọi B là biến cố: “Người mua vàng trên 50 tuổi”.

Theo giả thiết: có 40% số người mua vàng là nam trên 50 tuổi suy ra $P(AB) = 0,4$.

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{0,4}{0,6} = \frac{2}{3}$$

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính:

c) Đúng.

Tương tự, phần b).

Theo giả thiết: có 30% số người mua vàng là nữ trên 50 tuổi suy ra $P(\bar{A}B) = 0,3$.

$$P(B|\bar{A}) = \frac{P(\bar{A}B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,3}{0,4} = \frac{3}{4}$$

Theo yêu cầu của đề bài ta cần tính:

d) Sai.

$$\frac{P(B|\bar{A})}{P(B|A)} = \frac{9}{8} = 1,125 \neq 2$$

Dựa vào kết quả ở câu b) và câu c) ta có tỉ lệ đó bằng

Do đó, tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nam cao hơn tỉ lệ người trên 50 tuổi trong số những người nữ là $1,125$ lần.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu

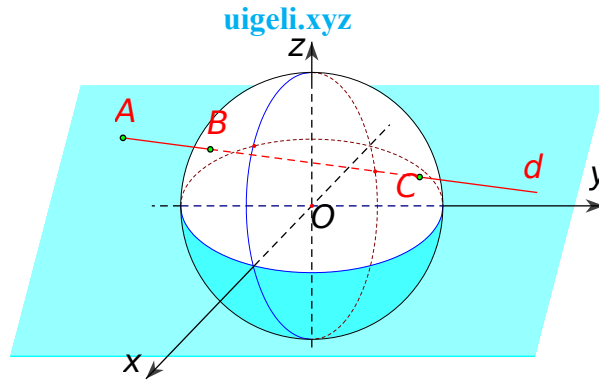
của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa $500km$. Một

máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang ở vị trí $A(-800;-40;10)$, chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

phương trình

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).



a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Giả sử $B(-1000 + 100t; -200 + 80t; 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa. Khi đó $b \in [4; 5]$.

c) Khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của ra đa lớn hơn 385km.

d) Giả sử máy bay bay đều với vận tốc 900(km/h). Khi đó thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng ra đa là hơn 1 giờ.

Lời giải

a) Đúng.

Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$, bán kính 500 có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 = 500^2$.

b) Sai.

Ta có $OA = \sqrt{800^2 + 40^2 + 10^2} = 30\sqrt{713} \approx 801,06 \text{ km}$.

Vì máy bay chuyển động theo đường thẳng d nên vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa và vị trí mà máy bay bay ra khỏi màn hình ra đa là giao điểm của đường thẳng d và mặt cầu (S) .

Gọi $M(-1000 + 100t; -200 + 80t; 10)$ là giao điểm của d và (S) .

Khi đó

$$(-1000 + 100t)^2 + (-200 + 80t)^2 + 10^2 = 500^2 \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 \approx 8,43 \\ t_2 \approx 5,71 \end{cases}$$

Ta có:

$$t_1 \approx 8,43 \Rightarrow M_1(-157; 474; 10) \Rightarrow M_1A \approx 823,44$$

$$t_2 \approx 5,71 \Rightarrow M_2(-429; 256; 10) \Rightarrow M_2A \approx 475,11$$

Vì $M_1A > M_2A$ nên $M_1 \equiv C$, $M_2 \equiv B$.

Vậy $B(-1000 + 100b; -200 + 80b; 10)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa khi $b \approx 5,71$.

c) Sai,

Ta có: $\overrightarrow{M_1 M_2} = (-272; -217,6; 0) \Rightarrow M_1 M_2 \approx 348,33$

Nên khoảng cách máy bay bay trong vùng phát sóng của ra đa là $M_1 M_2 \approx 348,33$

d) Sai.

Thời gian máy bay bay trong vùng phủ sóng là $t = \frac{M_1 M_2}{900} \approx 0,387$ giờ.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một nhà xuất bản tạp chí bán với giá 20 nghìn đồng mỗi cuốn. Tổng chi phí sản xuất tạp chí gồm 2 phần là chi phí xuất bản và chi phí phát hành. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x) = 0,001x^2 - 2x + 10\,000$ được tính theo đơn vị nghìn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Hỏi cần in bao nhiêu cuốn thì nhà xuất bản có lãi và in bao nhiêu cuốn thì lãi nhiều nhất?

Lời giải

Đáp số: 9000.

Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là: $T(x) = C(x) + 4x = 0,001x^2 + 2x + 10\,000$ (nghìn đồng).

Số tiền thu được khi bán x cuốn tạp chí là $20x$ (nghìn đồng)

Suy ra số tiền lãi khi bán x cuốn là: $L(x) = 20x - T(x) = -0,001x^2 + 18x - 10\,000$ (vạn đồng).

Nhà xuất bản có lãi khi $L(x) > 0 \Leftrightarrow -0,001x^2 + 18x - 10\,000 > 0 \Rightarrow 539 < x < 18540$

Chú ý rằng $x \in \mathbb{N}^*$ nên để nhà sản xuất có lãi thì cần in ít nhất 540 cuốn và không quá 18539 cuốn.

Nhà xuất bản có lãi nhiều nhất khi $L(x)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $L'(x) = -0,002x + 18 = 0 \Leftrightarrow x = 9000$

Bảng biến thiên:

x	0	9000	$+\infty$
$L'(x)$		+	-
$L(x)$		7100	

$$\max_{(0;+\infty)} L(x) = L(9000) = 7100$$

Suy ra

Vậy muốn lãi nhiều nhất thì phải in 9000 cuốn.

Câu 2. Xếp ngẫu nhiên 5 học sinh nữ và 2 học sinh khối nam ngồi vào một dãy gồm 9 ghế được đánh số từ 1 đến 9. Tính xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế được đánh số chẵn.

Lời giải

Đáp số: 0,96.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = A_9^7$

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Xét biến cố A : “Có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn”

$\Rightarrow \bar{A}$ là biến cố: “Có nhiều hơn 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn”.

Có 5 vị trí lẻ và 4 vị trí chẵn.

TH1. Có đúng 4 học sinh ngồi khối 12 ngồi vào ghế chẵn.

Chọn 1 bạn trong 5 bạn khối 12 để xếp vào 1 vị trí lẻ; 4 bạn khối 12 còn lại xếp vào 4 vị trí chẵn; tiếp đến xếp 2 bạn lớp 11 vào 4 vị trí lẻ còn lại.

Trường hợp 1 có: $C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2$.

TH2. Có đúng 5 học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn. Trường hợp này không xảy ra vì chỉ có 4 vị trí chẵn.

Suy ra $N(\bar{A}) = C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2$.

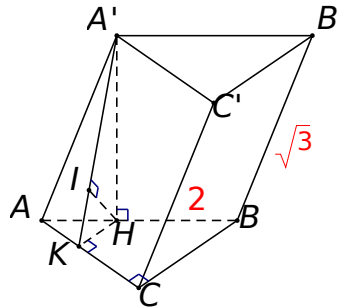
Xác suất để có không quá 3 bạn học sinh khối 12 ngồi vào ghế chẵn là:

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_5^1 \cdot 5A_4^4 A_4^2}{A_9^7} = \frac{121}{126} \approx 0,96$$

Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân với cạnh huyền $AB = 2$; cạnh bên của lăng trụ bằng $\sqrt{3}$, mặt bên $ABB'A'$ có góc $\widehat{A'AB}$ nhọn và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt phẳng (ACA') tạo với mặt phẳng (ABC) góc 60° . Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (ACA') (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: 1,22.



Gọi H là hình chiếu của A' trên AB (H thuộc đoạn AB do góc $\widehat{A'AB}$ nhọn). Ta có: $((ABB'A') \perp (ABC)) \Rightarrow A'H \perp (ABC)$

Gọi K, I lần lượt là hình chiếu của H trên $AC, A'K$. Ta có:

$$\begin{cases} AC = (ACA') \cap (ABC) \\ A'H \perp (ABC) \\ HK \perp AC \end{cases} \Rightarrow ((ACA'), (ABC)) = \widehat{A'KH} = 60^\circ$$

Đặt $A'H = h$. Ta có: $AH = \sqrt{A'A^2 - A'H^2} = \sqrt{3 - h^2}$; $HK = A'H \cdot \cot 60^\circ = \frac{h}{\sqrt{3}}$; $\triangle AHK$ vuông cân tại K nên

$$2KH^2 = AH^2 \Leftrightarrow \frac{2h^2}{3} = 2(\sqrt{3})^2 - h^2 \Leftrightarrow h = \frac{3}{\sqrt{5}};$$

$$d(B, (ACA')) = \frac{2\sqrt{30}}{6} d(H, (ACA'))$$

$$\text{Vậy ĐS: } d(B, (ACA')) = \frac{\sqrt{6}}{2} \approx 1,22$$

Câu 4. Cửa hàng X cần thuê xe để chở trên 130 người và trên 9 tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe A và B . Trong đó xe loại A có 10 chiếc, xe loại B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 3 triệu, loại B giá 2 triệu. Chi phí thấp nhất mà cửa hàng X phải bỏ ra là bao nhiêu? Biết rằng xe A chỉ chở tối đa 20 người và 0,5 tấn hàng; xe B chở tối đa 10 người và 1 tấn hàng.

Lời giải

Đáp số: 32.

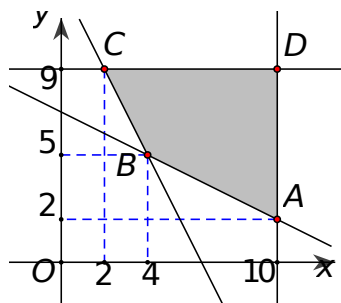
Gọi x là số xe loại A ($0 \leq x \leq 10; x \in \mathbb{N}$), y là số xe loại B ($0 \leq y \leq 9; y \in \mathbb{N}$). Khi đó tổng chi phí thuê xe là $T = 3x + 2y$.

Xe A chở tối đa 20 người, xe B chở tối đa 10 người nên tổng số người 2 xe chở tối đa được là $20x + 10y$.

Xe A chở được 0,5 tấn hàng, xe B chở được 1 tấn hàng nên tổng lượng hàng 2 xe chở được là $0,5x + 1y$.

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 20x + 10y \geq 130 \\ 0,5x + 1y \geq 9 \end{cases} \quad (*)$$

Theo giả thiết, ta có



Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là tứ giác $ABCD$ kể cả miền trong của tứ giác.

Biểu thức $T = 3x + 2y$ đạt giá trị nhỏ nhất tại một trong các đỉnh của tứ giác $ABCD$, với $A(10, 2)$; $B(4, 5)$; $C(2, 9)$; $D(10, 9)$.

$$\text{Ta có: } T(10, 2) = 34; T(4, 5) = 22; T(2, 9) = 24; T(10, 9) = 48$$

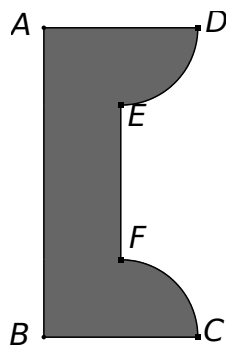
Vậy, T đạt giá trị nhỏ nhất tại $\begin{cases} x = 5 \\ y = 4 \end{cases}$.

$$\text{Khi đó } T_{\min} = 32.$$

Câu 5. Một vật trang trí có dạng khối tròn xoay tạo thành khi quay miền (R) (phần tô đậm trong hình vẽ)

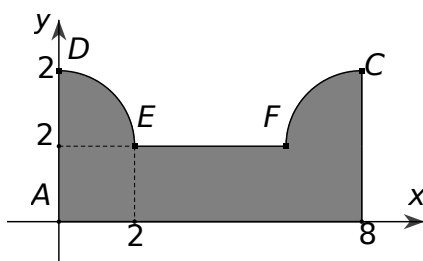
quay xung quanh trục AB . Miền (R) được giới hạn bởi các cạnh AD, AB, BC, EF và các cung phần tư của các đường tròn bán kính bằng 2 cm với tâm lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $ABCD$ là hình chữ nhật có cạnh $AB = 8\text{ cm}$, $AD = 4\text{ cm}$; điểm E cách AD một đoạn bằng 2 cm; điểm F cách BC một

đoạn bằng 2cm . Thể tích của vật thể trang trí trên là bao nhiêu centimet khối? (Quy tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Đáp số: 213.



Gắn hệ trục tọa độ $A(0;0)$; $D(0;4)$; $B(8;0)$; $C(8;4)$; $E(2;2)$; $F(6;2)$.

Phương trình đường tròn đi qua hai điểm D và E là $x^2 + (y-2)^2 = 2^2 \Rightarrow (y-2)^2 = 4-x^2$
 $\Rightarrow y-2 = \sqrt{4-x^2}$ (Do lấy nửa trên của đường tròn) $\Rightarrow y = \sqrt{4-x^2} + 2$.

$$V = 2\pi \int_0^2 \left[\left(\sqrt{4-x^2} + 2 \right)^2 - 2^2 \right] dx + \pi \int_2^8 2^2 dx \approx 213 (\text{cm}^3)$$

Thể tích của vật thể trang trí là

Câu 6. Một cuộc thi khoa học có 36 bộ câu hỏi, trong đó có 20 bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên và 16 bộ câu hỏi về chủ đề xã hội. Bạn An lấy ngẫu nhiên 1 bộ câu hỏi (lấy không hoàn lại), sau đó bạn Bình lấy ngẫu

nhien 1 bộ câu hỏi. Xác suất bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 13

Xét các biến cố:

A : "Bạn An lấy được bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên";

B : "Bạn Bình lấy được bộ câu hỏi về chủ đề xã hội".

$$P(A) = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}; P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}.$$

Khi đó,

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề tự nhiên thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 16 bộ câu

hỏi về chủ đề xã hội, suy ra $P(B|A) = \frac{16}{35}$.

Nếu bạn An chọn được một bộ câu hỏi về chủ đề xã hội thì sau đó còn 35 bộ câu hỏi, trong đó có 15 bộ câu

hỏi về chủ đề xã hội, suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{15}{35}$.