

ĐỀ CHÍNH THỨC

Bài 1.

1) Giải phương trình $x^2 + 8x - 9 = 0$

2) Giải hệ phương trình $\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + 5y = 25 \end{cases}$

3) Giải bất phương trình $6x - 36 \geq 0$

Bài 2.

1) Vẽ đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$

2) Thời gian đọc sách ở thư viện (đơn vị phút) trong một ngày thứ sáu của các học sinh tổ I được thống kê ở bảng sau

Thời gian (phút)	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)
Số học sinh	2	5	3

Tính tần số tương đối ghép nhóm và lập bảng tần số tương đối ghép nhóm của mẫu số liệu trên.

3) Một nhóm có 5 học sinh gồm 3 học sinh nam và 2 học sinh nữ chuẩn bị thuyết trình về chủ đề bài học. Cô giáo chọn ngẫu nhiên hai bạn của nhóm đó lên thuyết trình trước lớp. Tính xác suất của biến cố A: “Hai học sinh được chọn có cả học sinh nam và học sinh nữ”.

Bài 3. (2,5 điểm)

1) Chứng tỏ phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$$M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$

Không giải phương trình, hãy tính giá trị biểu thức

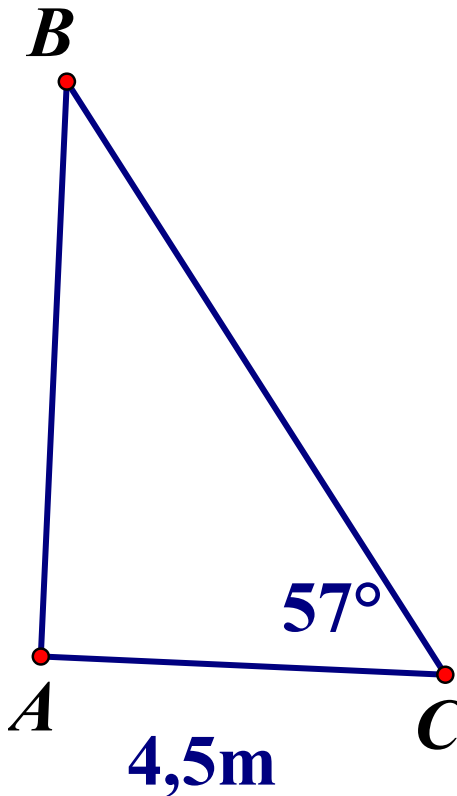
2) Hướng ứng phong trào “Đồng hành cùng học sinh vùng khó khăn” của nhà trường, lớp 9A theo kế hoạch cần phải gói 600 phần quà tặng giống nhau trong một số giờ quy định. Khi thực hiện, do tăng năng suất nên mỗi giờ lớp 9A gói được nhiều hơn 30 phần quà tặng, vì thế lớp 9A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 giờ. Hỏi theo kế hoạch, mỗi giờ lớp 9A phải gói bao nhiêu phần quà tặng (biết năng suất gói quà tặng của lớp 9A trong mỗi giờ là bằng nhau)?

3) Rút gọn biểu thức $P = \left(\frac{6}{\sqrt{x} + 1} + \frac{6}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x}{x - 1} \right) : \frac{2}{x - 1}$ (với $x \geq 0, x \neq 1$)

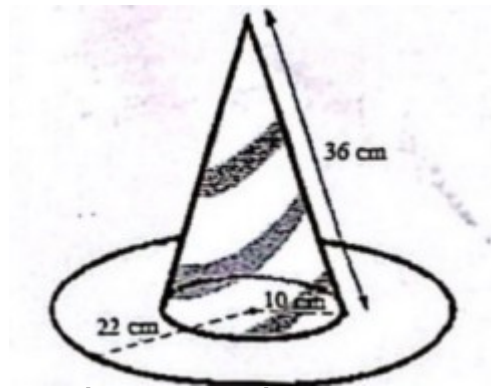
Và chứng tỏ $P \leq 9$ với mọi $x \geq 0, x \neq 1$.

Bài 4.

1) Tại một thời điểm, các tia nắng mặt trời tạo với mặt đất một góc $\widehat{BCA} = 57^\circ$ và cột đèn AB thẳng đứng có bóng trên mặt đất là đoạn thẳng AC = 4,5 m (xem hình bên). Tính chiều cao AB của cột đèn đó (kết quả làm tròn đến hàng phần mười của mét).



2) Một chiếc mũ chú hề được làm bằng giấy gồm phần vành mũ có dạng hình vành khuyên giới hạn bởi đường tròn lớn và đường tròn nhỏ có bán kính lần lượt bằng 22 cm và 10 cm; phần thân mũ có dạng hình nón, không đáy, gắn vào vành mũ (đường tròn đáy của thân mũ trùng với đường tròn nhỏ của vành mũ) và có độ dài đường sinh bằng 36 cm (xem hình bên).



Tính tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề đó (theo centimet vuông, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị, lấy $\pi \approx 3,141$ và bỏ qua phần giấy gắn kết, hao hụt).

Bài 5. (2,75 điểm)

Cho tam giác nhọn ABC (với $AB < AC$) có hai đường cao BE, CF cắt nhau tại điểm H.

1) Chứng minh tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

2) Gọi I là giao điểm của hai đường thẳng AH và EF.

Chứng minh rằng $IA \cdot IH = IE \cdot IF$.

3) Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC. Đường thẳng đi qua điểm H vuông góc với AM, cắt cung nhỏ $\widehat{CE}$ của đường tròn đường kính BC tại điểm K. Chứng minh AK là tiếp tuyến của đường tròn đường kính BC.

ĐÁP ÁN

Câu 1.

1) $x^2 + 8x - 9 = 0$

Ta có: $a + b + c = 1 + 8 + (-9) = 0$ nên phương trình có hai nghiệm $x = 1$ và $x = -9$

Vậy phương trình có hai nghiệm là $x = 1$ và $x = -9$.

2) Ta có:
$$\begin{cases} x - 5y = 5 \\ 2x + 5y = 25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 30 \\ x - 5y = 5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10 \\ y = 1 \end{cases}$$

Vậy hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (10; 1)$

3) Ta có: $6x - 36 \geq 0$

$$6x \geq 36$$

$$x \geq 6$$

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq 6$

Câu 2.

1) Ta có bảng giá trị sau

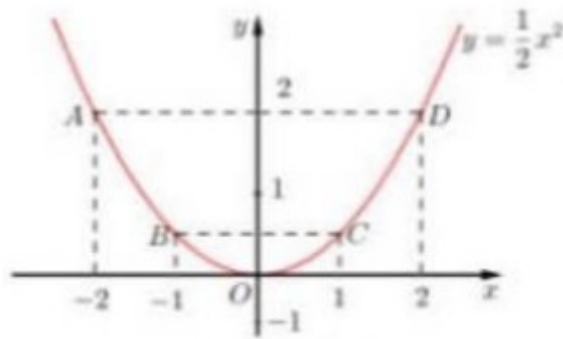
x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

Đồ thị hàm số là đường cong parabol đi qua các điểm

$$O(0;0); A(-2;2); B\left(-1; \frac{1}{2}\right); C\left(1; \frac{1}{2}\right); D(2;2)$$

Hệ số $a = \frac{1}{2} > 0$ nên parabol có bề cong hướng lên. Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng

Ta vẽ được đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ như sau:



2) Ta có: $N = 2 + 5 + 3 = 10$

Tần số của từng nhóm

+ Nhóm [15; 25): $h = \frac{2}{10} = 0,2$

+ Nhóm [25; 35): $h = \frac{5}{10} = 0,5$

+ Nhóm [35; 45): $h = \frac{3}{10} = 0,3$

Bảng tần số tương đối

Thời gian (phút)	[15; 25)	[25; 35)	[35; 45)
Số học sinh	2	5	3
Tần số tương đối	0,2	0,5	0,3

3) Có 2 khả năng để chọn 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ

+) Chọn 1 bạn nam trong 5 bạn có $\frac{3}{5}$ cách. Sau đó chọn 1 bạn nữ trong 4 bạn còn lại có $\frac{2}{4}$ cách.

Suy ra có $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ cách chọn bạn nam, sau đó chọn bạn nữ

+) Chọn 1 bạn nữ trong 5 bạn có $\frac{1}{5}$ cách. Sau đó chọn 1 bạn nam trong 4 bạn còn lại có $\frac{3}{4}$ cách.

Suy ra: có $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$ cách chọn bạn nam, sau đó chọn bạn nữ

Xác suất của biến cố A là tổng của hai khả năng trên: $\frac{3}{10} + \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

Vậy xác suất của biến cố A là $\frac{3}{5}$.

Câu 3.

1) Phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có $a = 1$; $b = 7$; $c = -5$

Ta có: $ac = -5 < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

Áp dụng định lý Viet ta có
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -7 \\ x_1 x_2 = -5 \end{cases}$$

Ta có:
$$M = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{7}{5}$$

Vậy phương trình $x^2 + 7x - 5 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $M = \frac{7}{5}$.

2) Gọi số phần quà tặng mỗi giờ lớp 9A phải gói theo kế hoạch là x (phần quà, $x \in \mathbb{N}^*$)
Theo kế hoạch, lớp 9A cần phải gói 600 sản phẩm nên thời gian lớp 6A gói theo kế

hoạch là $\frac{600}{x}$ (giờ)

Thực tế mỗi giờ lớp 9A gói được nhiều hơn 30 phần quà nên số phần quà mỗi giờ lớp 9A gói được thực tế là $x + 30$ (phần quà)

Khi đó thời gian lớp 9A gói thực tế là $\frac{600}{x + 30}$ (giờ)

Vì lớp 9A đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 giờ nên ta có phương trình

$$\begin{aligned} \frac{600}{x} - \frac{600}{x + 30} &= 1 \\ \frac{600(x + 30)}{x(x + 30)} - \frac{600x}{x(x + 30)} &= \frac{x(x + 30)}{x(x + 30)} \end{aligned}$$

$$600x + 18000 - 600x = x^2 + 30x$$

$$x^2 + 30x - 18000 = 0$$

Giải phương trình ta được $x = 120$ (thỏa mãn), $x = -150$ (không thỏa mãn)

Vậy số phần quà tặng mỗi giờ lớp 9A phải gói theo kế hoạch là 120 phần quà.

3) ĐK: $x \geq 0, x \neq 1$

$$P = \left(\frac{6}{\sqrt{x} + 1} + \frac{6}{\sqrt{x} - 1} - \frac{2x}{x - 1} \right) : \frac{2}{x - 1}$$

$$P = \left(\frac{6}{\sqrt{x}+1} + \frac{6}{\sqrt{x}-1} - \frac{2x}{x-1} \right) : \frac{2}{x-1}$$

$$P = \left(\frac{6(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} + \frac{6(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} - \frac{2x}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)} \right) : \frac{2}{x-1}$$

$$P = \frac{6\sqrt{x}-6+6\sqrt{x}+6-2x}{x-1} \cdot \frac{x-1}{2}$$

$$P = \frac{12\sqrt{x}-2x}{2}$$

$$P = \sqrt{x}(6-\sqrt{x})$$

$$P = \sqrt{x}(6-\sqrt{x})$$

Ta có:

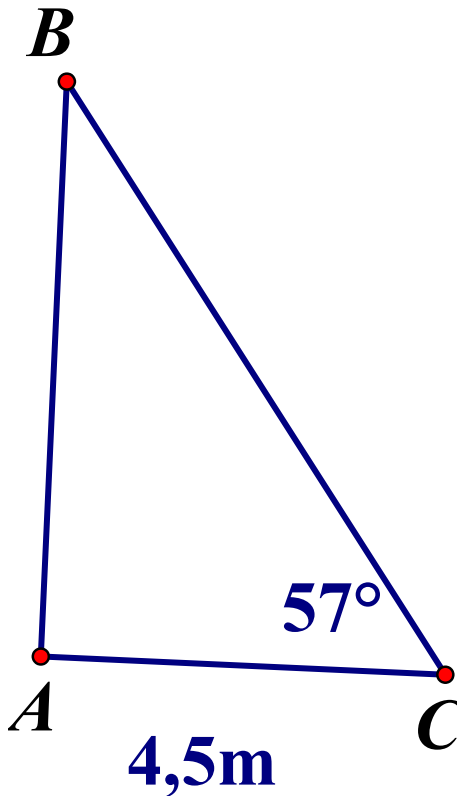
$$P = -x + 6\sqrt{x} = -(\sqrt{x}-3)^2 + 9$$

Vì $-(\sqrt{x}-3)^2 \leq 0$ với mọi $x \geq 0, x \neq 1$ nên $P \leq 9$

Vậy $P = \sqrt{x}(6-\sqrt{x})$ và $P \leq 9$ với mọi $x \geq 0, x \neq 1$.

Câu 4.

1)

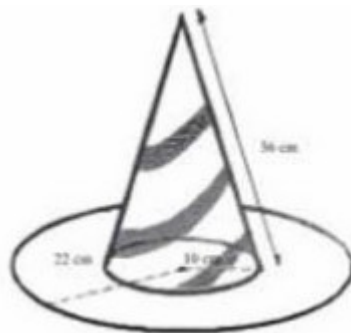


Cột đèn AB thẳng đứng có bóng trên mặt đất là đoạn thẳng AC nên $AB \perp AC$ tại A
Xét tam giác ABC vuông tại A có

$$AB = AC \cdot \tan \angle BCA = 4,5 \cdot \tan 57^\circ \approx 6,9(\text{m})$$

Vậy chiều cao AB của cột đèn đó khoảng 6,9m.

2)



Tổng diện tích làm chiếc mũ chú hề bằng diện tích của phần thân mũ (diện tích xung quanh hình nón) và diện tích phần vành mũ (diện tích hình vành khuyên)

Diện tích của phần thân mũ là

$$S_{\text{thân}} = \pi r l \approx 3,141 \cdot 10 \cdot 36 = 1130,76(\text{cm}^2)$$

Diện tích phần vành mũ là

$$S_{\text{vành}} = \pi(R^2 - r^2) \approx 3,141 \cdot (22^2 - 10^2) = 1206,144(\text{cm}^2)$$

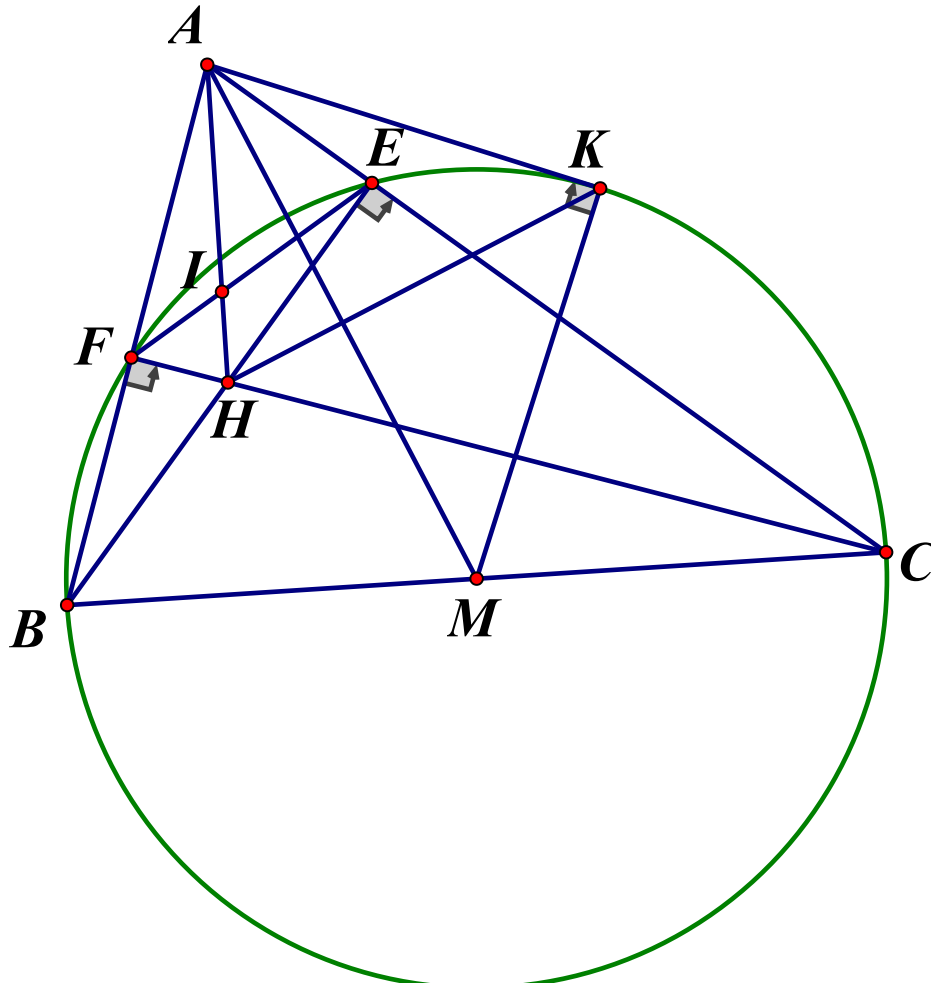
Tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề là

$$S = S_{\text{thân}} + S_{\text{vành}} = 1130,76 + 1206,144 = 2336,904 \approx 2337(\text{cm}^2)$$

Vậy tổng diện tích giấy làm chiếc mũ chú hề là khoảng $2337(\text{cm}^2)$.

Câu 5.

1)



Do $BE \perp AC$ nên tam giác AEH vuông tại E

Suy ra A, E, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Tương tự tam giác AFH vuông tại F nên A, F, H cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Vậy A, E, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính AH hay tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn.

2) Xét tam giác FIH và tam giác AIE có

$$\widehat{FHI} = \widehat{IEA} \text{ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung AF)}$$

$$\widehat{FIH} = \widehat{EIA} \text{ (hai góc đối đỉnh)}$$

Suy ra: $\triangle FIH \sim \triangle AIE$ (g.g)

$$\frac{IF}{IA} = \frac{IH}{IE}$$

Khi đó $IE \cdot IF = IH \cdot IA$

3)

$$\square NEM = 180^\circ - (\square NEA + \square MEC) = 180^\circ - (\square NAE + \square MCE) = 90^\circ$$

$$\widehat{MEP} = 90^\circ - \widehat{PEN} = 90^\circ - \frac{180^\circ - \widehat{ENP}}{2} = 90^\circ - 90^\circ + \frac{1}{2}\widehat{ENP} = \widehat{EAP}$$

Suy ra:

$$\widehat{MEP} = \widehat{EAM}$$

Xét tam giác MEP và tam giác MAE có $\widehat{MEP} = \widehat{EAM}$ và $\widehat{EMA}$ chung

Suy ra: $\triangle MEP \sim \triangle MAE$ (g.g)

$$\frac{ME}{MA} = \frac{MP}{ME} \text{ hay } MP \cdot MA = ME^2$$

$$\text{Mà } ME = MK \text{ nên } MP \cdot MA = MK^2 \text{ hay } \frac{MK}{MA} = \frac{MP}{MK}$$

$$\text{Xét tam giác MKP và tam giác MAK có } \frac{MK}{MA} = \frac{MP}{MK} \text{ và } \widehat{KMA} \text{ chung}$$

Nên $\triangle MKP \sim \triangle MAK$ (c.g.c)

$$\text{Suy ra: } \widehat{MPK} = \widehat{MKA} = 90^\circ \text{ hay } MK \perp AK$$

Xét (M) có $AK \perp MK, K \in (M)$

Suy ra AK là tiếp tuyến của (M)