
(Đề thi có 2405 trang)

Họ và tên:

Số báo danh: Mã đề 0104

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1.** Kết quả bài kiểm tra môn toán cuối học kỳ I của học sinh khối 12 một trường THPT được ghi lại ở bảng sau:

Điểm số	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10]
Số học sinh	24	67	136	167	106

Dựa vào bảng số liệu trên, giáo viên toán có thể nhận định 75% học sinh trong khối có điểm kiểm tra toán cuối học kỳ I từ bao nhiêu trở lên?

A. 5,5.

B. 4,0.

C. 4,5.

D. 5,0.

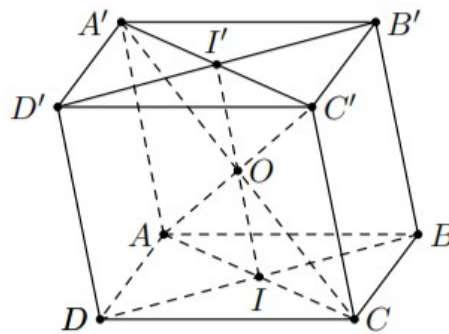
Câu 2. Tập nghiệm của bất phương trình $(2-\sqrt{3})^{x-1} \leq (2+\sqrt{3})^{-x^2+x+9}$ làA. $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$.B. $[-4; 2]$.C. $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$.D. $[-2; 4]$.**Câu 3.** Số điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}$ là

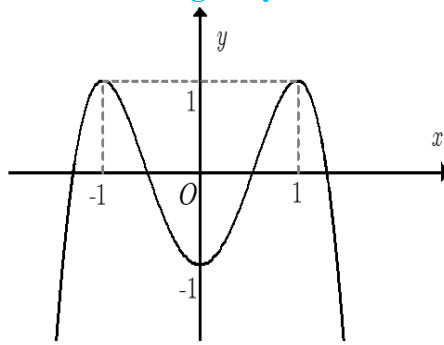
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ tâm O , gọi I, I' lần lượt là tâm của hình bình hành $ABCD, A'B'C'D'$ (hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai**?A. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.C. $\overrightarrow{OI} + \overrightarrow{OI'} = \vec{0}$.D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} + \overrightarrow{D'O} + \overrightarrow{OC'}$.**Câu 5.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(0; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = (1; 1; -\sqrt{2})$, $\vec{v} = (1; 0; m)$. Có bao nhiêu giá trị của m để góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° ?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 0.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{4}$ và $d = -\frac{1}{4}$. Gọi S_5 là tổng 5 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $S_5 = -\frac{5}{4}$. B. $S_5 = -\frac{4}{5}$. C. $S_5 = \frac{5}{4}$. D. $S_5 = \frac{4}{5}$.

Câu 8. Mỗi ngày bác Lan đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Lan trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Số ngày	3	6	5	4	2

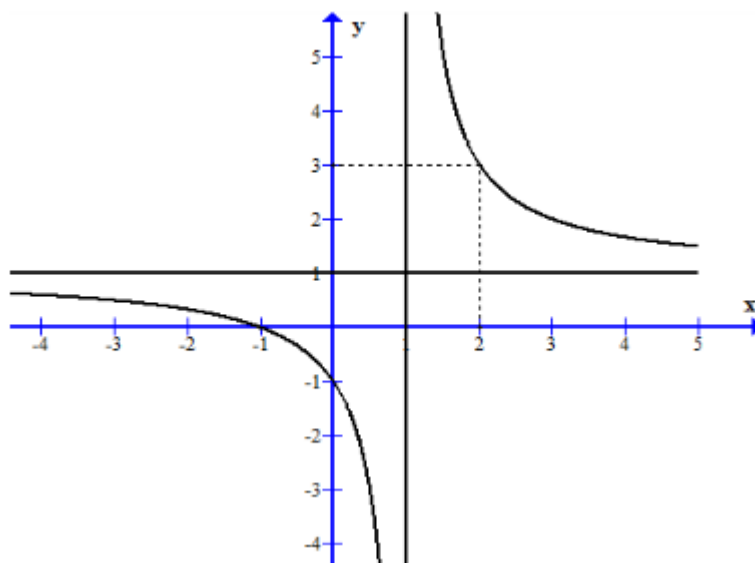
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 3,41. B. 0,13. C. 0,017. D. 0,36.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{MN} (2; -1; 5)$ và điểm $N (0; 3; -1)$. Điểm M có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -6)$. B. $(2; 2; 4)$. C. $(-2; -2; -4)$. D. $(2; -4; 6)$.

Câu 10. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



- A. $y = \frac{2x-1}{2x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{2x-1}$. C. $y = \frac{2x+1}{x-1}$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 11. Cho các điểm $A(1; -2; 3)$, $B(-2; 1; 2)$, $C(3; -1; 2)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

B. $BC = 8$.

C. Tích vô hướng của hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 6.

D. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{a} = (2; 2; 3), \vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k}$. Tính tọa độ vector $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b}$.

A. $(2; 3; 1)$.

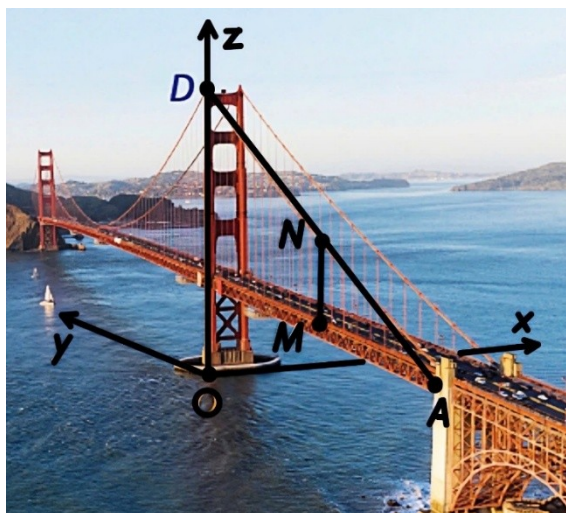
B. $(3; 0; 3)$.

C. $(3; 2; 1)$.

D. $(2; 1; 5)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hình dưới đây là hình ảnh Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (như hình vẽ) với O là điểm nằm trên bề của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và trục Oy cùng phương với cầu (đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét). Dây cáp AD (xem như một đoạn thẳng) nối điểm D thuộc trục Oz với một điểm A thuộc mặt phẳng (Oyz) . Biết điểm D là đỉnh cột trụ, cách mặt nước 227 m; điểm A cách mặt nước 75 m và cách trục Oz một khoảng bằng 343 m.



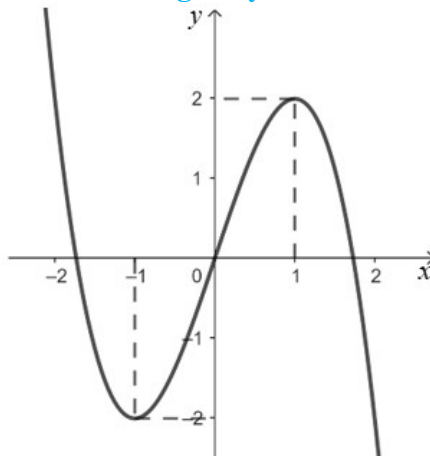
a) Người ta dùng một đoạn đèn led trang trí nối thẳng từ điểm N trên dây cáp AD đến điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước 75 m, cách trục Oz một khoảng bằng 230 m và MN song song với cột trụ. Độ dài đoạn đèn led cần dùng là 55,08 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{AD}$ là $(0; -343; 152)$.

c) Tọa độ điểm D là $(0; 0; 227)$.

d) Độ dài dây cáp AD là 375,17 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Cho hàm số bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



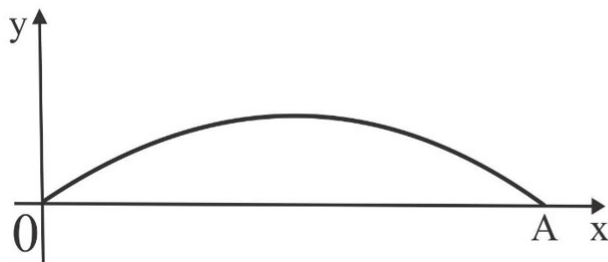
a) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là $x = -1$.

b) Trong bốn giá trị a, b, c, d có đúng một giá trị bằng 0.

c) Hàm số $y = f(x)$ là hàm số lẻ trên tập $\mathbb{R}$.

d) Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = \frac{2025}{2026}$ là 3.

Câu 3. Một cây cầu bắc qua sông có dạng cung OA của đồ thị hàm số $y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$ và được mô tả trong hệ trục tọa độ với đơn vị trục là mét như hình vẽ. Trục Ox nằm trên mặt nước sông.



a) Một sà lan X chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với độ cao 3,6 m so với mực nước sông sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Khi đó chiều rộng của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 13,01 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Một sà lan Y chở khối hàng hóa được xếp thành hình hộp chữ nhật với chiều rộng của khối hàng hóa đó là 9 m sao cho sà lan có thể đi qua được gầm cầu. Chiều cao của khối hàng hóa đó phải nhỏ hơn 4,1 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

c) Giả sử chiều rộng của con sông là độ dài đoạn thẳng OA . Chiều rộng con sông là 28,3 m (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Điểm cao nhất của cây cầu cách mặt nước sông là 1 m.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A , cạnh $AB = a$, các cạnh bên $SA = SB = SC = \frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi H là trung điểm của BC .

a) $AH \perp SB$.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{2}$.

c) $SH \perp (ABC)$.

d) Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAB) bằng $\frac{2\sqrt{5}}{5}a$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Với a, b, c là các số thực thỏa mãn $\frac{3}{8} < a < 1$; $\frac{1}{3} < b < 1$; $\frac{1}{8} < c < 1$. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức

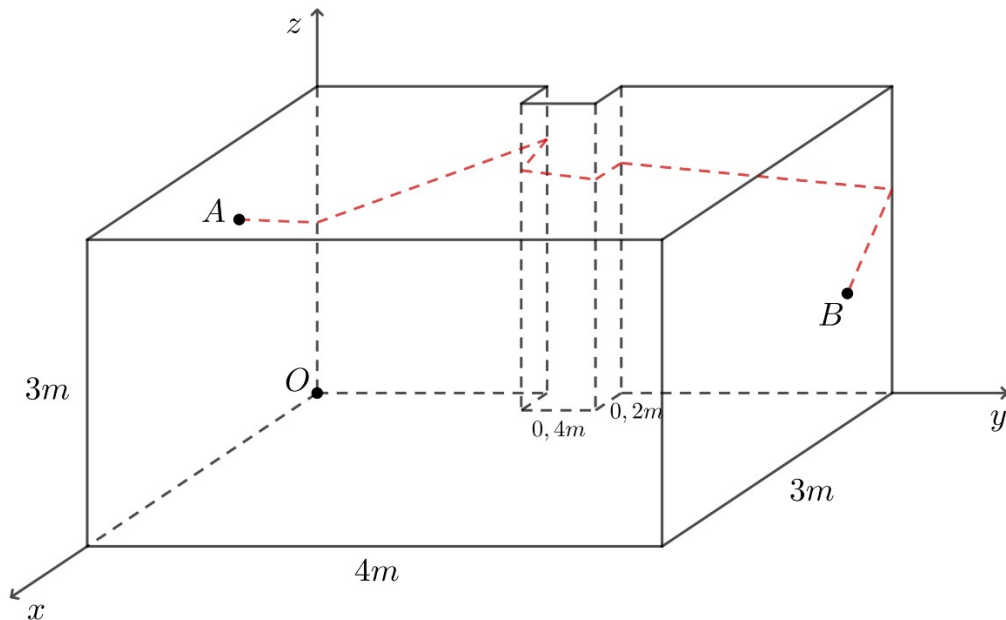
$$P = 4 \log_a \left(\frac{3b}{4} - \frac{1}{4} \right) + 3 \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16} \right) + 6 \log_c \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16} \right).$$

Câu 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m)x - 2025$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số có giá trị lớn nhất trên khoảng $(-\infty; 0)$?

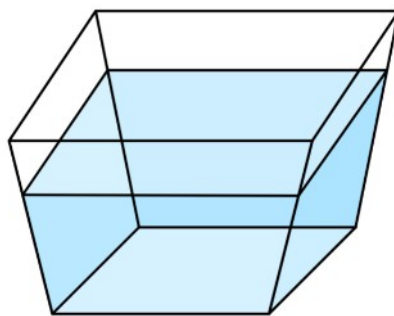
Câu 3. Cho một đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H) . Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H) .

Câu 4. Hai bạn Hải và Sơn cùng chơi một trò chơi như sau: Hải có một hộp gồm 9 quả bóng được đánh số từ 1 đến 9, Sơn có một hộp gồm 8 quả bóng được đánh số từ 1 đến 8. Mỗi bạn bốc ngẫu nhiên 3 quả bóng từ hộp của mình rồi xếp các số ghi trên 3 quả bóng bốc được theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số có 3 chữ số. Bạn nào có số lớn hơn là người chiến thắng. Tính xác suất để Sơn thua (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một căn phòng có dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 4 m, chiều rộng 3 m và chiều cao 3 m. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn (xem hình vẽ), đơn vị đo được lấy theo mét. Trên bức tường thuộc mặt phẳng (Oyz) có một cột dạng hình hộp chữ nhật nhô ra với chiều dài 0,4 m, chiều rộng 0,2 m. Bác Nam lắp một bóng đèn trên tường tại vị trí điểm $A(1; 0; 2,5)$ và công tắc bóng đèn đặt tại điểm $B(0,5; 4; 1)$. Dây cáp điện cho bóng đèn được đầu từ công tắc điện dọc theo các bức tường (không đi qua trần nhà, sàn nhà) và nối đến bóng đèn. Hỏi bác phải dùng đoạn dây điện có độ dài tối thiểu là bao nhiêu mét (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6. Một chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt tứ giác đều với chiều cao 3 dm, cạnh đáy lần lượt là 2 dm và 4 dm. Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi 4,75 lít/phút. Hỏi sau 2 phút chiều cao nước trong chậu là bao nhiêu dm, biết lúc đầu chậu không chứa nước?



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	D	B	B	C	C	A	D	A	D	D	A

1	2	3	4	1	2	3	4	5	6
SSĐĐ	SSĐĐ	ĐSĐS	ĐSĐĐ	36	3	450	0,66	6,09	1,5

LỜI GIẢI THAM KHẢO**PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều lựa chọn****Câu 1**

$$24 + 67 + 136 + 167 + 106 = 500$$

Tổng số học sinh:

 Q_1

Muốn “75% học sinh có điểm từ bao nhiêu trở lên” tức là tìm tứ phân vị thứ nhất, vì có 25% học sinh thấp hơn mức đó.

$$\frac{500}{4} = 125$$

Vị trí cần tìm:

- Bảng tần số tích lũy: Dưới 2 điểm: 24 học sinh.

$$24 + 67 = 91$$

- Dưới 4 điểm: học sinh.

$$91 + 136 = 227$$

- Dưới 6 điểm: học sinh.

[4; 6)

Vị trí 125 nằm trong lớp

$$Q_1 = 4 + \frac{125 - 91}{136} \cdot 2 = 4 + \frac{34}{68} = 4,5$$

Áp dụng công thức:

Chọn C.

Câu 2

$$2 - \sqrt{3} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$$

Ta có:

$$(2 - \sqrt{3})^{x-1} = (2 + \sqrt{3})^{1-x}$$

Do đó:

$$(2 + \sqrt{3})^{1-x} \leq (2 + \sqrt{3})^{-x^2+x+9}$$

Bất phương trình trở thành:

$$2 + \sqrt{3} > 1 \qquad 1 - x \leq -x^2 + x + 9$$

Vì , so sánh số mũ:

$$x^2 - 2x - 8 \leq 0$$

Chuyển về:

$$(x-4)(x+2) \leq 0$$

Phân tích:

$$x \in [-2; 4]$$

Suy ra:

Chọn **D**.**Câu 3**

$$y = \frac{1}{5}x^5 - \frac{3}{4}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}$$

Hàm số:

$$y' = x^4 - 3x^3 + 2x^2 = x^2(x-1)(x-2)$$

Ta có:

$$y'$$

Xét dấu :

Khoảng	$(-\infty; 0)$	$(0; 1)$	$(1; 2)$	$(2; +\infty)$
Dấu y'	+	+	-	+

$$x = 0$$

Tại , đạo hàm bằng 0 nhưng không đổi dấu nên không phải cực trị.

$$x = 1 \quad y'$$

Tại , đổi dấu từ \$+\$ sang \$-\$ nên là cực đại.

$$x = 2 \quad y'$$

Tại , đổi dấu từ \$-\$ sang \$+\$ nên là cực tiểu.

Vậy đồ thị có **1 điểm cực tiểu**.

Chọn **B**.

Câu 4

$$\overrightarrow{AB} = \vec{b}, \overrightarrow{AD} = \vec{d}, \overrightarrow{AA'} = \vec{a}$$

Đặt:

$$\overrightarrow{AC'} = \vec{b} + \vec{d} + \vec{a}$$

Khi đó: nên mệnh đề A đúng.

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \vec{b} + \vec{a}$$

Xét mệnh đề B:

$$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'} = \vec{d} + \vec{a}$$

Còn:

$$\vec{b} \neq \vec{d}$$

Hai vectơ này không bằng nhau nói chung vì

Vậy mệnh đề sai là **B**.

Chọn **B**.

Câu 5

$$(-\infty; -1)$$

- Dựa vào đồ thị, hàm số: Đồng biến trên

$$(-1; 0)$$

- Nghịch biến trên

$$(0; 1)$$

- Đồng biến trên

$$(1; +\infty)$$

- Nghịch biến trên

$$(0; 1)$$

Trong các đáp án, khoảng đồng biến phù hợp là

Chọn **C**.

Câu 6

$$\vec{u} = (1; 1; -\sqrt{2}), \vec{v} = (1; 0; m)$$

Ta có:

$$\cos 60^\circ = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| |\vec{v}|}$$

Góc giữa hai vector bằng 60° nên:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 - \sqrt{2}m$$

Tính:

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-\sqrt{2})^2} = 2$$

$$|\vec{v}| = \sqrt{1 + m^2}$$

$$\frac{1 - \sqrt{2}m}{2\sqrt{1 + m^2}} = \frac{1}{2}$$

Do đó:

$$1 - \sqrt{2}m = \sqrt{1 + m^2}$$

Suy ra:

$$1 - 2\sqrt{2}m + 2m^2 = 1 + m^2$$

Bình phương hai vế:

$$m^2 - 2\sqrt{2}m = 0$$

$$m(m - 2\sqrt{2}) = 0$$

$$m = 0 \quad m = 2\sqrt{2}$$

Có hai nghiệm thử là $m = 0$ hoặc $m = 2\sqrt{2}$.

$$1 - \sqrt{2}m \geq 0 \quad m = 0$$

• Thử lại điều kiện $1 - \sqrt{2}m \geq 0$: Với $m = 0$, thỏa mãn.

$$m = 2\sqrt{2} \quad 1 - \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 1 - 4 = -3 < 0$$

• Với $m = 2\sqrt{2}$, vế trái $1 - \sqrt{2}m < 0$, loại.

m

Vậy có **1 giá trị** của m .

Chọn C.

Câu 7

$$u_1 = \frac{1}{4}, d = -\frac{1}{4}$$

Cấp số cộng có:

$$S_5 = \frac{5}{2}(2u_1 + 4d)$$

Tổng 5 số hạng đầu:

$$S_5 = \frac{5}{2} \left(2 \cdot \frac{1}{4} + 4 \cdot \left(-\frac{1}{4} \right) \right)$$

Thay số:

$$S_5 = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2} - 1 \right)$$

$$S_5 = \frac{5}{2} \cdot \left(-\frac{1}{2} \right) = -\frac{5}{4}$$

Chọn A.

Câu 8

Lấy trung điểm các lớp:

Lớp	[2, 7; 3, 0)	[3, 0; 3, 3)	[3, 3; 3, 6)	[3, 6; 3, 9)	[3, 9; 4, 2)
Trung điểm	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Tần số	3	6	5	4	2

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2,85 + 6 \cdot 3,15 + 5 \cdot 3,45 + 4 \cdot 3,75 + 2 \cdot 4,05}{20} = 3,39$$

Trung bình:

$$s^2 = \frac{3(2,85 - 3,39)^2 + 6(3,15 - 3,39)^2 + 5(3,45 - 3,39)^2 + 4(3,75 - 3,39)^2 + 2(4,05 - 3,39)^2}{20}$$

Phương sai:

$$s^2 \approx 0,1314$$

Tính được:

$$s = \sqrt{0,1314} \approx 0,36$$

Độ lệch chuẩn:

Chọn D.

Câu 9

$$\overrightarrow{MN} = (2; -1; 5)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{MN} = N - M$$

Theo công thức:

$$N(0; 3; -1) \quad M = N - \overline{MN}$$

Với , suy ra: .

$$M = (0; 3; -1) - (2; -1; 5) = (-2; 4; -6)$$

Chọn A.

Câu 10

$$x = 1$$

• Quan sát đồ thị: Tiệm cận đứng: .

$$y = 1$$

• Tiệm cận ngang: .

$$(2; 3)$$

• Đồ thị đi qua điểm gần .

$$x = -1$$

• Đồ thị cắt trục hoành tại .

$$y = \frac{x+1}{x-1}$$

Xét đáp án D: .

$$x = 1$$

• Hàm này có: Tiệm cận đứng .

$$y = 1$$

• Tiệm cận ngang .

$$x = 2 \quad y = 3$$

• Khi thì .

$$x = -1 \quad y = 0$$

• Khi thì .

Phù hợp đồ thị.

Chọn D.

Câu 11

$$A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$$

Cho: .

$$AB \quad I \left(\frac{1+(-2)}{2}; \frac{-2+1}{2}; \frac{3+2}{2} \right)$$

Tính trung điểm của : .

$$I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$$

Đúng với đáp án D.

Chọn **D**.

Câu 12

$$\vec{a} = (2; 2; 3)$$

Ta có:

$$\vec{b} = \vec{j} - 2\vec{k} = (0; 1; -2)$$

$$\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} = (2; 2; 3) + (0; 1; -2) = (2; 3; 1)$$

Do đó:

Chọn **A**.

• PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

• Theo hình và giả thiết: D nằm trên trục Oz , cao 227 m nên $D(0; 0; 227)$.

A thuộc mặt phẳng (Oyz) , cao 75 m, cách trục Oz 343 m. Theo hướng trục trong hình, có thể lấy $A(0; -343; 75)$.

a)

Điểm M cao 75 m, cách trục Oz 230 m nên $M(0; -230; 75)$.

Đường thẳng AD có tham số: $N = D + t(A - D)$.

Tọa độ theo trục y : $y_N = -343t$.

Vì $y_N = -230$ nên: $t = \frac{230}{343}$.

$$z_N = 227 + t(75 - 227) = 227 - \frac{230}{343} \cdot 152$$

Tọa độ của :

$$z_N \approx 125,05$$

$$MN \quad Oz \quad MN = z_N - z_M = 125,05 - 75 = 50,05$$

Vì song song với nên: m.

Không phải 55,08 m.

Kết luận: **Sai**.

b)

$$A(0; -343; 75), D(0; 0; 227) \quad \overrightarrow{AD} = D - A = (0; 343; 152)$$

Với :

$$\overrightarrow{AD} = (0; -343; 152)$$

Đề cho là sai.

Kết luận: **Sai**.

c)

$D \quad Oz \quad D(0; 0; 227)$
là đỉnh cột trụ, nằm trên , cao 227 m nên: .

Kết luận: **Đúng**.

d)

$$AD = \sqrt{343^2 + 152^2}$$

Độ dài dây cáp: .

$$AD = \sqrt{117649 + 23104} = \sqrt{140753} \approx 375,17$$

m.

Kết luận: **Đúng**.

Vậy câu 1: **SSDD**.

Câu 2

$$(-1; -2)$$

• Dựa vào đồ thị: Cực tiểu tại điểm .

$$(1; 2)$$

• Cực đại tại điểm .

- Đồ thị đi qua gốc tọa độ.
- Dạng đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ nên hàm số là hàm lẻ.

$$f(x) = -x^3 + 3x$$

Hàm số phù hợp có dạng:

a)

Đề nói “Điểm cực tiểu là $x = -1$ ”. Cách nói này sai vì điểm cực tiểu phải là $(-1; -2)$, còn $x = -1$ chỉ là hoành độ cực tiểu.

Kết luận: **Sai**.

b)

$$f(x) = -x^3 + 3x \quad a = -1, b = 0, c = 3, d = 0$$

Với , ta có:

$$b \quad d$$

Có hai giá trị bằng 0 là và , không phải đúng một giá trị.

Kết luận: **Sai**.

c)

$$f(x) = -x^3 + 3x$$

$$f(-x) = -(-x)^3 + 3(-x) = x^3 - 3x = -f(x)$$

Tính:

Vậy hàm số là hàm lẻ.

Kết luận: **Đúng**.

d)

$$f(x) = \frac{2025}{2026}$$

Phương trình:

$$\frac{2025}{2026} - 2 = 2 \quad y = \frac{2025}{2026}$$

Vì nằm giữa và , đường thẳng ngang cắt đồ thị hàm bậc ba tại 3 điểm.

Kết luận: **Đúng**.

Vậy câu 2: **SSDD**.

Câu 3

$$y = 4,8 \sin \frac{x}{9}$$

Cung cầu có phương trình:

a)

$$y = 3,6$$

Khối hàng cao 3,6 m. Để vừa đi qua, cần tìm bề rộng tại độ cao

$$4,8 \sin \frac{x}{9} = 3,6$$

Giải:

$$\sin \frac{x}{9} = 0,75$$

$$x_1 = 9 \arcsin(0,75)$$

Hai nghiệm trong cung là:

$$x_2 = 9\pi - 9 \arcsin(0,75)$$

$$x_2 - x_1 = 9\pi - 18 \arcsin(0,75) \approx 13,01$$

Bề rộng tối đa: m.

Vì vậy chiều rộng khối hàng phải nhỏ hơn 13,01 m.

Kết luận: **Đúng**.

b)

Khối hàng rộng 9 m. Muốn chiều cao lớn nhất thì đặt khối hàng cân đối qua điểm cao nhất của cầu.

$$\frac{x}{9} = \frac{\pi}{2}$$

Điểm cao nhất ứng với:

$$\frac{9}{2} = 4,5$$

Hai mép khối hàng cách tâm mỗi bên: m.

$$h = 4,8 \sin \left(\frac{9\pi/2 - 4,5}{9} \right)$$

Chiều cao giới hạn:

$$h = 4,8 \sin \left(\frac{\pi}{2} - 0,5 \right)$$

$$h = 4,8 \cos 0,5 \approx 4,21$$

m.

Làm tròn đến hàng phần mười là 4,2 m, không phải 4,1 m.

Kết luận: **Sai**.

c)

OA

Chiều rộng sông là độ dài .

A

$$Ox \quad 4,8 \sin \frac{x}{9} = 0$$

Điểm là giao điểm tiếp theo của đồ thị với trục :

$$\frac{x}{9} = \pi$$

$$x = 9\pi \approx 28,3$$

m.

Kết luận: **Đúng**.

d)

$$y_{\max} = 4,8$$

Điểm cao nhất của cầu: m.

Không phải 1 m.

Kết luận: **Sai**.

Vậy câu 3: **ĐSĐS**.

Câu 4

ABC

$$A \quad AB = AC = a$$

Đáy là tam giác vuông cân tại , .

$$BC = a\sqrt{2}$$

Suy ra: .

$$SA = SB = SC \quad S$$

Vì , điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng đáy tại tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác .

ABC

A

H

BC

Tam giác vuông tại , nên tâm ngoại tiếp là trung điểm của .

$$SH \perp (ABC)$$

Do đó:

$$AH = \frac{BC}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Ta có:

$$SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$$

$$SH^2 = SA^2 - AH^2 = \frac{6a^2}{4} - \frac{2a^2}{4} = a^2$$

Suy ra:

$$SH = a$$

Vậy:

a)

$$A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), C(0; a; 0)$$

Đặt hệ trục tọa độ:

$$H\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right), S\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; a\right)$$

Khi đó:

$$\overrightarrow{AH} = \left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; 0\right)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{SB} = B - S = \left(\frac{a}{2}; -\frac{a}{2}; -a\right)$$

$$\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{SB} = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{4} + 0 = 0$$

Tích vô hướng:

$$AH \perp SB$$

Vậy

Kết luận: **Đúng**.

b)

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}a^2$$

Diện tích đáy:

$$SH = a$$

Chiều cao khối chóp là .

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2}{2} \cdot a = \frac{a^3}{6}$$

Thể tích: .

$$\frac{a^3}{2}$$

Không phải .

Kết luận: **Sai**.

c)

Như đã chứng minh, vì S cách đều A, B, C , chân đường cao là tâm ngoại tiếp tam giác ABC , tức là H .

$$SH \perp (ABC)$$

Do đó: .

Kết luận: **Đúng**.

d)

Dùng tọa độ ở trên.

$$(SAB) \quad A(0; 0; 0), B(a; 0; 0), S\left(\frac{a}{2}; \frac{a}{2}; a\right)$$

Mặt phẳng đi qua: .

$$(SAB) \quad -2y + z = 0$$

Phương trình mặt phẳng là: .

$$C(0; a; 0) \quad d = \frac{|-2a + 0|}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}a$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng này: .

Kết luận: **Đúng**.

Vậy câu 4: **ĐSĐĐ**.

• PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1

$$P = 4 \log_a \left(\frac{3b}{4} - \frac{1}{4} \right) + 3 \log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16} \right) + 6 \log_c \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16} \right)$$

Ta có: .

$$\frac{3}{8} < a < 1, \frac{1}{3} < b < 1, \frac{1}{8} < c < 1$$

Điều kiện:

$$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{4}$$

Biểu thức đạt giá trị nhỏ nhất khi:

$$\frac{3b}{4} - \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$$

Khi đó:

$$\frac{1}{8} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Mà:

$$\log_a \left(\frac{3b}{4} - \frac{1}{4} \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{8} \right) = 3$$

Nên:

$$\frac{c}{2} - \frac{1}{16} = \frac{\frac{1}{4}}{2} - \frac{1}{16} = \frac{1}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{16}$$

Tiếp theo:

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

Mà:

$$\log_b \left(\frac{c}{2} - \frac{1}{16} \right) = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{16} \right) = 4$$

Nên:

$$\frac{a}{2} - \frac{3}{16} = \frac{\frac{1}{2}}{2} - \frac{3}{16} = \frac{1}{4} - \frac{3}{16} = \frac{1}{16}$$

Cuối cùng:

$$\frac{1}{16} = \left(\frac{1}{4}\right)^2$$

Mà:

$$\log_c \left(\frac{a}{2} - \frac{3}{16} \right) = \log_{\frac{1}{4}} \left(\frac{1}{16} \right) = 2$$

Nên:

$$P_{\min} = 4 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 6 \cdot 2 = 12 + 12 + 12 = 36$$

Suy ra:

Đáp án: **36**.

Câu 2

$$y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3(m^2 + 2m)x - 2025$$

Hàm số:

$$y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3(m^2 + 2m)$$

Đạo hàm:

$$y' = 3[x^2 - 2(m+1)x + m^2 + 2m]$$

$$m^2 + 2m = (m+1)^2 - 1$$

Nhận xét:

$$y' = 3[(x-m)(x-m-2)]$$

Do đó:

$$x = m, x = m + 2$$

Các điểm tới hạn:

$$(-\infty; m)$$

- Vì hệ số bậc ba dương, hàm số: Đồng biến trên

$$(m; m+2)$$

- Nghịch biến trên

$$(m+2; +\infty)$$

- Đồng biến trên

$$x = m$$

Do đó $x = m$ là điểm cực đại.

$$(-\infty; 0)$$

$$m < 0$$

Để hàm số có giá trị lớn nhất trên $(-\infty; 0)$, trước hết cần:

$$(-\infty; 0)$$

$$0$$

Ngoài ra, do khoảng $(-\infty; 0)$ không chứa điểm $x = m$, cần giá trị tại cực đại không nhỏ hơn giới hạn khi $x \rightarrow 0^-$.

$$y(m) = m^3 + 3m^2 - 2025$$

Ta có:

$$y(0) = -2025$$

$$y(m) \geq y(0)$$

Điều kiện:

$$m^3 + 3m^2 - 2025 \geq -2025$$

$$m^2(m+3) \geq 0$$

Vì $m^2 \geq 0$, suy ra: $m+3 \geq 0$ hoặc $m=0$.

$$m < 0 \quad -3 \leq m < 0$$

Kết hợp với :

$$m = -3, -2, -1$$

Các giá trị nguyên:

Có **3** giá trị.

Đáp án: **3**.

Câu 3

Đa giác đều có 15 đỉnh. Cần chọn 4 đỉnh sao cho không có hai đỉnh nào kề nhau.

Số cách chọn 4 đỉnh không kề nhau trên đa giác đều n đỉnh là: $\frac{n}{n-k} C_{n-k}^k$.

$$n=15, k=4 \quad N = \frac{15}{15-4} C_{11}^4$$

Với :

$$C_{11}^4 = 330$$

$$N = \frac{15}{11} \cdot 330 = 450$$

Do đó:

Đáp án: **450**.

Câu 4

$$C_9^3 = 84$$

Hải bốc 3 quả từ 9 quả: cách.

$$C_8^3 = 56$$

Son bốc 3 quả từ 8 quả: cách.

$$84 \cdot 56$$

Tổng số trường hợp: .

Vì mỗi bộ 3 số sau khi sắp giảm dần tạo ra đúng một số có 3 chữ số, nên ta chỉ cần so sánh các tập 3 số.

Trường hợp Hải có số 9: Hải chắc chắn thắng Son, vì Son chỉ có các số từ 1 đến 8.

$$C_8^2 = 28$$

Số cách Hải có số 9: .

$$28 \cdot 56 = 1568$$

Số trường hợp thắng trong trường hợp này: .

$$1, 2, \dots, 8$$

Trường hợp Hải không có số 9: Cả hai cùng chọn 3 số từ tập .

Có 56 bộ khác nhau. Với hai bộ khác nhau, sẽ có đúng một bộ tạo số lớn hơn.

$$C_{56}^2 = 1540$$

Số cặp Hải thắng là: .

$$1568 + 1540 = 3108$$

Tổng số trường hợp Son thua: .

$$P = \frac{3108}{84 \cdot 56} = \frac{3108}{4704} \approx 0,6607$$

Xác suất: .

$$P \approx 0,66$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: .

Đáp án: **0,66**.

Câu 5

Ta cần tìm đường đi ngắn nhất của dây điện dọc theo các bức tường, không qua trần và sàn.

$$A(1; 0; 2, 5)$$

Điểm: ,

$$B(0, 5; 4; 1)$$

.

Dây đi theo các mặt tường. Khi trải phẳng các mặt tường, đường ngắn nhất là một đoạn thẳng.

$$A$$

$$1$$

- Theo hình: Từ đến mép tường bên: đoạn ngang tương ứng m.

$$y = 4$$

- Chiều dài phòng theo phương : m.

$$B = 0,5$$

- Từ mép tường đến : đoạn ngang tương ứng m.

$$0,2$$

$$2 \cdot 0,2 = 0,4$$

- Cột nhô ra rộng m, dây phải vòng qua hai mặt bên nên tăng thêm m.

$$1 + 4 + 0,5 + 0,4 = 5,9$$

Tổng độ dài theo phương ngang sau khi trải phẳng: m.

$$A = B = |2,5 - 1| = 1,5$$

Độ chênh cao giữa và : m.

$$d = \sqrt{5,9^2 + 1,5^2}$$

Vậy độ dài dây ngắn nhất là: .

$$d = \sqrt{34,81 + 2,25} = \sqrt{37,06} \approx 6,09$$

m.

Đáp án: **6,09**.

Câu 6

$$V = 4,75 \cdot 2 = 9,5$$

Sau 2 phút, lượng nước bơm vào là: lít.

$$1 = 1 \quad V = 9,5$$

Vì lít dm^3 nên: dm^3 .

Chậu là hình chóp cụt tứ giác đều, đáy dưới cạnh 2 dm, đáy trên cạnh 4 dm, chiều cao 3 dm.

$$h$$

Gọi là chiều cao mực nước tính từ đáy dưới.

$$h$$

$$x = 2 + \frac{4-2}{3}h = 2 + \frac{2h}{3}$$

Cạnh mặt nước tại độ cao tăng tuyến tính từ 2 đến 4: .

$$h$$

$$2$$

$$x$$

Thể tích phần nước là thể tích chóp cụt có chiều cao , hai đáy là hình vuông cạnh và cạnh :

$$V = \frac{h}{3}(2^2 + x^2 + 2x)$$

.

$$h = 1,5 \quad x = 2 + \frac{2 \cdot 1,5}{3} = 3$$

Theo đáp án cần kiểm tra : .

$$V = \frac{1,5}{3}(2^2 + 3^2 + 2 \cdot 3)$$

Khi đó: .

$$V = 0,5(4 + 9 + 6) = 0,5 \cdot 19 = 9,5 \text{ dm}^3.$$

Đúng bằng lượng nước đã bơm.

$$h = 1,5$$

Vậy chiều cao nước là: dm.

Đáp án: **1,5**.