

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO THÀNH PHỐ HUẾ ĐỀ CHÍNH THỨC	KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 NĂM HỌC 2025 – 2026 Môn thi: TOÁN Thời gian làm bài: 90 phút
---	--

Câu 1.

Cho biểu thức $A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ với x là số thực dương

- Tính giá trị của biểu thức A khi $x = 1$.
- Rút gọn biểu thức A
- Chứng minh rằng với mọi số thực dương x thì $(x+1)A \geq 2$

Câu 2.

Cho phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$

- Tính giá trị của Δ , từ đó suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt
- Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình. Không giải phương trình,

hãy tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2}{x_2-1} + \frac{x_2}{x_1-1}$.

Câu 3.

- Sau khi thống kê cân nặng (đơn vị: ki-lô-gam) của 44 bạn học sinh lớp 9A ở một trường trung học cơ sở, giáo viên chủ nhiệm có được bảng tần số ghép nhóm dưới đây:

Nhóm	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)
Tần số	5	11	14	8	4	2

Tính tần số tương đối của nhóm (45;50).

- Một hộp chứa 6 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 6, hai thẻ khác nhau đánh hai số khác nhau. Bạn An lấy ngẫu nhiên một tấm thẻ từ hộp và ghi số của thẻ lên bảng rồi bỏ tấm thẻ đó vào lại trong hộp, sau đó bạn Bình cũng làm tương tự như bạn An. Tính xác suất của biến cố X “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10”.

Câu 4.

Nhắc đến ẩm thực Huế, nổi tiếng nhất có lẽ là món bún bò Huế cay nồng, đậm đà hương vị. Một quán bún bò Huế có chi phí chuẩn bị mỗi ngày bao gồm chi phí cố định là 500 nghìn đồng và chi phí nguyên liệu cho 100 tô bún bò, mỗi tô là 25 nghìn đồng.

- Hỏi chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún đó là bao nhiêu nghìn đồng?
- Lợi nhuận y (nghìn đồng) của quán trong một ngày được tính bằng tổng số tiền bán được x (tô bún bò) trong ngày (với $x \in \mathbb{N}$, $x \leq 100$) trừ đi chi phí chuẩn bị của ngày đó. Biết quán bán mỗi tô bún bò với giá 40 nghìn đồng, hãy viết công thức biểu thị y theo x .

Câu 5.

Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người. Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I. Tính số người của mỗi đội lúc đầu

Câu 6.

Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$), nội tiếp đường tròn tâm O. Các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC cắt nhau tại H.

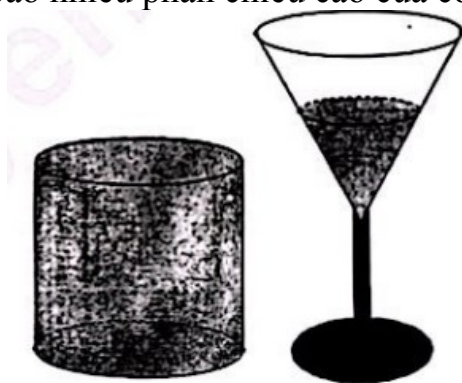
a) Chứng minh 4 điểm A, C, D, F cùng thuộc một đường tròn.

b) Chứng minh tam giác FHD đồng dạng tam giác FEC.

c) Đường thẳng AD cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai K. Đường thẳng KF cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai P. Gọi N là giao điểm của CP và EF, I là trung điểm của AH và M là trung điểm của BC. Chứng minh tam giác FHK đồng dạng tam giác NEC và ba điểm M, N, I thẳng hàng.

Câu 7.

Cho hai cốc thủy tinh không nắp (không chứa nước) gồm một cốc dạng hình trụ và một cốc có phần đựng nước dạng hình nón với bề dày thành cốc và đáy cốc không đáng kể, biết hình trụ và hình nón có cùng chiều cao và cùng bán kính đáy (tham khảo hình vẽ). Bạn Chi lấy một chai nước, đầu tiên đổ nước từ chai vào cốc hình trụ cho đến khi đầy rồi đổ tiếp vào cốc hình nón thì vừa hết nước trong chai và khi đó chiều cao của nước trong cốc hình nón bằng một nửa chiều cao của hình nón. Hỏi với cùng lượng nước ban đầu, bạn Chi đổ nước từ chai vào cốc hình nón trước cho đến khi đầy rồi đổ phần nước còn lại vào cốc hình trụ thì chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng bao nhiêu phần chiều cao của cốc hình trụ?



ĐÁP ÁN

Câu 1.

a) Thay $x = 1$ (TMDK) vào biểu thức A ta được

$$A = \frac{1}{\sqrt{1+1}} + \frac{1}{1+\sqrt{1}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

Vậy khi $x = 1$ thì $A = 1$.

b) $A = \frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x+\sqrt{x}}$ (với x là số thực dương)

$$A = \frac{1}{\sqrt{x}+1} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)} + \frac{1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Vậy $A = \frac{1}{\sqrt{x}}$ với x là số thực dương

c) Ta có: $(x+1)A = (x+1) \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

Áp dụng BĐT Cauchy cho hai số dương $\sqrt{x}$ và $\frac{1}{\sqrt{x}}$ ta có

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \geq 2\sqrt{\sqrt{x} \cdot \frac{1}{\sqrt{x}}} = 2$$

Vậy với mọi số thực dương x , ta có $(x+1)A \geq 2$.

Câu 2.

a) Phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ có $a = 1$, $b = -3$, $c = 1$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 = 5 > 0$$

Suy ra phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt

b) Ta có:
$$P = \frac{2}{x_2 - 1} + \frac{x_2}{x_1 - 1}$$

$$= \frac{2(x_1 - 1)}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)} + \frac{x_2(x_2 - 1)}{(x_2 - 1)(x_1 - 1)}$$

$$= \frac{2x_1 - 2 + x_2^2 - x_2}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

Vì x_2 là nghiệm của phương trình $x^2 - 3x + 1 = 0$ nên $x_2^2 - 3x_2 + 1 = 0$

Suy ra $x_2^2 = 3x_2 - 1$

Thay $x_2^2 = 3x_2 - 1$ vào tử số của
$$P = \frac{2x_1 - 2 + x_2^2 - x_2}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$
 ta được

$$\begin{aligned}
& 2x_1 - 2 + (3x_2 - 1) - x_2 \\
&= 2x_1 - 2 + 3x_2 - 1 - x_2 \\
&= 2x_1 + 2x_2 - 3 \\
&= 2(x_1 + x_2) - 3
\end{aligned}$$

$$P = \frac{2(x_1 + x_2) - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

Suy ra:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 3 \\ x_1x_2 = \frac{c}{a} = 1 \end{cases}$$

x_1, x_2 là nghiệm của phương trình trên nên theo Viet ta có

$$P = \frac{2(x_1 + x_2) - 3}{x_1x_2 - (x_1 + x_2) + 1}$$

Thay $x_1 + x_2 = 3, x_1x_2 = 1$ vào ta được $P = -3$.
 Vậy $P = -3$.

Câu 3.

a) Tần số tương đối của nhóm $[45; 50)$ là: $\frac{11}{44} \cdot 100\% = 25\%$

Vậy tần số tương đối của nhóm $[45; 50)$ là 25%

b) Các kết quả có thể là:

An/ Bình	1	2	3	4	5	6
1	(1; 1)	(2; 1)	(3; 1)	(4; 1)	(5; 1)	(6; 1)
2	(1; 2)	(2; 2)	(3; 2)	(4; 2)	(5; 2)	(6; 2)
3	(1; 3)	(2; 3)	(3; 3)	(4; 3)	(5; 3)	(6; 3)
4	(1; 4)	(2; 4)	(3; 4)	(4; 4)	(5; 4)	(6; 4)
5	(1; 5)	(2; 5)	(3; 5)	(4; 5)	(5; 5)	(6; 5)
6	(1; 6)	(2; 6)	(3; 6)	(4; 6)	(5; 6)	(6; 6)

Số phần tử của không gian mẫu của phép thử là 36.

Các kết quả thuận lợi của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết cho 10” là: (5;2); (5;4); (5;6); (2;5); (4;5); (6;5).

Có 6 kết quả thuận lợi cho biến cố X.

Vậy xác suất của biến cố X: “Tích hai số mà An và Bình đã ghi trên bảng chia hết

$$\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

cho 10” là

Câu 4.

a) Chi phí chuẩn bị mỗi ngày của quán bún là:

$$500 + 100.25 = 3000 \text{ (nghìn đồng)}$$

b) Mỗi bát bún bò được bán với giá 40 nghìn đồng, do đó khi bán được x bát thì thu được 40x (nghìn đồng)

Lợi nhuận của quán được tính theo công thức: $y = 40x - 3000$ (nghìn đồng)

Câu 5.

Gọi số người của đội I và đội II lúc đầu lần lượt là x, y (người, $x, y \in \mathbb{N}^*$, $x, y < 180$)

Hai đội thợ máy I và II có tổng cộng 180 người nên ta có phương trình

$$x + y = 180 \quad (1)$$

Sau khi chuyển 15 người từ đội I sang đội II thì số người ở đội II gấp đôi số người ở đội I nên ta có phương trình $y + 15 = 2(x - 15)$ hay $2x - y = 45 \quad (2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ

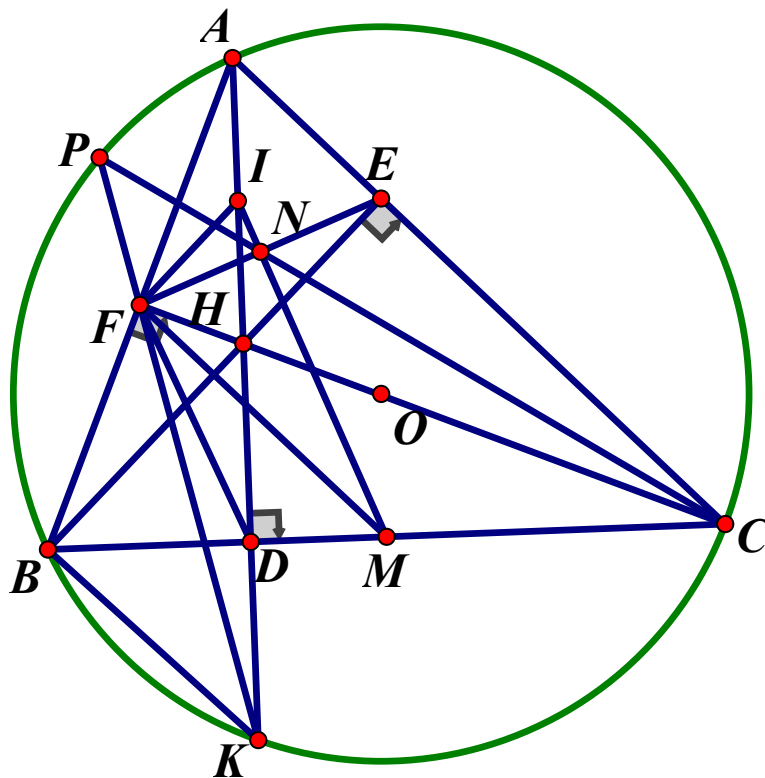
$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 2x - y = 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ 3x = 225 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 75 \\ y = 105 \end{cases} \text{ (TM)}$$

Vậy lúc đầu đội I có 75 người, đội II có 105 người.

Câu 6.



a) Tam giác ADC vuông tại D nên A, D, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

Tam giác AFC vuông tại F nên A, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

Vậy A, D, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính AC

b) Ta có tam giác AFH vuông tại F và tam giác AEH vuông tại E nên A, F, H, E cùng thuộc đường tròn đường kính AH

Tương tự A, E, D, B cùng thuộc đường tròn đường kính AB

Và F, D, H, B cùng thuộc đường tròn đường kính BH

Khi đó $\widehat{HAE} = \widehat{HFE}$ (cùng chắn cung HE)

$\widehat{HAE} = \widehat{HBD}$ (cùng chắn cung DE)

Lại có $\widehat{HBD} = \widehat{DFH}$ (cùng chắn cung HD)

Vậy $\widehat{HBD} = \widehat{DFH}$

Tương tự $\widehat{HDF} = \widehat{HBF} = \widehat{FCE}$ nên suy ra $\triangle HFD \sim \triangle EFC$ (g.g)

c) Xét $\triangle FHK$ và $\triangle NEC$ có $\widehat{FHK} = \widehat{NEC}$ (do $\triangle HFD \sim \triangle EFC$)

$\widehat{FKH} = \widehat{NCE}$ (cùng chắn cung AP)

Vậy $\triangle FHK \sim \triangle NEC$ (g.g)

Do $\triangle FHK \sim \triangle NEC$ nên $\frac{NE}{FH} = \frac{EC}{HK}$ nên $NE = \frac{EC \cdot FH}{HK}$

Theo b) $\triangle HFD \sim \triangle EFC$ (g.g) nên $\frac{EF}{HF} = \frac{EC}{HD}$ nên $EF = \frac{EC \cdot HF}{HD}$

Suy ra $\frac{NE}{EF} = \frac{HD}{HK}$

Ta có: $\widehat{KBD} = \widehat{KAC} = \widehat{DBH}$ nên BD vừa là đường cao vừa là phân giác của $\triangle KBH$

Suy ra BD là trung tuyến hay $HD = DK$

Suy ra $\frac{NE}{EF} = \frac{HD}{HK} = \frac{1}{2}$ hay N là trung điểm của EF

Lại có $IE = IF$, $ME = MF$

Nên MI là trung trực của EF

Mà N là trung điểm EF nên M, N, I thẳng hàng

Câu 7.

Gọi h là chiều cao chung của cốc hình trụ và cốc hình nón.

Gọi r là bán kính đáy chung của cốc hình trụ và cốc hình nón.

Thể tích của cốc hình trụ là: $V_T = \pi r^2 h$

$$V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Thể tích của cốc hình nón là:

Đổ nước vào cốc hình trụ trước, sau đó vào cốc hình nón.

Khi đổ đầy cốc hình trụ, lượng nước đã sử dụng là: $V_1 = V_T = \pi r^2 h$

Sau đó, đổ nước vào cốc hình nón. Chiều cao của nước trong cốc hình nón là

$$h_n = \frac{h}{2}$$

Có tỉ số bán kính mặt nước r_n và bán kính đáy r bằng tỉ số chiều cao nước h_n và

$$\text{chiều cao hình nón} \quad h : \frac{r_n}{r} = \frac{h_n}{h} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Suy ra} \quad r_n = \frac{r}{2}$$

Thể tích nước trong cốc hình nón là:

$$V_2 = \frac{1}{3} \pi r_n^2 h_n = \frac{1}{3} \pi \left(\frac{r}{2} \right)^2 \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{1}{3} \pi \cdot \frac{r^2}{4} \cdot \frac{h}{2} = \frac{1}{24} \pi r^2 h$$

Tổng lượng nước trong chai là:

$$V = V_1 + V_2 = \pi r^2 h + \frac{1}{24} \pi r^2 h = \frac{25}{24} \pi r^2 h$$

Đổ nước vào cốc hình nón trước, sau đó đổ vào cốc hình trụ

$$\text{Khi đổ đầy cốc hình nón, lượng nước đã sử dụng là:} \quad V_N = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

Lượng nước còn lại trong chai để đổ vào cốc hình trụ là:

$$V_3 = V - V_N = \frac{25}{24} \pi r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{17}{24} \pi r^2 h$$

Đổ lượng nước còn lại này vào cốc hình trụ

Gọi h_t là chiều cao của nước trong cốc hình trụ

Thể tích nước trong cốc hình trụ là $V_4 = \pi R^2 h_t$

$$\text{Ta có phương trình} \quad V_3 = V_4 \text{ hay} \quad \pi r^2 h_t = \frac{17}{24} \pi r^2 h$$

$$\text{Suy ra:} \quad h_t = \frac{17}{24} h$$

Vậy chiều cao của nước trong cốc hình trụ bằng $\frac{17}{24}$ chiều cao của cốc hình trụ.