SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
HẢI DƯƠNG

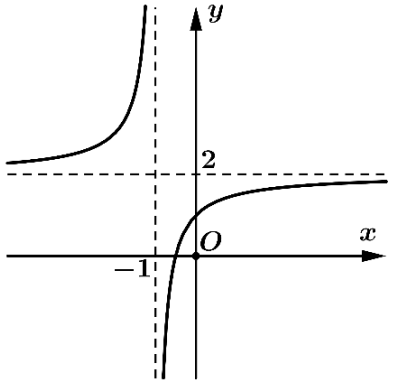
KÌ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN THI: TOÁN

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian giao đề

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số cho ở các phương án A, B, C, D?

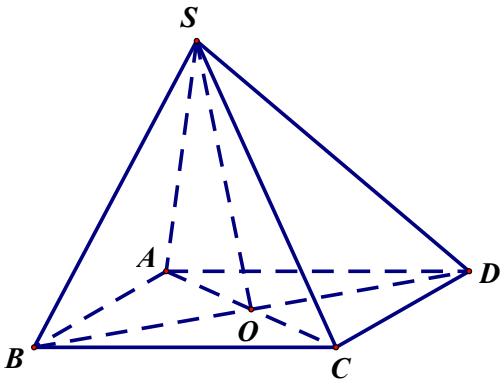


A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=2x+\dfrac{1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 2. Một khối chóp có đường cao $h=3a$ và diện tích đáy $B=a^2$. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** a^3.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SO}$.

Câu 4. Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\square$?

A. $y=\left(\dfrac{2024}{2025}\right)^x$. **B.** $y=\log_{2025}x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $3y-2z=0$. **B.** $2y+3z=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $x+1=0$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $S=(1;7)$. **B.** $S=(9;+\infty)$. **C.** $S=(1;9)$. **D.** $S=(-\infty;9)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, có đồ thị là (C). Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=a;x=b$ được tính theo công thức

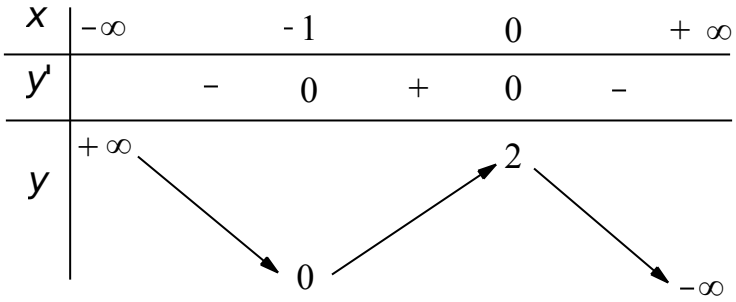
A. $S=\int_a^b [f(x)]^2\,dx$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|dx$. **C.** $S=\int_a^b f(x)dx$. **D.** $S=\pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$.

Câu 8. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3x^2-2x+2025$ là

A. $F(x)=x^3-x^2+2025x$. **B.** $F(x)=x^3-x^2+2025$.

C. $F(x)=6x-2$. **D.** $F(x)=x^3-x^2$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 10. Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. $3,5$. **B.** $16,5$. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(2;1;-2)$ và $\vec{v}=(1;0;4)$. Mệnh đề nào dưới đây ***sai***?

A. $\vec{u}+\vec{v}=(3;1;2)$. **B.** $\vec{u}\perp\vec{v}$. **C.** $|\vec{u}|=3$. **D.** $\vec{u}-\vec{v}=(1;1;-6)$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1;u_2=4$. Khi đó, u_3 bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 12.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=(x^2-5x+7)e^x$.

a) $f(0)=7$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(2x-5)e^x$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx=2$.

a) $\int_1^3 3f(x)dx=6$.

b) Nếu $\int_2^3 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^2 f(x)dx=1$.

c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $F(1)=3$ thì $F(3)=1$.

d) $\int_1^3 \frac{xf(x)+x^2-1}{x}dx=a+b\ln 3$, $(a\in\mathbb{R},b\in\mathbb{R})$. Ta có $a+b=5$.

Câu 3. Trong một giờ ôn tập môn Toán. Thầy giáo có chuẩn bị các phiếu bài tập gồm hai chủ đề là Thống kê và Xác suất để giao cho 40 bạn học sinh của lớp 12T. Sau khi hết giờ học, thầy giáo thu phiếu và nhận thấy rằng: Có 35 học sinh làm tốt chủ đề Thống kê, có 30 học sinh làm tốt chủ đề Xác suất, có 4 học sinh làm hai chủ đề đều không tốt. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi các biến cố:

A: "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Thống kê".

B: "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Xác suất".

a) $P(A)=0,875$.

b) $P(B)=0,75$.

c) $P(A\cup B)=0,8125$

d) $P(AB)=0,725$

Câu 4. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$.

a) Vectơ $\vec{n}=(1;1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;2;0)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $22,2^0$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc và cắt đường thẳng d. Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{11}$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=4, AC=5, AA'=6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp đôi thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc không quá 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng thu được trong một ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 3. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;2), B(1;4;-3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. Đường thẳng d thay đổi sao cho d luôn đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P). Khi khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d nhỏ nhất thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;1;b)$. Giá trị của $4a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Trên đồ thị (C) có một điểm $M(a;b)$ với $a>1$ sao cho khoảng cách IM là nhỏ nhất. Tìm a (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

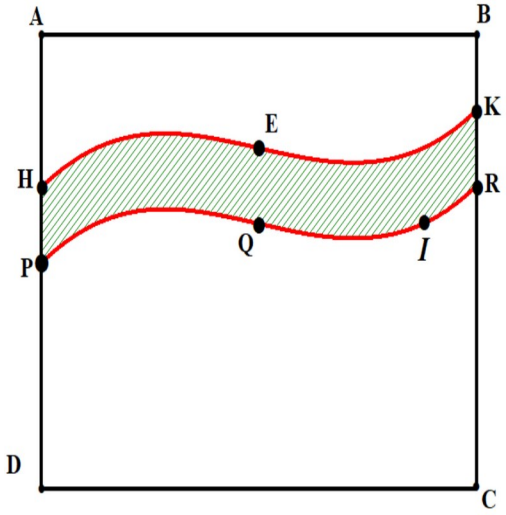
Câu 5. Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	x	120	y	70	60

Biết rằng x, y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\dfrac{845}{21}$. Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

Câu 6. Kiến trúc sư thiết kế một con đường để chia khu đất hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=40\,m, AD=60\,m$ thành hai phần (hai lề đường là các đường cong HEK và $PQIR$).

Trong đó phần giới hạn bởi đường cong HEK và các đoạn AH, AB, BK là sân chơi, phần giới hạn bởi đường cong $PQIR$ và các đoạn PD, DC, CR để trồng hoa (tham khảo hình vẽ).



Nếu gắn một hệ trục toạ độ vuông góc có trục hoành, trục tung lần lượt cùng phương với các đường thẳng AB, AD thì đường cong $PQIR$ là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$; Đường cong HEK nhận được bằng cách tịnh tiến đường cong $PQIR$ theo phương thẳng đứng lên phía trên $10\,m$. Biết $AP = 30\,m, BR = 20\,m$, điểm Q cách các cạnh AB, AD lần lượt $25\,m$ và $20\,m$, điểm I cách các cạnh AB, AD lần lượt $25\,m$ và $35\,m$. Gọi S_1 là diện tích phần sân chơi và S_2 là diện tích phần trồng hoa. Tính $\dfrac{S_1}{S_2}$ *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

----HẾT-----

ĐÁP ÁN

Phần 1: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	A	D	C	C	B	A	B	A	B	C

Phần 2: Trắc nghiệm đúng sai

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	S
b)	S	S	Đ	Đ
c)	S	S	S	S
d)	Đ	Đ	Đ	S

Phần 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn

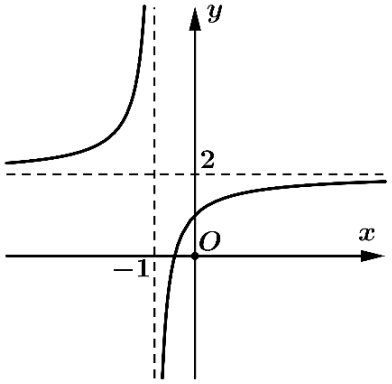
Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,7	180	15	1,84	48,5	0,43

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đồ thị dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số cho ở các phương án A, B, C, D?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=2x+\dfrac{1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Đồ thị của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Có tiệm cận đứng $x=-1$.

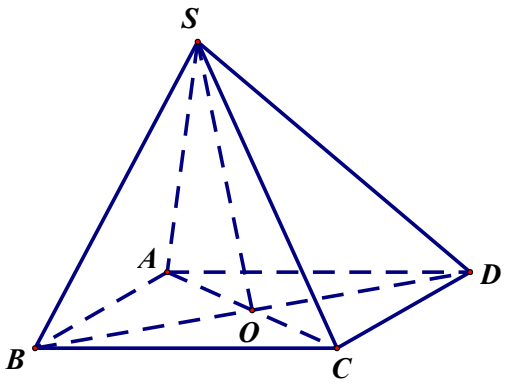
Câu 2. Một khối chóp có đường cao $h=3a$ và diện tích đáy $B=a^2$. Thể tích khối chóp đó bằng

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** $3a^3$. **C.** $\dfrac{a^3}{2}$. **D.** a^3.

Lời giải

Thể tích của khối chóp là $V=\dfrac{1}{3}a^2.3a=a^3$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O (tham khảo hình vẽ).



Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=2\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SO}$.

Lời giải

Vì O là trung điểm của AC nên ta có $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=2\overrightarrow{SO}$.

Câu 4. Trong các hàm số cho dưới đây, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\left(\frac{2024}{2025}\right)^x$. **B.** $y=\log_{2025} x$. **C.** $y=\ln x$. **D.** $y=e^x$.

Lời giải

Chọn D

+ $y=\left(\frac{2024}{2025}\right)^x$ có cơ số $0<\frac{2024}{2025}<1$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

+ $y=\log_{2025} x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$ và cơ số $2025>1$ nên hàm số chỉ đồng biến trên tập xác định $D=(0;+\infty)$.

+ $y=\ln x$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$ và cơ số $e>1$ nên hàm số chỉ đồng biến trên tập xác định $D=(0;+\infty)$.

+ $y=e^x$ có cơ số $e>1$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục hoành có phương trình là

A. $3y-2z=0$. **B.** $2y+3z=0$. **C.** $x-1=0$. **D.** $x+1=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc với trục hoành nên (P) có véc tơ pháp tuyến phương trình là $\overrightarrow{n_P}=\vec{i}=(1;0;0)$

Khi đó, mặt phẳng (P) có phương trình $x-1=0$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $S=(1;7)$. **B.** $S=(9;+\infty)$. **C.** $S=(1;9)$. **D.** $S=(-\infty;9)$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2(x-1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1>0 \\ x-1<2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>1 \\ x<9 \end{cases} \Leftrightarrow 1<x<9.$$

Vậy $S=(1;9)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$, có đồ thị là (C). Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=a;x=b$ được tính theo công thức

A. $S=\int_a^b [f(x)]^2\,dx$. **B.** $S=\int_a^b |f(x)|\,dx$. **C.** $S=\int_a^b f(x)\,dx$. **D.** $S=\pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=a; x=b$ được tính theo công thức $S=\int_a^b |f(x)|\mathrm{d}x$

Câu 8. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=3x^2-2x+2025$ là

A. $F(x)=x^3-x^2+2025x$. **B.** $F(x)=x^3-x^2+2025$.

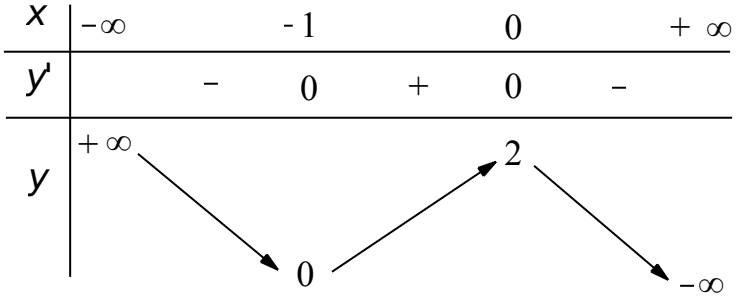
C. $F(x)=6x-2$. **D.** $F(x)=x^3-x^2$.

Lời giải

Ta có $\int(3x^2-2x+2025)\mathrm{d}x=x^3-x^2+2025x+C$

Vậy một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $F(x)=x^3-x^2+2025x$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy, hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$

Câu 10. Thống kê điểm môn Toán của một số học sinh trong đợt khảo sát lần 1, ta được kết quả như bảng sau:

Điểm	5; 7)	7,5)	5; 8)	8,5)	5; 9)	9,5)	5; 10)
Số học sinh	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên bằng

A. $3,5$. **B.** $16,5$. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên $R=10-6,5=3,5$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(2;1;-2)$ và $\vec{v}=(1;0;4)$. Mệnh đề nào dưới đây ***sai***?

A. $\vec{u}+\vec{v}=(3;1;2)$. **B.** $\vec{u}\perp\vec{v}$. **C.** $|\vec{u}|=3$. **D.** $\vec{u}-\vec{v}=(1;1;-6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\vec{u}+\vec{v}=(3;1;2)$

- $\vec{u}.\vec{v}=2.1+1.0-2.4=-6$ do đó hai vectơ này không vuông góc.
- $|\vec{u}|=\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}=3$
- $\vec{u}-\vec{v}=(1;1;-6)$

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1;u_2=4$. Khi đó, u_3 bằng

A. 9. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Cấp số nhân có công bội $q=4\Rightarrow u_3=16$.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=(x^2-5x+7)e^x$.

a) $f(0)=7$

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(2x-5)e^x$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$ và đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$.

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ lần lượt là 7 và $3e$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) $f(0)=(0^2-5.0+7)e^0=7$. Vậy **a) đúng**

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=(2x-5)e^x+(x^2-5x+7)e^x=(x^2-3x+2)e^x$. Vậy **b) Sai**

c) $f'(x)=0\Leftrightarrow(x^2-3x+2)e^x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

1	2 $+\infty$
	$-$ 0 $+$

Suy ra hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$, đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(2;+\infty)$.

Vậy **c) Sai**

d) Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$:

Ta có: $f(0)=(0^2-5.0+7)e^0=7$, $f(1)=(1^2-5.1+7)e^1=3e$, $f(2)=(2^2-5.2+7)e^2=e^2$

So sánh các giá trị ta có giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ là 7, giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ $3e$. Vậy **d) Đúng**

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\square$ và thỏa mãn $\int_1^3 f(x)dx=2$.

a) $\int_1^3 3f(x)dx=6$.

b) Nếu $\int_2^3 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^2 f(x)dx=1$.

c) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ thỏa mãn $F(1)=3$ thì $F(3)=1$.

d) $\int_1^3 \frac{xf(x)+x^2-1}{x}dx=a+b\ln 3$, $(a\in\square,b\in\square)$. Ta có $a+b=5$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) $\int_1^3 3f(x)dx=3\int_1^3 f(x)dx=3.2=6$. Mệnh đề a đúng.

b) $\int_1^2 f(x)dx=\int_1^3 f(x)dx-\int_2^3 f(x)dx=2-(-1)=3$. Mệnh đề b sai.

c) $\int_1^3 f(x)dx=F(3)-F(1)$

suy ra $F(3)-F(1)=2\Rightarrow F(3)=3+2=5$. Mệnh đề c sai.

d) $\int_1^3 \frac{xf(x)+x^2-1}{x}dx=\int_1^3\left[f(x)+x-\frac{1}{x}\right]dx=\int_1^3 f(x)dx+\int_1^3 xdx-\int_1^3\frac{1}{x}dx$

$=2+\frac{x^2}{2}\Big|_1^3-\ln|x|\Big|_1^3=2+4-\ln 3=6-\ln 3$

Vậy $a=6,b=-1\Rightarrow a+b=5$. Mệnh đề d đúng.

Câu 3. Trong một giờ ôn tập môn Toán. Thầy giáo có chuẩn bị các phiếu bài tập gồm hai chủ đề là Thống kê và Xác suất để giao cho 40 bạn học sinh của lớp 12T. Sau khi hết giờ học, thầy giáo thu phiếu và nhận thấy rằng: Có 35 học sinh làm tốt chủ đề Thống kê, có 30 học sinh làm tốt chủ đề Xác suất, có 4 học sinh làm hai chủ đề đều không tốt. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp. Gọi các biến cố:

A: "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Thống kê".

B: "Học sinh được chọn làm tốt chủ đề Xác suất".

a) $P(A)=0,875$.

b) $P(B)=0,75$.

c) $P(A\cup B)=0,8125$

d) $P(AB)=0,725$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng. $P(A)=\dfrac{35}{40}=0,875$.

b) Đúng. $P(B)=\dfrac{30}{40}=0,75$

c) Sai. $P(A\cup B)=\dfrac{40-4}{40}=0,9$.

d) Đúng.

Gọi số học sinh chỉ làm tốt môn thống kê là a, số học sinh chỉ làm tốt môn xác suất là b, số học sinh làm tốt cả 2 môn thống kê và xác suất là c.

Ta có $\begin{cases} a+b+c=40-4 \\ a+c=35 \\ b+c=30 \end{cases} \begin{cases} a=6 \\ b=1 \\ c=29 \end{cases}$

$P(AB)=\dfrac{29}{40}=0,725$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$.

a) Vectơ $\vec{n}=(1;1;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

b) Đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;2;0)$.

c) Góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng $22,2^0$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P), vuông góc và cắt đường thẳng d. Khoảng cách từ gốc toạ độ O đến đường thẳng Δ bằng $\sqrt{11}$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Sai

a) Sai

Ta có mặt phẳng $(P):x+2y-3z+4=0$ nên $\vec{n}=(1;2;-3)$

b) Đúng

Thay tọa độ điểm $A(-2;2;0)$ vào phương trình đường thẳng $d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}$ ta có:

$\frac{-2+2}{1}=\frac{2-2}{1}=\frac{0}{-1}$ đúng nên $A(-2;2;0)$ nằm trên đường thẳng d hay đường thẳng d đi qua điểm $A(-2;2;0)$

c) Sai

Ta có $\sin(d;(P))=\left|\cos\left(\vec{u}_d;\vec{n}_{(P)}\right)\right|=\frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\frac{|1.1+1.2+(-1).(-3)|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}.\sqrt{1^2+2^2+(-3)^2}}=\frac{\sqrt{42}}{7}$

$\Rightarrow (d;(P))\approx 67,8^\circ$

d) Sai

Ta có: $\vec{u}_d=(1;1;-1)$; $\vec{n}_{(P)}=(1;2;-3)$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases}\Delta\subset(P)\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{n}_{(P)}\\ \Delta\perp d\Rightarrow\vec{u}_\Delta\perp\vec{u}_d\end{cases}\Rightarrow\vec{u}_\Delta=\left[\vec{u}_d;\vec{n}_{(P)}\right]=(-1;2;1)$

Do đường thẳng Δ cắt đường thẳng d. Gọi A là giao điểm của đường thẳng Δ và d.

Nên $A\in d:\frac{x+2}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-1}\Rightarrow A(t-2;t+2;-t)$.

Mặt khác $A\in\Delta\subset(P):x+2y-3z+4=0\Rightarrow t-2+2(t+2)-3(-t)+4=0\Rightarrow t=-1\Rightarrow A(-3;1;1)$.

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(-3;1;1)$ và nhận $\vec{u}_\Delta=(-1;2;1)$ là VTCP là: $\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}$

Gọi H là hình chiếu hạ từ O xuống đường thẳng Δ. Nên

$H\in\Delta:\frac{x+3}{-1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-1}{1}\Rightarrow H(-a-3;2a+1;a+1)$

Ta lại có $\overrightarrow{OH}\perp\vec{u}_\Delta\Rightarrow\overrightarrow{OH}.\vec{u}_\Delta=0\Rightarrow(-1).(-a-3)+2.(2a+1)+1.(a+1)=0\Rightarrow a=-1\Rightarrow H(-2;-1;0)$

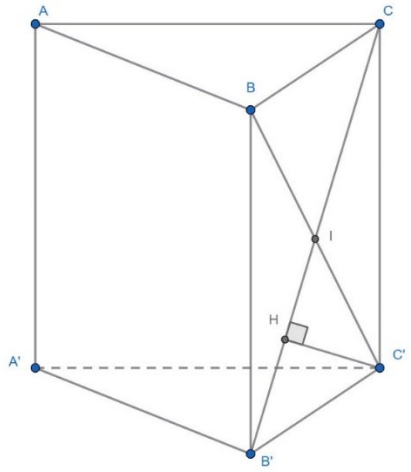
Vậy $d(O;\Delta)=OH=\sqrt{(-2)^2+(-1)^2+(0)^2}=\sqrt{5}$.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $B, AB=4, AC=5, AA'=6$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CB' bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải



Vì ABC là tam giác vuông tại B nên $BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$. Suy ra $B'C'=3$.

Vì $\begin{cases} AB//A'B' \\ A'B'\subset (A'B'C) \\ AB\not\subset (A'B'C) \end{cases}$ nên $AB//(A'B'C)$.

Mà $CB'\subset (A'B'C)$ nên $d(AB;CB')=d\left(AB;(A'B'C)\right)=d\left(B;(A'B'C)\right)$

Mặt khác BC' cắt mặt phẳng $(A'B'C)$ tại trung điểm I của BC' nên $d\left(B;(A'B'C)\right)=d\left(C';(A'B'C)\right)$.

Hạ $C'H\perp CB'$, suy ra $d\left(C';(A'B'C)\right)=C'H=\dfrac{C'C.C'B}{\sqrt{C'C^2+C'B^2}}=\dfrac{6.3}{\sqrt{6^2+3^2}}\approx 2,7$.

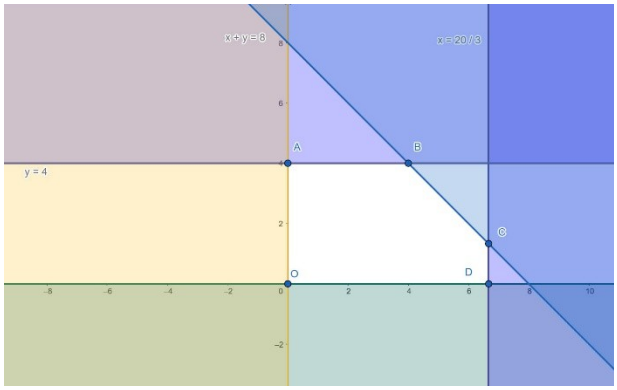
Câu 2. Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp đôi thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc không quá 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Số tiền lãi lớn nhất mà phân xưởng thu được trong một ngày là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Vì thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp đôi thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai nên nếu chỉ sản xuất kiểu mũ thứ nhất thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 30 chiếc.

Gọi x,y là số giờ phân xưởng dùng để sản xuất mũ kiểu thứ nhất và mũ kiểu thứ hai. Từ giả thiết đề bài ta có hệ bất phương trình $\begin{cases} x,y\ge 0 \\ x+y\le 8 \\ 30x\le 200 \\ 60y\le 240 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x,y\ge 0 \\ x+y\le 8 \\ x\le \dfrac{20}{3} \\ y\le 4 \end{cases}$. (*)

Miền nghiệm của hệ (*) là miền trong ngũ giác $OABCD$ (kể cả các cạnh của nó), trong đó $O(0;0),A(0;4),B(4;4),C\left(\dfrac{20}{3};\dfrac{4}{3}\right);D\left(\dfrac{20}{3};0\right)$



Tổng tiền lãi mà phân xưởng thu được là $f(x;y)=24x+15y$ (nghìn đồng)

$f(O)=0; f(A)=60; f(B)=156; f(C)=180; f(D)=160$.

Vậy số tiền lớn nhất mà xưởng thu được trong ngày là 180 (nghìn đồng)

Câu 3. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-1;2), B(1;4;-3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-3=0$. Đường thẳng d thay đổi sao cho d luôn đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P). Khi khoảng cách từ điểm B đến đường thẳng d nhỏ nhất thì đường thẳng d có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(a;1;b)$. Giá trị của $4a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua A và song song với $(P), (Q): x-2y+2z-8=0$

Gọi H là hình chiếu của B lên mặt phẳng (Q)

$d \subset (Q) \Rightarrow d_{(B;(Q))} \le d_{(B;(d))} \Rightarrow d_{(B;(d))}$ nhỏ nhất d đi qua $H \Rightarrow \overrightarrow{AH}$ là vecter chỉ phương của d,

$\vec{n}=(1;-2;2)$, $\overrightarrow{AH}=\left[\left[\overrightarrow{AB};\vec{n}\right];\vec{n}\right]=\left(\frac{4}{3};\frac{1}{3};-\frac{1}{3}\right)$

Vì $\vec{u}=(a;1;b)$ do đó $\vec{u}=(4;1;-1) \Rightarrow a=4; b=-1 \Rightarrow 4a+b=15$

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{x^2-2x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Trên đồ thị (C) có một điểm $M(a;b)$ với $a>1$ sao cho khoảng cách IM là nhỏ nhất. Tìm a (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 1,84

Ta có $y=\frac{x^2-2x+2}{x-1}=x-1+\frac{1}{x-1}\ (x\neq 1)$.

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận xiên là $y=x-1 \Rightarrow I(1;0)$.

$$M\in(C)\Rightarrow M\left(a;a-1+\frac{1}{a-1}\right)\Rightarrow IM=\sqrt{(a-1)^2+\left(a-1+\frac{1}{a-1}\right)^2}$$

$$=\sqrt{2(a-1)^2+\frac{1}{(a-1)^2}+2}\ge\sqrt{2\sqrt{2}+2}$$

$IM_{\min}=\sqrt{2\sqrt{2}+2}$ khi $2(a-1)^2=\dfrac{1}{(a-1)^2}\Leftrightarrow a=1+\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}\approx 1,84$.

Câu 5. Thống kê thời gian tự học môn Toán của 400 học sinh lớp 12 trong một ngày ta được kết quả trong bảng ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	x	120	y	70	60

Biết rằng x,y là các số nguyên dương và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $\dfrac{845}{21}$. Khi đó, thời gian tự học trung bình của 400 học sinh (tính theo mẫu số liệu ghép nhóm trên) là bao nhiêu phút?

Lời giải

Vì tổng số học sinh là 400 nên $x+120+y+70+60=400$ hay $x+y=150$.

Ta có $\dfrac{3n}{4}=300$ và $x_{300}\in[60;80), x_{301}\in[60;80)$ nên $Q_3=60+\dfrac{300-270}{70}(80-60)=\dfrac{480}{7}$

Lại có $\Delta Q=Q_3-Q_1$ nên $Q_1=Q_3-\Delta Q=\dfrac{85}{3}$.

Ta có $\dfrac{n}{4}=100$ nên có thể sảy ra các trường hợp sau:

Trường hợp 1: $x_{100}\in[0;20)$ nên $Q_1=0+\dfrac{100-0}{x}(20-0)=\dfrac{2000}{x}=\dfrac{85}{3}$ hay $x=\dfrac{1200}{17}$ (loại vì $x\notin\square$).

Trường hợp 2: $x_{100}\in[20;40)$ nên $Q_1=20+\dfrac{100-x}{120}(20-0)=20+\dfrac{100-x}{6}=\dfrac{85}{3}$ hay $x=50$.

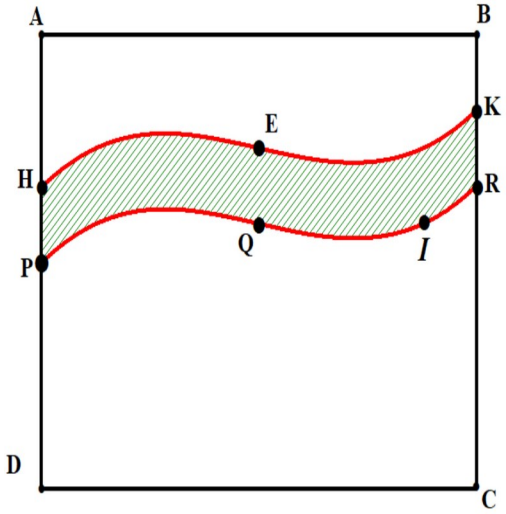
Khi đó $y=150-x=100$.

Ta có bảng số số liệu

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Giá trị đại diện	10	30	50	70	90
Số học sinh	50	120	100	70	60

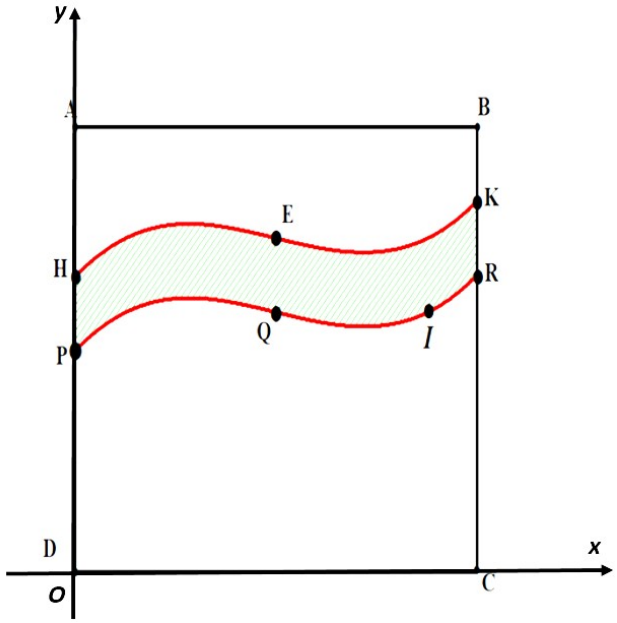
Thời gian tự học trung bình là: $\overline{X}=\dfrac{10.50+30.120+50.100+70.70+90.60}{400}=48,5$

Câu 6. Kiến trúc sư thiết kế một con đường để chia khu đất hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=40\,m, AD=60\,m$ thành hai phần (hai lề đường là các đường cong HEK và $PQIR$). Trong đó phần giới hạn bởi đường cong HEK và các đoạn AH, AB, BK là sân chơi, phần giới hạn bởi đường cong $PQIR$ và các đoạn PD, DC, CR để trồng hoa (tham khảo hình vẽ).



Nếu gắn một hệ trục toạ độ vuông góc có trục hoành, trục tung lần lượt cùng phương với các đường thẳng AB, AD thì đường cong $PQIR$ là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x)$; Đường cong HEK nhận được bằng cách tịnh tiến đường cong $PQIR$ theo phương thẳng đứng lên phía trên $10\,m$. Biết $AP = 30\,m, BR = 20\,m$, điểm Q cách các cạnh AB, AD lần lượt $25\,m$ và $20\,m$, điểm I cách các cạnh AB, AD lần lượt $25\,m$ và $35\,m$. Gọi S_1 là diện tích phần sân chơi và S_2 là diện tích phần trồng hoa. Tính $\dfrac{S_1}{S_2}$ *(làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).*

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $O \equiv D$, tia Ox trùng với tia DC, tia Oy trùng với tia DA

Đường cong $PQIR$ là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$;

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $P(0;30)$, $Q(20;35)$, $I(35;35)$, $R(40;40)$ ta có

$$\begin{cases} d = 30 \\ 20^3 a + 20^2 b + 20c = 5 \\ 35^3 a + 35^2 b + 35c = 5 \\ 40^3 a + 40^2 b + 40c = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{1}{700} \\ b = \dfrac{-3}{35} \\ c = \dfrac{9}{28} \\ d = 30 \end{cases}$$

Nên $y = f(x) = \dfrac{1}{700}x^3 - \dfrac{3}{35}x^2 + \dfrac{39}{28}x + 30$

Đường cong HEK nhận được bằng cách tịnh tiến đường cong $PQIR$ theo phương thẳng đứng lên phía trên $10\,m$ nên nó là phần đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{1}{700}x^3 - \dfrac{3}{35}x^2 + \dfrac{39}{28}x + 40$

$$S_2 = \int_0^{40} \left(\frac{1}{700}x^3 - \frac{3}{35}x^2 + \frac{39}{28}x + 30 \right) \mathrm{d}x = 1400$$

$$S_1 = \int_0^{40} \left(60 - \frac{1}{700}x^3 + \frac{3}{35}x^2 - \frac{39}{28}x - 40 \right) \mathrm{d}x = 600$$

Suy ra $\dfrac{S_1}{S_2} = \dfrac{600}{1400} = \dfrac{3}{7} \approx 0,43$.

----HẾT-----