**SỞ GD&ĐT THANH HÓA**

---

*(Đề thi có 04 trang)*

**KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC SINH LỚP 12**
**(LẦN 1) NĂM HỌC 2025 - 2026**
**MÔN KHẢO SÁT: TOÁN**
Thời gian làm bài: 90 phút
*(không kể thời gian phát đề)*

Họ và tên: ..... Số báo danh: ..... **Mã đề 0000**

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1.** Họ nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

**A.** $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$. **C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Câu 2.** Cho cấp số nhân $(u_n)$ với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân bằng

**A.** 24 . **B.** 54 . **C.** 162 . **D.** 48 .

**Câu 3.** Tập nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1) = \log_3(x-1)$ là

**A.** $S = \varnothing$. **B.** $S = \{0\}$. **C.** $S = \{-2\}$. **D.** $S = \{2\}$.

**Câu 4.** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Xét các mệnh đề sau

i) $AB // CD$;

ii) $BB' // (CC'D'D)$;

iii) $(A'B'C') // (ABD)$.

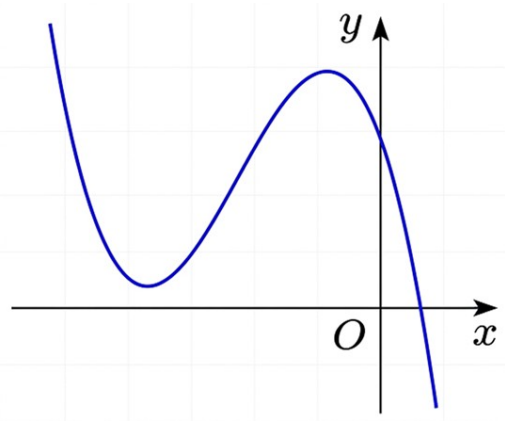
Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

**A.** 1 . **B.** 2 . **C.** 3. **D.** 0.

**Câu 5.** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy là tam giác $ABC$ có diện tích bằng 10 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

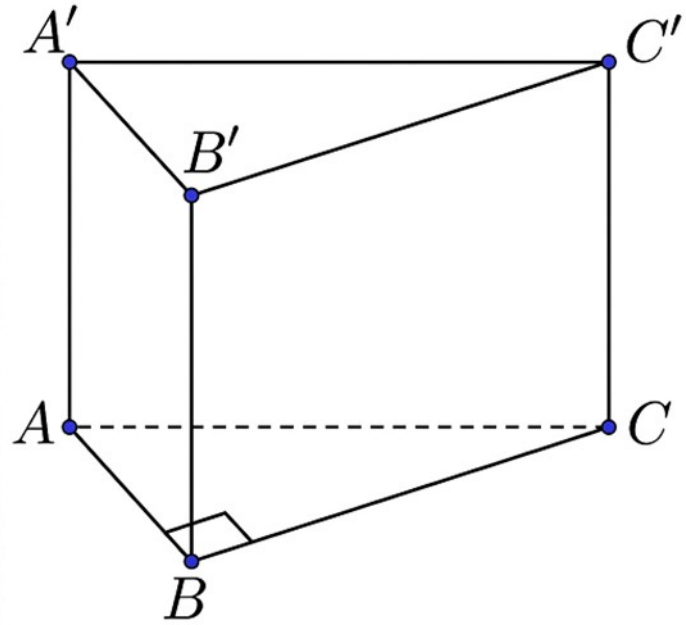
**A.** 2 . **B.** 15 . **C.** 10 . **D.** 30 .

**Câu 6.** Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?




**A.** $a > 0, d > 0$. **B.** $a < 0, d > 0$. **C.** $a > 0, d < 0$. **D.** $a < 0, d < 0$.

**Câu 7.** Cho lăng trụ đứng $ABC \cdot A'B'C'$. Đáy là tam giác $ABC$ vuông cân tại $B$ (Hình minh họa bên). Khi đó góc giữa vectơ $\overrightarrow{AB}$ và vectơ $\overrightarrow{A'C'}$ bằng bao nhiêu?




**A.** $45^\circ$. **B.** $60^\circ$. **C.** $90^\circ$. **D.** $135^\circ$.

**Câu 8.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Gọi điểm $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên mặt phẳng $(Oxy)$. Tọa độ của điểm $H$ là

**A.** $H(0;0;5)$. **B.** $H(0;-3;5)$. **C.** $H(2;0;5)$. **D.** $H(2;-3;0)$.

**Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

**A.** $(P):x+y+2z-3=0$. **B.** $(P):x+y+2z-9=0$. **C.** $(P):x+3y+4z-7=0$. **D.** $(P):x+3y+4z-26=0$.

**Câu 10.** Cho $\int 5^x\,dx = F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

**A.** $F'(x)=5^x\ln 5$. **B.** $F'(x)=5^x+C$. **C.** $F'(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **D.** $F'(x)=5^x$.

**Câu 11.** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

**A.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)dx$. **B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)dx$. **C.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)dx$. **D.** $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)dx$.

**Câu 12.** Thời gian truy cập Internet trong một buổi tối của một nhóm học sinh được cho trong bảng sau

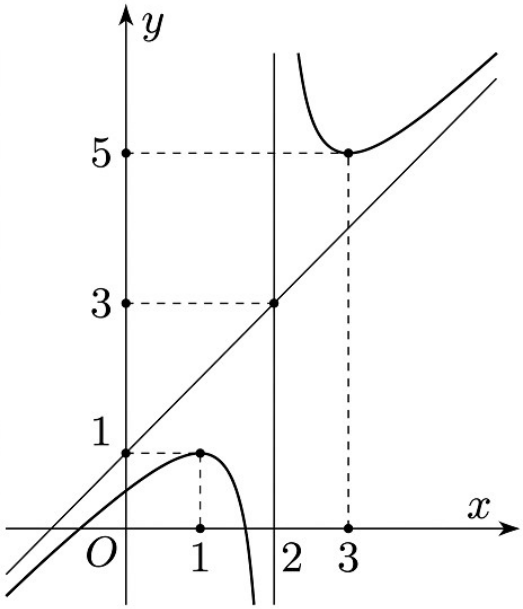
| Thời gian (phút) | $[9,5;12,5)$ | $[12,5;15,5)$ | $[15,5;18,5)$ | $[18,5;21,5)$ | $[21,5;24,5)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 3 | 12 | 15 | 24 | 2 |

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

**A.** 18, 1 . **B.** 18,5 . **C.** 17,2. **D.** 15,6 .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1.** Cho hàm số $y=\dfrac{mx^2+nx-1}{px-2}$ có đồ thị như hình vẽ bên.




**a)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x=2$.

**b)** Hàm số nghịch biến trên khoảng ( $1;3$ ).

**c)** Tâm đối xứng của đồ thị là điểm $I(3;2)$.

**d)** Ta có $m+2n-3p=-4$.

**Câu 2.** Khối lượng của một cá thể sinh vật $X$ theo thời gian $t$ tuần ( $t\geq 0$ ) cho bởi công thức $f(t)=0,1+t^2e^{-kt}(k\in \mathbb{R}$, đơn vị tính bằng microgram). Biết rằng sinh vật $X$ chỉ sống được đúng 6 tuần và khối lượng của nó lớn nhất tại thời điểm $t=4$, đúng lúc nó sinh sản.

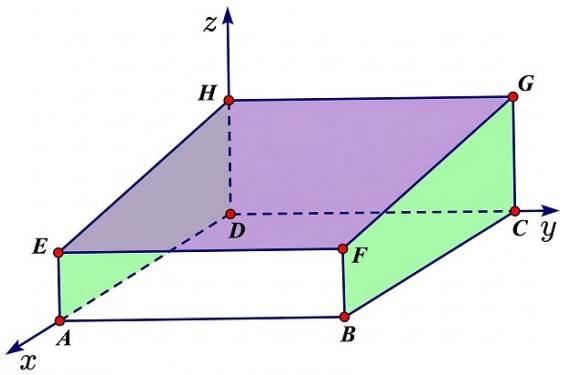
**a)** $f'(4)=0$.

**b)** $f'(t)=2te^{-kt}$.

**c)** $k=\frac{1}{2}$.

**d)** Biết rằng mỗi lần sinh sản, mỗi cá thể $X$ sinh ra 10 cá thể con. Nếu ban đầu ( $t=0$ ), người ta nuôi một cá thể $X$ vừa mới sinh thì số lượng cá thể $X$ tại thời điểm $t=17$ là 11000.

**Câu 3.** Sau nhà ông Sơn có mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB=5$ (mét) và chiều dài $AD=6$ (mét). Ông Sơn dự định dùng mảnh đất này để trồng rau sạch nên thiết kế mái che phẳng và dốc về góc đỉnh $F$. Mái lợp $EFGH$ đặt trên bốn trụ $AE,BF,CG$ và $DH$ đều vuông góc với mặt phẳng ( $ABCD$ ) trong đó $DH=5$ (mét), $CG=4$ (mét) và $AE=3$ (mét). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục là mét ( $m$ ) như hình vẽ.




**a)** Điểm $A(6;0;0)$.

**b)** Phương trình mặt phẳng $(EFG)$ có dạng $ax+by+cz-150=0$. Khi đó $a+b+c=23$.

**c)** Giá một $m^2$ lưới chống nắng là 12000 đồng. Khi đó, số tiền ông Sơn mua lưới lợp mái EFGH là 386 nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

**d)** Ông Sơn cần lắp đặt dây từ điểm $I$ nằm trên cạnh $AB$ và cách $B$ một mét, đến điểm $M$ nằm trên cạnh $BC$, đến điểm $N$ nằm trên cạnh $CG$, đến điểm $P$ nằm trên cạnh $DH$ và đến điểm $E$. Biết dây luôn áp sát vào các mặt, độ dài ngắn nhất của dây là $\sqrt{305}(m)$.

**Câu 4.** Trong một bài kiểm tra trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu có bốn phương án trả lời $\mathrm{A,B,C}$, D trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Trong 50 câu trên, bạn Nam đã làm được và chắc đúng 35 câu, 15 câu còn lại bạn không biết làm nên ở mỗi câu bạn chọn ngẫu nhiên một đáp án.

**a)** Ở mỗi câu còn lại, xác suất để bạn Nam làm đúng là $\frac{1}{4}$.

**b)** Nếu trong 15 câu còn lại bạn Nam tô ngẫu nhiên và đúng thêm 3 câu nữa, khi đó bài của bạn Nam được 6,4 điểm.

**c)** Bạn Nam làm được 7,0 điểm, khi đó bạn Nam làm đúng 35 câu và sai 15 câu.

**d)** Xác suất để bạn Nam đạt được 7,0 điểm là 0,165 (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 .

**Câu 1.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 6 . Hình chiếu vuông góc của đỉnh $S$ trên mặt phẳng $(ABC)$ là điểm $H$ thuộc cạnh $AB$ sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng ( $ABC$ ) bằng $60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $SA$ và $BC$ *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

**Câu 2.** Nếu một doanh nghiệp sản xuất $x$ sản phẩm trong một tháng ( $x\in\mathbb{N};1\le x\le 300$ ) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc bình quân cho mỗi sản phẩm khi sản xuất $x$ sản phẩm là $G(x)=300+\frac{100}{x}$ (nghìn đồng), chi phí mua nguyên vật liệu để sản xuất $x$ sản phẩm là $H(x)=2x^3+100000x-50000$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

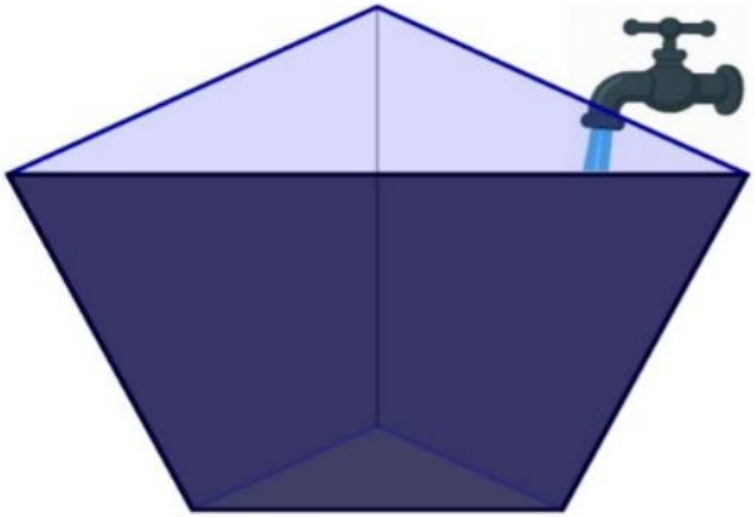
**Câu 3.** Một vật bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0=a(\mathrm{m/s})$ với $a>0$. Sau 6 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t)=-\frac{5}{2}t+b(\mathrm{m/s}),(t\ge 6)$ cho

đến khi dừng hẳn. Biết rằng, kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì vật đi được quãng đường là $80(\text{m})$. Giá trị của $a^2-b^2$ bằng bao nhiêu?

**Câu 4.** Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó $a_1 \le a_2+1 \le a_3-7 < a_4 \le a_5+2$ bằng $a$. Giá trị của $\frac{1}{a}$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị) ?

**Câu 5.** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-4;4), B(-1;-2;4)$ và $C(0;-4;4)$. Mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+2025y+cz+d=0$ đi qua điểm $A$ sao cho hai điểm $B,C$ nằm về cùng một phía. Đặt $h_1=d(B,(P))$ là khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(P)$ và $h_2=d(C,(P))$ là khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(P)$. Khi biểu thức $2025h_1+2026h_2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=-9a+10c+d$ bằng bao nhiêu ?

**Câu 6.** Một cái chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt đều, đáy chậu là tam giác đều cạnh bằng $2dm$, miệng chậu là tam giác đều cạnh bằng 5 dm và chiều cao chậu nước bằng 3 dm . Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi $\frac{\sqrt{3}}{3}$ lít/phút. Tại thời điểm 14 phút sau khi bơm tốc độ dâng lên của nước trong chậu là $\frac{1}{a}\text{dm}/$ phút, giá trị của $a$ bằng bao nhiêu ?



---------- **HẾT** ----------

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

**PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn**

| Đáp án | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** | **10** | **11** | **12** |
| **D** | **N** | **A** | **C** | **C** | **B** | **A** | **D** | **A** | **D** | **C** | **A** |

**PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai**

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 |
|---|---|---|---|
| a)D-b)S-c)S-d)D | a)D-b)S-c)D-d)D | a)D-b)S-c)D-d)D | a)D-b)D-c)S-d)D |

**PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn**

| Câu 1 | Câu 2 | Câu 3 | Câu 4 | Câu 5 | Câu 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| 4,86 | 136 | -525 | 506 | -4 | 12 |

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

**PHẦN I.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Họ nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

**A.** $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

**B.** $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**C.** $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**D.** $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Lời giải**

Chọn D

Ta có $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

**Câu 2:** Cho cấp số nhân $(u_n)$ với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng thứ 4 của cấp số nhân bằng

**A.** 24 .

**B.** 54 .

**C.** 162 .

**D.** 48 .

**Lời giải**

Chọn B

$u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2.3^3 = 54$

Có .

$\log_3(2x-1) = \log_3(x-1)$

**Câu 3:** Tập nghiệm của phương trình là

**A.** $S = \varnothing$ .

**B.** $S = \{0\}$ .

**C.** $S = \{-2\}$ .

**D.** $S = \{2\}$ .

**Lời giải**

Chọn A

Điều kiện: $x > 1$

Phương trình tương đương $2x-1 = x-1 \Leftrightarrow x = 0$

So với điều kiện ta được tập nghiệm $S = \varnothing$ .

**Câu 4:** Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ . Xét các mệnh đề sau

i) $AB // CD$ ;

ii) $BB' // (CC'D'D)$ ;

iii) $(A'B'C') // (ABD)$ .

Số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên là

**A.** 1 .

**B.** 2 .

**C.** 3.

**D.** 0.

**Lời giải**

Chọn C

Do $ABCD$ là hình bình hành nên $AB//CD$, suy ra i) đúng.

Do $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $BB'//CC'$, suy ra $BB'//(CC'D'D)$. Vậy ii) đúng.

Do $ABCD\cdot A'B'C'D'$ là hình hộp nên $(A'B'C'D')//(ABCD)$, suy ra iii) đúng.

KL: Cả ba mệnh đề trên đều đúng.

**Câu 5:** Cho khối chóp tam giác $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy là tam giác $ABC$ có diện tích bằng 10 . Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

**A.** 2 .

**B.** 15 .

**C.** 10 .

**D.** 30 .

**Lời giải**

Chọn C

Thể tích khối chóp $S\cdot ABC$ là $V=\frac{1}{3}B\cdot h=\frac{1}{3}\cdot 10\cdot 3=10$.

$$y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in \mathbb{R})$$

**Câu 6:** Cho hàm số bậc ba có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

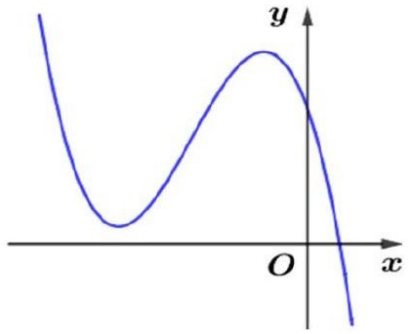
**A.** $a>0,d>0$.

**B.** $a<0,d>0$.

**C.** $a>0,d<0$.

$a<0, d<0$

**D.** .




**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có: $\lim_{x\to+\infty}=-\infty \Rightarrow$ đồ thị nhánh ngoài cùng của hàm số hướng đi xuống nên hệ số $a<0$.

Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung $Oy: x=0$ là điểm nằm bên trên trục hoành nên khi $x=0 \Rightarrow y=d>0$

.

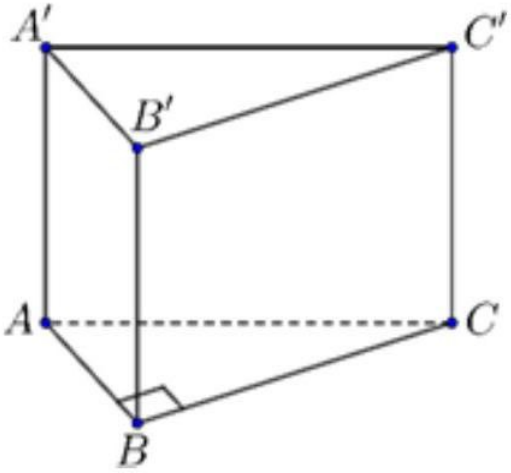
**Câu 7:** Cho lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$. Đáy là tam giác $ABC$ vuông cân tại $B$ (Hình minh họa bên). Khi đó góc giữa vectơ $\overrightarrow{AB}$ và vectơ $\overrightarrow{A'C'}$ bằng bao nhiêu?

**A.** $45^\circ$.

**B.** $60^\circ$.

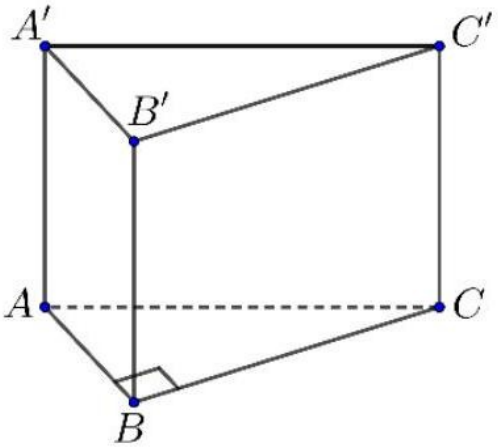
**C.** $90^\circ$.

**D.** $135^\circ$.




**Lời giải**

**Chọn A**




Ta có $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$

$$\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A'C'}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) = \widehat{BAC}$$

Do đó

Mà tam giác $ABC$ vuông cân tại $B$ nên $\widehat{BAC} = 45^\circ \Rightarrow \left(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{A'C'}\right) = 45^\circ$.

**Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;5)$. Gọi điểm $H$ là hình chiếu vuông góc của điểm $A$ trên mặt phẳng $(Oxy)$. Tọa độ của điểm $H$ là

**A.** $H(0;0;5)$.

**B.** $H(0;-3;5)$.

$H(2;0;5)$

**C.** .

$H(2;-3;0)$

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

Do $H$ là hình chiếu vuông góc của $A(2;-3;5)$ lên mặt phẳng $(Oxy)$. Suy ra $H(2;-3;0)$

**Câu 9:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$ và $B(1;2;3)$. Phương trình mặt phẳng $(P)$ đi qua điểm $A$ và có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}$ là

$(P): x+y+2z-3=0$

**A.** .

$(P): x+y+2z-9=0$

**B.** .

$(P): x+3y+4z-7=0$

**C.** .

$(P): x+3y+4z-26=0$

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

$$(P):\begin{cases}\text{Đi qua } A(0;1;1)\\ \text{Có VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{AB}=(1;1;2)\end{cases}$$

Ta có

$\Rightarrow (P): 1(x-0)+1(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow (P): x+y+2z-3=0$

.

$\int 5^x \,dx = F(x)+C$

**Câu 10:** Cho . Khẳng định nào dưới đây đúng?

$F'(x)=5^x \ln 5$

**A.** .

$F'(x)=5^x+C$

**B.** .

$F'(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}$

**C.**

$F'(x)=5^x$

**D.**

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có $F'(x)=(F(x)+C)'=\left(\int 5^x dx\right)'=5^x$.

**Câu 11:** Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

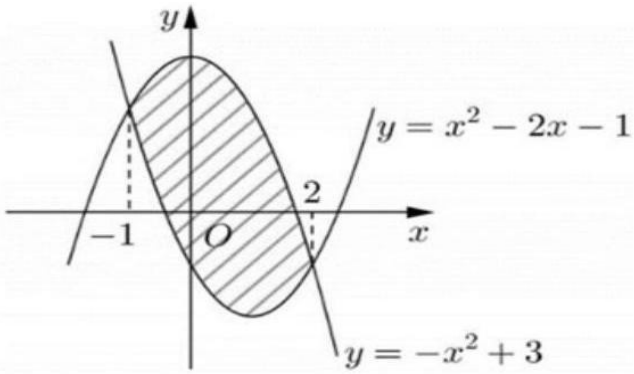
**A.** $\int_{-1}^{2}(-2x+2)dx$.

**B.** $\int_{-1}^{2}(2x-2)dx$.

**C.** $\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)dx$.

**D.** $\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)dx$.

**Lời giải**




**Chọn C**

Diện tích hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ là

$S=\int_{-1}^{2}\left|\left(-x^2+3\right)-\left(x^2-2x-1\right)\right|dx=\int_{-1}^{2}\left|-2x^2+2x+4\right|dx=\int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$.

**Câu 12:** Thời gian truy cập Internet trong một buổi tối của một nhóm học sinh được cho trong bảng sau

| Thời gian (phút) | $[9,5;12,5)$ | $[12,5;15,5)$ | $[15,5;18,5)$ | $[18,5;21,5)$ | $[21,5;24,5)$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Số học sinh | 3 | 12 | 15 | 24 | 2 |

Tính trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.
**A.** 18, 1 .
**B.** 18,5 .
**C.** 17,2.
**D.** 15,6 .

**Lời giải**

**Chọn A**

Cỡ mẫu là: $n = 3+12+15+24+2 = 56$.

Nhóm chứa trung vị là $[15,5;18,5)$. Ta có:

$$M_e = 15,5 + \frac{\frac{56}{2} - 15}{15} \cdot 3 = 18,1.$$

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

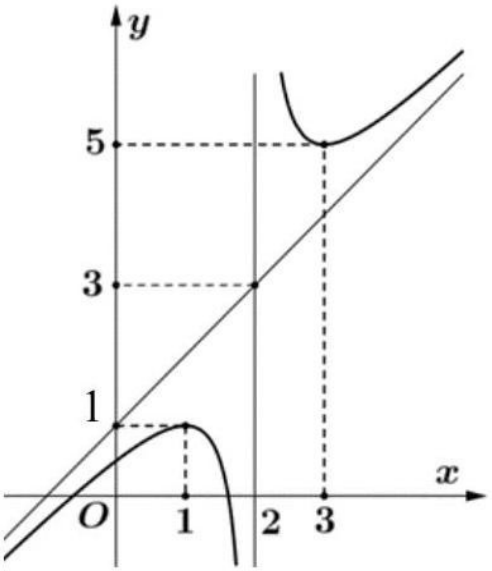
**Câu 1:** Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + nx - 1}{px - 2}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

**a)** Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = 2$.

**b)** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

**c)** Tâm đối xứng của đồ thị là điểm $I(3;2)$.

**d)** Ta có $m + 2n - 3p = -4$.




**Lời giải**

**a)** Ta có: TCĐ là đường thẳng $x = 2$

KL: **a)** đúng.

**b)** Ta có hàm nghịch biến trên các khoảng $(1;2)$ và $(2;3)$

KL: **b)** sai.

**c)** Tâm đối xứng là giao của hai đường tiệm cận nên tọa độ của tâm đối xứng là $I(2;3)$.

KL: **c)** sai.

$$x = \frac{2}{p} = 2 \Rightarrow p = 1 \qquad y = \frac{mx^2 + nx - 1}{x - 2}$$

**d)** Do TCĐ là đường thẳng nên

Mặt khác đồ thị hàm số đi qua 2 điểm $A(1;1)$ và $B(3;5)$ nên ta có

$$\begin{cases} \dfrac{m+n-1}{-1} = 1 \\ \dfrac{9m+3n-1}{1} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+n=0 \\ 3m+n=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-1 \end{cases}$$

Suy ra: $m + 2n - 3p = -4$.

KL: **d)** đúng.

**Câu 2:** Khối lượng của một cá thể sinh vật $X$ theo thời gian $t$ tuần ($t \geq 0$) cho bởi công thức

$f(t)=0,1+t^2e^{-kt}(k\in\mathbb{R}$, đơn vị tính bằng microgram). Biết rằng sinh vật $X$ chỉ sống được đúng 6 tuần và khối lượng của nó lớn nhất tại thời điểm $t=4$, đúng lúc nó sinh sản.

**a)** $f'(4)=0$.

**b)** $f'(t)=2te^{-kt}$.

**c)** $k=\frac{1}{2}$.

**d)** Biết rằng mỗi lần sinh sản, mỗi cá thể $X$ sinh ra 10 cá thể con. Nếu ban đầu ($t=0$), người ta nuôi một cá thể $X$ vừa mới sinh thì số lượng cá thể $X$ tại thời điểm $t=17$ là 11000.

**Lời giải**

**a)** Do $f(t)=0,1+t^2e^{-kt}$ đạt giá trị lớn nhất tại $t=4$ nên $f'(4)=0$.

KL: **a)** đúng.

**b)** Ta có $f'(t)=2te^{-kt}-kt^2e^{-kt}=(2-kt)te^{-kt}$.

KL: **b)** sai.

**c)** Do $f'(4)=0$ nên $k=\frac{1}{2}$.

KL: **c)** đúng.

**d)** Ta có: Ở thời điểm $t=4$ thì có 1 cá thể mẹ và 10 cá thể con;

Ở thời điểm $t=8$ thì có 10 cá thể mẹ và 100 cá thể con;

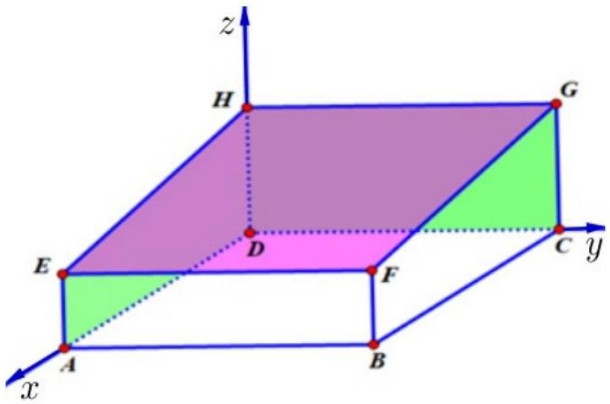
Ở thời điểm $t=12$ thì có 100 cá thể mẹ và 1000 cá thể con;

Ở thời điểm $t=16$ thì có 1000 cá thể mẹ và 10000 cá thể con;

Do đó Ở thời điểm $t=17$ thì có 1000 cá thể mẹ và 10000 cá thể con nên số lượng cá thể X tại thời điểm $t=17$ là 11000 .

KL: **d)** đúng.

**Câu 3:** Sau nhà ông Sơn có mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$ có chiều rộng $AB = 5$ (mét) và chiều dài $AD = 6$ (mét). Ông Sơn dự định dùng mảnh đất này để trồng rau sạch nên thiết kế mái che phẳng và dốc về góc đỉnh $F$. Mái lợp $EFGH$ đặt trên bốn trụ $AE, BF, CG$ và $DH$ đều vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ trong đó $DH = 5$ (mét), $CG = 4$ (mét) và $AE = 3$ (mét). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục là $m$ mét ( ) như hình vẽ.




**a)** Điểm $A(6;0;0)$.

**b)** Phương trình mặt phẳng $(EFG)$ có dạng $ax + by + cz - 150 = 0$. Khi đó $a + b + c = 23$.

**c)** Giá một $m^2$ lưới chống nắng là 12000 đồng. Khi đó, số tiền ông Sơn mua lưới lợp mái EFGH là 386 nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng nghìn đồng).

**d)** Ông Sơn cần lắp đặt dây từ điểm $I$ nằm trên cạnh $AB$ và cách $B$ một mét, đến điểm $M$ nằm trên cạnh $BC$, đến điểm $N$ nằm trên cạnh $CG$, đến điểm $P$ nằm trên cạnh $DH$ và đến điểm $E$. Biết dây luôn áp sát vào các mặt, độ dài ngắn nhất của dây là $\sqrt{305}\,(m)$.

**Lời giải**

**a)** Ta có điểm $A(6;0;0)$.

KL: **a)** đúng.

**b)** Ta có $E(6;0;3), H(0;0;5), G(0;5;4)$ và $\left[\overrightarrow{HE}, \overrightarrow{HG}\right] = (10;6;30)$.

$(EFGH)$ $H(0;0;5)$ $\vec{n}=(5;3;15)$

Do đó mặt phẳng đi qua điểm và có vectơ pháp tuyến nên phương trình

$(EFGH)$ $10x+6y+30z-150=0$ $a+b+c=46$

mặt phẳng là: . Suy ra: .

KL: **b)** sai.

$$S_{EFGH}=S_{HEG}+S_{FEG}=\frac{1}{2}\left(\left|\left[\overrightarrow{HE},\overrightarrow{HG}\right]\right|+\left|\left[\overrightarrow{FE},\overrightarrow{FG}\right]\right|\right)=2\sqrt{259}\ (m^2)$$

**c)** Ta có .

$$S_{ABCD}=S_{EFGH}\cos(\overline{(ABCD),(EFGH)})$$

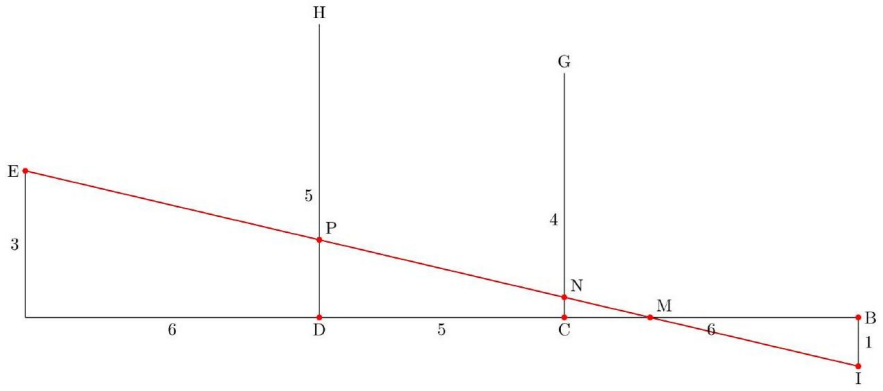
Hoặc .

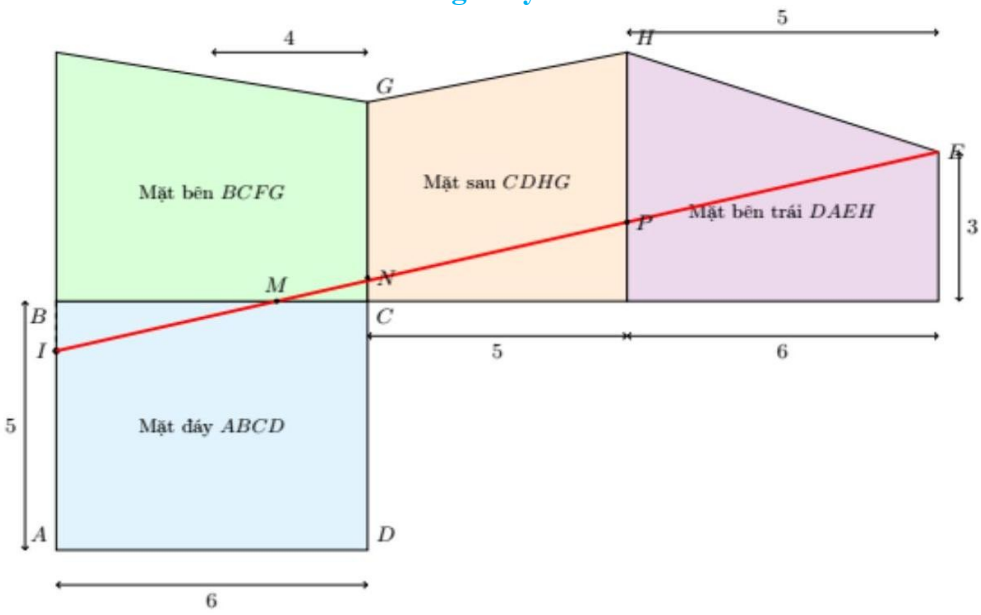
$$2\sqrt{259}\cdot 12000\approx 386243,4465$$

Số tiền ông Sơn phải trả là: đ, tức là phải dùng 386 (nghìn đồng).

KL: **c)** đúng.

**d)** Hình vẽ sau khi được trải phẳng lên mặt phẳng ( $DCGH$ ) là






Ông Sơn cần lắp đặt dây từ điểm $I$ nằm trên cạnh $AB$ và cách $B$ một mét, đến điểm $M$ nằm trên cạnh $BC$, đến điểm $N$ nằm trên cạnh $CG$, đến điểm $P$ nằm trên cạnh $DH$, và đến điểm E sao cho dây luôn áp sát vào các mặt, độ dài dây ngắn nhất khi $I, M, N, P, E$ thẳng hàng. Độ dài ngắn nhất của dây là $\sqrt{17^2+4^2}=\sqrt{305}\,(m)$.

KL: **d)** đúng.

**Câu 4:** Trong một bài kiểm tra trắc nghiệm có 50 câu hỏi, mỗi câu có bốn phương án trả lời A, B, C, D trong đó chỉ có một phương án trả lời đúng. Mỗi câu trả lời đúng được cộng 0,2 điểm và mỗi câu trả lời sai bị trừ 0,1 điểm. Trong 50 câu trên, bạn Nam đã làm được và chắc đúng 35 câu, 15 câu còn lại bạn không biết làm nên ở mỗi câu bạn chọn ngẫu nhiên một đáp án.

**a)** Ở mỗi câu còn lại, xác suất để bạn Nam làm đúng là $\frac{1}{4}$.
**b)** Nếu trong 15 câu còn lại bạn Nam tô ngẫu nhiên và đúng thêm 3 câu nữa, khi đó bài của bạn Nam được 6,4 điểm.
**c)** Bạn Nam làm được 7,0 điểm, khi đó bạn Nam làm đúng 35 câu và sai 15 câu.
**d)** Xác suất để bạn Nam đạt được 7,0 điểm là 0,165 (kết quả làm tròn đến hàng phần nghìn).

**Lời giải**

**a)** Trong một câu có bốn phương án trả lời, có đúng một phương án đúng. Suy ra xác suất để bạn Nam làm đúng ở mỗi câu còn lại là $\frac{1}{4}$.
KL: **a)** đúng.
**b)** Như vậy bài của bạn Nam đúng được 38 câu và sai 12 câu. Do đó số điểm của bài bạn Nam là:

$$38\times 0,2-12\times 0,1=6,4$$

KL: **b)** đúng.

**c)** Gọi $x$ là số câu đúng Nam chọn được để bạn Nam được 7,0 điểm. Ta có

$$0,2\cdot x-(50-x)\cdot 0,1=7\Leftrightarrow x=40$$

KL: **c)** sai.

**d)** Gọi $x$ là số câu đúng Nam chọn được để bạn Nam được 7,0 điểm. Ta có

$$0,2\cdot x-(50-x)\cdot 0,1=7\Leftrightarrow x=40$$

Vậy xác suất Nam đạt 7,0 điểm môn Toán trong kì thi trên là

$$p=C_{15}^{5}\left(\frac{1}{4}\right)^{5}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^{10}\approx 0,165$$

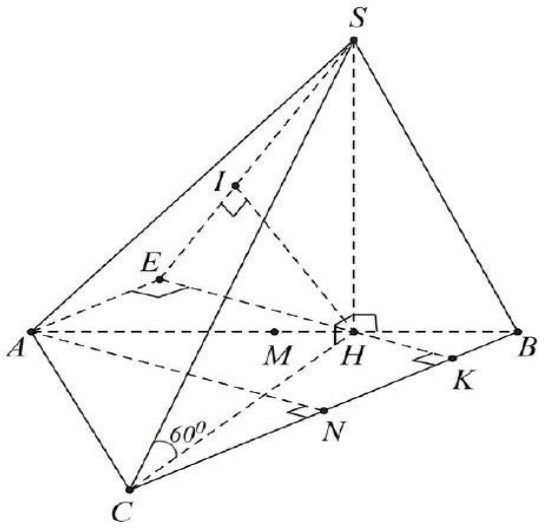
KL: **d)** đúng.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 .

**Câu 1:** Cho hình chóp $S\cdot ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 6 . Hình chiếu vuông góc của đỉnh $S$ trên mặt phẳng $(ABC)$ là điểm $H$ thuộc cạnh $AB$ sao cho $HA=2HB$. Góc giữa đường thẳng $SC$ và mặt phẳng $(ABC)$ bằng $60^\circ$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $SA$ và $BC$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

**Lời giải**

Đáp án: 4,86



Gọi $N$ là trung điểm $BC$. Trong mặt phẳng $(ABC)$ dựng đường thẳng $d$ qua $A$ và song song với $BC$. Qua $H$ dựng đường thẳng song song với $AN$ cắt $d$ tại $E$ và cắt $BC$ tại K. Khi đó tứ giác $AEKN$ là hình chữ nhật.

$$BC//AE \Rightarrow BC//(SAE) \Rightarrow d(BC,SA)=d(BC,(SAE))=d(K,(SAE))$$

Ta có:

$$\frac{HB}{HA}=\frac{HK}{HE}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{KH}{KE}=\frac{1}{3} \Rightarrow d(K,(SAE))=\frac{3}{2}d(H,(SAE))$$

Mặt khác .

$$\begin{cases} AE \perp SH \\ AE \perp KE \end{cases} \Rightarrow AE \perp (SHE) \Rightarrow (SHE) \perp (SAE)$$

Ta có

Trong mặt phẳng $(SHE)$ kẻ $HI \perp SE$ tại $I$. Từ đó suy ra:

$$HI \perp (SAE) \Rightarrow d(H,(SAE))=HI \Rightarrow d(BC,SA)=\frac{3}{2}HI$$

.

$$HK=\frac{1}{3}AN \Rightarrow EH=\frac{2}{3}AN=2\sqrt{3} \Rightarrow HI=\frac{SH \cdot HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{\sqrt{42}}{2}$$

.

$$d(SA,BC)=\frac{3\sqrt{42}}{4} \approx 4,86$$

Vậy .

**Câu 2:** Nếu một doanh nghiệp sản xuất $x$ sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}; 1 \le x \le 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm là $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng). Trong đó, chi phí vận hành máy móc bình quân cho mỗi sản phẩm khi sản xuất $x$ sản phẩm là $G(x)=300+\frac{100}{x}$ (nghìn đồng), chi phí mua nguyên vật liệu để sản xuất $x$ sản phẩm là $H(x)=2x^3+100000x-50000$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

**Lời giải**

ĐS: 136

Ta có lợi nhuận được tính như sau

$$L(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000-x\left(300+\frac{100}{x}\right)\cdot 1000-\left(2x^3+100000x-50000\right)$$

$$=-x^3-1999x^2+601000x+200000$$

$\Rightarrow L'(x)=0 \Leftrightarrow x \approx 136,37$

Vì số sản phẩm sản xuất được là số tự nhiên, từ BBT ta so sánh $L(136)$ và $L(137)$

Ta có: $L(136)=42447040$ (đồng) và $L(137)=42446416$ (đồng).

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 136 sản phẩm thì lợi nhuận là lớn nhất.

**Câu 3:** Một vật bắt đầu chuyển động thẳng đều với vận tốc $v_0=a(\mathrm{m/s})$ với $a>0$. Sau 6 giây chuyển động thì gặp chướng ngại vật nên bắt đầu giảm tốc độ với vận tốc chuyển động $v(t)=-\frac{5}{2}t+b(\mathrm{m/s}),(t\geq 6)$ cho đến khi dừng hẳn. Biết rằng, kể từ lúc chuyển động đến lúc dừng thì vật đi được quãng đường là $80(\mathrm{m})$.

Giá trị của $a^2-b^2$ bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

ĐS: -525

Tại thời điểm $t=6$ vật đang chuyển động với vận tốc $v_0=a$ nên có $v(6)=a$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2}\cdot 6+b=a \Leftrightarrow b=a+15, \text{ suy ra } v(t)=-\frac{5}{2}t+a+15.$$

$k$ là thời điểm vật dừng hẳn, vậy ta có $v(k)=0 \Leftrightarrow k=\frac{2}{5}\cdot(a+15) \Leftrightarrow k=\frac{2a}{5}+6$.

Gọi

$$80=6.a+\int_6^k\left(-\frac{5}{2}t+a+15\right)dt$$

Tổng quãng đường vật đi được là

$$\Leftrightarrow 80=6a+\left(-\frac{5}{4}t^2+a\cdot t+15t\right)\Big|_6^k$$

$$\Leftrightarrow 80=6a-\frac{5}{4}\left(k^2-6^2\right)+a\cdot(k-6)+15(k-6)$$

$$\Leftrightarrow a^2+30a-400=0$$

$$\Leftrightarrow a=10(a>0)$$

Với $a=10\Rightarrow b=25$.

Khi đó $a^2-b^2=-525$.

**Câu 4:** Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ trong đó $a_1\le a_2+1\le a_3-7<a_4\le a_5+2$ bằng $\frac{1}{a}$. Giá trị của $a$ bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị) ?

**Lời giải**

Số các số tự nhiên có năm chữ số được lập là $90000$ số.

$a_2+1\le a_3-7\Rightarrow \begin{cases} a_2\le 1,\\ a_3\ge 8.\end{cases}$

Do

TH1: Nếu $a_2=0$, $a_1=1$ và $a_3=8$.

Khi đó $a_4>1$ nên:

$a_4=2\Rightarrow a_5\ge 0\Rightarrow 10$ cách, $a_4=3\Rightarrow a_5\ge 1\Rightarrow 9$ cách,

$a_4=9\Rightarrow a_5\ge 7\Rightarrow 3$ cách

Suy ra số cách:

$10+9+\ldots+3=52.$

TH2: Nếu $a_2=0$, $a_1=1$ và $a_3=9$.

Khi đó $a_4>2$ nên:

$a_4=3\Rightarrow a_5\ge 1\Rightarrow 9$ cách, $a_4=4\Rightarrow a_5\ge 2\Rightarrow 8$ cách,...

$a_4=9\Rightarrow a_5\ge 7\Rightarrow 3$ cách

Suy ra số cách:
$9+8+\ldots+3=42.$

TH3: Nếu $a_2=1$ thì $a_1\le 2$ nên có $2$ cách chọn $a_1$.

Khi đó $a_3\ge a_2+8=9\Rightarrow a_3=9$.

Tiếp tục:
$a_4=3\Rightarrow a_5\ge 1\Rightarrow 9$ cách, $a_4=4\Rightarrow a_5\ge 2\Rightarrow 8$ cách,...

$a_4=9\Rightarrow a_5\ge 7\Rightarrow 3$ cách

Suy ra số cách:
$2(9+8+\ldots+3)=84.$

Tổng số trường hợp thỏa mãn:
$52+42+84=178.$

Xác suất:
$a=\dfrac{178}{90000}=\dfrac{89}{45000}.$

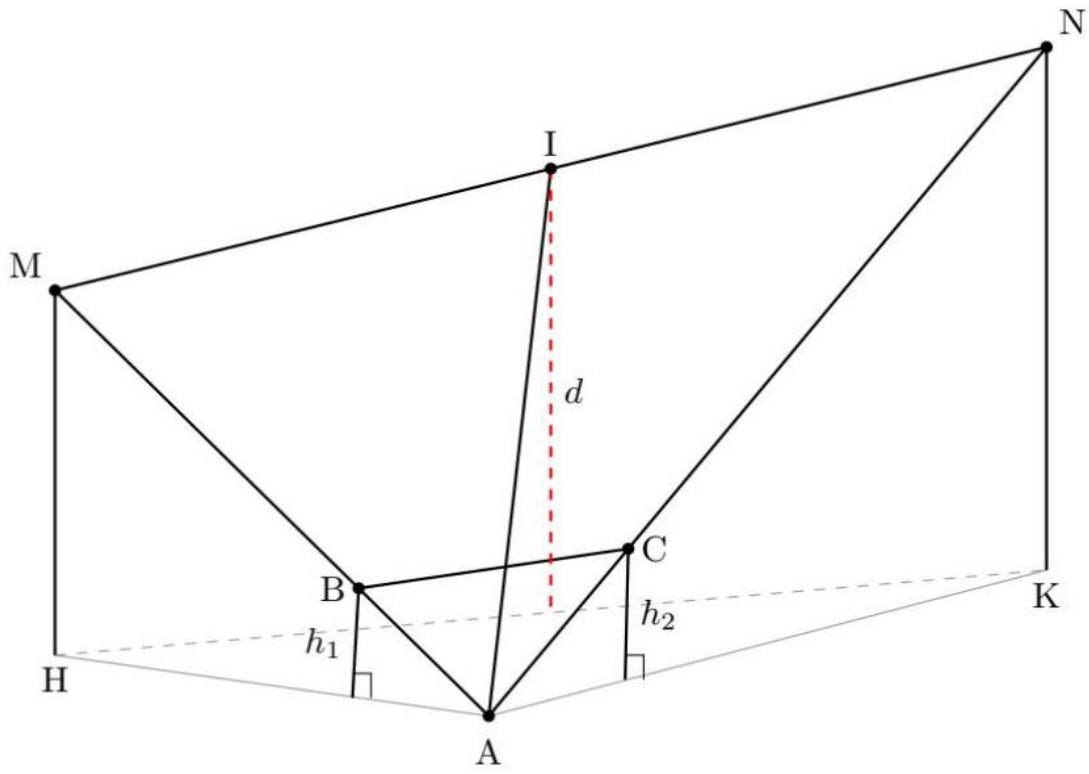
Suy ra:
$\dfrac{1}{a}=\dfrac{45000}{89}\approx 505.617.$

Vậy: 506

**Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-4;4), B(-1;-2;4)$ và $C(0;-4;4)$. Mặt phẳng $(P)$ có dạng $ax+2025y+cz+d=0$ đi qua điểm $A$ sao cho hai điểm $B,C$ nằm về cùng một phía. Đặt $h_1=d(B,(P))$ là khoảng cách từ điểm $B$ đến mặt phẳng $(P)$ và $h_2=d(C,(P))$ là khoảng cách từ điểm $C$ đến mặt phẳng $(P)$. Khi biểu thức $2025h_1+2026h_2$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=-9a+10c+d$ bằng bao nhiêu ?

**Lời giải**

ĐS: - 4




(Hình minh họa)

Gọi $M$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 2025.\overrightarrow{AB}$, suy ra $M(-1;4046;4)$.

Khi đó $2025h_1 = 2025.d(B,(P)) = d(M,(P))$.

Gọi $N$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AN} = 2026.\overrightarrow{AC}$, suy ra $N(2025;-4;4)$.

Khi đó $2026h_2 = 2026.d(C,(P)) = d(N,(P))$.

Suy ra $2025h_1 + 2026h_2 = d(M,(P)) + d(N,(P))$.

Gọi $I$ là trung điểm của $MN$, suy ra $I(1012;2021;4)$.

Khi đó $2025h_1 + 2026h_2 = d(M,(P)) + d(N,(P)) = 2d(I,(P)) \le 2IA$.

Do vậy $2025h_1 + 2026h_2$ đạt giá trị lớn nhất khi $(P)$ qua $A$ và vuông góc với $IA$.

$(P)$ $A(-1;-4;4)$ $\overrightarrow{AI}=(1013;2025;0)$

Hay đi qua và nhận làm vectơ pháp tuyến.

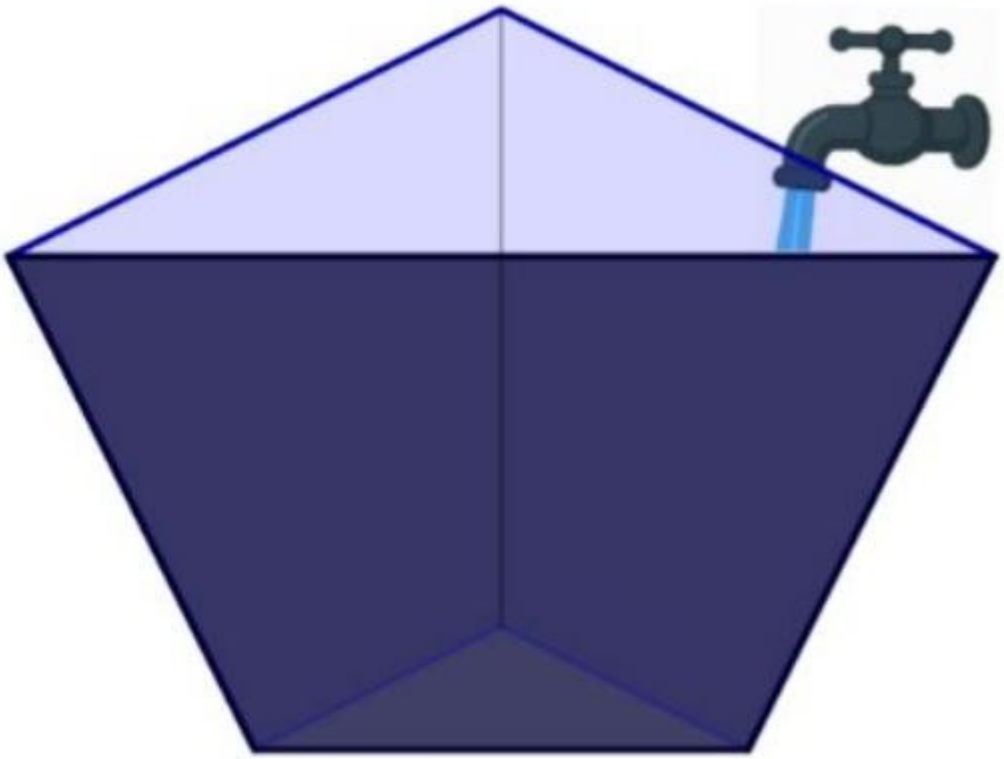
$$(P):1013x+2025y+9113=0$$

Phương trình mặt phẳng .

$a=1013;c=0;d=9113\Rightarrow T=-9a+10c+d=-4$

Vậy .

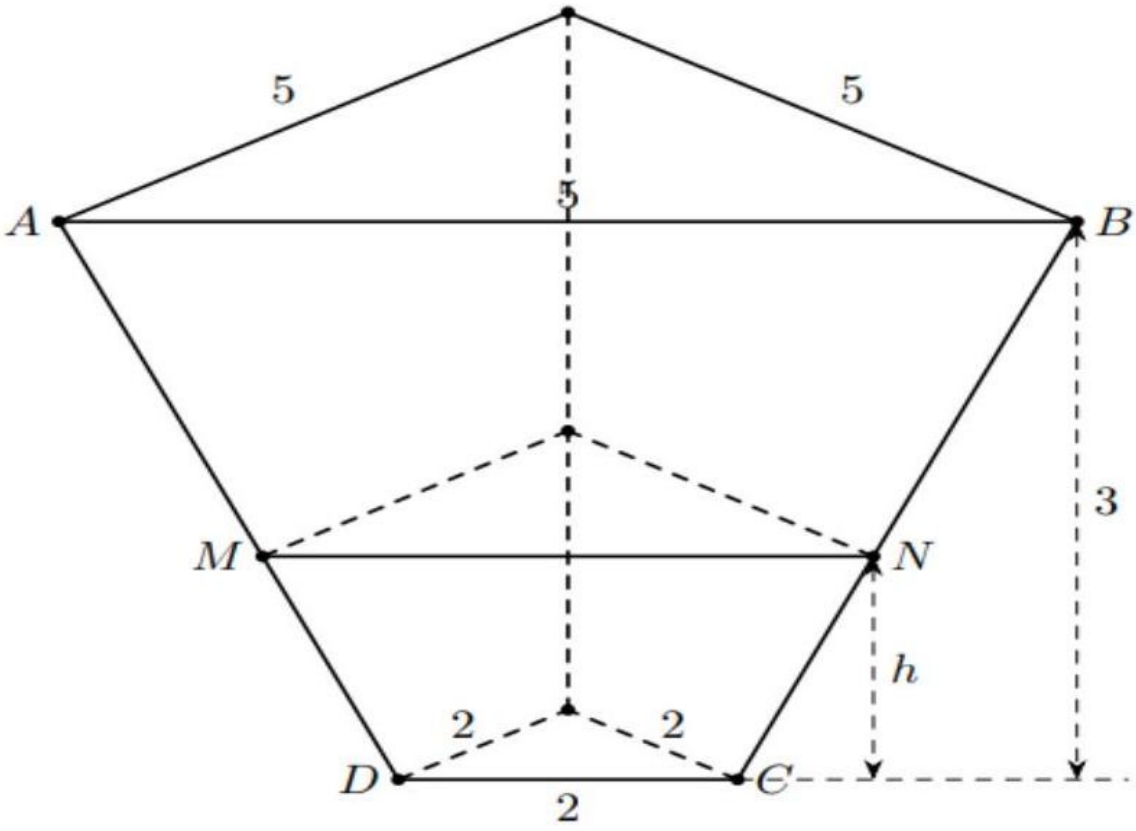
**Câu 6:** Một cái chậu đựng nước có dạng hình chóp cụt đều, đáy chậu là tam giác đều cạnh bằng $2dm$, miệng chậu là tam giác đều cạnh bằng 5 dm và chiều cao chậu nước bằng 3 dm . Người ta bơm nước vào chậu với lưu lượng không đổi $\frac{\sqrt{3}}{3}$ lít/phút. Tại thời điểm 14 phút sau khi bơm tốc độ dâng lên của nước trong chậu là $\frac{1}{a}\text{dm}/$ phút, giá trị của $a$ bằng bao



nhiêu ?

**Lời giải**

ĐS: 12




Gọi $MN$ là độ dài cạnh tam giác đều theo mực nước tức thời ($MN$ thay đổi).

Đặt $MN = a \times h + b$ (hàm số bậc nhất theo $h$).

Khi $h = 0$ thì $MN = 2$; khi $h = 3$ thì $MN = 5$.

$$\begin{cases} b = 2 \\ 3a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 2 \\ a = 1 \end{cases};$$

Do đó suy ra $MN = h + 2$.

Diện tích mặt nước tức thời là

$$S = \frac{MN^2\sqrt{3}}{4} = \frac{(h+2)^2\sqrt{3}}{4}.$$

Thể tích nước tức thời là $V = \frac{1}{3}h\left(S_0 + \sqrt{S_0 S} + S\right); S_0$ là diện tích mặt nước ban đầu (đáy nhỏ).

$$V = \frac{1}{3}h\left(\sqrt{3} + \sqrt{\sqrt{3}\cdot\frac{(h+2)^2\sqrt{3}}{4}} + \frac{(h+2)^2\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{h\sqrt{3}}{12}\left[4 + 2(h+2) + (h+2)^2\right].$$

$$V = \frac{h\sqrt{3}}{12}\left(h^2 + 6h + 12\right) = \frac{\sqrt{3}}{12}\left(h^3 + 6h^2 + 12h\right) (*).$$

$$V = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 14 = \frac{14\sqrt{3}}{3} \text{dm}^3$$

Sau 14 phút thì lượng nước trong chậu là .

$$\frac{\sqrt{3}}{12}\left(h^3 + 6h^2 + 12h\right) = \frac{14\sqrt{3}}{3} \Rightarrow h = 2dm$$

Do đó .

$$V'(t) = \frac{\sqrt{3}}{12}\left(3h^2 + 12h + 12\right) \cdot h'(t) (**)$$

Từ (*) đạo hàm hai vế theo $t$ ta được: .

$h = 2; V'(t) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ $(**)$ $h'(t) = \frac{1}{12} dm/$

Thay các giá trị vào ta được: phút.

$a = 12$

Vậy