

Bài 8. GIẢI BÀI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Các bước giải bài toán bằng cách lập phương trình

- **Bước 1.** Lập phương trình
 - ✓ Chọn ẩn số và đặt điều kiện thích hợp cho ẩn số;
 - ✓ Biểu diễn các dữ kiện chưa biết qua ẩn số;
 - ✓ Lập phương trình biểu thị tương quan giữa ẩn số và các dữ kiện đã biết;
- **Bước 2.** Giải phương trình;
- **Bước 3.** Đối chiếu nghiệm của phương trình với điều kiện của ẩn số (nếu có) và với đề bài để đưa ra kết luận.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Toán có nội dung hình học

- Với hình chữ nhật: Diện tích = chiều dài x chiều rộng
Chu vi = (chiều dài + chiều rộng) x 2.
- Với hình tam giác: Diện tích = $\frac{1}{2}$ x cạnh đáy x chiều cao.
Chu vi = tổng 3 cạnh.

Ví dụ 1. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

ĐS: 33 và 44.

Ví dụ 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m^2 . Nếu tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn.

ĐS: 30 và 24.

Dạng 2: Bài toán có quan hệ về số

- Số tự nhiên có hai chữ số: $\overline{ab} = 10a + b$
- Số tự nhiên có ba chữ số: $\overline{abc} = 100a + 10b + c$.

Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10 . Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12 . Tìm số đã cho.

ĐS: 28.

Ví dụ 4. Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109 . Tìm hai số đó.

ĐS: 11 và 12.

Dạng 3: Bài toán về năng suất lao động

- Khối lượng công việc = Năng suất $\times$ Thời gian hoàn thành.

Ví dụ 5. Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm? **ĐS:** 50 .

Ví dụ 6. Một người dự định sản xuất 120 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do tăng năng suất 4 sản phẩm mỗi giờ, nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 1 giờ. Hãy tính năng suất dự kiến của người đó. **ĐS:** 20 .

Dạng 4: Bài toán về công việc làm chung, làm riêng

- Ta thường xem khối lượng công việc là một đơn vị.
- Năng suất 1 + Năng suất 2 = Tổng năng suất.

Ví dụ 7. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc? **ĐS:** 4 và 6 .

Ví dụ 8. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu? **ĐS:** 8 và 12 .

Dạng 5: Bài toán về chuyển động

- Quãng đường = Vận tốc $\times$ thời gian.

Ví dụ 9. Hai ô tô cùng khởi hành cùng một lúc từ hai đỉnh A và B cách nhau 160 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu ô tô đi từ A tăng vận tốc thêm 10 km/h sẽ bằng hai lần vận tốc ô tô đi từ B . **ĐS:** 50 và 30 .

Ví dụ 10. Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ô tô đến sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc mỗi xe. **ĐS:** 50 và 40 .

Dạng 6: Bài toán chuyển động có vận tốc cản

- Vận tốc xuôi = Vận tốc thực + Vận tốc cản.
- Vận tốc ngược = Vận tốc thực – Vận tốc cản.

Ví dụ 11. Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc xuôi dòng là 30 km/h, sau đó lại ngược từ B về A . Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết vận tốc dòng nước là 5 km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược dòng là không đổi. **ĐS:** 80 .

Ví dụ 12. Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120 km, cả đi và về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h. **ĐS:** 36 .

Dạng 7: Các dạng toán khác

Ví dụ 13. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá. **ĐS:** 300 và 150 .

Ví dụ 14. Có hai thùng dầu chứa tất cả 160 lít dầu. Biết rằng nếu rót từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai 20 lít dầu thì số dầu ở hai thùng bằng nhau. Tính số dầu ban đầu ở mỗi thùng.

ĐS: 100 và 60 .

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là 100 m^2 . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm 5 m^2 . **ĐS:** 5 và 20 .

Bài 2. Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 9 . Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 58 . Tìm số đã cho. **ĐS:** 72 .

Bài 3. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày? **ĐS:** 7 .

Bài 4. Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày thì xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày thì được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm một mình thì mất bao nhiêu ngày? **ĐS:** 45 và 30 .

Bài 5. Quãng đường từ A đến B dài 90 km . Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h . Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B. **ĐS:** 36 .

Bài 6. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km , sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h . Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ. **ĐS:** 22 .

Bài 7. Hùng và Long có tất cả 40 viên bi. Nếu Hùng cho Long 6 viên, thì số bi của Long gấp 3 số bi của Hùng. Tính số bi ban đầu của Long và Hùng. **ĐS:** 24 và 16 .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ví dụ 1. Một tam giác có chiều cao bằng $\frac{3}{4}$ cạnh đáy. Nếu chiều cao tăng thêm 3 dm và cạnh đáy giảm đi 3 dm thì diện tích của nó tăng thêm 12 dm^2 . Tính chiều cao và cạnh đáy của tam giác.

Lời giải.

Gọi x (dm) là chiều cao của tam giác lúc ban đầu, ($x > 0$).

Suy ra cạnh đáy của tam giác lúc ban đầu là $\frac{4}{3}x$ (dm).

Diện tích tam giác ban đầu là $\frac{1}{2} \cdot x \cdot \frac{4}{3} \cdot x = \frac{2}{3}x^2$ (dm²).

Diện tích tam giác sau khi tăng chiều cao thêm 3 dm và giảm cạnh đáy đi 3 dm là $\frac{1}{2}(x+3)\left(\frac{4}{3}x-3\right)$ (dm²).

Theo đề, diện tích tam giác tăng thêm 12 dm² cho nên ta có phương trình

$$\frac{2}{3}x^2 + 12 = \frac{1}{2}(x+3)\left(\frac{4}{3}x-3\right) \Leftrightarrow 3x = 99 \Leftrightarrow x = 33 \quad (\text{thỏa đk}).$$

Vậy chiều cao và cạnh đáy của tam giác lúc ban đầu lần lượt là 33 dm và 44 dm.

Ví dụ 2. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích 720 m². Nếu tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m thì diện tích mảnh vườn không đổi. Tính chiều dài và chiều rộng mảnh vườn.

Lời giải.

Gọi x (m) là chiều dài của mảnh vườn ($x > 0$).

Khi đó chiều rộng của mảnh vườn là $\frac{720}{x}$ (m).

Diện tích của mảnh vườn sau khi tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m là $(x+10)\left(\frac{720}{x}-6\right)$ (m²).

Vì diện tích sau khi tăng chiều dài thêm 10 m và giảm chiều rộng 6 m vẫn không đổi, do đó ta có phương trình $(x+10)\left(\frac{720}{x}-6\right) = 720$.

Giải phương trình này ta được $x = 30$ (thỏa đk) và $x = -40$ (không thỏa đk).

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh vườn ban đầu lần lượt là 30 m và 24 m.

Ví dụ 3. Cho một số tự nhiên có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 10. Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12. Tìm số đã cho.

Lời giải.

Gọi chữ số hàng chục là x , ($x \in \mathbb{N}^*$, $x \leq 9$).

Khi đó chữ số hàng đơn vị là $10 - x$.

Tích của hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 12 nên ta có phương trình

$$x(10 - x) + 12 = 10x + (10 - x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0.$$

Giải phương trình này ta được $x = -1$ (không thỏa đk) và $x = 2$ (thỏa đk).

Vậy số tự nhiên cần tìm là 28 .

Ví dụ 4. Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109 . Tìm hai số đó.

Lời giải.

Gọi x , $x + 1$, ($x \in \mathbb{N}$) là hai số tự nhiên liên tiếp.

Tích của hai số tự nhiên liên tiếp lớn hơn tổng của chúng là 109 nên ta có phương trình

$$x(x + 1) = x + (x + 1) + 109 \Leftrightarrow x^2 - x - 110 = 0.$$

Giải phương trình này ta được $x = -10$ (không thỏa đk) và $x = 11$ (thỏa đk).

Vậy hai số cần tìm là 11 và 12 .

Ví dụ 5. Một phân xưởng theo kế hoạch cần phải sản xuất 1100 sản phẩm trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày phân xưởng đó sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 2 ngày. Hỏi mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải.

Gọi x (sản phẩm) là số sản phẩm phân xưởng dự định mỗi ngày sản xuất được ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó số ngày hoàn thành kế hoạch trên dự định sẽ là $\frac{1100}{x}$ (ngày).

Do mỗi ngày phân xưởng sản xuất vượt mức 5 sản phẩm nên số sản phẩm mỗi ngày trên thực tế sản xuất được là $x + 5$ (sản phẩm).

Khi đó số ngày hoàn thành kế hoạch trên thực tế sẽ là $\frac{1100}{x + 5}$ (ngày).

Vì phân xưởng đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 2 ngày nên ta có phương trình

$$\frac{1100}{x + 5} + 2 = \frac{1100}{x} \quad (x \in \mathbb{N}^*).$$

Giải phương trình này ta được $x = -55$ (không thỏa đk) và $x = 50$ (thỏa đk).

Vậy mỗi ngày phân xưởng phải sản xuất 50 sản phẩm.

Ví dụ 6. Một người dự định sản xuất 120 sản phẩm trong một thời gian nhất định. Do tăng năng suất 4 sản phẩm mỗi giờ, nên đã hoàn thành sớm hơn dự định 1 giờ. Hãy tính năng suất dự kiến của người đó.

Lời giải.

Gọi năng suất dự kiến của người đó là x , $x \in \mathbb{Q}^*$.

Khi đó thời gian hoàn thành dự kiến sẽ là $\frac{120}{x}$ (giờ).

Do tăng năng suất 4 sản phẩm mỗi giờ nên năng suất trên thực tế là $x + 4$.

Khi đó thời gian hoàn thành trên thực tế sẽ là $\frac{120}{x+4}$ (giờ).

Vì thời gian hoàn thành sớm hơn dự kiến 1 giờ nên ta có phương trình $\frac{120}{x+4} + 1 = \frac{120}{x}$ ($x \in \mathbb{Q}^*$).

Giải phương trình này ta được $x = -24$ (không thỏa đk) và $x = 20$ (thỏa đk).

Vậy năng suất dự kiến của người đó là 20 sản phẩm mỗi giờ.

Ví dụ 7. Hai người cùng làm chung một công việc trong $\frac{12}{5}$ giờ thì xong. Nếu mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất hoàn thành công việc ít hơn người thứ hai là 2 giờ. Hỏi nếu làm một mình thì mỗi người phải làm trong bao nhiêu giờ để xong công việc?

Lời giải.

Gọi x (giờ) là số giờ người thứ nhất làm một mình xong công việc $\left(x > \frac{12}{5}\right)$.

Khi đó trong một giờ người thứ nhất làm được $\frac{1}{x}$ công việc;

và trong $\frac{12}{5}$ giờ người thứ nhất làm được $\frac{12}{5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{12}{5x}$ công việc.

Do mỗi người làm một mình thì thời gian để người thứ nhất làm xong công việc ít hơn người thứ hai 2 giờ cho nên số giờ người thứ hai làm một mình xong công việc là $x + 2$ (giờ).

Khi đó trong một giờ người thứ hai làm được $\frac{1}{x+2}$ công việc;

và trong $\frac{12}{5}$ giờ người thứ hai làm được $\frac{12}{5} \cdot \frac{1}{x+2} = \frac{12}{5(x+2)}$ công việc.

$$\frac{12}{5x} + \frac{12}{5(x+2)} = 1.$$

Như vậy ta có phương trình

Giải phương trình này ta được $x = -\frac{6}{5}$ (không thỏa đk) và $x = 4$ (thỏa đk).

Như vậy nếu làm một mình thì người thứ nhất làm xong công việc trong 4 giờ và người hai làm xong công việc trong 6 giờ.

Ví dụ 8. Hai vòi nước cùng chảy vào một bể không có nước và chảy đầy bể trong 4 giờ 48 phút. Nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất có thể chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ. Hỏi nếu chảy riêng thì mỗi vòi sẽ chảy đầy bể trong bao lâu?

Lời giải.

Gọi x (giờ) là số giờ vòi thứ nhất chảy riêng thì đầy bể ($x > \frac{24}{5}$).

Khi đó trong một giờ vòi thứ nhất chảy được $\frac{1}{x}$ bể;

và trong 4 giờ 48 phút ($\frac{24}{5}$ giờ) vòi thứ nhất chảy được $\frac{24}{5} \cdot \frac{1}{x} = \frac{24}{5x}$ bể.

Vì nếu chảy riêng vòi thứ nhất chảy đầy bể nhanh hơn vòi thứ hai 4 giờ nên số giờ vòi thứ hai chảy riêng thì đầy bể là $x+4$ giờ.

Khi đó trong một giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{1}{x+4}$ bể;

và trong $\frac{24}{5}$ giờ vòi thứ hai chảy được $\frac{24}{5(x+4)}$ bể.

Như vậy ta có phương trình $\frac{24}{5x} + \frac{24}{5(x+4)} = 1$. Giải phương trình này ta được $x = -\frac{12}{5}$ (không thỏa đk) và $x = 8$ (thỏa đk).

Như vậy nếu chảy riêng thì vòi thứ nhất chảy trong 8 giờ và vòi thứ hai chảy trong 12 giờ thì đầy bể.

Ví dụ 9. Hai ô tô cùng khởi hành cùng một lúc từ hai đỉnh A và B cách nhau 160 km, đi ngược chiều nhau và gặp nhau sau 2 giờ. Tìm vận tốc của mỗi ô tô biết rằng nếu ô tô đi từ A tăng vận tốc thêm 10 km/h sẽ bằng hai lần vận tốc ô tô đi từ B .

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc của ô tô xuất phát từ A ($x > 0$).

Vì ô tô đi từ A tăng vận tốc thêm 10 km/h bằng hai lần vận tốc ô tô đi từ B nên vận tốc của ô tô xuất phát từ B sẽ là $\frac{x+10}{2}$ (km/h).

Sau 2 giờ (lúc gặp nhau) quãng đường ô tô thứ nhất đi được là $2x$ (km) và quãng đường ô tô thứ hai đi được là $2 \cdot \frac{x+10}{2}$ (km).

Như vậy ta có phương trình $2x + 2 \cdot \frac{x+10}{2} = 160$. Giải phương trình này ta được $x = 50$ (thỏa đk).

Vậy vận tốc của ô tô xuất phát từ A là 50 km/h và ô tô xuất phát từ B là 30 km/h.

Ví dụ 10. Một ô tô và một xe máy cùng khởi hành từ A để đi đến B với vận tốc mỗi xe không đổi trên toàn bộ quãng đường AB dài 120 km. Do vận tốc xe ô tô lớn hơn vận tốc xe máy là 10 km/h nên ô tô đến sớm hơn xe máy 36 phút. Tính vận tốc mỗi xe.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc của ô tô ($x > 10$).

Do vận tốc ô tô lớn hơn vận tốc xe máy 10 km/h nên vận tốc xe máy là $x - 10$ (km/h).

Thời gian ô tô và xe máy đi hết quãng đường AB lần lượt là $\frac{120}{x}$ (giờ), $\frac{120}{x-10}$ giờ.

36 phút ($\frac{3}{5}$ giờ) cho nên ta có phương trình $\frac{120}{x} + \frac{3}{5} = \frac{120}{x-10}$.
Vì ô tô đến sớm hơn xe máy

Giải phương trình này ta được $x = -40$ (không thỏa đk) và $x = 50$ (thỏa đk).

Vậy vận tốc của ô tô và xe máy lần lượt là 50 km/h và 40 km/h.

Ví dụ 11. Một ca nô xuôi từ A đến B với vận tốc xuôi dòng là 30 km/h, sau đó lại ngược từ B về A. Thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược là 1 giờ 20 phút. Tính khoảng cách giữa hai bến A và B biết vận tốc dòng nước là 5 km/h và vận tốc riêng của ca nô khi xuôi và ngược dòng là không đổi.

Lời giải.

Gọi x (km) là khoảng cách giữa hai bến A và B ($x > 0$).

Thời gian ca nô xuôi dòng là $\frac{x}{30}$ (h).

Vận tốc thực của ca nô là $30 - 5 = 25$ (km/h).

Suy ra vận tốc ngược dòng của ca nô là $25 - 5 = 20$ (km/h).

Thời gian ca nô ngược dòng là $\frac{x}{20}$ (h).

Vì thời gian xuôi ít hơn thời gian ngược dòng là 1 giờ 20 phút ($\frac{4}{3}$ giờ) nên ta có phương trình

$$\frac{x}{30} + \frac{4}{3} = \frac{x}{20}.$$

Giải phương trình này ta được $x = 80$ (thỏa đk).

Vậy khoảng cách giữa hai bến A và B là 80 km.

Ví dụ 12. Một tàu thủy chạy trên khúc sông dài 120 km, cả đi và về mất 6 giờ 45 phút. Tính vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng, biết rằng vận tốc của dòng nước là 4 km/h.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng ($x > 0$).

Suy ra vận tốc xuôi dòng và vận tốc ngược dòng của tàu thủy lần lượt là $x + 4$ và $x - 4$ (km/h).

Thời gian xuôi dòng và ngược dòng của tàu thủy lần lượt là $\frac{120}{x+4}$ (h) và $\frac{120}{x-4}$ (h).

Thời gian cả đi lẫn về là 6 giờ 45 phút ($\frac{27}{4}$ h) nên ta có phương trình sau

$$\frac{120}{x+4} + \frac{120}{x-4} = \frac{27}{4}.$$

Giải phương trình này ta được $x = -\frac{4}{9}$ (không thỏa đk) và $x = 36$ (thỏa đk).

Vậy vận tốc của tàu thủy khi nước yên lặng là 36 km/h.

Ví dụ 13. Hai giá sách có 450 cuốn. Nếu chuyển 50 cuốn từ giá thứ nhất sang giá thứ hai thì số sách trên giá thứ hai bằng $\frac{4}{5}$ số sách ở giá thứ nhất. Tính số sách trên mỗi giá.

Lời giải.

Gọi x (cuốn) là số sách trên giá thứ nhất ($x \in \mathbb{N}, x > 50$).

Suy ra số sách trên giá thứ hai sẽ là $450 - x$. (cuốn)

Theo đề ta có phương trình sau $\frac{4}{5}(x-50) = (450-x) + 50$.

Giải phương trình này ta được $x = 300$ (thỏa đk).

Vậy số sách trên giá sách thứ nhất và thứ hai lần lượt là 300 cuốn và 150 cuốn.

Ví dụ 14. Có hai thùng dầu chứa tất cả 160 lít dầu. Biết rằng nếu rót từ thùng thứ nhất sang thùng thứ hai 20 lít dầu thì số dầu ở hai thùng bằng nhau. Tính số dầu ban đầu ở mỗi thùng.

Lời giải.

Gọi x (lít) là số lít dầu ban đầu ở thùng thứ nhất ($x > 20$).

Suy ra số lít dầu ban đầu ở thùng thứ hai là $160 - x$ lít.

$$x - 20 = 160 - x + 20 \Leftrightarrow x = 100 \text{ (n)}.$$

Theo đề ta có phương trình

Vậy số lít dầu ban đầu ở thùng thứ nhất và thùng thứ hai lần lượt là 100 lít và 60 lít.

Bài 1. Một thửa ruộng hình chữ nhật có diện tích là 100 m^2 . Tính độ dài các cạnh của thửa ruộng. Biết rằng nếu tăng chiều rộng của thửa ruộng lên 2 m và giảm chiều dài của thửa ruộng đi 5 m thì diện tích của thửa ruộng sẽ tăng thêm 5 m^2 .

Lời giải.

Gọi x (m) là chiều rộng của thửa ruộng ($x > 0$).

Khi đó chiều dài của thửa ruộng là $\frac{100}{x}$ (m).

Diện tích của thửa ruộng sau khi tăng chiều rộng lên 2 m và giảm chiều dài đi 5 m là

$$(x+2) \left(\frac{100}{x} - 5 \right) \text{ (m}^2 \text{)}.$$

$$5 \text{ m}^2 \text{ nên ta có phương trình } (x+2) \left(\frac{100}{x} - 5 \right) = 105.$$

Vì diện tích của thửa ruộng tăng thêm

Giải phương trình này ta được $x = -8$ (không thỏa đk) và $x = 5$ (thỏa đk).

Vậy chiều rộng và chiều dài của thửa ruộng lần lượt là 5 m và 20 m .

Bài 2. Cho một số có hai chữ số. Tổng hai chữ số của chúng bằng 9 . Tích hai chữ số ấy nhỏ hơn số đã cho là 58 . Tìm số đã cho.

Lời giải.

Gọi chữ số hàng chục là x , ($x \in \mathbb{N}^*, x \leq 9$).

Khi đó chữ số hàng đơn vị là $9 - x$.

Tích của hai chữ số đó nhỏ hơn số đã cho là 58 đơn vị nên ta có phương trình

$$x(9 - x) + 58 = 10x + (9 - x).$$

Giải phương trình này ta được $x = -7$ (không thỏa đk) và $x = 7$ (thỏa đk).

Vậy số cần tìm là 72 .

Bài 3. Một đội xe theo kế hoạch chở hết 140 tấn hàng trong một số ngày quy định. Do mỗi ngày đội đó chở vượt mức 5 tấn nên đội đã hoàn thành kế hoạch sớm hơn thời gian quy định 1 ngày và chở thêm được 10 tấn. Hỏi theo kế hoạch đội xe chở hàng hết bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi x (ngày) là số ngày đội xe dự định hoàn thành công việc ($x \in \mathbb{N}^*$).

Khi đó mỗi ngày đội xe dự định chở được $\frac{140}{x}$ (tấn).

Do hoàn thành kế hoạch sớm hơn dự định 1 ngày nên số ngày thực tế hoàn thành công việc là $x - 1$ (ngày).

Khi đó mỗi ngày trên thực tế đội xe chở được là $\frac{150}{x - 1}$ (tấn).

Vì mỗi ngày chở vượt mức 5 tấn và chở thêm được 10 tấn cho nên ta có phương trình

$$\frac{150}{x - 1} = \frac{140}{x} + 5.$$

Giải phương trình trên ta được $x = -4$ (không thỏa đk) và $x = 7$ (thỏa đk).

Vậy theo kế hoạch đội xe chở hàng hết 7 ngày.

Bài 4. Hai đội xe chở cát để san lấp một khu đất. Nếu hai đội cùng làm thì trong 18 ngày thì xong công việc. Nếu đội thứ nhất làm 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm tiếp 8 ngày thì được $\frac{2}{5}$ công việc. Hỏi nếu mỗi đội làm một mình thì mất bao nhiêu ngày?

Lời giải.

Gọi x (ngày) là số ngày đội xe thứ nhất làm một mình xong công việc ($x > 18$).

Khi đó trong 18 ngày đội xe thứ nhất làm một mình được $\frac{18}{x}$ công việc.

Vì đội thứ nhất làm một mình trong 6 ngày, sau đó đội thứ hai làm một mình tiếp 8 ngày thì được $\frac{2}{5}$ công việc cho nên đội thứ hai làm một mình trong 8 ngày thì được $\frac{2}{5} - \frac{6}{x}$ công việc.

Suy ra trong 18 ngày đội thứ hai làm một mình được $\frac{9}{4} \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{x} \right)$ công việc.

$$\frac{18}{x} + \frac{9}{4} \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{x} \right) = 1.$$

Ta có phương trình

Giải phương trình này ta được $x = 45$ (thỏa đk).

Vậy nếu làm một mình thì đội thứ nhất làm xong công việc hết 45 ngày, đội hai làm xong công việc hết 30 ngày.

Bài 5. Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc xe máy đi từ A đến B ($x > 0$).

Suy ra thời gian xe máy đi từ A đến B là $\frac{90}{x}$ (h).

Vận tốc của xe máy đi trở về từ B đến A là $x + 9$ (km/h).

Suy ra thời gian xe máy trở về từ B đến A là $\frac{90}{x + 9}$ (h).

$$\frac{90}{x} + \frac{90}{x + 9} + \frac{1}{2} = 5.$$

Ta có phương trình

Giải phương trình này ta được $x = -5$ (không thỏa đk) và $x = 36$ (thỏa đk).

Vậy vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B là 36 km/h.

Bài 6. Một tàu tuần tra chạy ngược dòng 60 km, sau đó chạy xuôi dòng 48 km trên cùng một dòng sông có vận tốc dòng nước là 2 km/h. Tính vận tốc của tàu tuần tra khi nước yên lặng, biết thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ.

Lời giải.

Gọi x (km/h) là vận tốc thực của tàu tuần tra ($x > 0$).

Vận tốc xuôi dòng và ngược dòng của tàu tuần tra lần lượt là $x+2$ (km/h) và $x-2$ (km/h).

Khi đó thời gian xuôi dòng và ngược dòng của tàu tuần tra lần lượt là $\frac{48}{x+2}$ (h) và $\frac{60}{x-2}$ (h).

Thời gian xuôi dòng ít hơn thời gian ngược dòng 1 giờ nên ta có phương trình $\frac{48}{x+2} + 1 = \frac{60}{x-2}$.

Giải phương trình này ta được $x = -10$ (không thỏa đk) và $x = 22$ (thỏa đk).

Vậy vận tốc thực của tàu tuần tra là 22 km/h.

Bài 7. Hùng và Long có tất cả 40 viên bi. Nếu Hùng cho Long 6 viên, thì số bi của Long gấp 3 số bi của Hùng. Tính số bi ban đầu của Long và Hùng.

Lời giải.

Gọi x (viên bi) là số bi ban đầu của Hùng ($x \in \mathbb{N}^*$).

Suy ra số bi ban đầu của Long là $40 - x$ (viên bi).

Theo đề ta có phương trình $3(x - 6) = 40 - x + 6 \Leftrightarrow x = 16$ (n).

Vậy số bi ban đầu của Hùng và Long lần lượt là 16 và 24 viên.

--- HẾT ---