

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO NGHỆ AN
LIÊN TRƯỜNG THPT ANH SƠN, ĐÔ
LƯƠNG, THANH CHƯƠNG, YÊN
THÀNH ...
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 5
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút
(không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề: 0121**

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

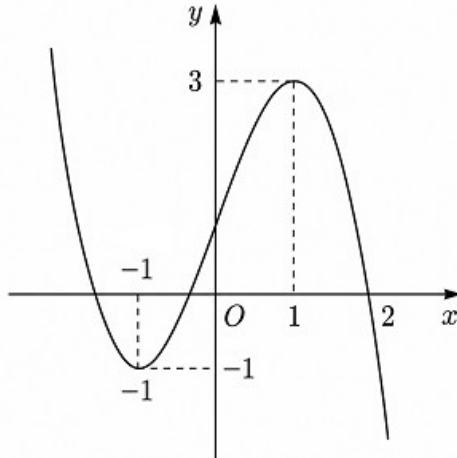
Câu 1. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 6$ thì $\int_0^3 \left(\frac{1}{3}f(x) + 2 \right) dx$ bằng
A. 5. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_1(2x-1) = 0$ là
A. $x = \frac{1}{2}$. **B.** $x = \frac{3}{4}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = \frac{2}{3}$.

Câu 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a , gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CD . Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB}$ bằng
A. $\frac{a^2}{3}$. **B.** $\frac{a^2}{2}$. **C.** $\frac{a^2}{4}$. **D.** a^2 .

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = \frac{1}{2}$. Hỏi $\frac{3}{64}$ là số hạng thứ mấy?
A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 3$. **D.** $x = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	–	–	0	+
y	0	$+\infty$	-3	3

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;0)$, $B(3;0;0)$ và $C(0;0;-2)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$

B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$

C. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 0$

D. $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$

Câu 8. Khảo sát thời gian tập thể dục trong một tuần của 50 học sinh (đơn vị: phút), ta thu được bảng liệu ghép nhóm sau:

Thời gian	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)	[180;210)
Tần số	8	15	12	10	5

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là

A. 105.

B. 94,5.

C. 99.

D. 112.

Câu 9. Nếu $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ thì giá trị của biểu thức $P = (1 + 3 \cos 2\alpha)(2 - 3 \cos 2\alpha)$ bằng:

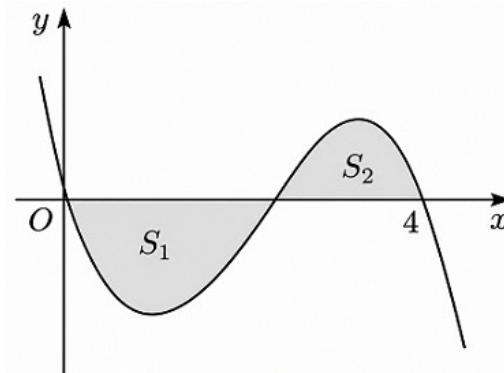
A. $\frac{11}{9}$

B. $-\frac{10}{9}$

C. $\frac{10}{9}$

D. $-\frac{11}{9}$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$. Tính $\int_0^4 f(x) dx$.

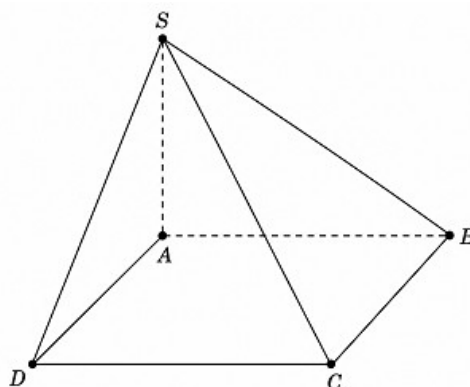
A. 3.

B. $\frac{3}{2}$.

C. $-\frac{3}{2}$.

D. $\frac{9}{2}$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $AB \perp (SAD)$

B. $SA \perp (ABCD)$

C. $BC \perp (SAB)$

D. $BD \perp (SAC)$

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(0;1;-2)$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB ?

A. $\vec{u} = (1;0;-2)$

B. $\vec{u} = (1;2;-2)$

C. $\vec{u} = (-1;1;0)$

D. $\vec{u} = (-1;0;-2)$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một gian hàng thời trang chuyên quần áo, giày dép trên TikTok Shop đang diễn ra phiên livestream MEGA Sale. Qua theo dõi dữ liệu người xem, hệ thống phân tích thống kê được có 40% người xem có hành động “click vào giỏ hàng”. Trong số những người đã click vào giỏ hàng, có 75% người xem quyết định chốt đơn (mua các sản phẩm quần áo, giày dép). Ngược lại, trong số những người xem không click vào giỏ hàng, chỉ có 15% người chốt đơn. Chọn ngẫu nhiên một người xem phiên livestream đó.

a) Xác suất để người xem đó có chốt đơn là 0,39.

b) Xác suất để người xem đó từng click vào giỏ hàng, biết rằng họ đã chốt đơn bằng $\frac{10}{13}$.

c) Xác suất để người xem đó không chốt đơn, biết rằng họ có click vào giỏ hàng bằng 0,85.

d) Từ danh sách những khách hàng không chốt đơn, chọn ngẫu nhiên 3 người. Xác suất để có ít nhất một người trong số đó từng “click vào giỏ hàng” nhỏ hơn 42%.

Câu 2. Trong một cơ sở chế biến nông sản, tốc độ rút nước của một hệ thống sấy lạnh sau khi khởi động có xu hướng giảm dần theo thời gian và tiến về mức ổn định. Giả sử sau khi bắt đầu vận hành được t giờ, tốc độ rút nước của hệ thống này được mô hình bởi hàm số

$$W'(t) = A + 3e^{-0,2t}$$

đơn vị: kg/giờ, với $0 \leq t \leq 10$, trong đó $W(t)$ kg là lượng nước tổng cộng được rút ra tính từ lúc bắt đầu vận hành. Biết rằng trong 10 giờ đầu tiên, hệ thống đã rút được tổng cộng 65 kg nước.

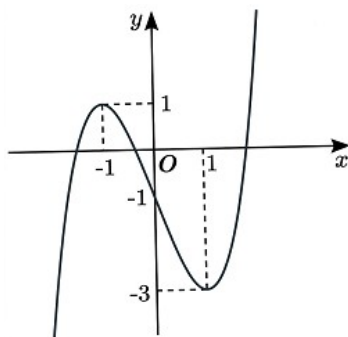
a) $W(t) = At - 15e^{-0,2t} + C$, với C là hằng số.

b) $A = 5$ kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

c) Lượng nước hệ thống rút được trong 5 giờ đầu tiên nhỏ hơn 35 kg.

d) Tốc độ rút nước trung bình của hệ thống trong 5 giờ cuối, từ giờ thứ 5 đến khi kết thúc, bằng 5,9 kg/giờ, kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 3. Cho hàm số bậc ba $f(x) = x^3 - 3x - 1$.



a) Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3x$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I(0; -1)$.

d) Đồ thị (C) của hàm số đã cho có dạng như hình vẽ.

Câu 4. Tại một khu nông trường công nghệ cao, người ta lắp đặt một bồn chứa dung dịch thủy canh có dạng hình cầu (S) . Để kiểm tra bề mặt của bồn chứa, một thiết bị bay không người lái (flycam) được lập trình để bay đến từng vị trí A . Từ A , flycam phát ra các tia quét laser để dò tìm lỗi bề mặt. Các tia quét này chạm tiếp xúc với bề mặt bồn chứa tại các điểm M . Sau khi hoàn thành thao tác quét tại A , flycam được lập trình bay thẳng về trạm sạc theo một quỹ đạo là đường thẳng d .

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ đơn vị tính bằng mét, giả sử bồn chứa hình cầu có phương trình

$(S) : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 9$, vị trí lơ lửng ban đầu của flycam là $A(2; -2; 3)$ và quỹ đạo bay về trạm

sạc nằm trên đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{3}$.

a) Bồn chứa dung dịch (S) có tâm định vị tại $I(2; 1; -1)$ và bán kính là $R = 9$ mét.

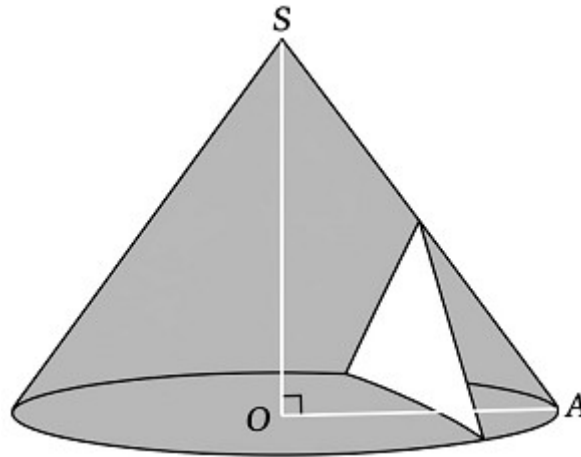
b) Chiều dài của mọi tia quét laser từ flycam đến các điểm tiếp xúc M trên bồn chứa luôn không đổi và bằng 4 mét.

c) Quỹ đạo bay về trạm sạc d của flycam được thiết lập an toàn, hoàn toàn không có rủi ro đâm va vào bồn chứa (S) .

d) Tập hợp tất cả các điểm M mà tia laser quét tới trên bề mặt bồn chứa là một đường tròn có tâm $H(a; b; c)$. Giá trị của tổng $a + b + c$ bằng 2,36.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình nón H có bán kính đáy $OA = 6$ cm và chiều cao $SO = 10$ cm. Cắt hình nón đã cho bởi mặt phẳng (P) song song với trục SO và cách trục SO một khoảng bằng 3 cm ta được hai phần. Thể tích phần không chứa đỉnh S bằng bao nhiêu cm^3 ? (Không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục).



Câu 2. Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $AC' = 12$, diện tích của tam giác $A'BC$ bằng 10 và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ một góc 30° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 3. Một hợp tác xã nông nghiệp cần phân phối một lô thùng sầu riêng, các thùng được đóng gói theo chuẩn giống hệt nhau, đến 4 đại lý bán lẻ trên địa bàn. Để đảm bảo điều kiện bảo quản trong kho lạnh, mỗi đại lý phải nhận tối thiểu 6 thùng và tối đa 12 thùng. Biết rằng hợp tác xã dự kiến xuất kho tổng cộng từ 30 đến 42 thùng. Gọi T là số cách hợp tác xã phân phối lô sầu riêng này đến các đại lý. Tìm T .

Câu 4. Trong một căn phòng được mô phỏng bởi hệ tọa độ $Oxyz$ với đơn vị độ dài là đề-xi-mét, người ta có treo một quả cầu trang trí với phương trình bề mặt là $(S) : (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$.

Một con nhện đang phục kích ở vị trí $T(-1; 2; -10)$ trên trần nhà, nó phát hiện ra một con muỗi đang đậu trên bề mặt quả cầu tại vị trí $M(-1; -3; 3)$. Nó quyết định tấn công bằng cách thả tơ rơi thẳng xuống, chạm vào bề mặt quả cầu tại vị trí một điểm P biết đường thẳng TP là tiếp tuyến của mặt cầu. Ngay khi chạm vào quả cầu, nhện lập tức bò trên bề mặt (S) bằng con đường ngắn nhất để bắt con muỗi. Biết tốc độ đu tơ của nhện là 4 dm/s và tốc độ bò trên bề mặt quả cầu là 1,5 dm/s. Hãy tính thời gian ngắn nhất, tính bằng giây, kể từ lúc nhện bắt đầu thả tơ cho đến khi bắt được muỗi.

(Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5. Một xưởng mộc sản xuất hai loại sản phẩm: Bàn làm việc loại I và Bàn trang điểm loại II. Sản xuất 1 bàn loại I cần 2 khối gỗ A, 3 khối gỗ B và đem lại lợi nhuận 3 triệu đồng.

Sản xuất 1 bàn loại II cần 4 khối gỗ A, 2 khối gỗ B và đem lại lợi nhuận 5 triệu đồng.

Hiện tại, kho của xưởng chỉ còn 41 khối gỗ A và 39 khối gỗ B. Hỏi tổng lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6. Anh Công dự định làm một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật không có nắp bằng vật liệu kính. Biết rằng đáy của bể có thiết kế chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Kinh phí tối đa anh Công có thể chi trả để mua kính làm các mặt bể là 3 600 000 đồng và giá kính ghép bể hiện tại là 400 000 đồng/m². Hỏi thể tích nước lớn nhất mà chiếc bể cá có thể chứa được là bao nhiêu mét khối? (Xem độ dày của kính là không đáng kể và không tính phần vật liệu hao hụt khi dán keo).

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\frac{1}{1}$	12
Đáp án	C	C	B	B	C	D	D	C	B	C	D	A

PHẦN II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
2	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
3	Sai	Đúng	Đúng	Đúng
4	Sai	Đúng	Đúng	Đúng

PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	41,5	30	2149	4,32	54	2,25

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

Ta có:
$$\int_0^3 \left(\frac{1}{3} f(x) + 2 \right) dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 6 + 2 \cdot 3 = 2 + 6 = 8$$

Chọn C.

Câu 2

$$\log_{\frac{1}{2}} (2x - 1) = 0$$

Suy ra: $2x - 1 = 1$

$$x = 1$$

Chọn C.

Câu 3

Vì $ABCD$ là tứ diện đều cạnh a nên: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a^2 \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = a^2 \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$$

Vì M là trung điểm của CD nên: $\overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{2}$

$$\overline{AM} \cdot \overline{AB} = \frac{1}{2} (\overline{AC} \cdot \overline{AB} + \overline{AD} \cdot \overline{AB})$$

Do đó:

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{2} \right) = \frac{a^2}{2}$$

Chọn **B**.

Câu 4

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

Ta có:

$$3 \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} = \frac{3}{64}$$

$$\left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} = \frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2} \right)^6$$

Suy ra: $n-1 = 6$

$n = 7$

Chọn **B**.

Câu 5

Từ đồ thị, điểm cực đại có tung độ bằng 3.

Vậy giá trị cực đại của hàm số là $y = 3$.

Chọn **C**.

Câu 6

Từ bảng biến thiên: Khi $x \rightarrow 0^-$ thì $y \rightarrow -\infty$, khi $x \rightarrow 0^+$ thì $y \rightarrow +\infty$.

Suy ra $x = 0$ là tiệm cận đứng.

Khi $x \rightarrow -\infty$ thì $y \rightarrow 1$.

Suy ra $y = 1$ là tiệm cận ngang.

Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow 3$.

Suy ra $y = 3$ là tiệm cận ngang.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang là: $1 + 2 = 3$.

Chọn **D**.

Câu 7

Mặt phẳng (ABC) cắt các trục tọa độ tại: $B(3; 0; 0)$, $A(0; 1; 0)$, $C(0; 0; -2)$.

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{1} + \frac{z}{-2} = 1$

Hay: $\frac{x}{3} + y - \frac{z}{2} = 1$

Chọn **D**.

Câu 8

Ta có $n = 50$.

Vị trí tứ phân vị thứ nhất là: $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$

Tần số tích lũy: $8 < 12,5 \leq 8 + 15 = 23$

Nên Q_1 thuộc lớp $[90; 120)$.

Áp dụng công thức: $Q_1 = 90 + \frac{12,5 - 8}{15} \cdot 30$

$$= 90 + \frac{4,5}{15} \cdot 30$$

$$= 90 + 9 = 99$$

Chọn C.

Câu 9

Ta có: $\sin \alpha = \frac{1}{3}$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha = 1 - 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{7}{9}$$

Suy ra:

$$\text{Khi đó: } P = (1 + 3 \cos 2\alpha)(2 - 3 \cos 2\alpha)$$

$$= \left(1 + 3 \cdot \frac{7}{9}\right) \left(2 - 3 \cdot \frac{7}{9}\right) = \left(1 + \frac{7}{3}\right) \left(2 - \frac{7}{3}\right) = \frac{10}{3} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = -\frac{10}{9}$$

Chọn B.

Câu 10

Theo hình vẽ, phần diện tích S_1 nằm dưới trục hoành, còn S_2 nằm trên trục hoành.

Đề bài cho: $S_1 = 2S_2 = 3$

Suy ra: $S_1 = 3, \quad S_2 = \frac{3}{2}$

$$\int_0^4 f(x) dx = -S_1 + S_2 = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

Do đó:

Chọn C.

Câu 11

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên mệnh đề B đúng.

Do $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \perp AD$. Lại có $AB \perp SA$. Vì SA và AD cùng nằm trong mặt phẳng (SAD) nên: $AB \perp (SAD)$.

Mệnh đề A đúng.

Vì $BC \perp AB$ và $BC \perp SA$, mà AB, SA cùng nằm trong mặt phẳng (SAB) nên: $BC \perp (SAB)$.

Mệnh đề C đúng.

Mệnh đề $BD \perp (SAC)$ không đúng trong mọi hình chữ nhật $ABCD$.

Vậy mệnh đề sai là D.

Chọn D.

Câu 12

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (0 + 1; 1 - 1; -2 - 0) = (1; 0; -2)$

Vậy một vector chỉ phương của đường thẳng AB là: $\vec{u} = (1; 0; -2)$.

Chọn A.

PHẦN II

Câu 1

Gọi: C : người xem có click vào giỏ hàng.

M : người xem chốt đơn.

Theo đề: $P(C) = 0,4$

$$P(M|C) = 0,75$$

$$P(M|\bar{C}) = 0,15$$

Suy ra: $P(\bar{C}) = 0,6$

a)

$$P(M) = P(C).P(M|C) + P(\bar{C}).P(M|\bar{C}) = 0,4.0,75 + 0,6.0,15 = 0,3 + 0,09 = 0,39$$

Mệnh đề a) **đúng**.

b)

$$P(C|M) = \frac{P(C).P(M|C)}{P(M)} = \frac{0,4.0,75}{0,39} = \frac{0,3}{0,39} = \frac{10}{13}$$

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

Xác suất không chốt đơn, biết rằng đã click vào giỏ hàng là: $P(\bar{M}|C) = 1 - P(M|C) = 1 - 0,75 = 0,25$
Không phải $0,85$.

Mệnh đề c) **sai**.

d)

Ta có: $P(\bar{M}) = 1 - 0,39 = 0,61$

$$P(C \cap \bar{M}) = P(C).P(\bar{M}|C) = 0,4.0,25 = 0,1$$

$$P(C|\bar{M}) = \frac{0,1}{0,61} = \frac{10}{61}$$

Suy ra:

Trong nhóm không chốt đơn, xác suất một người không từng click vào giỏ hàng là: $1 - \frac{10}{61} = \frac{51}{61}$

Chọn 3 người, xác suất có ít nhất một người từng click vào giỏ hàng là: $1 - \left(\frac{51}{61}\right)^3 \approx 0,4156 = 41,56\%$

Chọn 3 người, xác suất có ít nhất một người từng click vào giỏ hàng là:

Vì $41,56\% < 42\%$, nên mệnh đề d) **đúng**.

Câu 2

Ta có: $W'(t) = A + 3e^{-0,2t}$

a)

Nguyên hàm của $W'(t)$ là: $W(t) = At - 15e^{-0,2t} + C$

Mệnh đề a) **đúng**.

b)

Trong 10 giờ đầu tiên, hệ thống rút được 65 kg nước nên: $W(10) - W(0) = 65$

$$Ta\ có: \quad W(10) - W(0) = 10A + 15(1 - e^{-2})$$

$$Do\ đó: \quad 10A + 15(1 - e^{-2}) = 65$$

$$A = \frac{65 - 15(1 - e^{-2})}{10}$$

$$A = 5 + \frac{3}{2}e^{-2} \approx 5,203$$

Làm tròn đến hàng đơn vị được $A = 5$.

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

Lượng nước rút được trong 5 giờ đầu tiên là: $W(5) - W(0) = 5A + 15(1 - e^{-1})$

Thay $A = 5 + \frac{3}{2}e^{-2}$, ta được: $W(5) - W(0) \approx 35,50$ kg.

Vì $35,50 > 35$, nên mệnh đề c) **sai**.

d)

Lượng nước rút được trong 5 giờ cuối là: $65 - 35,50 = 29,50$ kg.

$$\frac{29,50}{5} \approx 5,9$$

Tốc độ rút nước trung bình trong 5 giờ cuối là: kg/giờ.

Mệnh đề d) **đúng**.

Câu 3

Cho: $f(x) = x^3 - 3x - 1$

a)

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 3$

Không phải $3x^2 - 3x$.

Mệnh đề a) **sai**.

b)

$$f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1)$$

Với $-1 < x < 1$ thì $x^2 - 1 < 0$, suy ra $f'(x) < 0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

Hàm số bậc ba $y = x^3 - 3x - 1$ có tâm đối xứng là điểm uốn.

Ta có: $f''(x) = 6x$

$$f''(x) = 0 \text{ khi } x = 0$$

$$f(0) = -1$$

Vậy tâm đối xứng là $I(0; -1)$.

Mệnh đề c) **đúng**.

d)

$$\text{Hàm số có: } f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) - 1 = 1$$

$$f(1) = 1 - 3 - 1 = -3$$

Đồ thị có cực đại tại $(-1; 1)$ và cực tiểu tại $(1; -3)$, đúng như hình vẽ.

Mệnh đề d) **đúng**.

Câu 4

$$\text{Mặt cầu: } (S): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z + 1)^2 = 9$$

Suy ra tâm: $I(2; 1; -1)$

$$\text{Bán kính: } R = 3$$

$$\text{Điểm } A(2; -2; 3)$$

$$\text{Đường thẳng: } d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{3}$$

$$\text{Có vector chỉ phương: } \vec{u} = (1; 4; 3)$$

a)

Bán kính của mặt cầu là $R = 3$, không phải $R = 9$.

Mệnh đề a) **sai**.

b)

$$\text{Ta có: } AI = \sqrt{(2-2)^2 + (1+2)^2 + (-1-3)^2} = \sqrt{0+9+16} = 5$$

$$\text{Độ dài tiếp tuyến từ } A \text{ đến mặt cầu là: } AM = \sqrt{AI^2 - R^2} = \sqrt{25-9} = 4$$

Mệnh đề b) **đúng**.

c)

Xét khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng d .

Ta có: $\vec{AI} = (0; 3; -4)$

$$\vec{u} = (1; 4; 3)$$

Tính được: $d(I, d) = 5$

Vì $d(I, d) = 5 > R = 3$, nên đường thẳng d không cắt mặt cầu.

Vậy quỹ đạo bay an toàn, không va vào bồn chứa.

Mệnh đề c) **đúng**.

d)

Tập hợp các tiếp điểm M là một đường tròn nằm trên mặt cầu.

Tâm đường tròn tiếp xúc là hình chiếu của I trên mặt phẳng tiếp xúc tạo bởi các tiếp điểm.

Ta có: $\vec{IA} = (0; -3; 4)$

$$IA = 5, \quad R = 3$$

Tâm H của đường tròn tiếp xúc thỏa mãn:
$$\vec{IH} = \frac{R^2}{IA^2} \vec{IA} = \frac{9}{25} (0; -3; 4)$$

$$H = (2; 1; -1) + \left(0; -\frac{27}{25}; \frac{36}{25}\right)$$

Suy ra:

$$H = \left(2; -\frac{2}{25}; \frac{11}{25}\right)$$

$$a + b + c = 2 - \frac{2}{25} + \frac{11}{25} = 2 + \frac{9}{25} = 2,36$$

Do đó:

Mệnh đề d) **đúng**.

PHẦN III

Câu 1

Hình nón có bán kính đáy $R = 6$ cm, chiều cao $h = 10$ cm.

Mặt phẳng cắt song song với trục và cách trục SO một khoảng 3 cm.

Ở độ cao z tính từ đáy, bán kính thiết diện tròn là:
$$r = 6 - \frac{3}{5}z$$

Phần không chứa đỉnh S chỉ xuất hiện khi $r \geq 3$, tức là $0 \leq z \leq 5$.

Diện tích phần viên phân tròn bị cắt bởi đường cách tâm 3 là:
$$S(r) = r^2 \arccos \frac{3}{r} - 3\sqrt{r^2 - 9}$$

$$V = \int_0^5 S\left(6 - \frac{3}{5}z\right) dz$$

Thể tích cần tìm là:

$$V = \frac{5}{3} \int_3^6 \left(r^2 \arccos \frac{3}{r} - 3\sqrt{r^2 - 9}\right) dr$$

Đổi biến theo r , ta được:

Tính giá trị gần đúng: $V \approx 41,495$

Làm tròn đến hàng phần chục: $V \approx 41,5$ cm³.

Đáp án: **41,5**.

Câu 2

Ta có $AC' = 12$ và đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(A'BC)$ góc 30° .

Khoảng cách giữa hai điểm A và C' theo phương vuông góc với mặt phẳng $(A'BC)$ là:

$$AC' \cdot \sin 30^\circ = 12 \cdot \frac{1}{2} = 6$$

Trong lăng trụ, hai điểm A và C' nằm hai phía của mặt phẳng $(A'BC)$ và có khoảng cách bằng nhau đến mặt phẳng đó.

Vậy khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ là: $\frac{6}{2} = 3$

Thể tích lăng trụ bằng: $V = S_{\triangle ABC} \cdot d(A, (A'BC))$

$$V = 10,3 = 30$$

Đáp án: **30**.

Câu 3

Gọi số thùng giao cho 4 đại lý lần lượt là x_1, x_2, x_3, x_4 .

Mỗi đại lý nhận tối thiểu 6 thùng và tối đa 12 thùng nên: $6 \leq x_i \leq 12, \quad i = 1, 2, 3, 4$

Tổng số thùng từ 30 đến 42: $30 \leq x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 42$

Đặt: $y_i = x_i - 6$

Khi đó: $0 \leq y_i \leq 6$

Và: $6 \leq y_1 + y_2 + y_3 + y_4 \leq 18$

Cần đếm số nghiệm nguyên không âm thỏa mãn điều kiện trên và mỗi $y_i \leq 6$.

Tổng số cách đếm được là: $T = 2149$

Đáp án: **2149**.

Câu 4

Mặt cầu có phương trình: $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$

Suy ra tâm: $I(-1; 2; 3)$

Bán kính: $R = 5$

Nhện ở: $T(-1; 2; -10)$

Muối ở: $M(-1; -3; 3)$

Ta có: $IT = 13$

Độ dài đoạn tơ từ T đến tiếp điểm P là tiếp tuyến của mặt cầu:

$$TP = \sqrt{IT^2 - R^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = \sqrt{169 - 25} = 12$$

Thời gian nhện đu tơ là: $t_1 = \frac{12}{4} = 3$ giây.

Bây giờ cần tìm quãng đường ngắn nhất trên mặt cầu từ P đến M .

Các tiếp điểm P tạo thành một đường tròn trên mặt cầu. Góc ở tâm nhỏ nhất giữa IP và IM thỏa mãn:

$$\cos \alpha = \frac{12}{13}$$

$$\alpha = \arccos \frac{12}{13}$$

Suy ra:

$$Độ \text{ dài cung ngắn nhất từ } P \text{ đến } M \text{ là: } s = R\alpha = 5 \arccos \frac{12}{13}$$

$$Thời \text{ gian bò trên mặt cầu là: } t_2 = \frac{5 \arccos \frac{12}{13}}{1,5}$$

Tổng thời gian nhỏ nhất: $t = t_1 + t_2$

$$t = 3 + \frac{5 \arccos \frac{12}{13}}{1,5}$$

$$t \approx 4,31597$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: $t \approx 4,32$ giây.

Đáp án: **4,32**.

Câu 5

Gọi x là số bàn loại I, y là số bàn loại II.

Điều kiện nguyên không âm: $x \geq 0, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$

Theo lượng gỗ A: $2x + 4y \leq 41$

Theo lượng gỗ B: $3x + 2y \leq 39$

Lợi nhuận cần tối đa: $P = 3x + 5y$

Xét các phương án nguyên thỏa mãn điều kiện, giá trị lớn nhất đạt tại: $x = 8, y = 6$

Khi đó: $2.8 + 4.6 = 16 + 24 = 40 \leq 41$

$3.8 + 2.6 = 24 + 12 = 36 \leq 39$

Lợi nhuận là: $P = 3.8 + 5.6 = 24 + 30 = 54$

Vậy tổng lợi nhuận lớn nhất là **54 triệu đồng**.

Đáp án: **54**.

Câu 6

Gọi chiều rộng đáy bể là x m.

Chiều dài đáy bể là $3x$ m.

Gọi chiều cao bể là h m.

Bể không có nắp nên diện tích kính cần dùng là: $S = 3x^2 + 2.3xh + 2.xh$

$S = 3x^2 + 8xh$

Số tiền tối đa là 3 600 000 đồng, giá kính là 400 000 đồng/m² nên diện tích kính tối đa là: $\frac{3600000}{400000} = 9$ m².

Do đó: $3x^2 + 8xh = 9$

$$h = \frac{9 - 3x^2}{8x}$$

Suy ra:

Thể tích bể là: $V = 3x^2h$

Thay h vào: $V = 3x^2 \cdot \frac{9 - 3x^2}{8x}$

$$V = \frac{27x - 9x^3}{8}$$

$$V(x) = \frac{27x - 9x^3}{8}$$

Xét hàm:

$$V'(x) = \frac{27 - 27x^2}{8}$$

Ta có:

$$V'(x) = 0 \text{ khi: } x = 1$$

$$\text{Khi } x = 1 \text{ thì: } h = \frac{9 - 3}{8} = \frac{6}{8} = 0,75$$

Thể tích lớn nhất là: $V = 3.1^2.0,75 = 2,25$ m³.

Đáp án: **2,25**.