

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng a . Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Giả sử α là góc giữa véc tơ $\overrightarrow{AG}$ và véc tơ $\overrightarrow{AB}$ thì $\cos \alpha$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \ln x$. B. $y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$. C. $y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. D. $y = \log_{0,2} x$.

Câu 3. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3 = 18; u_7 = 34$. Công sai của cấp số cộng (u_n) là: ...

- A. $d = 5$. B. $d = 6$. C. $d = 4$. D. $d = 3$.

Câu 4. Điểm khảo sát môn Toán của 44 học sinh lớp 12A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm như sau:

Điểm	(4; 5]	(5; 6]	(6; 7]	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]
Số học sinh	1	5	10	13	11	4

Điểm trung bình môn Toán của học sinh lớp 12A (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

- A. 7,39 . B. 7,41 . C. 7,42 . D. 7,40 .

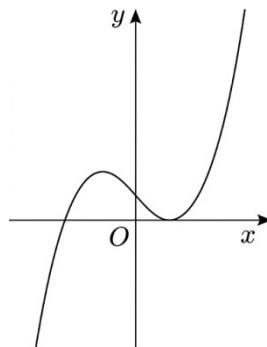
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$		-2	0	-2		$+\infty$	

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(2026; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $(-2; -1)$.

Câu 6. Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, có đồ thị như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $a > 0, b > 0, c < 0$. B. $a > 0, d < 0$. C. $a > 0, d > 0$. D. $a > 0, c > 0$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-1; 3]$ thỏa mãn $\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$.

Tích phân $\int_{-1}^3 (3x^2 + f(x))dx$ bằng

- A. 32. B. 12. C. 35. D. 30.

Câu 8. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là:

- A. $F(x) = \cos x$ B. $F(x) = \cos 2x$ C. $F(x) = -\cos x$ D. $F(x) = \frac{1}{2} \sin x$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -2; 1)$ và $B(2; 3; -4)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(3; 1; -3)$ B. $I\left(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2}\right)$ C. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$ D. $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right)$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$. Kết luận nào sau đây đúng?

- A. $d \cap (P)$ B. $d \subset (P)$ C. d và (P) có 1 điểm chung. D. $d \perp (P)$

Câu 11. Cho các số thực x và y . Với $x > 0$ thì đẳng thức nào sau đây đúng?

- A. $\log_5 \frac{x}{5^y} = \log_5 x - y$ B. $\log(xy^4) = \log x + 4 \log |y|$ C. $\ln(xy^2) = \ln x + 2 \ln y$ D. $\log_2(x+2y) = \log_2 x + \log_2 2y$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 2; -3)$, đi qua điểm $M(2; 4; -1)$ có phương trình là

- A. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$ B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 3$ C. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$ D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 3$

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Tại một tổ bầu cử Quốc hội khóa XVI của phường Yên Hòa có 5 ứng cử viên trong đó có ông A và ông B . Kết quả kiểm phiếu của 1500 cử tri cho thấy:

- Có 900 cử tri bầu cho ông A .
- Có 800 cử tri bầu cho ông B .
- Có 200 cử tri không bầu cho cả ông A và ông B .

Biết rằng mỗi cử tri có thể chọn một trong hai ứng cử viên hoặc chọn cả hai hoặc không chọn ai trong hai ứng viên A, B .

a) Số cử tri bỏ phiếu chọn cả hai ứng cử viên A, B là 400.

b) Xác suất để chọn một cử tri trong số 1500 cử tri nói trên bầu cho cả hai ông A, B là $\frac{8}{15}$.

c) Xác suất để chọn một cử tri trong số 1500 cử tri nói trên chỉ bầu cho ông A là $\frac{1}{3}$.

d) Nếu chọn một cử tri đã bầu cho ứng cử viên A trong số 1500 cử tri nói trên, xác suất để người đó không bầu cho ứng cử viên B là $\frac{5}{9}$.

Câu 2. Một xí nghiệp sản xuất hai loại sản phẩm I và II . Mỗi kilôgam sản phẩm loại I cần $2kg$ nguyên liệu và 30 giờ làm, đem lại mức lợi nhuận 400 nghìn đồng. Mỗi kilôgam sản phẩm loại II cần $4kg$ nguyên

liệu và 15 giờ làm, đem lại mức lợi nhuận 300 nghìn đồng. Xí nghiệp có $200kg$ nguyên liệu và tối đa 1200 giờ làm việc. Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II xí nghiệp sản xuất.

- Số kg nguyên liệu xí nghiệp cần dùng để sản xuất $x(kg)$ sản phẩm loại I và $y(kg)$ sản phẩm loại II là $2x + 4y$ (kg).
- Số giờ làm xí nghiệp cần để sản xuất $x(kg)$ sản phẩm loại I và $y(kg)$ sản phẩm loại II là $2x + y$ (giờ làm).
- Nếu xí nghiệp sản xuất $5(kg)$ sản phẩm loại I và $6(kg)$ sản phẩm loại II thì xí nghiệp có lợi nhuận là 3800 nghìn đồng.
- Lợi nhuận tối đa xí nghiệp có được là 12000 nghìn đồng.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$. Giả sử đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là A và B .

- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $x = -1$.
- Đạo hàm của hàm số $y = f(x)$ là $f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x + 1)^2}$, $\forall x \neq -1$.
- Hai điểm A và B nằm về hai phía của trục hoành và $AB = 5\sqrt{17}$.
- Gọi $y = g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f'(x)$ thỏa mãn $g(0) = 12$. Giả sử C, D là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = g(x)$ thì 4 điểm A, B, C, D lập thành tứ giác có diện tích là 42 (đơn vị diện tích).

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$, điểm $B(-1; 2; 0)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 15 = 0$.

- Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (-2; 2; 1)$.
- Nếu góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là φ thì $\sin \varphi = \frac{2}{9}$.
- Gọi (Q) là mặt phẳng chứa các điểm A, B và song song với Δ . Nếu mặt phẳng (Q) cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là d thì đường thẳng d đi qua điểm $E(-1; 2; 5)$.
- Nếu giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là điểm $I(a; b; c)$ thì $a + 2b + c = 5$.

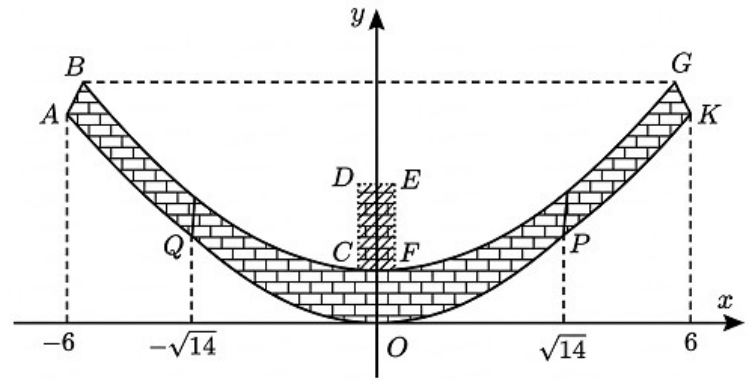
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Dự án “Công viên Thiên văn học” được khởi công năm 2017 do Tập Đoàn Nam Cường đầu tư và đưa vào sử dụng từ đầu năm 2024. Để tạo điểm nhấn, các kỹ sư đã thiết kế một con đường và Vọng Lâu giữa hồ (tham khảo hình 1). Theo một tỉ lệ nhất định, con đường ở giữa công viên được mô phỏng như hình 2, biết rằng, trên hệ trục tương ứng của hình 2 thì:

- Các đường cong $BC; FG$ là 2 phần của Parabol có phương trình $y = f(x) = 0,11x^2 + 1$.
- Các đường cong $AQ; PK$ là 2 phần của Parabol có phương trình $y = g(x) = 0,1x^2 + 0,41$.
- Đường cong qua 3 điểm Q, O, P là một phần của Parabol có phương trình là $y = h(x) = 0,13x^2$.
- Các điểm C, D có cùng hoành độ là $-0,35$. Các điểm E, F có cùng hoành độ là $0,35$.
- Các điểm D, E có cùng tung độ là $2,65$.
- Các điểm A, Q, P, K có hoành độ lần lượt là $-6; -\sqrt{14}; \sqrt{14}; 6$.
- Điểm B, G có hoành độ lần lượt là $-5,7$ và $5,7$.



Hình 1



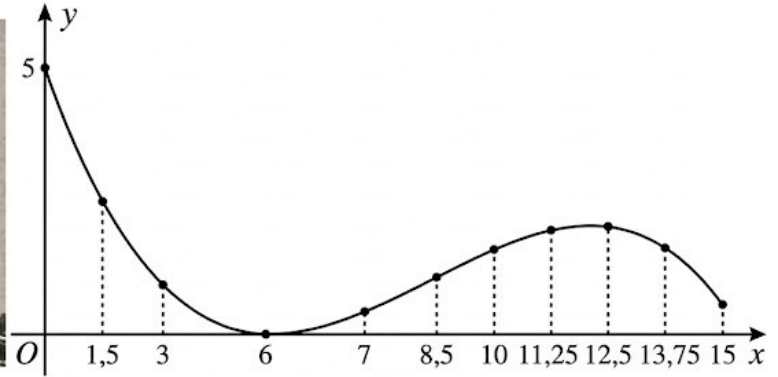
Hình 2

Dựa theo số liệu ở hình 2. Tính diện tích phần con đường được tô hình viên gạch trong Hình 2? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 2. Máng trượt nước cao nhất thế giới là máng trượt Verruckt trong công viên nước Schlitterbahn – Mỹ.



Hình 5



Hình 6

Máng trượt này có độ cao từ đỉnh khoảng $50m$ so với mặt đất (tham khảo hình 5). Gắn hệ trục với một tỉ lệ nhất định thì hình ảnh máng trượt được mô phỏng theo hình 6. Biết rằng, theo mô phỏng trong hình 6, máng trượt là hình ảnh của một đồ thị hàm bậc ba có dạng $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Điểm $B(5;0)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = f(x)$, đồ thị cắt trục tung tại điểm A có tung độ bằng 5 và đi qua điểm $C(15; \frac{1}{2})$.

Tại các điểm có hoành độ lần lượt là $1,5; 3; 7; 8,5; 10; 11,25; 12,5; 13,75; 15$ các kỹ sư thiết kế các cột đỡ cho cây cầu (cột đỡ là các đường nét đứt như hình 6, biết các đường đó vuông góc với Ox). Tính tổng chiều cao của các cột đỡ theo tỉ lệ đã cho trong hình 6? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ và hai điểm $A(1;1;3)$, $B(21;9;-13)$. Giả sử điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt cầu (S) sao cho $3MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a.b.c$ bằng bao nhiêu?

Câu 4. Cho một hình bát giác đều có tám đỉnh A, B, C, D, E, F, G, H . Người ta gắn ngẫu nhiên vào 8 đỉnh này 8 số tự nhiên $1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8$ (mỗi đỉnh gắn một số). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có 3 đỉnh lấy từ 8 đỉnh của bát giác đã cho. Gọi P là xác suất để thu được một tam giác vuông với 3 số trên 3 đỉnh của tam

giác đó lập thành một cấp số cộng. Biết $P = \frac{m}{n}$ (phân số tối giản). Tính $m+3n$.

Câu 5. Thị trường chứng khoán là một kênh huy động vốn hiệu quả cho các doanh nghiệp và nền kinh tế. Thị trường chứng khoán thường phản ứng rất nhạy với các tin tức trong và ngoài nước. Ở Việt Nam, một phiên giao dịch của thị trường chứng khoán được tính từ lúc mở cửa, lúc 9 giờ 00 sáng, đến lúc đóng cửa, lúc 14 giờ 30 cùng ngày, thị trường có 1,5 tiếng nghỉ trưa. Trong mỗi phiên giao dịch, giá mở cửa của một cổ phiếu

gọi là giá tham chiếu (là giá đóng cửa của phiên hôm trước). Phiên giao dịch ngày 1 tháng 3 năm 2026 với những tin tức trên Thế Giới của những ngày trước đó, từ lúc mở cửa cổ phiếu của nhiều công ty được các nhà đầu tư mua với sức mua rất mạnh, đẩy giá cổ phiếu của các công ty này tăng trần (*tăng trần là giá cổ phiếu tăng tối đa trong 1 phiên giao dịch*). Trong đó có cổ phiếu của công ty “Công ty Cổ phần Lọc hóa dầu Bình Sơn” mã chứng khoán BSR, phiên giao dịch ngày 1 tháng 3 và 2 phiên giao dịch tiếp theo, mã cổ phiếu này tăng trần (cổ phiếu BSR tăng trần là tăng ở mức tối đa 7%). Hai phiên giao dịch tiếp theo giá cổ phiếu BSR tăng lần lượt là 4% và 4,5%. Tuy nhiên sau đó, tình hình Thế giới tác động ngược lại nên mã cổ phiếu này lại bị các nhà đầu tư bán tháo mạnh dẫn đến giảm sàn trong 2 phiên tiếp theo (giá cổ phiếu BSR giảm sàn nghĩa là giảm tối đa 7% trong phiên giao dịch).

Giá tăng hay giảm của một cổ phiếu là trong một phiên được tính theo công thức:

$$M\ddot{o}t\ddot{a}ng(gi\ddot{a}t\ddot{r}\ddot{a}) = \frac{Gi\ddot{a}đ\ddot{o}ngc\ddot{o}p - Gi\ddot{a}th\ddot{a}mch\ddot{i}e\ddot{u}}{Gi\ddot{a}th\ddot{a}mch\ddot{i}e\ddot{u}}$$

(Giá tham chiếu là giá đóng cửa của phiên trước – kết quả dương là tăng và âm là giảm).

Biết được thông tin trên, Ông An - là một nhà đầu tư kỳ cựu - ngay từ đầu phiên ngày 1 tháng 3 đã nhanh chóng mua được 15000 cổ phiếu BSR với mức giá tham chiếu ^{31,5} (đơn vị: nghìn đồng).

Hỏi sau 7 phiên giao dịch tính từ ngày 1 tháng 3 (tính cả phiên giao dịch này) thì ông An đã có lợi nhuận là bao nhiêu triệu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = a; AD = a\sqrt{3}$. Biết rằng $SA = a$ và nằm trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc nhị diện $[S, BD, C]$ có số đo bằng bao nhiêu độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

HẾT

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	C	B	A	C	D	C	C	C	A	A

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	S	Đ	Đ
Câu 2	Đ	S	Đ	S
Câu 3	Đ	Đ	S	Đ
Câu 4	S	S	S	Đ

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	11,4	12,5	8	303	72	131°

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I.

Câu 1.

Tứ diện đều $ABCD$ có cạnh a . Gọi G là trọng tâm tam giác đều BCD nên AG vuông góc với mặt phẳng (BCD) .

Trong tam giác vuông ABG , ta có $AB = a$. Vì G là trọng tâm tam giác đều BCD nên $BG = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

$$AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{a^2 - \frac{a^2}{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Suy ra

Góc giữa $\overrightarrow{AG}$ và $\overrightarrow{AB}$ là góc GAB , nên $\cos \alpha = \frac{AG}{AB} = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

Chọn A.

Câu 2.

Hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$.

Xét các đáp án:

$y = \ln x$ chỉ xác định trên $(0; +\infty)$ nên không đồng biến trên toàn $\mathbb{R}$.

$y = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{2}{3} < 1$ nên nghịch biến.

$y = \left(\frac{\pi}{3}\right)^x$ có cơ số $\frac{\pi}{3} > 1$ nên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$y = \log_{0,2} x$ chỉ xác định trên $(0; +\infty)$ và có cơ số nhỏ hơn 1 nên nghịch biến.

Chọn C.

Câu 3.

$$u_n = u_1 + (n-1)d$$

Với cấp số cộng, ta có

$$u_7 - u_3 = (u_1 + 6d) - (u_1 + 2d) = 4d$$

Do đó

$$u_3 = 18 \quad u_7 = 34 \quad u_7 - u_3 = 34 - 18 = 16$$

Theo đề: , nên
 $4d = 16 \quad d = 4$

Suy ra , nên .

Chọn C.

Câu 4.

Ta lấy giá trị đại diện của mỗi nhóm điểm là trung điểm khoảng.

Khoảng điểm	(4; 5]	(5; 6]	(6; 7]	(7; 8]	(8; 9]	(9; 10]
Trung điểm	4,5	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh	1	5	10	13	11	4

Điểm trung bình là

$$\bar{x} = \frac{4,5.1 + 5,5.5 + 6,5.10 + 7,5.13 + 8,5.11 + 9,5.4}{44}$$

Tính được tử số:

$$4,5 + 27,5 + 65 + 97,5 + 93,5 + 38 = 326$$

$$\bar{x} = \frac{326}{44} \approx 7,409...$$

Vậy

$$7,41$$

Làm tròn đến hàng phần trăm được

Chọn B.

Câu 5.

Từ bảng biến thiên:

- $(-\infty; -1) \quad y' < 0$
- Trên , nên hàm số nghịch biến.
 $(-1; 0) \quad y' > 0$
 - Trên , nên hàm số đồng biến.
 $(0; 1) \quad y' < 0$
 - Trên , nên hàm số nghịch biến.
 $(1; +\infty) \quad y' > 0$
 - Trên , nên hàm số đồng biến.

$(2026; +\infty)$

$(1; +\infty)$

Trong các khoảng đã cho, nằm hoàn toàn trong khoảng nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

Chọn A.

Câu 6.

Quan sát đồ thị hàm bậc ba:

$$a > 0$$

Nhánh bên trái đi xuống và nhánh bên phải đi lên, nên hệ số bậc ba .

Oy

Ox

$$f(0) = d > 0$$

Ngoài ra, đồ thị cắt trục tại điểm nằm phía trên trục , tức là .

$$a > 0, d > 0$$

Vì vậy khẳng định đúng là .

Chọn C.

Câu 7.

Ta có

$$\int_{-1}^3 (3x^2 + f(x))dx = \int_{-1}^3 3x^2 dx + \int_{-1}^3 f(x)dx$$

$$\int_{-1}^3 f(x) dx = 2$$

Theo đề: .

Còn

$$\int_{-1}^3 3x^2 dx = x^3 \Big|_{-1}^3 = 3^3 - (-1)^3 = 27 + 1 = 28$$

$$28 + 2 = 30$$

Vậy tích phân cần tính bằng .

Chọn D.

Câu 8.

$$f(x) = \sin x$$

Ta cần tìm một nguyên hàm của .

$$(-\cos x)' = \sin x$$

$$\sin x \quad F(x) = -\cos x$$

Vì , nên một nguyên hàm của là .

Chọn C.

Câu 9.

Trung điểm I của đoạn thẳng AB với $A(1; -2; 1)$ và $B(2; 3; -4)$ có tọa độ:

$$I\left(\frac{1+2}{2}; \frac{-2+3}{2}; \frac{1+(-4)}{2}\right)$$

$$I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$$

Suy ra

Chọn C.

Câu 10.

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{1}$$

$$\vec{u} = (2; -1; 1)$$

Đường thẳng có véc tơ chỉ phương

$$(P): x - 2y + z - 1 = 0$$

$$\vec{n} = (1; -2; 1)$$

Mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến

Ta tính tích vô hướng:

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 1 = 2 + 2 + 1 = 5 \neq 0$$

$$\vec{u} \cdot \vec{n} \neq 0$$

Do nên đường thẳng không song song với mặt phẳng.

$$\vec{u}$$

$$\vec{n}$$

Mặt khác, không cùng phương với nên đường thẳng không vuông góc với mặt phẳng.

$$d \quad (P)$$

Vậy và có đúng 1 điểm chung.

Chọn C.

Câu 11.

Xét đáp án A:

$$\log_5 \frac{x}{5^y} = \log_5 x - \log_5 5^y = \log_5 x - y$$

$$x > 0$$

$$y$$

$$5^y > 0$$

Đẳng thức này đúng với và mọi thực vì

Các đáp án còn lại không đúng trong mọi trường hợp hoặc thiếu điều kiện xác định.

Chọn A.

Câu 12.

$$I(1; 2; -3)$$

Mặt cầu có tâm nên phương trình có dạng

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = R^2$$

$$M(2; 4; -1)$$

Vì mặt cầu đi qua nên

$$R^2 = IM^2 = (2-1)^2 + (4-2)^2 + (-1+3)^2 = 1 + 4 + 4 = 9$$

Vậy phương trình mặt cầu là

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 9$$

Chọn A.

Phần II.

Câu 1

Gọi A là biến cố cử tri bầu cho ông A , gọi B là biến cố cử tri bầu cho ông B .

Theo đề: có 1500 cử tri, có 200 cử tri không bầu cho cả ông A và ông B , nên số cử tri bầu cho ít nhất một
 $1500 - 200 = 1300$

trong hai ông là

$$n(A) = 900 \quad n(B) = 800 \quad n(A \cup B) = 1300$$

Ta có

$$n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 900 + 800 - 1300 = 400$$

Suy ra số cử tri bầu cho cả hai ông là

$$A, B$$

a) Số cử tri chọn cả hai ứng cử viên là 400.

Mệnh đề **đúng**.

$$\frac{400}{1500} = \frac{4}{15} \quad \frac{8}{15}$$

b) Xác suất chọn được một cử tri bầu cho cả hai ông là , không phải .

Mệnh đề **sai**.

$$A \quad 900 - 400 = 500$$

c) Số cử tri chỉ bầu cho ông là .

$$\frac{500}{1500} = \frac{1}{3}$$

Xác suất cần tính là .

Mệnh đề **đúng**.

d) Đã biết cử tri được chọn bầu cho ông A , tức là đang xét trong 900 người bầu cho ông A . Trong đó số người không bầu cho ông B chính là số người chỉ bầu cho ông A , bằng 500 người.

$$\frac{500}{900} = \frac{5}{9}$$

Xác suất cần tính là .

Mệnh đề **đúng**.

Vậy Câu 1: **Đ S Đ Đ**.

Câu 2

Gọi x, y lần lượt là số kg sản phẩm loại I và loại II xí nghiệp sản xuất.

Theo đề:

Sản phẩm loại I : cần $2kg$ nguyên liệu, 30 giờ làm, lợi nhuận 400 nghìn đồng/kg.

Sản phẩm loại II : cần $4kg$ nguyên liệu, 15 giờ làm, lợi nhuận 300 nghìn đồng/kg.

$$2x + 4y$$

a) Số nguyên liệu cần dùng là kg.

Mệnh đề **đúng**.

b) Số giờ làm cần dùng là $30x + 15y$ giờ, không phải $2x + y$ giờ.

$$30x + 15y \leq 1200$$

$$2x + y \leq 80$$

Lưu ý: chỉ xuất hiện nếu ta chia bất phương trình cho 15, được . Nhưng

bản thân số giờ làm vẫn là .

Mệnh đề **sai**.

c) Nếu sản xuất loại I và loại II thì lợi nhuận là $5.400 + 6.300 = 2000 + 1800 = 3800$ nghìn đồng.

Mệnh đề **đúng**.

$$P = 400x + 300y$$

d) Ta cần tìm lợi nhuận lớn nhất của với các điều kiện:

$$2x + 4y \leq 200 \quad x + 2y \leq 100$$

Nguyên liệu: , hay .

$$30x + 15y \leq 1200 \quad 2x + y \leq 80$$

Thời gian: , hay .

$$x \geq 0, y \geq 0$$

Ngoài ra .

Xét các đỉnh miền nghiệm:

Điểm	Lợi nhuận $P = 400x + 300y$
(0; 0)	0
(40; 0)	16000
(0; 50)	15000
Giao của $x + 2y = 100$ và $2x + y = 80$ là (20; 40)	$400.20 + 300.40 = 20000$

Vậy lợi nhuận tối đa là 20000 nghìn đồng, không phải 12000 nghìn đồng.

Mệnh đề **sai**.

Vậy Câu 2: **Đ S Đ S**.

Câu 3

$$y = f(x) = \frac{x^2 - 3x + 5}{x + 1}$$

Cho hàm số .

$$x + 1 = 0 \quad x = -1 \quad x = -1 \quad (-1)^2 - 3(-1) + 5 = 1 + 3 + 5 = 9 \neq 0$$

a) Mẫu số bằng 0 khi , tức là . Tại , tử số bằng .

$$x = -1$$

Vì vậy đồ thị có tiệm cận đứng là .

Mệnh đề **đúng**.

b) Ta tính đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{(2x - 3)(x + 1) - (x^2 - 3x + 5)}{(x + 1)^2}$$

$$(2x-3)(x+1)-(x^2-3x+5)=2x^2-x-3-x^2+3x-5=x^2+2x-8$$

Rút gọn tử số:

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 8}{(x+1)^2} \quad x \neq -1$$

Do đó , với .

Mệnh đề **đúng**.

$$f'(x) = 0$$

c) Điểm cực trị xảy ra khi .

$$x^2 + 2x - 8 = 0 \quad (x+4)(x-2) = 0 \quad x = -4 \quad x = 2$$

Ta có , suy ra , nên hoặc .

Tính giá trị hàm số:

$$f(-4) = \frac{16 + 12 + 5}{-3} = -11$$

$$f(2) = \frac{4 - 6 + 5}{3} = 1$$

$$A(-4; -11) \quad B(2; 1)$$

Vậy hai điểm cực trị là và .

Hai điểm này nằm về hai phía của trục hoành vì một điểm có tung độ âm, một điểm có tung độ dương.

$$AB \quad AB = \sqrt{(2+4)^2 + (1+11)^2} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5} \quad 5\sqrt{17}$$

Tuy nhiên, độ dài là , không phải .

Vì phân độ dài sai nên mệnh đề **sai**.

$$g(x) \quad f'(x) \quad g(x) = f(x) + C$$

d) Vì là một nguyên hàm của nên .

$$g(0) = 12 \quad f(0) = \frac{5}{1} = 5 \quad 5 + C = 12 \quad C = 7$$

Theo đề . Ta có , nên , suy ra .

$$g(x) = f(x) + 7$$

Vậy .

$$y = g(x) \quad y = f(x) \quad x = -4 \quad x = 2$$

Đồ thị có các điểm cực trị cùng hoành độ với đồ thị , tức là và .

Ta có:

$$x = -4 \quad g(-4) = f(-4) + 7 = -11 + 7 = -4$$

Với , .

$$x = 2 \quad g(2) = f(2) + 7 = 1 + 7 = 8$$

Với , .

$$g(x) \quad C(-4; -4) \quad D(2; 8)$$

Vậy hai điểm cực trị của là và .

$$A(-4; -11) \quad B(2; 1) \quad C(-4; -4) \quad D(2; 8)$$

Bốn điểm là , , , .

$$AC \quad BD \quad AC = 7 \quad BD = 7$$

Hai đoạn và đều thẳng đứng, có độ dài , . Khoảng cách giữa hai đường thẳng $x = -4$ $x = 2$ và là 6.

$$7 \cdot 6 = 42$$

Diện tích tứ giác tạo thành là .

Mệnh đề **đúng**.

Vậy Câu 3: **Đ Đ S Đ**.

Câu 4

$$A(1; 1; 1) \quad B(-1; 2; 0) \quad \Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{1} \quad (P): x-2y-2z+15=0$$

Cho , , đường thẳng và mặt phẳng .

$$\Delta \quad \vec{u} = (2; -2; 1)$$

Đường thẳng có một véc tơ chỉ phương là .

$$(P) \quad \vec{n} = (1; -2; -2)$$

Mặt phẳng có véc tơ pháp tuyến là .

$$\vec{u} = (-2; 2; 1) \quad (2; -2; 1)$$

a) Đáp án cho . Ta kiểm tra xem véc tơ này có cùng phương với không.

$$(2; -2; 1) \quad -1 \quad (-2; 2; -1) \quad (-2; 2; 1)$$

Nếu nhân với thì được , không phải .

$$(-2; 2; 1) \quad \Delta$$

Vì vậy không phải là véc tơ chỉ phương của .

Mệnh đề **sai**.

$$\sin \varphi = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

b) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là φ , khi đó

$$\vec{u} \cdot \vec{n} = 2 \cdot 1 + (-2) \cdot (-2) + 1 \cdot (-2) = 2 + 4 - 2 = 4$$

Ta có

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$$

$$|\vec{n}| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2} = 3$$

$$\sin \varphi = \frac{4}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

Suy ra $\varphi = \arcsin \frac{4}{9}$, không phải $\frac{\pi}{3}$.
Mệnh đề **sai**.

c) Mặt phẳng (Q) chứa A, B và song song với Δ .

$$\overrightarrow{AB} = (-1 - 1; 2 - 1; 0 - 1) = (-2; 1; -1)$$

Ta có

$$(Q) \quad \overrightarrow{AB} = (-2; 1; -1) \quad \vec{u} = (2; -2; 1)$$

Mặt phẳng (Q) chứa hai véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}$ và $\vec{u}$.

$$(Q) \quad \vec{n}_Q = \overrightarrow{AB} \times \vec{u} = (-1; 0; 2)$$

Một véc tơ pháp tuyến của (Q) là $\vec{n}_Q$.

$$(Q) \quad A(1; 1; 1) \quad -(x-1) + 2(z-1) = 0 \quad x - 2z + 1 = 0$$

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua A là $-(x-1) + 2(z-1) = 0$, hay $x - 2z + 1 = 0$.

$$E(-1; 2; 5)$$

Kiểm tra điểm E :

$$(Q) \quad -1 - 2 \cdot 5 + 1 = -10 \neq 0$$

Thay vào (Q) :

$$E \quad (Q) \quad (P)$$

Vậy E không thuộc (Q) nên không thể thuộc giao tuyến của (Q) và (P) .
Mệnh đề **sai**.

Δ

d) Tham số hóa đường thẳng Δ :

$$x = 1 + 2t \quad y = -1 - 2t \quad z = 3 + t$$

$$, \quad , \quad .$$

$$(P): x - 2y - 2z + 15 = 0$$

Thay vào mặt phẳng , ta được:

$$(1 + 2t) - 2(-1 - 2t) - 2(3 + t) + 15 = 0$$

$$, \quad .$$

$$12 + 4t = 0 \quad t = -3$$

Rút gọn: , suy ra .

I

Khi đó giao điểm có tọa độ:

$$x = 1 + 2(-3) = -5$$

,

$$y = -1 - 2(-3) = 5$$

,

$$z = 3 + (-3) = 0$$

.

$$I(-5; 5; 0) \quad a = -5, b = 5, c = 0$$

Vậy , tức là .

$$a + 2b + c = -5 + 2.5 + 0 = 5$$

Ta có .

Mệnh đề **đúng**.

Vậy Câu 4: **S S S Đ**.

Phần III.

Câu 1

Ta cần tính diện tích phần được tô hình viên gạch. Ý tưởng là: diện tích = diện tích phần phía trên trừ phần phía dưới.

Các hàm số đã cho:

$$f(x) = 0.11x^2 + 1$$

$$g(x) = 0.1x^2 + 0.41$$

$$h(x) = 0.13x^2$$

Do hình đối xứng qua trục Oy , ta tính một nửa rồi nhân đôi, sau đó cộng phần giữa.

Tọa độ một số điểm cần dùng:

$$A(-6; 4.01) \text{ vì } g(-6) = 4.01$$

$$B(-5.7; 4.5739) \text{ vì } f(-5.7) = 4.5739$$

$$G(5.7; 4.5739), K(6; 4.01)$$

Đường thẳng GK có phương trình gần đúng là $y = -1.8797x + 15.288$.

Ta chia diện tích thành các phần:

Phần nhỏ bên phải từ $x = 5.7$ đến $x = 6$ là diện tích giữa đường thẳng GK và parabol $g(x)$:

$$S_1 = \int_{5.7}^6 ((-1.8797x + 15.288) - (0.1x^2 + 0.41))dx \approx 0.1377$$

Phần từ $x = \sqrt{14}$ đến $x = 5.7$ là diện tích giữa $f(x)$ và $g(x)$:

$$S_2 = \int_{\sqrt{14}}^{5.7} ((0.11x^2 + 1) - (0.1x^2 + 0.41))dx \approx 1.5981$$

Phần từ $x = 0.35$ đến $x = \sqrt{14}$ là diện tích giữa $f(x)$ và $h(x)$:

$$S_3 = \int_{0.35}^{\sqrt{14}} ((0.11x^2 + 1) - 0.13x^2)dx \approx 3.0427$$

Phần giữa từ $x = -0.35$ đến $x = 0.35$ có phía trên là đoạn thẳng DE với tung độ 2.65, phía dưới là $h(x)$:

$$S_4 = \int_{-0.35}^{0.35} (2.65 - 0.13x^2)dx \approx 1.8513$$

Vậy diện tích cần tìm là $S = 2S_1 + 2S_2 + 2S_3 + S_4$.

Suy ra:

$$S \approx 2 \cdot 0.1377 + 2 \cdot 1.5981 + 2 \cdot 3.0427 + 1.8513 \approx 11.4083$$

Làm tròn đến hàng phần mười: $S \approx 11.4$.

Vậy đáp án Câu 1 là **11,4**.

Câu 2

$$y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Máng trượt được mô phỏng bởi hàm bậc ba

Theo đề:

$$5 \quad f(0) = 5 \quad d = 5$$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ , nên , suy ra .

$$B(5;0) \quad f(5) = 0 \quad f'(5) = 0$$

Điểm là điểm cực tiểu nên và .

$$C(15; \frac{1}{2}) \quad f(15) = \frac{1}{2}$$

Đồ thị đi qua nên .

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

Ta có .

Từ các điều kiện:

$$f(5) = 0 \quad 125a + 25b + 5c + 5 = 0$$

nên .

$$f'(5) = 0 \quad 75a + 10b + c = 0$$

nên .

$$f(15) = \frac{1}{2} \quad 3375a + 225b + 15c + 5 = \frac{1}{2}$$

nên .

$$a = -\frac{13}{1000} \quad b = \frac{33}{100} \quad c = -\frac{93}{40} \quad d = 5$$

Giải hệ, được , , , .

$$f(x) = -0,013x^3 + 0,33x^2 - 2,325x + 5$$

Vậy .

$$f(x)$$

Chiều cao các cột đỡ chính là giá trị tại các hoành độ đã cho:

$$x \quad 1,5 \quad 3 \quad 7 \quad 8,5 \quad 10 \quad 11,25 \quad 12,5 \quad 13,75 \quad 15$$

$$f(x) \quad 2,211 \quad 0,644 \quad 0,436 \quad 1,096 \quad 1,750 \quad 2,100 \quad 2,109 \quad 1,627 \quad 0,500$$

$$2,211 + 0,644 + 0,436 + 1,096 + 1,750 + 2,100 + 2,109 + 1,627 + 0,500 \approx 12,473$$

Tổng chiều cao các cột là .

12,5

Làm tròn đến hàng phần mười được .

Đáp án Câu 2: 12,5.

Câu 3

Mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 9$ có tâm $I(2;1;3)$ và bán kính $R = 3$.

Ta cần tìm $M(a; b; c)$ trên mặt cầu sao cho $3MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất.

Với $A(1;1;3)$, $B(21;9;-13)$, ta dùng tính chất trọng tâm có trọng số.

Biểu thức $3MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất khi M gần nhất với điểm P là trung bình có trọng số của A và B :

$$P = \frac{3A + B}{4}$$

$$P\left(\frac{3 \cdot 1 + 21}{4}; \frac{3 \cdot 1 + 9}{4}; \frac{3 \cdot 3 - 13}{4}\right) = (6; 3; -1)$$

Tính được .

Vì M thuộc mặt cầu tâm I , để MP nhỏ nhất thì M là điểm trên mặt cầu nằm trên đường thẳng IP và gần P nhất.

$$\overrightarrow{IP} = (6-2; 3-1; -1-3) = (4; 2; -4)$$

Ta có .

$$IP = \sqrt{4^2 + 2^2 + (-4)^2} = 6$$

Độ dài .

$$\overrightarrow{IM} = \frac{3}{6} \overrightarrow{IP} = \frac{1}{2} (4; 2; -4) = (2; 1; -2)$$

Vì bán kính mặt cầu bằng 3, nên .

$$M = I + \overrightarrow{IM} = (2; 1; 3) + (2; 1; -2) = (4; 2; 1)$$

Suy ra .

$$a = 4, b = 2, c = 1$$

Vậy

$$T = a.b.c = 4.2.1 = 8$$

Do đó

Đáp án Câu 3: 8.

Câu 4

$$C_8^3 = 56$$

Bát giác đều có 8 đỉnh. Chọn một tam giác có 3 đỉnh từ 8 đỉnh, nên số tam giác có thể chọn là

Một tam giác nội tiếp đường tròn là tam giác vuông khi và chỉ khi một cạnh của nó là đường kính.

Trong bát giác đều có 4 cặp đỉnh đối diện, tức là có 4 đường kính. Với mỗi đường kính, chọn đỉnh thứ ba trong 6 đỉnh còn lại.

$$4.6 = 24$$

Vậy số tam giác vuông là

$$\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$$

Xác suất chọn được tam giác vuông là

Bây giờ xét điều kiện 3 số trên 3 đỉnh lập thành cấp số cộng.

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$$

Từ các số, các bộ 3 số lập thành cấp số cộng là:

$$(1; 2; 3), (2; 3; 4), (3; 4; 5), (4; 5; 6), (5; 6; 7), (6; 7; 8)$$

Công sai 1: , có 6 bộ.

$$(1; 3; 5), (2; 4; 6), (3; 5; 7), (4; 6; 8)$$

Công sai 2: , có 4 bộ.

$$(1; 4; 7), (2; 5; 8)$$

Công sai 3: , có 2 bộ.

$$6 + 4 + 2 = 12$$

Tổng cộng có bộ.

$$C_8^3 = 56$$

$$\frac{12}{56} = \frac{3}{14}$$

Số cách chọn 3 số bất kỳ từ 8 số là , nên xác suất để 3 số lập thành cấp số cộng là .

$$P = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{14} = \frac{9}{98}$$

Hai điều kiện này độc lập với nhau, nên xác suất cần tìm là

$$m = 9, n = 98$$

Vậy

$$m + 3n = 9 + 3.98 = 303$$

Do đó

Đáp án Câu 4: 303.

Câu 5

$$31,5$$

Ông An mua 15000 cổ phiếu với giá tham chiếu ban đầu là nghìn đồng/cổ phiếu.

Trong 7 phiên giao dịch:

$$7\% \quad 1,07^3$$

3 phiên đầu tăng trần, nên nhân với

$$4\% \quad 4,5\% \quad 1,04 \quad 1,045$$

2 phiên tiếp theo tăng lần lượt và, nên nhân với và

$$7\% \quad 0,93^2$$

2 phiên cuối giảm sàn, nên nhân với

$$31,5 \cdot 1,07^3 \cdot 1,04 \cdot 1,045 \cdot 0,93^2 \approx 36,2725$$

Giá sau 7 phiên là nghìn đồng/cổ phiếu.

$$36,2725 - 31,5 = 4,7725$$

Lãi trên mỗi cổ phiếu là nghìn đồng.

$$4,7725 \cdot 15000 = 71587,4 \quad 71,587$$

Ông An có 15000 cổ phiếu, nên tổng lợi nhuận là nghìn đồng, tức khoảng triệu đồng.

$$72$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: triệu đồng.

Đáp án Câu 5: 72 triệu đồng.

Câu 6

$$a \quad a = 1$$

Đặt hệ trục tọa độ để tính cho dễ. Vì góc không phụ thuộc vào độ dài cụ thể của, ta lấy.

$$A(0;0;0) \quad B(1;0;0) \quad D(0;\sqrt{3};0) \quad C(1;\sqrt{3};0) \quad S(0;0;1)$$

Chọn , , , và .

$$z = 0 \quad SA$$

Khi đó đáy nằm trên mặt phẳng , còn vuông góc với đáy.

$$[S, BD, C]$$

BD

Cần tính góc nhị diện , tức là góc giữa hai nửa mặt phẳng có chung cạnh , một nửa mặt phẳng chứa , nửa còn lại chứa .

$$BD \quad \overrightarrow{BD} = D - B = (-1; \sqrt{3}; 0)$$

Ta có véc tơ chỉ phương của là .

BD

$$C \quad \vec{v} = (\sqrt{3}; 1; 0)$$

Trong mặt phẳng đáy, một véc tơ vuông góc với và hướng về phía là .

(SBD)

BD

$$S \quad \vec{w} = (-3; -\sqrt{3}; 4)$$

Trong mặt phẳng , một véc tơ vuông góc với và hướng về phía là .

$$\vec{w} \cdot \overrightarrow{BD} = (-3)(-1) + (-\sqrt{3})(\sqrt{3}) + 4 \cdot 0 = 3 - 3 = 0 \quad \vec{w} \perp BD$$

Kiểm tra: , nên .

$$\vec{v} \quad \vec{w}$$

Góc nhị diện cần tìm là góc giữa và .

$$\vec{v} \cdot \vec{w} = \sqrt{3} \cdot (-3) + 1 \cdot (-\sqrt{3}) + 0 \cdot 4 = -4\sqrt{3}$$

Ta có .

$$|\vec{v}| = \sqrt{3+1} = 2$$

$$|\vec{w}| = \sqrt{9+3+16} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

$$\cos \varphi = \frac{-4\sqrt{3}}{2 \cdot 2\sqrt{7}} = -\sqrt{\frac{3}{7}}$$

Vậy .

$$\varphi \approx 130,89^\circ$$

Suy ra .

$$131^\circ$$

Làm tròn đến hàng đơn vị được .

Đáp án Câu 6: 131° .