TRƯỜNG THPT NÔNG CỐNG 3
TỔ: TOÁN - TIN

ĐỀ THI KHẢO SÁT TỐT NGHIỆP THPT LỚP 12
NĂM HỌC: 2025 – 2026
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

Họ và tên thí sinh:…….
Số báo danh: …….

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án

Câu 1: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có các cạnh bằng 1. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng (ABB') và $(CC'D')$.

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\frac{1}{3}$, $u_8=26.$ Tìm công sai d.

A. $d=\frac{11}{3}$. **B.** $d=\frac{10}{3}$. **C.** $d=\frac{3}{10}$. **D.** $d=\frac{3}{11}$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC),$ tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây **sai**?

A. $(SAB)\perp(ABC)$. **B.** $(SAC)\perp(SBC)$. **C.** $(SAC)\perp(ABC)$. **D.** $(SAB)\perp(SBC)$

Câu 4: Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là:

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{7}{45}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Câu 5: Hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 6: Cho mẫu số liệu điểm môn Toán của một nhóm học sinh như sau:

Điểm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Số học sinh	8	7	10	5

Mốt của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là:

A. $7,91$. **B.** $8,38$. **C.** $8,37$. **D.** $7,95$.

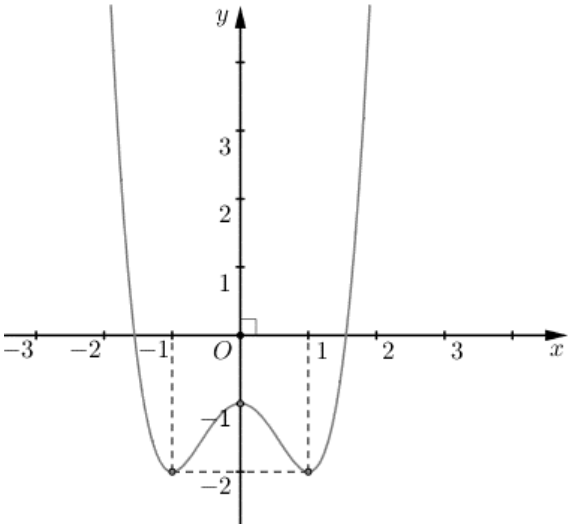
Câu 7: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a\sqrt{2}$. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Góc nhị diện $[S,BC,A]$ có số đo bằng:

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 8: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_4 x^2-\log_2 3=1$ là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty -1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 10: Một vật chuyển động có phương trình $s(t)=3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t)=-3\sin t$. **B.** $v(t)=-3\cos t$.

C. $v(t)=3\cos t$. **D.** $v(t)=3\sin t.$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy và $SA=2a$. Gọi M là trung điểm của SC. Tính côsin của góc α là góc giữa đường thẳng BM và mặt phẳng (ABC)

A. $\cos\alpha=\frac{\sqrt{7}}{14}$. **B.** $\cos\alpha=\frac{2\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{7}$. **D.** $\cos\alpha=\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%

b) Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$

c) Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.

d) Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

Câu 2: Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: $56,3$ triệu đồng.

b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: $53,2$ triệu đồng.

c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60.(1,005)^{n+1}-4.\dfrac{1-1,005^{n+1}}{1-1,005}$ (triệu đồng).

d) Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB=2a, AD=a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm AB và CD. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?

a) $SH\perp(ABCD)$.

b) Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

c) Góc giữa SB và CD là 90°.

d) Góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$ bằng 60°

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$.

a) Phương trình $f'(x)=0$ có duy nhất một nghiệm $x=2$.

b) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Hàm số $y=f(x^2-6x+1)$ có ba điểm cực đại.

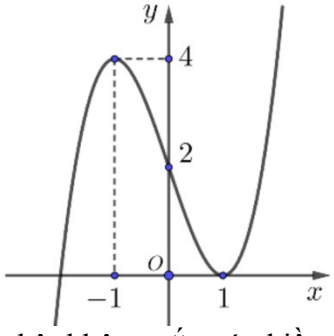
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1. Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2. Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1,C_2,C_3,...,C_n,...$ Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

Câu 2: Một vật chuyển động theo quy luật $s=s(t)=\dfrac{1}{3}t^3-\dfrac{3}{2}t^2+10t+2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quảng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt $20\,m/s$ *(Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).*

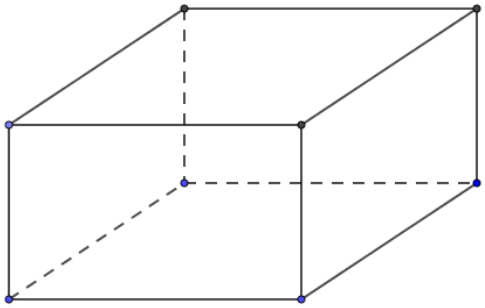
Câu 3: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\dfrac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=g(x)=\dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x)-2f(x)}$ là bao nhiêu?



Câu 5: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150(\text{cm})$ và thể tích chứa $900(\text{m}^3)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/m^2 và làm

mặt đáy là 4 triệu đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$
			-1				

Đặt $g(x)=f\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

---------- *Hết* ----------

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	A	A	B	D	A	B	C	D	C	B	D	C

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)S	a)Đ	a)Đ	a)S
b)S	b)S	b)S	b)Đ
c)Đ	c)S	c)S	c)Đ
d)S	d)Đ	d)Đ	d)S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	1023	11	196	6	2812	6

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Bạn An đang làm đề ôn tập theo ba mức độ dễ, trung bình và khó. Xác suất để An hoàn thành câu dễ là $0,8$; hoàn thành câu trung bình là $0,6$ và hoàn thành câu khó là $0,15$. Làm đúng mỗi một câu dễ An được $0,1$ điểm, làm đúng mỗi câu trung bình An được $0,25$ điểm và làm đúng mỗi câu khó An được $0,5$ điểm. Hãy cho biết các khẳng định sau đây đúng hay sai?

a) [NB] Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại và đúng cả ba câu là 72%

b) [TH] Khi An làm 3 câu thuộc 3 loại khác nhau. Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là $0,45$

c) [TH] Khi An làm 3 câu thì xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại cao hơn xác suất An làm sai 3 câu ở mức độ trung bình.

d) [VD] Xác suất để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm lớn hơn $0,2\%$.

Lời giải

Gọi A là biến cố An làm đúng câu dễ

B là biến cố An làm đúng câu trung bình

C là biến cố An làm đúng câu khó.

Khi đó A,B,C độc lập với nhau.

a) Xác suất để An làm ba câu thuộc ba loại trên và đúng cả ba câu là $P = P(A).P(B).P(C) = 0,072 = 7,2\%$. Khẳng định Sai.

b) Xác suất để An làm đúng 2 trong số 3 câu là

$P(\overline{A}).P(B).P(C) + P(A).P(\overline{B}).P(C). + P(A).P(B).P(\overline{C})$

$= 0,2.0,6.0,15 + 0,8.0,4.0,15 + 0,8.0,6.0,85 = 0,474$

Khẳng định Sai.

c) Xác suất để An làm đúng 3 câu đủ ba loại là: $P = P(A).P(B).P(C) = 0,072 = 7,2\%$

Xác suất An làm sai 3 câu mức độ trung bình. $(0,4)^3 = 0,064$.

Khẳng định Đúng.

d) Để An làm 5 câu và đạt đúng 2 điểm có các trường hợp sau:

TH1: Đúng 4 câu khó và câu còn lại sai

$(0,15)^4 (0,2 + 0,4 + 0,85) = 7,34.10^{-4}$

TH2: Đúng 3 câu khó và đúng 2 câu trung bình

$(0,15)^3.(0,6)^2 = 1,215.10^{-4}$

Vậy xác suất cần tìm là $0,1949\%$

Khẳng định Sai.

Câu 2: Một sinh viên giỏi X được một công ty trao quỹ học bổng 60 triệu đồng, số tiền đó được công ty gửi vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ mỗi tháng, cuối mỗi tháng sinh viên đó được rút đều đặn số tiền 4 triệu đồng.

a) [NB] Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là: $56,3$ triệu đồng.

b) [TH]Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là: $53,2$ triệu đồng.

c) [TH] Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là: $60.(1,005)^{n+1} - 4.\dfrac{1-1,005^{n+1}}{1-1,005}$ (triệu đồng).

d) [VD] Tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.

Lời giải

a) Quỹ học bổng còn lại sau 1 tháng là:

$P_1 = 60(1+0.5\%) - 4 = 60.1,005 - 4 = 56,3$ triệu đồng.Suy ra mệnh đề **đúng.**

b) Quỹ học bổng còn lại sau 2 tháng là:

$P_2 = P_1.1,005 - 4 = (60.1,005 - 4).1,005 - 4 = 60.(1,005)^2 - 4.1,005 - 4 = 52,5815$ (triệu đồng)

Suy ra mệnh đề **sai.**

c) Quỹ học bổng còn lại sau n tháng là:

$P_n = 60.(1,005)^n - 4.(1,005^{n-1} + 1,005^{n-2} + ... + 1) = 60.(1,005)^n - 4.\dfrac{1-1,005^n}{1-1,005}$ (triệu đồng).

Suy ra mệnh đề **sai.**

d) Quỹ học bổng còn lại sau 16 tháng là:

$P_{16} = 60.(1,005)^{16} - 4.\dfrac{1-1,005^{16}}{1-1,005} = -1,472651944 < 0$

.

Quỹ học bổng còn lại sau 15 tháng là.

$P_{15} = 60.(1,005)^{15} - 4.\dfrac{1-1,005^{15}}{1-1,005} = 2,514774185$ triệu đồng.

Suy ra tháng cuối cùng sinh viên đó rút được $2,527348056$ triệu đồng thì hết quỹ học bổng trên.Suy ra mệnh đề **sai.**

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB = 2a, AD = a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là trung điểm AB và CD. Các khẳng định sau **đúng** hay **sai** ?

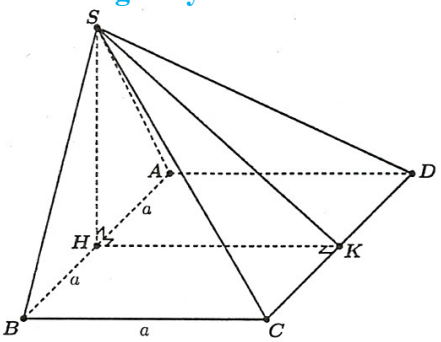
a) [NB] $SH \perp (ABCD)$.

b) [TH] Góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCA}$.

c) [TH] Góc giữa SB và CD là 90°.

d) [VD] Góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$ bằng 60°

Lời giải



a) Gọi H lần lượt là trung điểm AB. Ta lại có tam giác SAB đều nên $SH \perp AB$.
Mặt khác $(SAB) \perp (ABCD)$, suy ra $SH \perp (ABCD)$. Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

b) Ta có $SC \cap (ABCD) = \{C\}$ và $SH \perp (ABCD)$ suy ra góc giữa SC và $(ABCD)$ là $\widehat{SCH}$.Suy ra mệnh đề trên **sai**.

c) Ta có $AB//CD$ nên $(SB;CD) = (SB;AB) = \widehat{SBA}$.Mà tam giác SAB đều nên $\widehat{SBA} = 60^\circ$.
Suy ra mệnh đề trên **sai**.

d) Vì H,K lần lượt là trung điểm của AB,CD. Suy ra $SH \perp (ABCD)$ và $HK \perp CD$.

Khi đó: $\begin{cases} CD \perp HK \\ CD \perp SH \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SHK) \Rightarrow CD \perp SK$.

Ta có: $\begin{cases} (SCD) \cap (ACD) = CD \\ HK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases} \Rightarrow [S,CD,A] = \widehat{SKH} = \varphi$.

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Ta có $HK = BC = a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

Do đó $\tan \widehat{SKH} = \dfrac{SH}{HK} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \widehat{SKH} = 60^\circ$. Suy ra mệnh đề trên **đúng**.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.

a) [NB] Phương trình $f'(x) = 0$ có duy nhất một nghiệm $x = 2$.

b) [TH] Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

c) [TH] Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) [VD,VDC] Hàm số $y = f(x^2-6x+1)$ có ba điểm cực đại.

Lời giải

a) Sai

Ta có $f'(x) = (x-1)^2(x^2-3x+2) = (x-1)^3(x-2)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm.

b) Đúng

Bảng biến thiên $y = f(x)$

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1),(2;+\infty)$.

Ta có $(-3;0)\subset(-\infty;1)$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;0)$.

c) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực trị.

d) Sai

Ta có $y=f\left(x^2-6x+1\right)\Rightarrow y'=\left(x^2-6x+1\right)'f'\left(x^2-6x+1\right)=(2x-6)f'\left(x^2-6x+1\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow(2x-6)f'\left(x^2-6x+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-6=0\\x^2-6x+1=1\\x^2-6x+1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=0\\x=6\\x=-3+\sqrt{10}\\x=-3-\sqrt{10}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên $y=f\left(x^2-6x+1\right)$

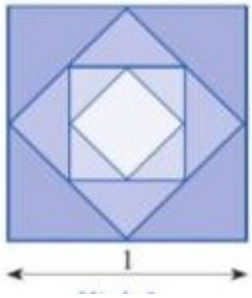
x	$-\infty$		$-3-\sqrt{10}$		0		$-3+\sqrt{10}$		3		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x^2-6x+1\right)$ ta thấy hàm số có hai điểm cực đại.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình vuông C_1 có cạnh bằng 1, C_2 là hình vuông có các đỉnh là các trung điểm của cạnh hình vuông C_1. Tương tự, gọi C_3 là hình vuông có các đỉnh là trung điểm của các cạnh hình vuông C_2. Tiếp tục như vậy ta được một dãy các hình vuông $C_1,C_2,C_3,\ldots,C_n,\ldots$ Gọi S_{10} là tổng diện tích của 10 hình vuông đầu tiên của dãy. Tính $512S_{10}$.

Lời giải



Diện tích của hình vuông C_1 là 1.

Độ dài đường chéo hình vuông C_1 là $\sqrt{2}$.

Hình vuông C_2 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_1.

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_2 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

Hình vuông C_3 có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_2.

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_3 là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^4$

.....

Hình vuông C_n có cạnh bằng $\frac{1}{2}$ đường chéo hình vuông C_{n-1}.

$\Rightarrow$ Diện tích của hình vuông C_n là $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{2(n-1)}$

Do đó, dãy diện tích các hình vuông $C_1, C_2, C_3, ..., C_n, ...$ lập thành cấp số nhân với số hạng đầu

$$u_1 = 1, q = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow S_{10} = u_1.\frac{1-q^{10}}{1-q} = \frac{1023}{512} \Rightarrow 512S_{10} = 1023$$

Đáp án: 1023

Câu 2: Một vật chuyển động theo quy luật $s = s(t) = \frac{1}{3}t^3 - \frac{3}{2}t^2 + 10t + 2$ (với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó). Tính quảng đường mà vật đi được khi vận tốc đạt $20\,m/s$ *(Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).*

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = t^2 - 3t + 10$.

Khi vận tốc của vật đạt $20\,m/s$ ta có:

$t^2 - 3t + 10 = 20 \Leftrightarrow t^2 - 3t - 10 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 5 \\ t = -2 \end{array}\right.$.

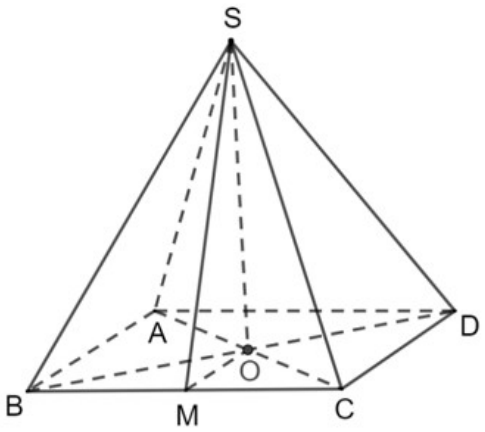
Vì $t > 0$ nên nhận $t = 5(s)$.

Lúc đó quảng đường vật đi được là: $s(5) - s(0) = \frac{337}{6} - 2 \approx 54,2m$

Đáp án: 54,2

Câu 3: Độ dốc của mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) là tang của góc tạo bởi mái nhà (mặt sân, con đường thẳng…) đó với mặt phẳng nằm ngang. Cho biết kim tự tháp Memphis tại bang Tennessee (Mỹ) có dạng hình chóp tứ giác đều, biết rằng diện tích để lát tất cả các mặt của kim tự tháp bằng 80300 m^2 và độ dốc của mặt bên kim tự tháp bằng $\frac{49}{45}$. Tính chiều cao của kim tự tháp. (Làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Mô hình hoá kim tự tháp bằng chóp tứ giác đều S.ABCD với O là tâm của đáy.

Kẻ $OM \perp BC$.

Ta có góc tạo bởi mặt bên và mặt đáy của kim tự tháp là góc $SMO \Rightarrow \tan SMO = \dfrac{49}{45} = \dfrac{SO}{OM}$

Đặt $\begin{cases} SO = 49x \\ OM = 45x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} SM = \sqrt{SO^2 + OM^2} = \sqrt{4426}x \\ AB = 2OM = 90x \end{cases}$

Diện tích tất cả các mặt của kim tự tháp là

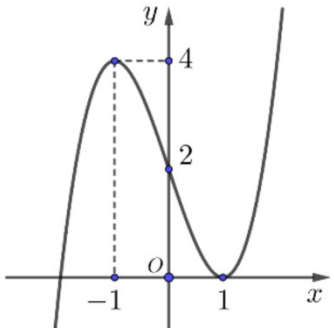
$$S = 4S_{\Delta SBC} + S_{ABCD} \Leftrightarrow 4.\frac{1}{2}SM.BC + AB^2 = 80300$$

$$\Leftrightarrow 2x\sqrt{4426}.90x + (90x)^2 = 80300$$

$$\Rightarrow SO = 49x \approx 196m$$

Đáp án: 196

Câu 4: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = g(x) = \dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)}$ là bao nhiêu?



Lời giải

$$f^2(x) - 2f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f(x) = 0 & (1) \\ f(x) = 2 & (2) \end{array}\right.$$

Ta có:

Dựa vào đồ thị hàm số,ta thấy:

(1) có nghiệm $x_1 = a < -1$ (nghiệm đơn) và $x_2 = 1$ (nghiệm kép)

$\Rightarrow f(x) = k(x-a)(x-1)^2 \ (k > 0)$

(2) có nghiệm ba nghiệm đơn x_1, x_2, x_3 với $x_1 = b < -1 < x_2 = 0 < 1 < x_3 = c \ \ (b > a)$

$\Rightarrow f(x) - 2 = k(x-b)x(x-c) \ (k > 0).$

$\Rightarrow$ Hàm số $y = g(x)$ có tập xác định $D = \mathbb{R}, \ \{a; b; 0; 1; c\}$

+) Tìm tiệm cận ngang:

Vì $g(x) = \dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f^2(x) - 2f(x)} = \dfrac{(x+1)(x^2-1)}{f(x)[f(x)-2]} = \dfrac{(x+1)^2}{k^2(x-1)(x-b)x(x-c)(x-a)}$

Nên $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0, \lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = 0 \Rightarrow$ ĐTHS $y = g(x)$ nhận đường thẳng $y = 0$ làm TCN.

+) Tìm tiệm cận đứng:

Tại các điểm $x=a, x=b, x=0, x=1, x=c$ mẫu của $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 còn tử nhận các giá trị khác 0 .

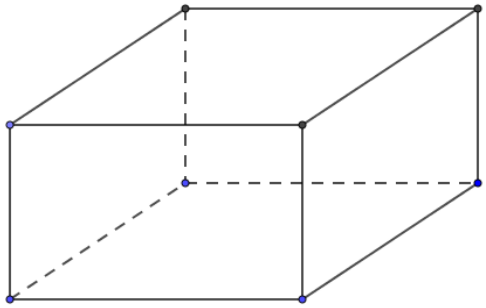
Và do hàm số xác định trên $D=\mathrm{R}$, $\{a;b;0;1;c\}$ nên giới hạn một bên của hàm số $y=g(x)$ tại các điểm $x=a, x=b, x=0, x=1, x=c$ là các giới hạn vô cực.

Do đó, ĐTHS $y=g(x)$ có 5 TCĐ: $x=a, x=b, x=0, x=1$ và $x=c$.

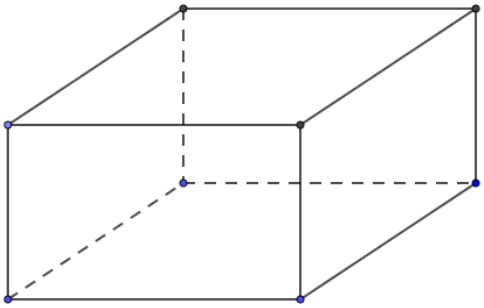
Vậy ĐTHS $y=g(x)$ có 6 đường tiệm cận: 1 TCN: $y=0$ và 5 TCĐ $x=a, x=b, x=0, x=1, x=c$.

Đáp án: 6

Câu 5: Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150(\mathrm{cm})$ và thể tích chứa $900(\mathrm{m}^3)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).



Lời giải



Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều dài của đáy hình hộp. Điều kiện: $x>0; y>0(m)$.

Ta có thể tích của khối hộp: $V=1,5xy=900 \Rightarrow xy=600 \Rightarrow y=\dfrac{600}{x}(m^3)$.

Diện tích mặt đáy: $S_d=xy=x.\dfrac{600}{x}=600(\mathrm{m}^2)$.

Giá tiền để làm mặt đáy là: $600.4000000=24.10^8$ (đồng).

Diện tích xung quanh của bể cá: $S_{xq}=2.x.1,5+2.y.1,5=3.(x+y)=3.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)$.

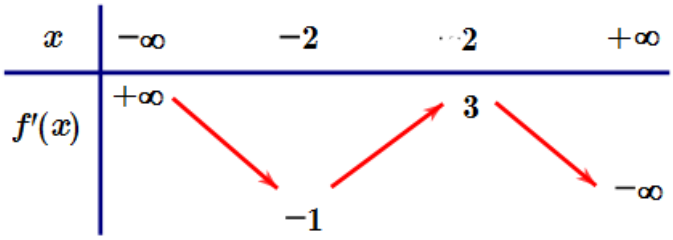
Giá tiền để làm mặt bên là: $3.\left(x+\dfrac{600}{x}\right).2800000=84.10^5.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)$.

Tổng chi phí để xây dựng bể cá là:

$T(x)=84.10^5.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)+24.10^8 \geq 84.10^5.2\sqrt{x.\dfrac{600}{x}}+24.10^8 \approx 2812$ (triệu đồng).

Đáp án: 2812

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên của đạo hàm như hình vẽ.



Đặt $g(x)=f\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

Lời giải

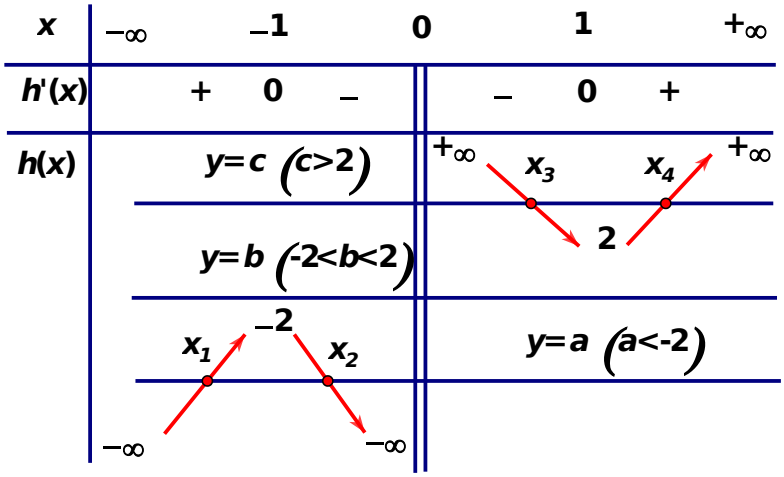
Đặt $g'(x)=\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)f'\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)=0\\ f'\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\ \dfrac{x^2+1}{x}=a\ (a<-2)\\ \dfrac{x^2+1}{x}=b\ (-2<b<2)\\ \dfrac{x^2+1}{x}=c\ (c>2)\end{array}\right.$$

$$h(x)=\frac{x^2+1}{x},h'(x)=\frac{x^2-1}{x^2},h'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm1$$

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

Bảng biến thiên của hàm số



Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy phương trình $h(x)=a,h(x)=c$, mỗi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác ±1, mà $a\neq c$ $\Rightarrow f'\left(\dfrac{x^2+1}{x}\right)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt x_1,x_2,x_3,x_4 khác ±1 và phương trình $h(x)=b$ vô nghiệm.

Do đó phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm đơn phân biệt lần lượt theo thứ tự từ nhỏ đến lớn là $x_1,-1,x_2,x_3,1,x_4$.

Vậy hàm số $g(x)=f\left(\frac{x^2+1}{x}\right)$ có 6 cực trị.

Đáp án: 6

---------- *Hết* ----------