

BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA

ĐỀ 1

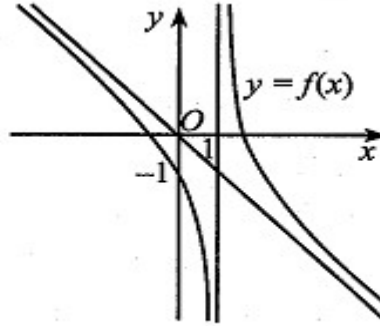
ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025

MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

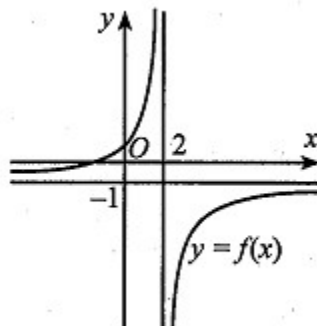
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như Hình 1. Phát biểu nào sau đây là đúng?



Hình 1

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. $x = -1$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = 2$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 10^x$?

- A. $y = 10^x \ln 10$.
- B. $y = 10^x$.
- C. $y = \frac{10^{x+1}}{x+1}$.
- D. $y = \frac{10^x}{\ln 10}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

- A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$.
 B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$.
 C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$.
 D. $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình

- A. $c(x - x_0) + b(y - y_0) + a(z - z_0) = 0$.
 B. $b(x - x_0) + a(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.
 C. $c(x - x_0) + a(y - y_0) + b(z - z_0) = 0$.
 D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ bán kính R có phương trình là

- A. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.
 B. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$.
 C. $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.
 D. $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$.

Câu 7: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \square$ và tồn tại $a \in \square$ sao cho $f(a) = m$ thì

- A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .
 B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .
 C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .
 D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

- A. $y' = \sin x$.
 B. $y' = -\sin x$.
 C. $y' = \cos x$.
 D. $y' = -\cos x$.

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi Bảng 1. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...	...	...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{m}}$

B. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1x_1^2 + n_2x_2^2 + \dots + n_mx_m^2}{n}}$

C. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{m}$

D. $\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$

Câu 10: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$

B. $\frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$

C. $\frac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$

D. $\frac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$

Câu 11: Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 16cm$, bậc thứ nhất có độ cao $u_1 = 16cm$. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

A. $21cm$.

B. $80cm$.

C. $96cm$.

D. $64cm$.

Câu 12: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. $9288cm^3$.

B. $1048cm^3$.

C. $3096cm^3$.

D. $1032cm^3$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\sin x - x$

a) $f'(x) = 2\cos x - 1$.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Tập hợp nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\left\{\frac{\pi}{3}\right\}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2\sin x - x$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}, y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$.

a) Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 0, y = \sqrt{x}$,

$x = 0, x = 4$ quanh trục Ox . Khi đó $V_1 = \pi \int_0^4 x dx$.

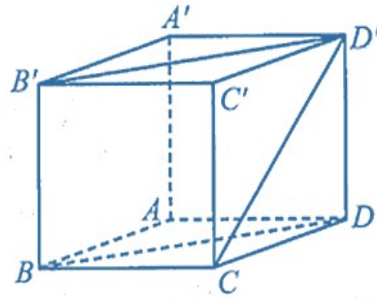
b) Gọi V_2 là thể tích khối tròn xoay được tạo khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=0, y=\frac{1}{2}\sqrt{x}$, $x=0, x=4$ quanh trục Ox . Khi đó

$$V_2 = \pi \int_0^4 \frac{1}{4} x dx.$$

c) Giá trị của biểu thức $V_1 - V_2$ bằng 12π .

d) Một vật thể A có hình dạng được tạo thành khi quay hình phẳng D quanh trục Ox (đơn vị trên hai trục tính theo centi mét). Thể tích của vật thể đó (làm tròn đến hàng phần mười theo đơn vị centi mét khối) là $37,7\text{cm}^3$.

Câu 3: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a (Hình 3).



Hình 3

- a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$ bằng a .
- b) Góc giữa hai đường thẳng AB và $B'D'$ bằng 45° .
- c) Góc giữa đường thẳng CD' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 60° .
- d) Góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng 45° .

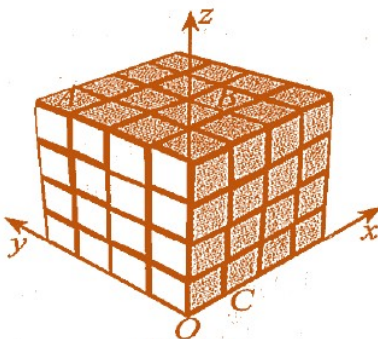
Câu 4: Một két nước ngọt đựng 24 chai nước có khối lượng và hình thức bề ngoài như nhau, trong đó có 16 chai loại I và 8 chai loại II. Bác Tùng lần lượt lấy ra ngẫu nhiên hai chai (lấy không hoàn lại). Xét các biến cố: A : "lần thứ nhất lấy ra chai nước loại I"; B : "Lần thứ hai lấy ra chai nước loại I".

- a) $P(B|A) = \frac{16}{23}$.
- b) $P(B|A) = \frac{15}{23}$.
- c) $P(B|A) = \frac{8}{23}$.
- d) $P(B|A) = \frac{7}{23}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong điều kiện nuôi cấy thích hợp, cứ 20 phút vi khuẩn E.Coli lại phân đôi một lần. Giả sử lúc đầu có 5 vi khuẩn và sau n phút ($n \in \mathbb{N}$) có hơn 2.000 vi khuẩn. Giá trị nhỏ nhất của n là bao nhiêu?

Câu 2: Một khối Rubik 4×4 được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (Hình 4). Xét mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm $A(0; 3; 4), B(2; 1; 4), C(1; 0; 0)$. Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ? (làm tròn đến hàng đơn vị)



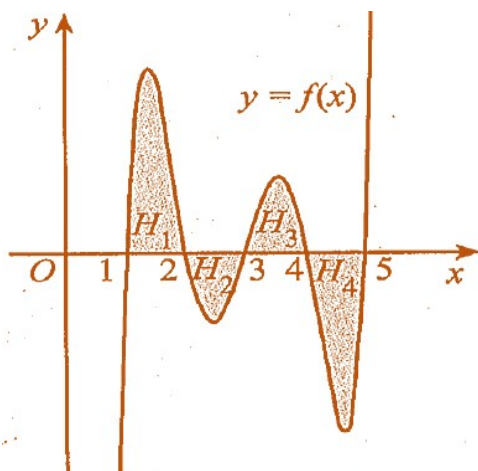
Hình 4

Câu 3: Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

Câu 4: Một hãng điện thoại đưa ra quy luật bán buôn cho từng đại lý, đó là đại lý càng nhập nhiều chiếc điện thoại của hãng thì giá bán buôn một chiếc điện thoại càng giảm. Cụ thể, nếu đại lý mua x điện thoại thì giá tiền của mỗi điện thoại là $6000 - 3x$ (nghìn đồng), $x \in \mathbb{N}^*, x < 2000$. Đại lý nhập cùng một lúc bao nhiêu chiếc điện thoại thì hãng có thể thu về nhiều tiền nhất từ đại lý đó?

Câu 5: Gọi $H_1; H_2; H_3; H_4$ là các hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số liên tục $y = f(x)$ và trục hoành với x lần lượt thuộc các đoạn $[1; 2], [2; 3], [3; 4], [4; 5]$ (Hình 5). Biết rằng các hình $H_1; H_2; H_3; H_4$ lần lượt có diện tích

bằng $\frac{9}{4}, \frac{11}{12}, \frac{11}{12}, \frac{9}{4}$. Giá trị $\int_1^5 f(x)dx$ bằng bao nhiêu?



Hình 5

Câu 6: Tất cả các học sinh của trường Hạnh Phúc đều tham gia câu lạc bộ bóng chuyền hoặc bóng rổ, mỗi học sinh chỉ tham gia đúng một câu lạc bộ. Có 60% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng chuyền và 40% học sinh của trường tham gia câu lạc bộ bóng rổ. Số học sinh nữ chiếm 65% trong câu lạc bộ bóng chuyền và 25% trong câu lạc bộ bóng rổ. Chọn ngẫu nhiên một học sinh. Xác suất chọn được học sinh nữ là bao nhiêu?

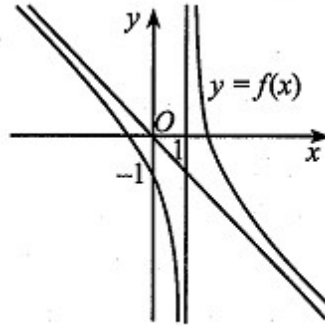
----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ

thị như *Hình 1*. Phát biểu nào sau đây là đúng?



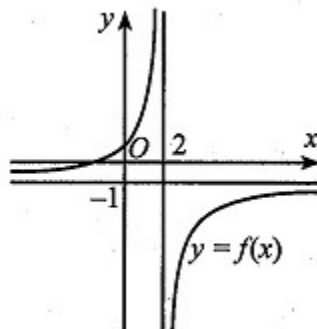
Hình 1

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A. Đồ thị từ trái sang phải đi xuống

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ có đồ thị như *Hình 2*.



Hình 2

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

- A. $x = -1$.
- B. $x = 2$.
- C. $y = -1$.
- D. $y = 2$.

Chọn **B.**

Câu 3: Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = 10^x$?

- A. $y = 10^x \ln 10$ B. $y = 10^x$ C. $y = \frac{10^{x+1}}{x+1}$ D. $y = \frac{10^x}{\ln 10}$

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Áp dụng công thức tính đạo hàm $(a^x)' = a^x \cdot \ln a \Rightarrow (10^x)' = 10^x \cdot \ln 10$

Vậy $\int 10^x dx = \frac{10^x}{\ln 10}$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2)$ bằng:

- A. $|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|$ B. $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$
 C. $\frac{|x_2 - x_1| + |y_2 - y_1| + |z_2 - z_1|}{3}$ D. $\sqrt{\frac{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}{3}}$

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$A(x_1; y_1; z_1)$ và $B(x_2; y_2; z_2) \Rightarrow AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình

- A. $c(x - x_0) + b(y - y_0) + a(z - z_0) = 0$ B. $b(x - x_0) + a(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$
 C. $c(x - x_0) + a(y - y_0) + b(z - z_0) = 0$ D. $a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $I(x_0; y_0; z_0)$ và nhận $\vec{n} = (a; b; c)$ làm VTPT có phương trình là:

$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ bán kính R có phương trình là

- A. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ B. $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 - (z - z_0)^2 = R^2$
 C. $(x - x_0)^2 - (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$ D. $-(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

Hướng dẫn giải

Chọn **A.**

Mặt cầu tâm $I(x_0; y_0; z_0)$ và bán kính R có phương trình là : $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$

Câu 7: Nếu hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ thỏa mãn $f(x) \geq m, \forall x \in \square$ và tồn tại $a \in \square$ sao cho $f(a) = m$ thì

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng m .

B. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực tiểu bằng m .

C. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng m .

D. Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị cực đại bằng m .

Hướng dẫn giải

Chọn **C.**

Câu 8: Đạo hàm của hàm số $y = \cos x$ là

A. $y' = \sin x$.

B. $y' = -\sin x$.

C. $y' = \cos x$.

D. $y' = -\cos x$.

Hướng dẫn giải

Chọn **B.**

$(\cos x)' = -\sin x$

Câu 9: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi *Bảng 1*. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
...	...	...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_m x_m^2}{m}}$.

B. $\bar{x} = \sqrt{\frac{n_1 x_1^2 + n_2 x_2^2 + \dots + n_m x_m^2}{n}}$.

C. $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_m x_m}{m}$.

D. $\bar{x} = \frac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + \dots + n_m x_m}{n}$.

Hướng dẫn giải

Chọn **D.**

$$\bar{x} = \frac{n_1x_1 + n_2x_2 + \dots + n_mx_m}{n}$$

Câu 10: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A) > 0, P(B) > 0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

- A. $\frac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$. B. $\frac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. C. $\frac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$. D. $\frac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A).P(B \setminus A)}{P(B)}$$

Câu 11: Độ cao các bậc cầu thang so với mặt sàn tầng 1 của một căn nhà theo thứ tự lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 16cm$, bậc thứ nhất có độ cao $u_1 = 16cm$. Bậc thứ năm có độ cao so với mặt sàn tầng 1 bằng

- A. $21cm$. B. $80cm$. C. $96cm$. D. $64cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\begin{cases} u_1 = 16 \\ d = 16 \end{cases}$$

Bậc thứ 5 có độ cao so với mặt sàn tầng 1 : $u_5 = u_1 + 4d = 16 + 16.4 = 80$ (cm)

Câu 12: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

- A. $9288cm^3$. B. $1048cm^3$. C. $3096cm^3$. D. $1032cm^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Diện tích đáy bé : $S = 2^2 = 4$

Diện tích đáy lớn : $S' = 12^2 = 144$.

Chiều cao $h = 18$.

Thể tích khối chóp cụt tứ giác đều là :

$$V = \frac{1}{3}h(S + S' + \sqrt{SS'}) = \frac{1}{3}.18(4 + 144 + \sqrt{4.144}) = 1032(cm^3)$$

Phần II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Đáp án: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S

Ta có $f'(x) = 2 \cos x - 1$ và $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Khi đó với $x \in [0; \pi]$ thì $x = \frac{\pi}{3}$.

Ta có $f(0) = 0, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3} - \frac{\pi}{3}, f(\pi) = -\pi$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 2 \sin x - x$ trên $[0; \pi]$ là $-\pi$.

Câu 2: Đáp án: **a) Đ, b) S, c) S, d) S.**

Ta có: $V_1 = \pi \int_0^4 (\sqrt{x})^2 dx = \pi \int_0^4 x dx = 8\pi$; $V_2 = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}\sqrt{x}\right)^2 dx = \pi \int_0^4 \frac{1}{4}x dx = 2\pi$

Khi đó, $V_1 - V_2 = 6\pi$. Vậy thể tích của vật thể A là $6\pi \approx 18,8 (\text{cm}^3)$.

Câu 3: Đáp án: **a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.**

Vì $AB \perp BB'$, $B'C' \perp BB'$ nên $d(AB, B'C') = BB' = a$.

Do $AB \parallel A'B'$ nên $(AB, B'D') = (A'B', B'D') = 45^\circ$.

Vì $DD' \perp (ABCD)$ nên $(CD', (ABCD)) = (CD', CD) = 45^\circ$.

Ta có $B'C' \perp BB'$, $B'D' \perp BB'$ nên góc nhị diện $[(BCC'B'), BB', (BDD'B')]$ có số đo bằng $\widehat{D'B'C'} = 45^\circ$.

Câu 4: Đáp án: **a) S, b) S, c) Đ, d) Đ.**

Ta có: $P(A) = \frac{16}{24} = \frac{2}{3}$; $P(\bar{A}) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại I thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 15 chai loại I, 8 chai loại II. Suy ra $P(B|A) = \frac{15}{23}$.

Nếu lần thứ nhất lấy ra chai loại II thì kết còn 23 chai nước, trong đó có 16 chai loại I, 7 chai loại II. Suy ra $P(B|\bar{A}) = \frac{16}{23}$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) = \frac{2}{3} \cdot \frac{15}{23} + \frac{1}{3} \cdot \frac{16}{23} = \frac{2}{3}$$

Ta có: $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{15}{23} = \frac{8}{23}$;

$$P(\bar{B} | \bar{A}) = 1 - P(B | \bar{A}) = 1 - \frac{16}{23} = \frac{7}{23}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Đáp số: 173.

Sau n phút thì số vi khuẩn E. coli là $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}}$.

Theo giả thiết, $5 \cdot 2^{\frac{n}{20}} > 2000 \Rightarrow n > 40 \log_2 20 \approx 172,88$. Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 173.

Câu 2: Đáp số: 71

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -3; -4)$ và $[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (8; 8; -4)$. Suy ra mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_1 = (2; 2; -1)$. Mặt phẳng (Oxy) có một vector pháp tuyến là $\vec{n}_2 = (0; 0; 1)$.

$$\cos((P), (Oxy)) = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|2 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + (-1) \cdot 1|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{1}{3}.$$

Khi đó,

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng khoảng 71° .

Câu 3: Đáp số: 6.

Ta có: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3^2$.

Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là đường kính của mặt cầu, tức là 6 km.

Câu 4: Đáp số: 1000

Số tiền hãng thu được khi đại lí nhập x chiếc điện thoại là $f(x) = x(6\,000 - 3x)$.

Ta có: $f'(x) = -6x + 6\,000$. Khi đó, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1\,000$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là:

x	0	1000	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	3000000	0

Vậy đại lí nhập cùng lúc 1000 chiếc điện thoại thì hãng có thể thu nhiều tiền nhất từ đại lí đó với 3 000 000 000 (đồng).

Câu 5: Đáp số: 0

Ta có: $\int_1^5 f(x)dx = \int_1^2 f(x)dx + \int_2^3 f(x)dx + \int_3^4 f(x)dx + \int_4^5 f(x)dx$

$$= \int_1^2 |f(x)|dx - \int_2^3 |f(x)|dx + \int_3^4 |f(x)|dx - \int_4^5 |f(x)|dx$$

$$= S_{H_1} - S_{H_2} + S_{H_3} - S_{H_4} = \frac{9}{4} - \frac{11}{12} + \frac{11}{12} - \frac{9}{4} = 0$$

Câu 6: Đáp số: 0,49

Xét các biến cố: A : “Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bóng chuyền”;

B : “Chọn được học sinh nữ”.

Theo giả thiết, ta có: $P(A) = 0,6; P(\bar{A}) = 0,4; P(B|A) = 0,65; P(B|\bar{A}) = 0,25$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất chọn được học sinh nữ là:

$$P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0,6 \cdot 0,65 + 0,4 \cdot 0,25 = 0,49$$

-----HẾT-----

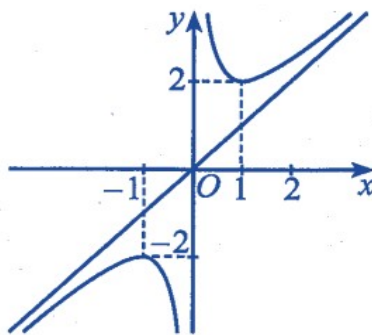
**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 2**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ lựa chọn một phương án (3,0 điểm).

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.

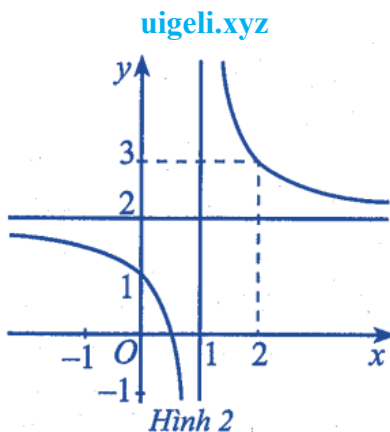


Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

- A. $x = 2$. B. $x = -2$. C. $y = 2$. D. $y = -2$.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

- A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

- A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

- A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $P(A) = P(\overline{B}).P(A|B) + P(B).P(A|\overline{B})$.
 B. $P(A) = P(B).P(A|B) - P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$.
 C. $P(A) = P(\overline{B}).P(A|\overline{B}) - P(B).P(A|B)$.
 D. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\overline{B}).P(A|\overline{B})$.

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi $\bar{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....	...	...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A.
$$s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}$$

B.
$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}$$

C.
$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

D.
$$s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vector $\vec{k}$ là:

A. $(1; 1; 1)$.

B. $(1; 0; 0)$.

C. $(0; 1; 0)$.

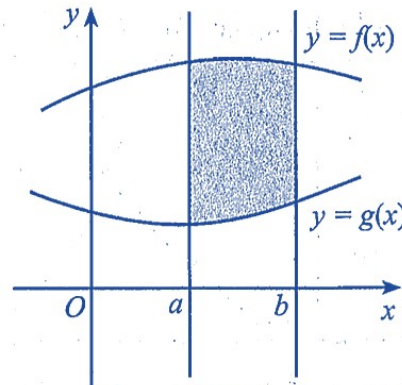
D. $(0; 0; 1)$.

Câu 10: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như Hình 3.

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng

A.
$$S = \int_b^a |f(x) - g(x)| dx.$$

C.
$$S = \int_b^a [f(x) - g(x)] dx.$$



Hình 3

các hàm số $x = a, x = b$ là:

$$S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$$

D.
$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$$

Câu 11: Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9, F(2) = 5$.

Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x) dx$ bằng:

- A. -4. B. 14. C. 4. D. 45.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?

- A. -6. B. 18. C. $3\sqrt{6}$. D. -18.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4,0 điểm).

Câu 1: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 2025 = 0$.

a) Vector có tọa độ $(2;1;6)$ là một vector chỉ phương của Δ .

b) Vector có tọa độ $(1;2;-2)$ là một vector pháp tuyến của (P) .

c) Côsin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (5;12;-13)$ và $\vec{n} = (1;-2;-2)$ bằng $\frac{7}{39\sqrt{2}}$.

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng 83° .

Câu 2: Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

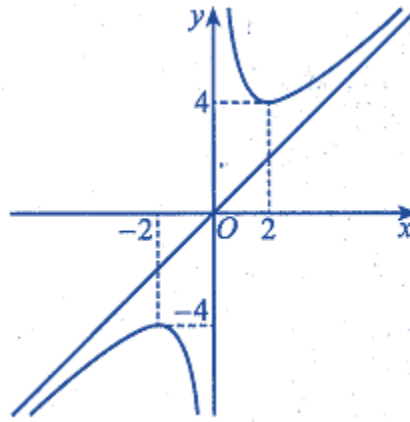
a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 + \frac{4}{x^2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2;0) \cup (0;2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	4	$+\infty$	$-\infty$	-4	$+\infty$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4:



Hình 4

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vectơ $A(0; 4; 5)$, $B(0; 5; 4)$, $C(1; 3; 3)$, $D(1; -1; 3)$. Điểm $M(a; b; c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vectơ đến điểm M lần lượt là $AM = 5$, $BM = 5$, $CM = 3$, $DM = 3$.

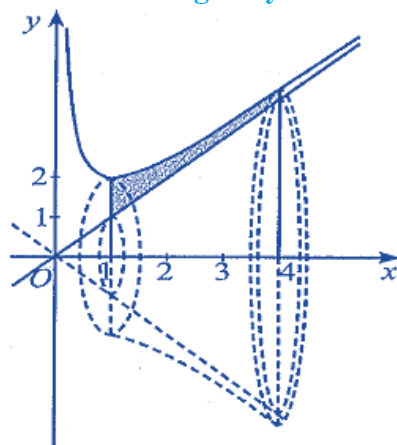
- a) $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$.
- b) $(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9$.
- c) $b = c$.
- d) $M(1; 1; 1)$.

Câu 4: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6 (3,0 điểm).

Câu 1: Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình 4). Thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó bằng bao nhiêu decimet khối? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hình 4

Câu 2: Một người gửi 60 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất 0,5%/tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu (hay gọi là lãi kép). Giả sử trong nhiều tháng liên tiếp kể từ khi gửi tiền, người đó không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi. Hỏi từ tháng thứ mấy trở đi, người đó có hơn 66 triệu đồng?

Câu 3: Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vector chỉ phương của hai đường thẳng đó.

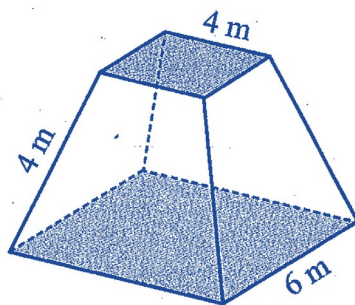
Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1;1;2)$ và $N(0;3;0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1;0;3)$ và $Q(3;3;9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 4: Để nghiên cứu xác suất của một loại cây trồng mới phát triển bình thường, người ta trồng hạt giống của loại cây đó trên hai ô đất thí nghiệm A, B khác nhau. Xác suất phát triển bình thường của hạt giống đó trên các ô đất A, B lần lượt là 0,61 và 0,7. Lập lại thí nghiệm trên với đầy đủ các điều kiện tương đồng. Xác suất của biến cố hạt giống chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 5: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du

lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 6: Người ta xây dựng một chân tháp bằng bê tông có dạng khối chóp cụt tứ giác đều. Cạnh đáy dưới dài 6 m, cạnh đáy trên dài 4 m, cạnh bên dài 4 m (Hình 5).



Hình 5

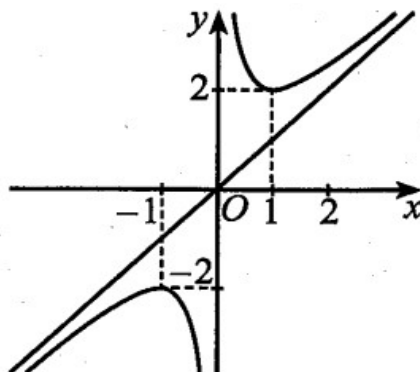
Biết rằng chân tháp được làm bằng bê tông tươi với giá tiền là 1500000 đồng/ m^3 . Số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng)?

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN, LỜI GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 1.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0;1)$. B. $(1;2)$. C. $(-1;0)$. D. $(-1;1)$.

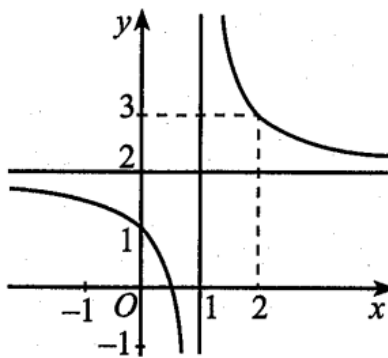
Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; +\infty)$.

Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như Hình 2.



Hình 2

Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là:

A. $x = 2$.

B. $x = -2$.

C. $y = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 3: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?

A. $-\cos x + C$.

B. $\cos x + C$.

C. $\sin x + C$.

D. $-\sin x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$ với C là hằng số.

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?

A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$.

D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 5: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?

A.
$$\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$$

A.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy
$$\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$$
 là một phương trình tham số của đường thẳng.

Câu 6: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x-6)^2 + (y+7)^2 + (z-8)^2 = 9^2$

Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(6; -7; 8).$

B. $(-6; 7; 8).$

C. $(6; 7; -8).$

D. $(6; 7; 8).$

Lời giải

Chọn A

Mặt cầu (S) có tọa độ tâm $I(6; -7; 8)$ và bán kính $R = 9$

Câu 7: Cho hai biến cố A, B với $0 < P(B) < 1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A) = P(\bar{B}).P(A|B) + P(B).P(A|\bar{B}).$

B. $P(A) = P(B).P(A|B) - P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$

C. $P(A) = P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) - P(B).P(A|B).$

D. $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$

Lời giải

Chọn D

Công thức đúng là $P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}).$

Câu 8: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho ở *Bảng 1*. Gọi $\bar{x}$ là số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đó được tính bằng công thức nào trong các công thức sau?

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[a_1; a_2)$	x_1	n_1
$[a_2; a_3)$	x_2	n_2
....	...	...
$[a_m; a_{m+1})$	x_m	n_m
		n

Bảng 1

A. $s^2 = \frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}.$

B. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{m}}.$

C. $s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}}.$

D.
$$s^2 = \frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m (x_m - \bar{x})^2}{m}.$$

Lời giải

Chọn C

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{\frac{n_1 (x_1 - \bar{x})^2 + n_2 (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m (x_m - \bar{x})^2}{n}}$$

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{k}$ là:

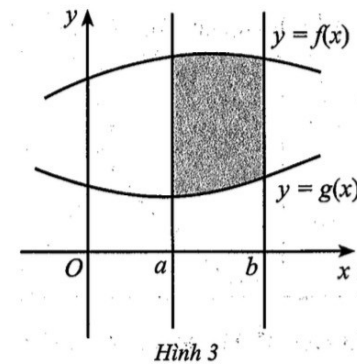
- A.** $(1; 1; 1)$. **B.** $(1; 0; 0)$. **C.** $(0; 1; 0)$. **D.** $(0; 0; 1)$.

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của véc-tơ $\vec{k} = (0; 0; 1)$.

Câu 10: Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị như Hình 3.



Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

- A.** $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$ **B.** $S = \int_a^b [g(x) - f(x)] dx.$
C. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$ **D.** $S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx.$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào Hình 3, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ là } S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

Câu 11: Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng

$$F(1) = 9, F(2) = 5. \text{ Giá trị của biểu thức } \int_1^2 f(x) dx \text{ bằng:}$$

- A. -4. B. 14. C. 4. D. 45.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có } \int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 5 - 9 = -4$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?

- A. -6. B. 18. C. $3\sqrt{6}$. D. -18.

Lời giải

Chọn C

Khoảng cách từ điểm $I(1;1;1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ là

$$d(I, (P)) = \frac{|2 \cdot 1 - 1 + 1 - 16|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2 + 1^2}} = \frac{7\sqrt{6}}{3}$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Đáp án: a) S b) Đ c) Đ d) S

$\square$ Vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; 12; -13)$, vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; -2; -2)$.

$\square$ Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u} = (5; 12; -13)$ và $\vec{n} = (1; -2; -2)$ là $\cos(\vec{u}, \vec{n}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{7}{13\sqrt{2} \cdot 3} = \frac{7}{39\sqrt{2}}$. Khi

đó, góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) là $\sin(\Delta, (P)) = \left| \cos(\vec{u}, \vec{n}) \right| = \frac{7}{39\sqrt{2}} \Rightarrow (\Delta, (P)) \approx 7^\circ$.

Câu 2: Đáp án: a) S b) Đ c) S d) Đ.

Cho hàm số $y = x + \frac{4}{x}$.

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 1 - \frac{4}{x^2}$ nên mệnh đề sai.

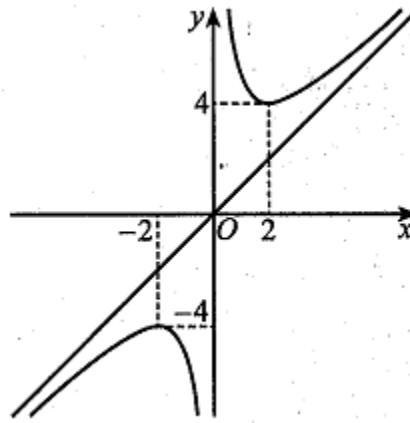
b) $y' = 1 - \frac{4}{x^2} > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < -2 \end{cases}, x \neq 0$ nên đạo hàm của hàm số đã cho nhận giá trị âm trên các khoảng $(-2; 0) \cup (0; 2)$ và nhận giá trị dương trên các khoảng $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	+		0	-	
				-	0
					+
y	$-\infty \nearrow 4 \searrow -\infty$			$+\infty \searrow -4 \nearrow +\infty$	

Mệnh đề sai vì thấy $y(-2) = -4 \neq 4$

d) Đồ thị hàm số đã cho như ở hình 4, mệnh đề đúng



Hình 4

Câu 3: Đáp án: a) **Đ** b) **Đ** c) **Đ** d) **S**

Ta có: $AM^2 = BM^2 = 25$, suy ra: $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2 = 25$

Lại có $CM^2 = DM^2 = 9$, suy ra

$$(a-1)^2 + (b-3)^2 + (c-3)^2 = (a-1)^2 + (b+1)^2 + (c-3)^2 = 9$$

Từ đẳng thức: $a^2 + (b-4)^2 + (c-5)^2 = a^2 + (b-5)^2 + (c-4)^2$ suy ra $b = c$.

Từ đó ta có tọa độ của điểm $M(0; 1; 1)$.

Câu 4: Đáp án: a) **Đ**, b) **Đ**, c) **S**, d) **Đ**.

Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số. Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

□ Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$.

□ Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

□ Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là: $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là: $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: **Đáp số: 21,2.**

□ Gọi V_1 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_1 = \pi \int_1^4 \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 dx = \frac{111\pi}{4} \text{ (dm}^3\text{)}$$

□ Gọi V_2 là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 4$ quay quanh trục Ox . Khi đó

$$V_2 = \pi \int_1^4 x^2 dx = 21 \text{ (dm}^3\text{)}$$

Vậy thể tích của bể dày chiếc bát thủy tinh đó là:

$$V = V_1 - V_2 = \frac{111\pi}{4} - 21\pi = \frac{27\pi}{4} \approx 21,2 \text{ (dm}^3\text{)}.$$

Câu 2: **Đáp số: 20**

Gọi $u_0 = 60$ (triệu đồng), còn u_n (triệu đồng) là số tiền mà người đó có được sau n ($n \in \mathbb{N}^*$) tháng gửi tiết kiệm. Khi đó, ta có $u_{n+1} = u_n + \frac{0,5}{100} u_n = 1,005 u_n$.

Suy ra dãy số (u_n) lập thành một cấp số nhân với công bội $q = 1,005$ và có $u_n = 60 \cdot 1,005^n$.

Ta xét bất phương trình $60 \cdot 1,005^n > 66 \Leftrightarrow 1,005^n > 1,1 \Leftrightarrow n > \log_{1,005} 1,1$. Vì $\log_{1,005} 1,1 \approx 19,1$ và $(n \in \mathbb{N}^*)$ nên bắt đầu từ tháng thứ 20 trở đi thì người đó có hơn 66 triệu đồng.

Câu 3: **Đáp số: 68.**

Ta có: $\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -2)$, $\overrightarrow{PQ} = (2; 3; 6)$. Khi đó:

$$\cos(a, b) = \frac{|\overline{MN} \cdot \overline{PQ}|}{|\overline{MN}| \cdot |\overline{PQ}|} = \frac{8}{21}, \text{ suy ra } (a, b) \approx 68^\circ.$$

Câu 4:

Đáp số: 0,46

Xét các biến cố:

A : "Cây phát triển bình thường trên ô đất A ";

B : "Cây phát triển bình thường trên ô đất B ".

Các cặp biến cố $\overline{A}$ và B , A và $\overline{B}$ là độc lập vì hai ô đất khác nhau.

Hai biến cố $C = \overline{A} \cap B$ và $D = A \cap \overline{B}$ là hai biến cố xung khắc.

Ta có: $P(\overline{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,61 = 0,39$; $P(\overline{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0,7 = 0,3$.

Xác suất để cây chỉ phát triển bình thường trên một ô đất là:

$$\begin{aligned} P(C \cup D) &= P(C) + P(D) = P(\overline{A}) \cdot P(B) + P(A) \cdot P(\overline{B}) \\ &= 0,39 \cdot 0,7 + 0,61 \cdot 0,3 \approx 0,46. \end{aligned}$$

Câu 5:

Đáp số: 4,74

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) ($x \in \mathbb{R}^+$) trong chuyến xe đó. Khi đó:

$$f(x) = \frac{1}{2}x(40 - x)^2, \text{ với } 0 < x \leq 16.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = \frac{1}{2}[(40 - x)^2 - 2x(40 - x)] = \frac{1}{2}(40 - x)(40 - 3x)$$

Với $0 < x \leq 16$ thì $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40}{3}$. Mà $13 < \frac{40}{3} < 14$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

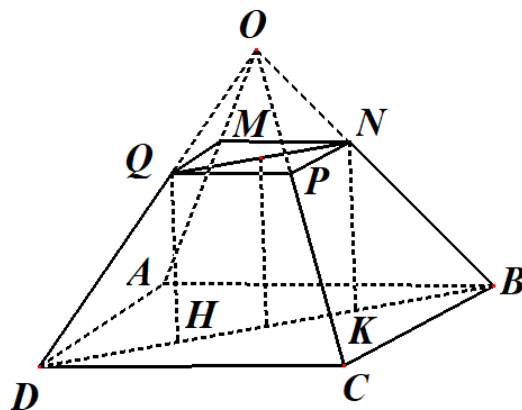
x	0	13	$\frac{40}{3}$	14	16
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	0	4738,5	$f\left(\frac{40}{3}\right)$	4732	4608

Với $f(13) = 4738,5$, $f(14) = 4732$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max_{(0;16]} f(x) = 4738,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 4,74 triệu đồng từ một chuyến chở khách.

Câu 6.

Đáp số: 142

Giả sử đáy dưới và đáy trên của tháp lần lượt có dạng hình vuông ABCD và MNPQ có cạnh lần lượt 6 m và 4 m như hình bên.



Gọi O là giao điểm của các đường thẳng chứa cạnh bên của hình chóp cắt đều. Ta có: BD và NQ lần lượt là giao tuyến của mặt phẳng (OBD) với hai mặt phẳng chứa đáy nên $BD \parallel NQ$.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của Q, N trên BD khi đó $HK = QN = 4\sqrt{2}$ (m).

Vì tứ giác $BNQD$ là hình thang cân nên $DH = BK = \frac{BD - HK}{2} = \sqrt{2}$ (m).

Đường cao của khối chóp cắt đều là $QH = \sqrt{14}$ (m). Diện tích của hai đáy lần lượt bằng 36 m^2 và 16 m^2 . Thể tích của khối chóp cắt đều bằng:

$$V = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{14} \cdot (36 + \sqrt{36 \cdot 16} + 16) = \frac{76\sqrt{14}}{3} \text{ (m}^3\text{)}.$$

Vậy số tiền để mua bê tông tươi làm chân tháp là:

$$\frac{76\sqrt{14}}{3} \cdot 1\,500\,000 \approx 142\,182\,980 \text{ (đồng)} \approx 142 \text{ (triệu đồng)}$$

-----HẾT-----

<p>BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA</p> <p>ĐỀ 3</p>	<p>ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025</p> <p>MÔN: TOÁN</p> <p><i>Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề</i></p>
--	--

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$ B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $e^x + 1 + C$

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$ B. $S = \int_0^2 e^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ D. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

Câu 3: Người ta ghi lại tiền lãi của một số nhà đầu tư, khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B .
 B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B .
 C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B .
 D. Không so sánh được.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

- A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$
 C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$ D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$		+	-	0	+
$f(x)$		2	$+\infty$	0	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.
 B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
 C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
 D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

Câu 6: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$?

- A. $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

Câu 7: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;0;2)$, $B(1;0;0)$ và $C(0;3;0)$ có phương trình là

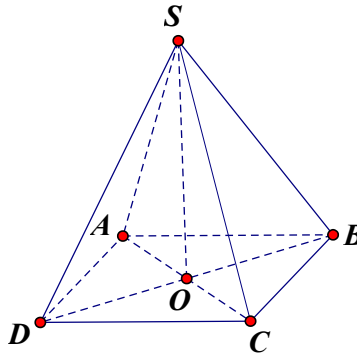
- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$. B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$. C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$. D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
 D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$.

Từ và suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 1$ là

- A. 0 . B. 3 . C. 1 . D. 2 .

Câu 10: Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_5 = \frac{5}{4}$. B. $S_5 = \frac{4}{5}$. C. $S_5 = -\frac{5}{4}$. D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

- A. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
C. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'		-	-
$y = f(x)$	2	$+\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = e^x + x$.

- a) Tính $f(0) = 1$ và $f(\ln 2) = 2 + \ln 2$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x + 1$.
c) Nghiệm của phương trình $f''(x) = 0$ trên đoạn $[0; 1]$ là 2 .
d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \ln 2]$ là $2 + \ln 2$.

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước nên ô tô A đạp phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 16 - 4t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Ô tô A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0 .

b) Ô tô A dừng lại tại thời điểm $t = 5$.

c) Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là $s = \int_0^5 v(t) dt$.

d) Để hai ô tô A và B khi dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải đạp phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là 30 mét.

Câu 3: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra có đánh số”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ”.

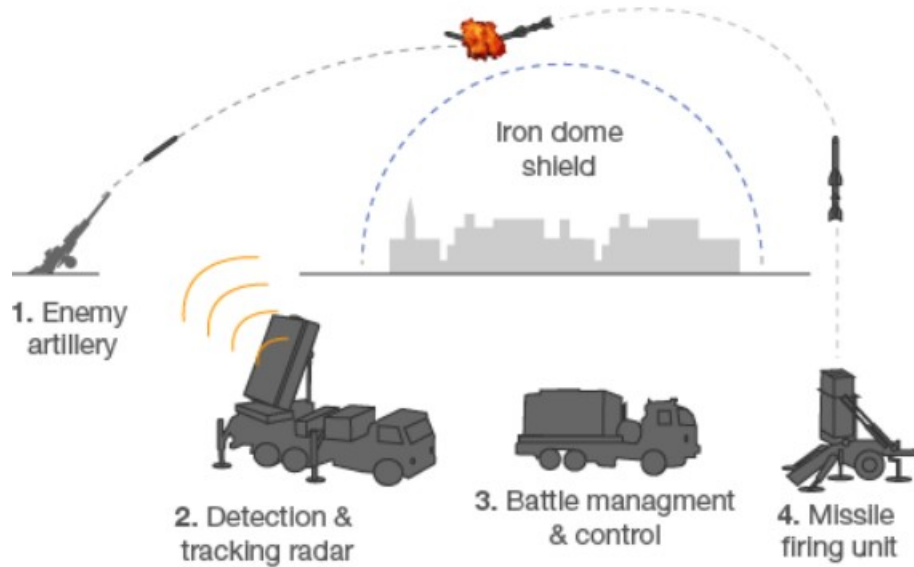
a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) $P(B) = \frac{3}{5}$

c) Xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là $P(A | B)$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A) = \frac{7}{16}$.

Câu 4: Hệ thống phòng không “Vòm sắt” là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để “Vòm sắt” hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vector chỉ phương là $\vec{u} = (-91;-75;0)$.



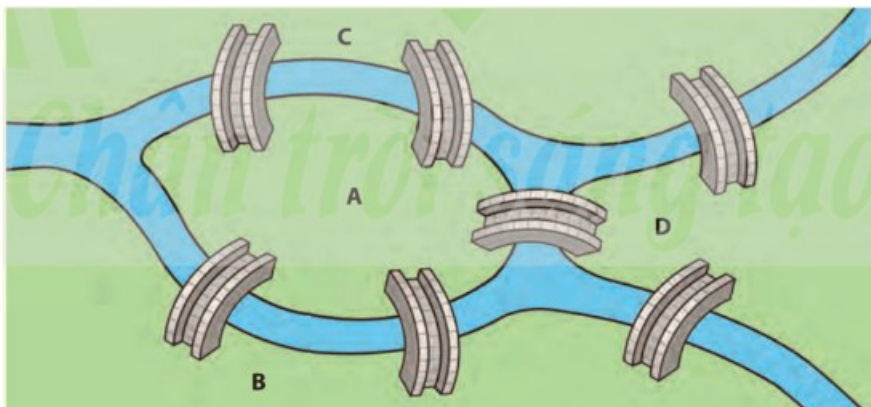
Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 417$
- b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên
- c) Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là $B(415; -40; -8)$
- d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là $\approx 190 \text{ km}$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

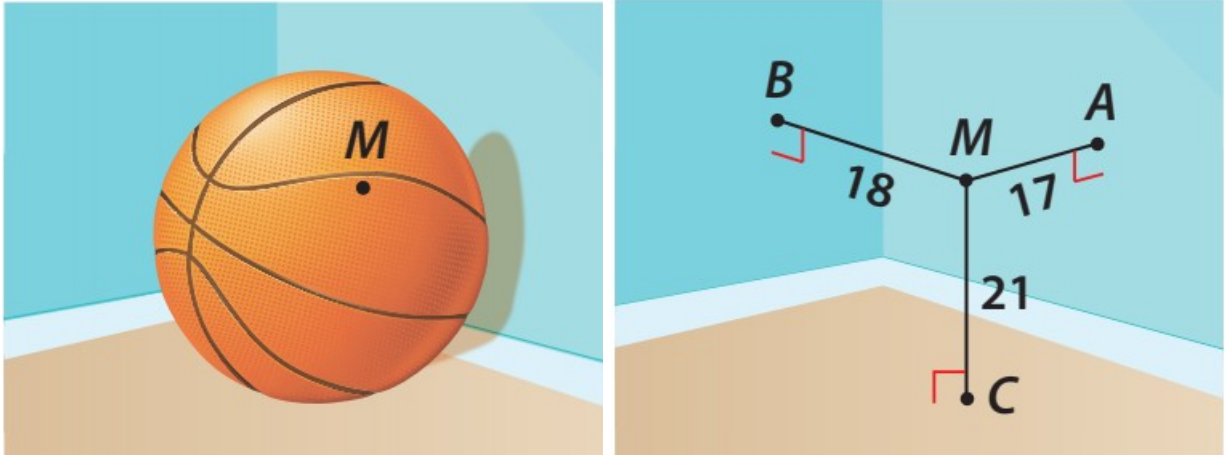
Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$, $AA' = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'

Câu 2: Thành phố Königsberg thuộc Phổ có bảy cây cầu nối bốn vùng đất được chia bởi các nhánh sông Pregel như hình dưới.

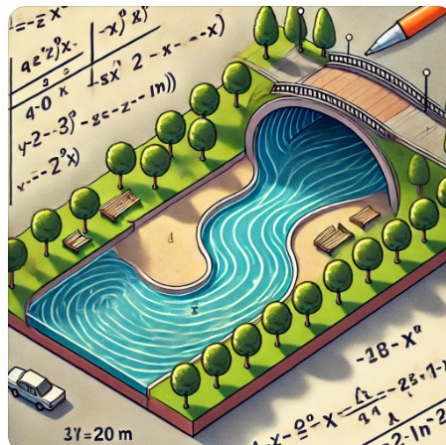


Vào mỗi sáng Chủ nhật, người dân thành phố thường đi dạo qua các cây cầu. Họ tự hỏi không biết có thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát. Theo em, có bao nhiêu cách như vậy?

Câu 3: Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm M trên quả bóng với khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm , 18 cm , 21 cm . Bán kính quả bóng bằng bao nhiêu biết loại bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm trong khoảng từ 23 cm đến $24,5\text{ cm}$

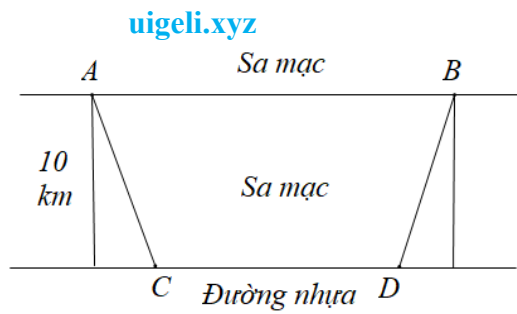


Câu 4: Ông Hùng muốn xây dựng một công viên hình chữ nhật với chiều dài 50m và chiều rộng 20m. Trong công viên, có một con sông uốn lượn dọc theo phương trình $y = \sin \frac{x}{10} + 1$, $x \in [0, 5\pi]$. Con sông chia công viên thành hai phần không bằng nhau.



Tính diện tích phần còn lại của công viên không bị con sông chiếm chỗ (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Câu 5: Một nhà địa chất học đang ở tại điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một đoạn là $70km$. Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là $30km/h$. Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn $10km$. Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc $50km/h$. Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Câu 6: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b .

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb , Bb tương đương là 40% và 60% . Tính xác suất để cây con có kiểu gene bb .

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$ B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $e^x + 1 + C$

Lời giải

Chọn B

Câu 2: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \pi \int_0^2 e^{2x} dx$ B. $S = \int_0^2 e^x dx$ C. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$ D. $S = \pi \int_0^2 e^x dx$

Lời giải

Chọn B

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$ là: $S = \int_0^2 e^x dx$.

Câu 3: Người ta ghi lại tiền lãi của một số nhà đầu tư, khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn.

Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B .
 B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B .
 C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B .
 D. Không so sánh được.

Lời giải

Chọn C

Lĩnh vực A

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Lĩnh vực B

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Giá trị trung bình của hai lĩnh vực A và B là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{25} \cdot (2 \cdot 7,5 + 5 \cdot 12,5 + 8 \cdot 17,5 + 6 \cdot 22,5 + 4 \cdot 27,5) = 18,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{25} \cdot (8 \cdot 7,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5) = 16,9$$

Về độ trung bình đầu tư vào lĩnh vực A lãi hơn lĩnh vực B.

Độ lệch chuẩn của hai lĩnh vực A và B là

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (2 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 12,5^2 + 8 \cdot 17,5^2 + 6 \cdot 22,5^2 + 4 \cdot 27,5^2) - 18,5^2} = 5,8$$

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (8 \cdot 7,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 17,5^2 + 5 \cdot 22,5^2 + 6 \cdot 27,5^2) - 16,9^2} = 8,04$$

Như vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thu tiền được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn lĩnh vực A nên đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; 2)$, $B(2; -1; 3)$. Viết phương trình đường thẳng AB .

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$

B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$

C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{2}$

D. $\frac{x+1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+2}{1}$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 1)$.

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1; 1; 2)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{AB} = (1; -2; 1)$ làm vectơ chỉ phương. Vậy

phương trình của AB là $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		- 0 +	
$f(x)$	$-\infty$	2	$+\infty$	0

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- D. Hàm số không có đạo hàm tại $x = -1$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$.

Câu 6: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\log(x^2 + 3x) - 1}$?

- A. $(-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$
- B. $(2; +\infty)$
- C. $(1; +\infty)$
- D. $(-\infty; -5) \cup (5; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\log(x^2 + 3x) \geq 1 \Rightarrow x^2 + 3x - 10 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -5 \\ x \geq 2 \end{cases}$

Vậy $D = (-\infty; -5] \cup [2; +\infty)$

Câu 7: Mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0; 0; 2)$, $B(1; 0; 0)$ và $C(0; 3; 0)$ có phương trình là

- A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$
- B. $\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = -1$
- C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 1$
- D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = -1$

Lời giải

Chọn A

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có phương trình mặt phẳng là

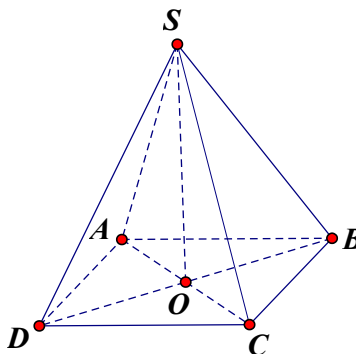
$$\frac{x}{1} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi, $SA = SC$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Mặt phẳng (SBD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- B. Mặt phẳng (SBC) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- C. Mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.
- D. Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $O = AC \cap BD$.

Tứ giác $ABCD$ là hình thoi nên $AC \perp BD$.

Mặt khác tam giác SAC cân tại S nên $SO \perp AC$.

Từ và suy ra $AC \perp (SBD)$ nên $(SBD) \perp (ABCD)$.

Câu 9: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x} = 1$ là

- A. 0.
- B. 3.
- C. 1.
- D. 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $2^{x^2-x} = 1 \Leftrightarrow 2^{x^2-x} = 2^0 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm.

Câu 10: Cho dãy số (u_n) có: $u_1 = \frac{1}{4}; d = -\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $S_5 = \frac{5}{4}$.
- B. $S_5 = \frac{4}{5}$.
- C. $S_5 = -\frac{5}{4}$.
- D. $S_5 = -\frac{4}{5}$.

Chọn C

Sử dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên: $S_n = \frac{n[2u_1 + (n-1)d]}{2}$

Tính được: $S_5 = -\frac{5}{4}$.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

A. $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

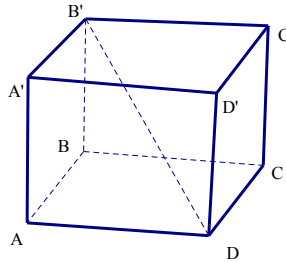
C. $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$



Câu 12: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-	$\parallel$	-
$y = f(x)$	2	$\begin{matrix} +\infty \\ -\infty \end{matrix}$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = e^x + x$.

- a) Tính $f(0) = 1$ và $f(\ln 2) = 2 + \ln 2$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x + 1$.
- c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0; 1]$ là 2.
- d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \ln 2]$ là $2 + \ln 2$.

Lời giải

a) **Đúng.** Tính $f(0)$ và $f(\ln 2)$:

$$f(0) = e^0 + 0 = 1$$

$$f(\ln 2) = e^{\ln 2} + \ln 2 = 2 + \ln 2$$

b) **Đúng.** Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = e^x + 1$.

c) **Sai.** Vì $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên phương trình $f'(x) = 0$ vô nghiệm trên $[0; 1]$

d) **Đúng.**

$$f(0) = 1$$

$$B'D' \perp BB'$$

Vì hàm số $f(x) = e^x + x$ là một hàm đồng biến nên giá trị lớn nhất của hàm số sẽ đạt tại $x = \ln 2$.

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \ln 2]$ là $2 + \ln 2$.

Câu 2: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu $1m$. Ô tô A đang chạy với vận tốc $16m/s$ bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ phía trước nên ô tô A đạp phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 16 - 4t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ thời điểm ô tô A bắt đầu đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Ô tô A sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0 .

b) Ô tô A dừng lại tại thời điểm $t = 5$.

c) Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là $s = \int_0^5 v(t) dt$.

d) Để hai ô tô A và B khi dừng lại đạt khoảng cách an toàn thì ô tô A phải đạp phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là 30 mét.

Lời giải

a) **Đúng.** Xe đang lưu thông sẽ dừng lại khi vận tốc bằng 0 suy ra mệnh đề **đúng**.

b) **Sai.** Ô tô A dừng lại $\Leftrightarrow v = 0 \Leftrightarrow 16 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 4$ suy ra mệnh đề **sai**.

c) **Sai.** Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^4 v(t) dt$$

suy ra mệnh đề **sai**

d) **Sai.** Quãng đường ô tô A đi được kể từ thời điểm bắt đầu hãm phanh đến lúc dừng lại là

$$s = \int_0^4 v(t) dt = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32(m)$$

Do đó ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng tối thiểu là $32 + 1 = 33m$ suy ra mệnh đề **sai**.

Câu 3: Một chiếc hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng; các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ngẫu nhiên một viên bi trong hộp. Gọi A là biến cố “Viên bi được lấy ra có đánh số”, B là biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ”.

a) Số viên bi màu đỏ có đánh số là 30.

b) $P(B) = \frac{3}{5}$

c) Xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là $P(A | B)$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A) = \frac{7}{16}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Số viên bi màu đỏ có đánh số là $60\%.50 = 30$. Suy ra **a đúng**.

b) **Sai.** Xác suất để lấy được viên bi màu đỏ là $P(B) = \frac{50}{80} = \frac{5}{8}$. Suy ra **b Sai**.

c) **Đúng.** Biến cố “Viên bi được lấy ra có màu đỏ và đánh số” là biến cố A với điều kiện B . Vậy xác suất để lấy ra được viên bi màu đỏ có đánh số là $P(A | B)$. Suy ra **c đúng**.

d) **Sai.** Xác suất để lấy ra viên bi được lấy ra có đánh số là $P(A)$. Ta tính $P(A)$ theo công thức:

$$P(A) = P(B).P(A | B) + P(\bar{B}).P(A | \bar{B})$$

Ta có: $P(B) = \frac{5}{8}$; $P(A | B) = 60\%$;

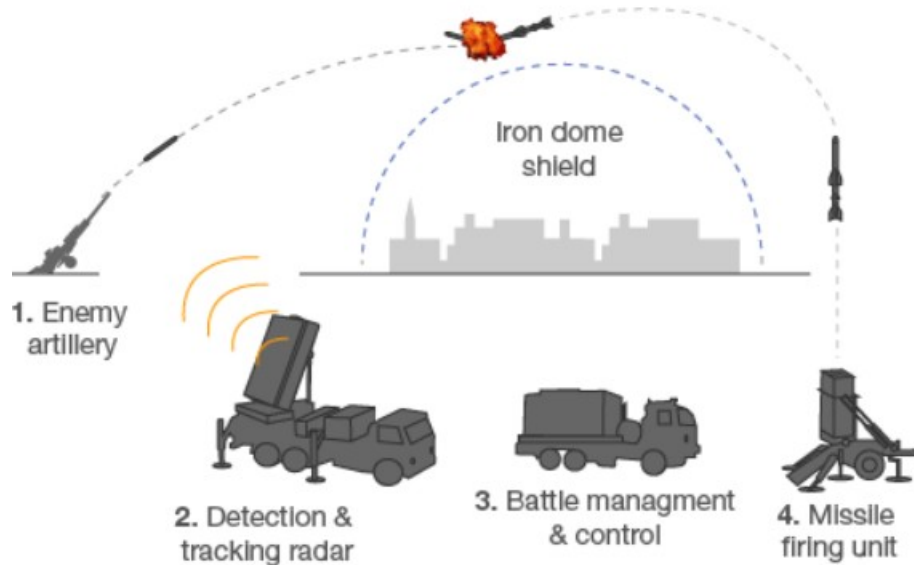
$\bar{B}$ là biến cố lấy được viên bi vàng nên $P(\bar{B}) = \frac{30}{80} = \frac{3}{8}$.

$A | \bar{B}$ là biến cố lấy được viên bi màu vàng có đánh số nên $P(A | \bar{B}) = 100\% - 50\% = 50\%$.

Vậy
$$P(A) = P(B).P(A | B) + P(\bar{B}).P(A | \bar{B}) = \frac{5}{8}.60\% + \frac{3}{8}.50\% = \frac{9}{16}$$

Vậy **d sai**.

Câu 4: Hệ thống phòng không “Vòm sắt” là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để “Vòm sắt” hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417 km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ một hệ thống “Vòm sắt” đang ở vị trí $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-91; -75; 0)$.



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

- a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2 + y^2 + z^2 = 417$
- b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên
- c) Giả sử hệ thống “Vòm sắt” gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là $B(415; -40; -8)$
- d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống “Vòm sắt” đến quả tên lửa là $\approx 190 \text{ km}$

Lời giải

a) Phương trình mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R = 417$ là $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$ (*) Suy ra mệnh đề **sai**

b) Thay tọa độ $A(688;185;-8)$ vào VP của (*) ta được $688^2 + 185^2 + (-8)^2 = 507633 > 417^2$ suy ra điểm $A(688;185;-8)$ nằm ngoài mặt cầu. Suy ra mệnh đề **sai**

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường thẳng có phương trình $d: \begin{cases} x = 688 - 91t \\ y = 185 - 75t \\ z = -8 \end{cases}$. Giả sử điểm $B(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$ là điểm đầu tiên trên màn hình radar phát hiện ra quả tên lửa khi đó điểm B nằm trên mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 417^2$.

$$(688 - 91t)^2 + (185 - 75t)^2 + (-8)^2 = 417^2$$

$$\Leftrightarrow 13906t^2 - 152966t + 333744 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} t = 8 \\ t = 3 \end{cases}$$

Với $t = 8$ suy ra $B(-40; -415; -8)$, khi đó $\overrightarrow{AB} = (-728; -600; 0)$ suy ra $|\overrightarrow{AB}| \approx 943,39$

Với $t = 3$ suy ra $B(415; -40; -8)$, khi đó $\overrightarrow{AB} = (-273; -225; 0)$ suy ra $|\overrightarrow{AB}| \approx 353,77$

Rõ ràng $353,77 < 943,39$ do đó vị cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên Radar là $B(-40; -415; -8)$ suy ra mệnh đề **sai**

d) Gọi $H(688 - 91t; 185 - 75t; -8)$ là vị trí hệ thống “Vòm sắt” gần quả tên lửa. Khi đó để OH nhỏ nhất khi và chỉ khi

$$\overrightarrow{OH} \perp \vec{u} = (-91; -75; 0)$$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OH} \cdot \vec{u} = 0$$

$$\Leftrightarrow (688 - 91t) \cdot (-91) + (185 - 75t) \cdot (-75) = 0$$

$$\Leftrightarrow 13906t - 76483 = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{11}{2}$$

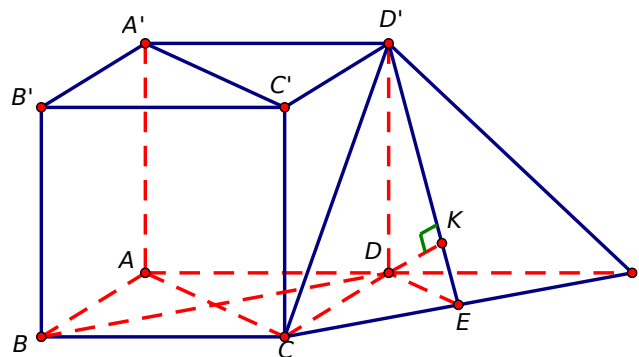
Suy ra $H\left(\frac{375}{2}; -\frac{455}{2}; -8\right)$, $|\overrightarrow{OH}| = \sqrt{\left(\frac{375}{2}\right)^2 + \left(-\frac{455}{2}\right)^2 + (-8)^2} \approx 295$ suy ra mệnh đề **sai**

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{2}$, $AA' = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'

Lời giải

Trả lời: 0,89



Gọi I là điểm đối xứng của A qua D , suy ra $BCID$ là hình bình hành nên $BD \parallel CI$.

Do đó $d[BD, CD'] = d[BD, (CD'I)] = d[D, (CD'I)]$.

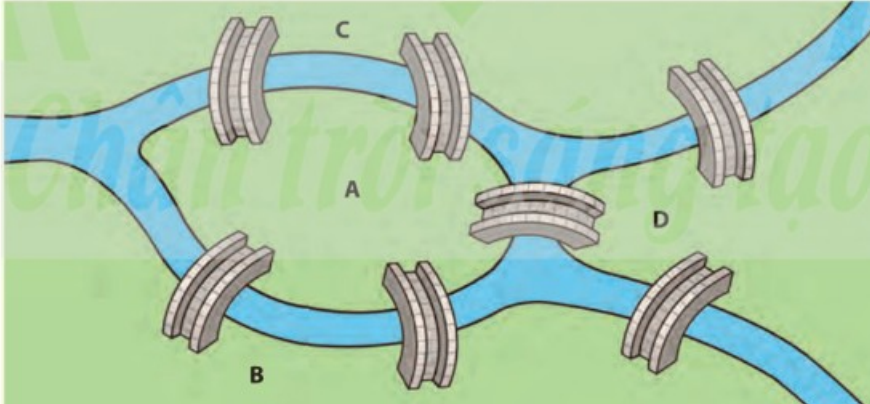
Kẻ $DE \perp CI$ tại E , kẻ $DK \perp D'E$. Khi đó $d[D, (CD'I)] = DK$.

Xét tam giác IAC , ta có $DE \parallel AC$ và có D là trung điểm của AI nên suy ra DE là đường trung

bình của tam giác. Suy ra $DE = \frac{1}{2} AC = 1.$

Tam giác vuông $D'DE$, có $DK = \frac{D'D.DE}{\sqrt{D'D^2 + DE^2}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \approx 0,89.$

Câu 2: Thành phố Königsberg thuộc Phổ có bảy cây cầu nối bốn vùng đất được chia bởi các nhánh sông Pregel như hình dưới.

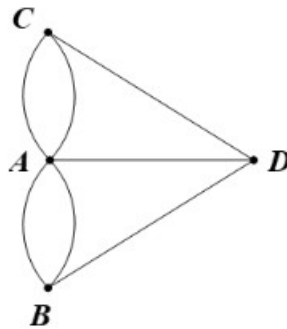


Vào mỗi sáng Chủ nhật, người dân thành phố thường đi dạo qua các cây cầu. Họ tự hỏi không biết có thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát. Theo em, có bao nhiêu cách như vậy?

Lời giải

Trả lời: 0

Biểu thị mỗi vùng đất bằng một đỉnh, mỗi cây cầu bằng một cạnh nối hai đỉnh, ta được đồ thị như hình vẽ.



Ta thấy $d(A) = 5; d(B) = d(C) = d(D) = 3$.

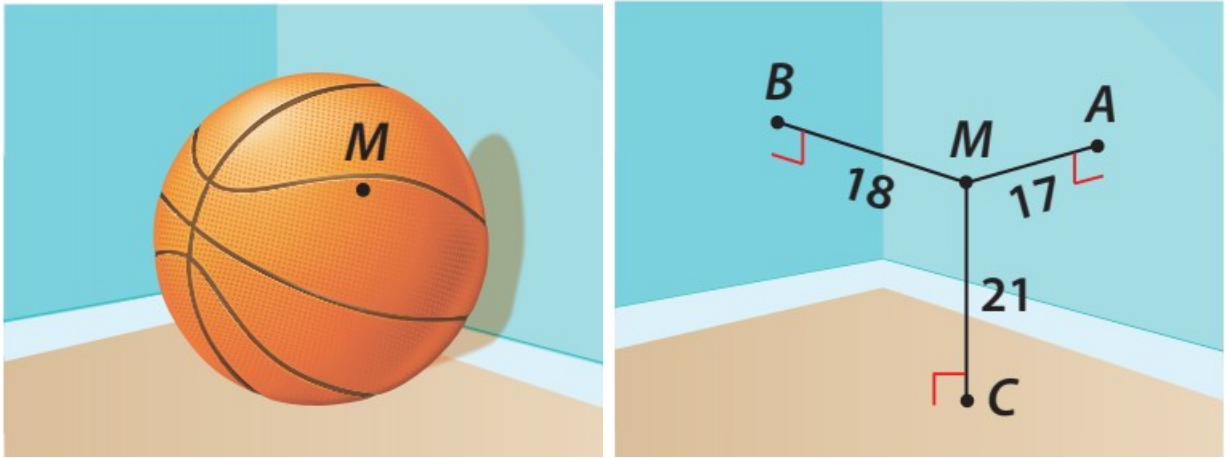
Suy ra tất cả các đỉnh của đồ thị trên đều có bậc lẻ.

Do đó đồ thị không có chu trình Euler.

Nói cách khác, không thể bắt đầu từ một điểm nào đó trong thành phố, đi qua khắp các cây cầu, mỗi cầu chỉ đi qua một lần, rồi quay về điểm xuất phát.

Câu 3: Bạn Bình đổ bạn Nam tìm được đường kính của quả bóng rổ, biết rằng nếu đặt quả bóng ở một góc căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó

thì có một điểm M trên quả bóng với khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm , 18 cm , 21 cm . Bán kính quả bóng bằng bao nhiêu biết loại bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm trong khoảng từ 23 cm đến $24,5\text{ cm}$



Lời giải

Trả lời: 12 cm

Chọn hệ trục tọa độ sao cho gốc tọa độ trùng với góc tường, các tia Ox , Oy , Oz hướng theo các đường giao giữa các bức tường và nền nhà.

Gọi tâm mặt cầu là $I(a; b; c)$, khi đó a, b, c là các số dương.

Do quả bóng tiếp xúc với các bức tường và nền nhà nên $a = b = c = R$.

Phương trình mặt cầu là $(x - R)^2 + (y - R)^2 + (z - R)^2 = R^2$

Trên quả bóng có điểm M mà khoảng cách đến hai bức tường và nền nhà lần lượt là 17 cm , 18 cm , 21 cm nên $M(17; 18; 21)$ thuộc mặt cầu.

Do đó ta có:

$$(17 - R)^2 + (18 - R)^2 + (21 - R)^2 = R^2 \Leftrightarrow 2R^2 - 112R + 1054 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} R = 28 - \sqrt{257} \\ R = 28 + \sqrt{257} \end{cases}$$

Do quả bóng tiêu chuẩn có đường kính nằm $(23\text{ cm}; 24,5\text{ cm})$ nên $R = 28 - \sqrt{257} \approx 12\text{ cm}$.

Câu 4: Ông Hùng muốn xây dựng một công viên hình chữ nhật với chiều dài 50 m và chiều rộng 20 m . Trong

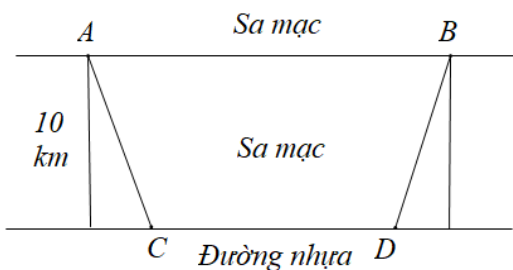
công viên, có một con sông uốn lượn dọc theo phương trình $y = \sin \frac{x}{10} + 1$, $x \in [0, 5\pi]$. Con sông chia công viên thành hai phần không bằng nhau (xem hình ảnh minh họa).

Lời giải

$$S_{\text{sing}} = \int_0^{5\pi} \left(\sin \frac{x}{10} + 1 \right) dx \approx 25,7 m^2$$

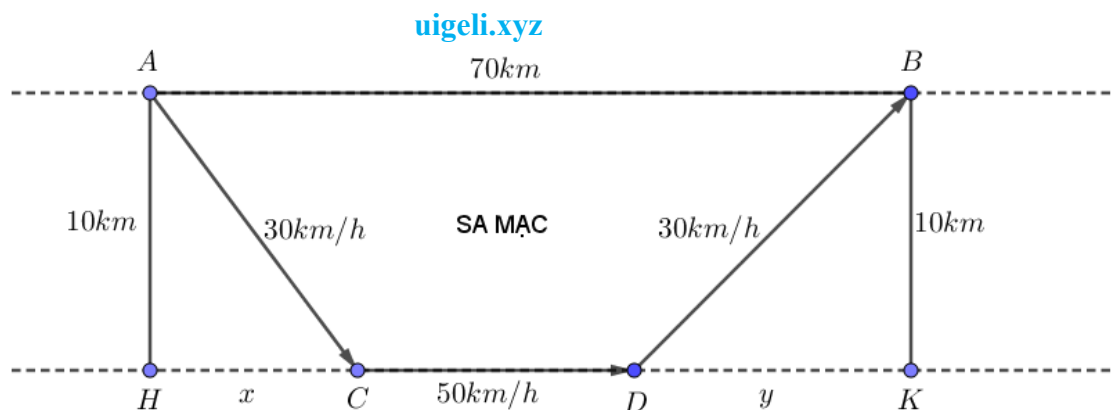
Diện tích toàn bộ công viên: $S_{cv} = 50.20 = 1000m^2$

Câu 5: Một nhà địa chất học đang ở tại điểm A trên sa mạc. Anh ta muốn đến điểm B và cách A một đoạn là $70km$. Trong sa mạc thì xe anh ta chỉ có thể di chuyển với vận tốc là $30km/h$. Nhà địa chất phải đến được điểm B sau 2 giờ. Vì vậy, nếu anh ta đi từ A đến B sẽ không thể đến đúng giờ được. May mắn thay, có một con đường nhựa song song với đường nối A và B và cách AB một đoạn $10km$. Trên đường nhựa đó thì xe nhà địa chất này có thể di chuyển với vận tốc $50km/h$. Thời gian ngắn nhất để nhà địa chất di chuyển từ A đến B là bao nhiêu phút?



Lời giải

Trang 47



Đặt $HC = x$; $KD = y$, ($x, y > 0$; $x + y < 70$)

Quãng đường đi trên sa mạc là: $AC + BD = \sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2}$ (km).

Thời gian đi trên sa mạc là: $t_{AC} + t_{BD} = \frac{\sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2}}{30}$ (h).

Quãng đường đi trên đường nhựa: $CD = 70 - (x + y)$ (km).

Thời gian đi trên đường nhựa là: $t_{CD} = \frac{70 - (x + y)}{50}$ (h).

Tổng thời gian đi từ A đến B là:

$$T = t_{AC} + t_{CD} + t_{DB} = \frac{\sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2}}{30} + \frac{70 - (x + y)}{50} \text{ (h)}$$

Ta có: $\sqrt{100 + x^2} + \sqrt{100 + y^2} \geq \sqrt{(10 + 10)^2 + (x + y)^2} = \sqrt{400 + (x + y)^2}$ nên

$$T \geq \frac{\sqrt{400 + (x + y)^2}}{30} + \frac{70 - (x + y)}{50} \text{ . Đặt } t = x + y, (0 < t \leq 70)$$

Khi đó ta có: $T \geq \frac{\sqrt{400 + t^2}}{30} + \frac{70 - t}{50}$ với $0 < t \leq 70$.

Khảo sát hàm $f(t) = \frac{\sqrt{400 + t^2}}{30} + \frac{70 - t}{50}$, $\forall t \in (0; 70]$ ta có: $\min_{(0; 70]} f(t) = \frac{58}{30}$, đạt được tại $t = 15$.

Vậy thời gian đi quãng đường AB ngắn nhất là $\frac{58}{30}$ (h) = 116 phút.

Câu 6: Hình dạng hạt của đậu Hà Lan có hai kiểu hình: hạt trơn và hạt nhăn, có hai gene ứng với hai kiểu hình này là gene trội B và gene lặn b .

Khi cho lai hai cây đậu Hà Lan, cây con lấy ngẫu nhiên một cách độc lập một gene từ cây bố và một gene từ cây mẹ để hình thành một cặp gene. Giả sử cây bố và cây mẹ được chọn ngẫu nhiên từ một

quần thể các cây đậu Hà Lan, ở đó tỉ lệ cây mang kiểu gene bb, Bb tương đương là 40% và 60%.
 Tính xác suất để cây con có kiểu gene bb

Lời giải

Trả lời: 0,49

Gọi A là biến cố: "Cây bố có kiểu gen bb"; M là biến cố: "Cây con lấy gene b từ cây bố"; N là biến cố: "Cây con lấy gene b từ cây mẹ"; E là biến cố: "Cây con có kiểu gene bb". Theo giả thuyết hai biến cố M và N là độc lập nên $P(E) = P(M) \cdot P(N)$.

Tính $P(M)$:

Ta áp dụng công thức xác suất toàn phần $P(M) = P(A) \cdot P(M|A) + P(\bar{A}) \cdot P(M|\bar{A})$,

Trong đó $P(A) = 0,4; P(\bar{A}) = 0,6; P(M|A) = 1; P(M|\bar{A}) = \frac{1}{2}$.

Suy ra $P(M) = 0,4 \cdot 1 + 0,6 \cdot \frac{1}{2} = 0,7$.

Tương tự ta tính được $P(N) = 0,7$. Vậy $P(E) = P(M) \cdot P(N) = 0,7 \cdot 0,7 = 0,49$.

**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 4**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Câu 3: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 3,39. B. 11,62. C. 0,13. D. 0,36.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; 2; 3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

- A. $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$ B. $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$ D. $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

- A. $x = -2$. B. $y = 3$. C. $x = -1$. D. $y = 2$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$.

- A. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty \right)$ B. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2} \right]$ C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2} \right]$ D. $D = \left(0; \frac{3}{2} \right]$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $y+1=0$. B. $y-2=0$. C. $y+2=0$. D. $x+z-1=0$.

Lời giải

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. B. $(SAC) \perp (SAB)$. C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -2. D. -1.

Câu 10: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 1$. B. $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{SA} + \vec{SC} = \vec{SB} + \vec{SD}$. B. $\vec{SA} + \vec{SB} = \vec{SC} + \vec{SD}$.

C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$.

D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
y'		$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	$+\infty$	4	$+\infty$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-1; 1)$.

B. $(0; 1)$.

C. $(4; +\infty)$.

D. $(-\infty; 2)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) $v_B(t) = at$

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 (m/s)

- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.
- Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.
 - Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .
 - Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.
 - Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

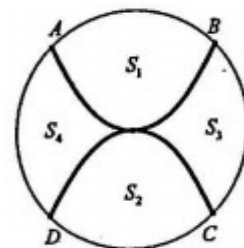
- Câu 4:** Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 . Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .
- Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.
 - Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.
 - Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.
 - Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

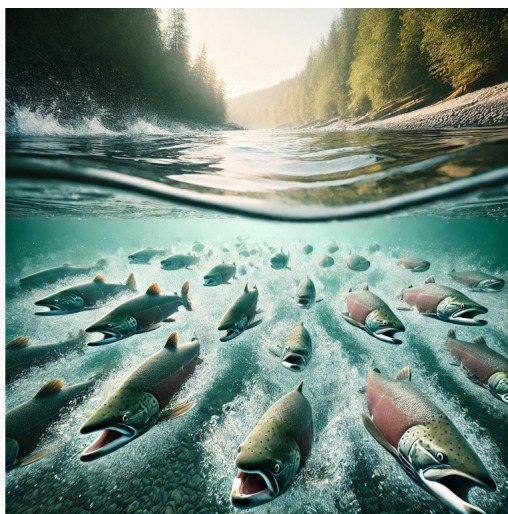
- Câu 1:** Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M là trung điểm cạnh AA_1 . Biết góc giữa hai đường thẳng CM và A_1B là 45° . Tính khoảng cách giữa đường thẳng CM và A_1B . (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 2:** Có ba lớp học sinh $10A, 10B, 10C$ gồm 128 em cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi em lớp $10A$ trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi em lớp $10B$ trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi em lớp $10C$ trồng được 6 cây bạch đàn. Cả ba lớp trồng được là 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Hỏi lớp $10C$ có bao nhiêu học sinh?
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21, 35, 50)$, biết bán kính phủ sóng của ngọn đèn là $4km$. Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21, 35, 50)$ đến vị trí $A(5121; 658; 0)$. Tìm cao độ của vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.



Câu 4: Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m², kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m². Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Đơn vị tính nghìn đồng) chục nghìn).



Câu 5: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v km/h$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tính vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Câu 6: Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất $0,9$, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất $0,5$. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$.

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là:

$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$

Câu 3: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,13.

D. 0,36.

Lời giải

Chọn C

+ Cỡ mẫu: $n = 20$.

Quãng đường	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{2,85.3 + 3,15.6 + 3,45.5 + 3,75.4 + 4,05.2}{20} = 3,39$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (2,85^2.3 + 3,15^2.6 + 3,45^2.5 + 3,75^2.4 + 4,05^2.2) - 3,39^2 \approx 0,13$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy . Vector nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2 ?

A. $\vec{u}_2 = (1; 2; 0)$

B. $\vec{u}_3 = (1; 0; 0)$

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 0)$

D. $\vec{u}_1 = (0; 2; 0)$

Lời giải

Chọn C

M_1 là hình chiếu của M lên trục $Ox \Rightarrow M_1(1; 0; 0)$.

M_2 là hình chiếu của M lên trục $Oy \Rightarrow M_2(0; 2; 0)$.

Khi đó: $\overrightarrow{M_1M_2} = (-1; 2; 0)$ là một vectơ chỉ phương của M_1M_2 .

Câu 5: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là:

A. $x = -2$.

B. $y = 3$.

C. $x = -1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{2x+1}{x+2} \right) = 1 + 2 = 3$ nên đồ thị hàm số có TCN: $y = 3$.

Câu 6: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$.

A. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty \right)$.

B. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2} \right]$.

C. $D = \left(-\infty; \frac{3}{2} \right]$.

D. $D = \left(0; \frac{3}{2} \right]$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$ xác định khi và chỉ khi $16 - 2^{2x+1} \geq 0 \Leftrightarrow 2x+1 \leq 4 \Leftrightarrow x \leq \frac{3}{2}$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \left(-\infty; \frac{3}{2} \right]$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là:

- A. $y+1=0$. B. $y-2=0$. **C. $y+2=0$.** D. $x+z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu có tâm $I(1; -2; 0)$.

Mặt phẳng song song mặt phẳng (Oxz) nên có dạng $y+D=0$, qua $I(1; -2; 0)$ nên $D=2$.

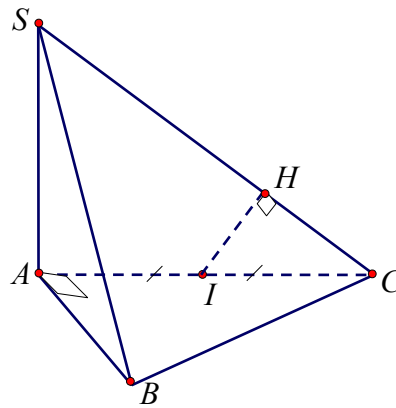
Vậy mặt phẳng cần tìm là $y+2=0$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , cạnh bên SA vuông góc với (ABC) . Gọi I là trung điểm cạnh AC , H là hình chiếu của I trên SC . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $(SBC) \perp (IHB)$. **B. $(SAC) \perp (SAB)$.** C. $(SAC) \perp (SBC)$. D. $(SBC) \perp (SAB)$.

Lời giải

Chọn B



Vì $AB \perp (SAC)$ nên $(SAC) \perp (SAB)$.

Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

- A. 2. B. 3. **C. -2.** D. -1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3^{x^2+x} = 9 \Leftrightarrow x^2+x=2 \Leftrightarrow x^2+x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-2 \end{cases}$.

Khi đó tích các nghiệm của phương trình là $1 \cdot (-2) = -2$.

Câu 10: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

- A. $S = 1$. **B.** $S = \frac{2}{3}$. C. $S = \frac{3}{2}$. D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn B

Theo công thức tính tổng cấp số nhân lùi vô hạn ta có:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$. B. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}$.
C. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$. D. $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{SD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} + (\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}) = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{VP}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$+\infty$	$\nearrow$	$+\infty$
			$-\infty$		4		

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

- A. $(-1; 1)$. **B.** $(0; 1)$. C. $(4; +\infty)$. D. $(-\infty; 2)$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trong khoảng $(0; 1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Lời giải

a) Đúng.

b) Đúng vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$.

c) Đúng.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{(x^2 + 4)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1		4	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	0				$\frac{1}{4}$	
			-1			0

Từ bảng biến thiên suy ra $x = 4$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

d) Sai.

Từ kết quả câu b) và c) ta suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-1; \frac{1}{4}\right] \Rightarrow 3a + 4b = -3 + 1 = -2$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) $v_B(t) = at$

b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$

c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25(m/s)$

Lời giải

a) **Đúng**

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Vậy a) đúng

b) **Đúng**

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}$$

Vậy b) đúng

c) **Sai**

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$$

Vậy c) sai

d) **Đúng**

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25(m/s)$.

Vậy d) đúng

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

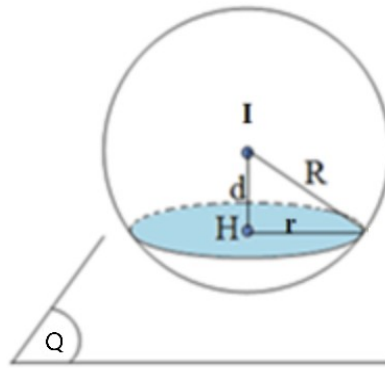
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Lời giải



a) Sai. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ có $a = 3; b = -2; c = 1$ nên có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2 - 5} = 3$.

b) Sai. Vì $OI = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{14} > 3$ nên $O(0; 0; 0)$ nằm ngoài mặt cầu (S) .

c) Sai. (Q) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên $r = 2$.

$$\text{Ta có } R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}.$$

Vậy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là $\sqrt{5}$.

d) Đúng. Gọi $\vec{n} = (a; b; c)$ ($\vec{n} \neq \vec{0}$) là vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Vì phẳng (Q) chứa trục Ox nên (Q) có một vector chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

$$\text{Ta có } \vec{n} \perp \vec{i} \Leftrightarrow a \cdot 1 + b \cdot 0 + c \cdot 0 = 0 \Leftrightarrow a = 0.$$

Mặt phẳng (Q) đi qua O và nhận vector $\vec{n} = (0; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình: $by + cz = 0$

$$\text{Vì } d(I, (Q)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|b \cdot (-2) + c \cdot 1|}{\sqrt{0^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-2b + c| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow 4b^2 - 4bc + c^2 = 5(b^2 + c^2)$$

$$\Leftrightarrow (b + 2c)^2 = 0 \Leftrightarrow b + 2c = 0.$$

Chọn $c = -1 \Rightarrow b = 2$. Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 .

Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.

c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba

lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$

Lời giải

Gọi biến cố A là: “Có mưa vào thứ hai”.

B là: “Có mưa vào thứ ba”.

Từ giả thiết có $P(A) = x^2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - x^2$

$$P(B|A) = \frac{1}{4}x \quad \text{và} \quad P(B|\bar{A}) = x$$

a) Xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $P(A).P(B|A) = x^2 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{x^3}{4}$ suy ra mệnh đề **sai**.

b) Để khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% thì

$$\frac{x^3}{4} = 25\% \Leftrightarrow x = 1 \quad \text{suy ra mệnh đề **sai** .}$$

c) Xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là

$$P(B) = P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A})$$

$$= x^2 \cdot \frac{1}{4}x + (1 - x^2) \cdot x$$

$$= x - \frac{3x^3}{4} \quad \text{suy ra mệnh đề **sai** .}$$

d) Điều kiện của biến $0 \leq x \leq 1$

Xét hàm số $y = x - \frac{3}{4}x^3$ trên đoạn $[0;1]$

$$y' = 1 - \frac{9}{4}x^2; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} (l) \end{cases}$$

Ta có

$$y(0) = 0; y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}; y(1) = \frac{1}{4}. \quad \max_{[0;1]} y = y\left(\frac{2}{3}\right)$$

Suy ra

Như vậy, khi $x = \frac{2}{3}$ thì xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba là lớn nhất.

Theo công thức Bayes, xác suất để có mưa vào thứ hai là

Trang 62

Trả lời: 45

Gọi số học sinh của lớp $^{10A}, ^{10B}, ^{10C}$ lần lượt là x, y, z . Điều kiện x, y, z nguyên dương.

$$\begin{cases} x + y + z = 128 \\ 3x + 2y + 6z = 476 \\ 4x + 5y = 375 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = 43 \\ z = 45 \end{cases}$$

Theo đề bài, ta lập được hệ phương trình

Vậy lớp ^{10C} có 45 em.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(21, 35, 50)$, biết bán kính phủ sóng của ngọn đèn là $4km$. Giả sử người đi biển di chuyển theo đường thẳng từ vị trí $I(21, 35, 50)$ đến vị trí $A(5121; 658; 0)$. Tìm cao độ của vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.



Lời giải

Trả lời: 11

Đường thẳng IA đi qua điểm I và nhận $\overrightarrow{IA}(5100; 623; -50)$ làm vector chỉ phương.

$$\begin{cases} x = 21 + 5100t \\ y = 35 + 623t \\ z = 50 - 50t \end{cases}$$

Phương trình tham số của đường thẳng IA là

Giả sử H là vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển có thể nhìn thấy ánh sáng từ ngọn hải đăng. Khi đó $IH = R$.

Ta có $H \in IA$ nên gọi tọa độ điểm $H(21 + 5100t; 35 + 623t; 50 - 50t) \Rightarrow \overrightarrow{IH}(5100t; 623t; -50t)$.

$$IH = R \Leftrightarrow \sqrt{(5100t)^2 + (623t)^2 + (-50t)^2} = 4000$$

$$\Leftrightarrow t \approx \pm 0,78.$$

+ Với $t \approx 0,78$, ta có $H(3900; 520,94; 11)$ và $\overrightarrow{IH}(3978; 485,94; -39)$

Khi đó $\overrightarrow{IA} = \frac{50}{39} \overrightarrow{IH}$ nên hai vector $\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IH}$ cùng hướng, vậy thỏa mãn H thuộc đoạn thẳng IA .

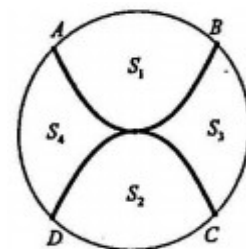
+ Với $t \approx -0,78$, ta có $H(-3957; -450,94; 89)$ và $\overline{IH}(-3978; -485,94; 39)$

Khi đó $\overline{IA} = -\frac{50}{39}\overline{IH}$ nên hai vector $\overline{IA}, \overline{IH}$ ngược hướng, vậy thỏa mãn H không thuộc đoạn thẳng IA.

Vậy vị trí cuối cùng trên đoạn thẳng IA sao cho người đi biển còn có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng là điểm $H(3900; 520,94; 11)$, cao độ là 11.

Câu 4: Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4 m (như hình vẽ). Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ (Diện tích làm tròn đến chữ số

thập phân thứ hai). Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/m², kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/m². Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó? (Đơn vị tính nghìn đồng) chục nghìn).



Lời giải

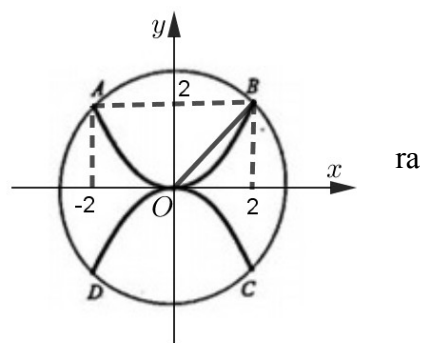
Trả lời: 3270.

Chọn hệ trục tọa độ vuông góc Oxy như hình vẽ.

Bồn hoa là hình tròn tâm O , bán kính bằng $OB = 2\sqrt{2}$ suy phương trình đường tròn biểu diễn cho bồn hoa là $x^2 + y^2 = 8$

$\Rightarrow$ Phương trình nửa đường tròn phía trên trục hoành là

$$y = \sqrt{8 - x^2}$$



Đường parabol nằm phía trên trục hoành có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$.

Phần diện tích $S_1 = \int_{-2}^2 \left(\sqrt{8 - x^2} - \frac{1}{2}x^2 \right) dx = 7,6165 \text{ m}^2$.

Dễ thấy $S_2 = S_1$ nên diện tích phần trồng hoa là $S = 15,23 \text{ m}^2$.

Vậy kinh phí trồng hoa là 2.280.000 đồng.

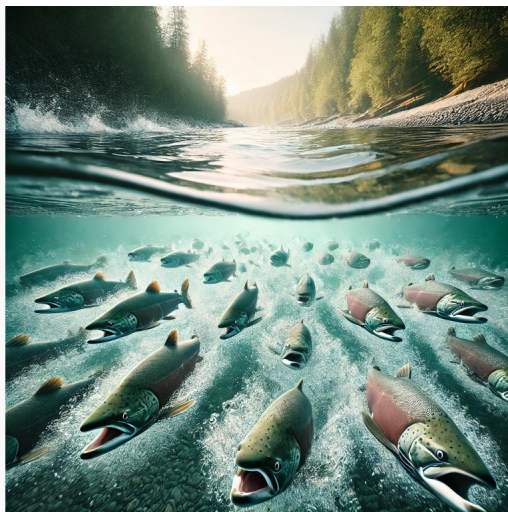
Diện tích trồng cỏ bằng diện tích bồn hoa trừ đi diện tích trồng hoa, bằng $8\pi - 15,23 = 9,90 \text{ m}^2$.

Suy ra kinh phí trồng cỏ là 990.000 đồng.

Vậy số tiền nhà trường cần để trồng bồn hoa đó là $2.280.000 + 990.000 = 3.270.000$ (đồng).

Vậy số tiền nhà trường cần để trồng bồn hoa đó là 3270 (nghìn đồng),

Câu 5: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v km/h$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v) = cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Tính vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên, để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất?



Lời giải

Trả lời: ⁹

Theo đề bài, vận tốc của cá khi bơi trên sông là $v - 6$, khi đó thời gian để cá bơi đến nơi sinh sản là $t = \frac{300}{v - 6}$.

Khi đó, $E(v) = cv^3 \frac{300}{v - 6}$ với $v > 6$. Đặt $x = v - 6$.

Bài năng lượng tiêu hao của cá được tính bởi hàm số:

$$f(x) = 300c \frac{(x+6)^3}{x} = 300c \left(x^2 + 18x + 108 + \frac{216}{x} \right) \text{ với } x > 0.$$

$$f'(x) = 300c \left(2x + 18 - \frac{216}{x^2} \right) = 0 \Leftrightarrow 2x^3 + 18x^2 - 216 = 0 \Rightarrow x = 3$$

Ta có:

Bảng biến thiên:

x	0	3	$+\infty$
$f'(x)$		-	0 +
$f(x)$	$+\infty$	$f(3)$	$+\infty$

Vậy $\min_{x \in (0; +\infty)} f(x) = f(3)$

hay khi vận tốc của cá khi nước đứng yên là $v = 9km/h$ thì cá ít tốn năng lượng nhất.

Câu 6: Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 lọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất 0,9, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất 0,5. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

Lời giải

Trả lời: 0,55

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại I", B_2 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại II", A là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất có kết quả tốt".

$$P(B_1) = \frac{4}{10}; P(B_2) = \frac{6}{10}; P(A|B_1) = 0,9; P(A|B_2) = 0,5$$

Ta có:

Theo công thức xác suất đầy đủ

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) = \frac{4}{10} \times 0,9 + \frac{6}{10} \times 0,5 = 0,66$$

Khi đó ta cần tính xác suất $P(B_1|A)$, theo công thức Bayes

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{\frac{4}{10} \times 0,9}{0,66} = \frac{6}{11} \approx 0,55.$$

**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 5**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Giá trị của $I = \int_{-1}^0 (2x+1)dx$ bằng?

- A. $I = 0$. B. $I = 1$. C. $I = 2$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$ B. $S = \int_a^b f(x) dx$ C. $S = -\int_a^b f(x) dx$ D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Tần số	3	4	8	6	4

Trung vị của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

A. [12; 14) B. [10; 12) C. [14; 16) D. [16; 18)

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_3(2; 3; 2)$ B. $\vec{n}_1(2; 3; 0)$ C. $\vec{n}_2(2; 3; 1)$ D. $\vec{n}_4(2; 0; 3)$

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$ B. $y = 4$ C. $y = 1$ D. $y = -1$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

A. $x = 8$ B. $x = 9$ C. $x = 7$ D. $x = 10$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một véc-tơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$ B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$ C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$ D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Câu 8: Cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$. B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.
C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$. D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:

A. $(-\infty; 6)$ B. $(0; 64)$ C. $(6; +\infty)$ D. $(0; 6)$

Câu 10: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$ B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$
C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$ D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

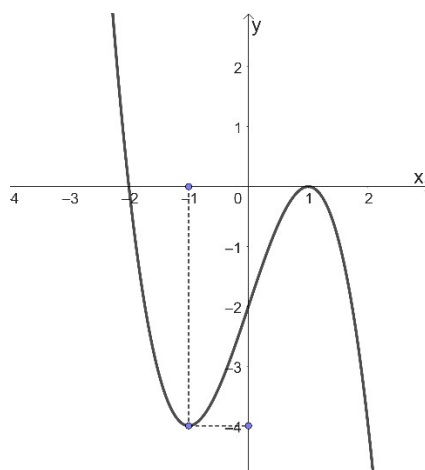
A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$.

B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$.

C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$.

D. $\overline{AB} = \overline{CD}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$.

B. $(-1; 1)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; +\infty)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ có đạo hàm trên $\square$

a) Hàm số có ba điểm cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.

c) $\min_{x \in (-4; 4]} f(x) = f(4)$.

d) Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Câu 2: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$)

b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 (s) kể từ khi bắt đầu xuất phát là 8,82 (m).

c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3 xấp xỉ 4,867(m).

d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51\text{m/s}^2$

Câu 3: Một công ty thiết bị Giáo Dục đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 50% và dự án 2 là 60%. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 30%. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 50%.

- c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 50% .
 d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 60% .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;0); B(2;-1;1); C(1;1;2)$.

- a) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 2y - 3z - 3 = 0$.
 b) Phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với BC là $x - 2y - z - 5 = 0$.
 c) Phương trình mặt phẳng trung trực (β) của đoạn AC là $6y + 4z - 1 = 0$.
 d) Phương trình mặt phẳng (γ) chứa trục Ox và điểm C là $2y + z = 0$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$.
 Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến đường thẳng SD bằng $m.a$; $m \in \mathbb{Q}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Câu 2: **Uranium** là một nguyên tố hóa học kim loại màu trắng thuộc nhóm Actini, có số nguyên tử là 92 trong bảng tuần hoàn, được ký hiệu là U. Năm 1896, Eugène-Melchior Péligot là người đầu tiên tách kim loại này và các tính chất phóng xạ của nó đã được Henri Becquerel phát hiện. Nghiên cứu của Enrico Fermi và các tác giả khác bắt đầu thực hiện năm 1934 đã đưa urani vào ứng dụng trong công nghiệp năng lượng hạt nhân và trong quả bom nguyên tử mang tên *Little Boy*, quả bom này là vũ khí hạt nhân đầu tiên được sử dụng trong chiến tranh.

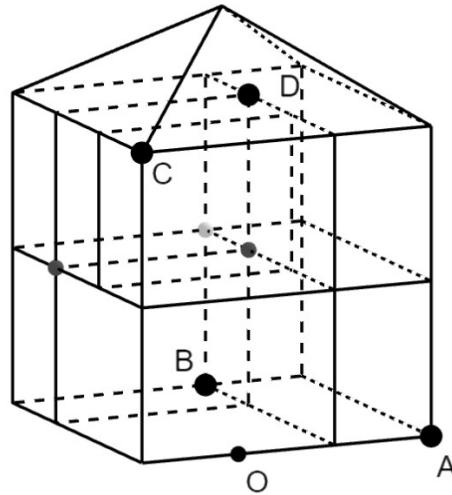


(Uraninit, hay Pitchblend, là quặng phổ biến được dùng để tách uranium)

Uranium $^{238}_{92}\text{U}$ có chu kỳ bán rã rất chậm là $4,5.10^9$ năm. Khi ta cho tia phóng xạ α , Uranium biến thành Thori $^{234}_{90}\text{Th}$.

Giả sử: Ban đầu có 23,8 g urani. Khối lượng Uranium còn lại sau 9.10^9 năm.

Câu 3: Một người muốn lắp mạng wifi trong nhà. Với mô hình 3D cơ bản là một hình không gian tạo bởi khối chóp tứ giác đều và một khối lập phương. (Mô tả như hình vẽ). Ông ấy muốn lắp điểm phát wifi sao cho có thể phát sóng đến mọi nơi trong căn nhà mình. Vì thế ông ấy đã xác định một số điểm phát sóng tối đa mà sóng wifi có thể tới trong nhà mình như sau:

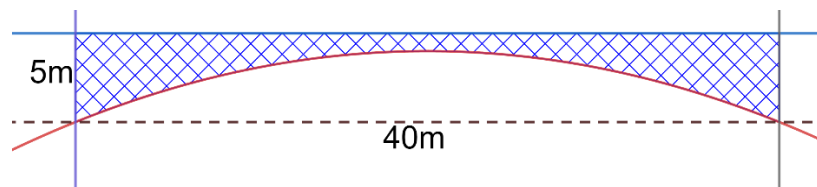


- + Góc nhà để lắp an ninh ngoài sân được gắn với điểm A .
 - + Góc phòng ăn được gắn với điểm B .
 - + Lan can trên tầng để gắn camera an ninh được gắn với điểm C .
 - + Góc trong phòng làm việc của ông ấy trên tầng lầu được gắn với điểm D .
- Đồng thời vị trí đứng của ông ấy là trước cửa nhà khách cách điểm A : 6m.
 Hỏi khi đó khoảng cách xa nhất mà điểm phát wifi có thể phát sóng đến được là bao nhiêu. Biết chiều dài nhà ông ấy là: 9m, chiều rộng nhà ông ấy là: 9m, Chiều cao của mỗi tầng (Kể cả sàn bê tông là: 4,5m. Chiều cao của khối chóp (mái nhà là 3m). Tầng lầu được chia làm 3 phòng bằng nhau. Wifi phát sóng được xem như là hình cầu. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 4: Một đội thi công cầu đường A vừa đấu thầu được dự án xây cầu ở huyện B bắc ngang qua con sông



Đề hoạch định được số tiền cần chi để đổ bê tông thô đúc cầu, người ta đưa ra bản thiết kế mặt cắt song song của cầu là hình bên dưới (phần tô đậm là phần đổ bê tông, và các đơn vị đều đo bằng mét). Trong đó phần giới hạn phía dưới là một đồ thị hàm bậc 2. Và phần mỏng nhất của cầu là 1m.



Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m . Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là bao nhiêu. Biết mỗi 1 m^3 bê tông có giá 1.320.000 (Chưa tính VAT 8%). Đơn vị: tỉ đồng, làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 5: Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo kết quả kinh doanh của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 (nghìn đồng) /người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 (nghìn đồng) /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 (nghìn đồng) /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 (nghìn đồng) lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Câu 6: Một nhà bán hàng A vì lợi nhuận của bản thân nên đã nhập về một lô hàng bánh kẹo giả kém chất lượng và giống y hệt bên ngoài với các loại bánh kẹo chính hãng. Mỗi thùng bánh kẹo được đóng gói với số lượng giống nhau (24 gói bánh kẹo/thùng). Sau đó, để qua mắt lực lượng chức năng nhà bán hàng trộn lẫn kẹo giả và mỗi thùng kẹo chính hãng và chia làm 3 loại:

+ loại I để lẫn vào mỗi thùng 3 gói bánh kẹo hàng giả.

+ loại II để lẫn vào mỗi thùng 2 gói bánh kẹo hàng giả.

+ loại III để lẫn vào mỗi thùng có 4 gói bánh kẹo hàng giả.

Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III.

Sau đó nhà bán hàng A nhằm kiểm tra thử xem khi lực lượng chức năng vào kiểm tra có thể qua mắt được hay không? Bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 gói bánh kẹo bất kì. Tính xác suất để lấy được 2 gói bánh kẹo giả kém chất lượng (làm tròn đến kết quả phần chục)

PHẦN ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1A	2A	3A	4C	5B	6D	7C	8B	9A	10B	11D	12B
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	1	2	3	4
a)	SAI	SAI	ĐÚNG	SAI
b)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG
c)	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG
d)	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	ĐÁP ÁN
1	1,53
2	5,95
3	7,35
4	1,12
5	0014
6	0,30

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tính tích phân $I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx$.

- A.** $I = 0$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = -\frac{1}{2}$.

Lời giải

$$I = \int_{-1}^0 (2x+1) dx = \left(x^2 + x \right) \Big|_{-1}^0 = 0 - 0 = 0$$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

- A.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$ **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$ **C.** $S = -\int_a^b f(x) dx$ **D.** $S = \int_b^a |f(x)| dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng

$$x = a, x = b \text{ được tính bởi công thức: } S = \int_a^b |f(x)| dx$$

Câu 3: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Tần số	3	4	8	6	4

Trung vị của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

- A.** [12;14) **B.** [10;12) **C.** [14;16) **D.** [16;18)

Lời giải

Ta có: Tổng tần số: $N = 25$, Số phần tử của mẫu số liệu là: $n = 25 \Rightarrow \frac{n+1}{2} = 13$. Khi đó nhóm thứ 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy ≥ 13 .

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y + z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của (P) ?

- A.** $\vec{n}_3 = (2; 3; 2)$ **B.** $\vec{n}_1 = (2; 3; 0)$ **C.** $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$ **D.** $\vec{n}_4 = (2; 0; 3)$

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2 = (2; 3; 1)$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{4x+1}{x-1}$ là

A. $y = \frac{1}{4}$.

B. $y = 4$.

C. $y = 1$.

D. $y = -1$.

Lời giải

Tiệm cận ngang $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} y = \frac{4}{1} = 4$

Câu 6: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

A. $x = 8$.

B. $x = 9$.

C. $x = 7$.

D. $x = 10$.

Lời giải

TXĐ: $D = (1; +\infty)$

$\log_3(x-1) = 2 \Leftrightarrow x-1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 10$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$

B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$

D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$

Lời giải

$d: \begin{cases} x = 2-t \\ y = 1+2t \\ z = 3+t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.

Câu 8: Trong không gian, cho hai đường thẳng phân biệt a, b và mặt phẳng (P) . Chọn khẳng định đúng?

A. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp a$ thì $b \perp (P)$.

B. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \perp (P)$ thì $b \perp a$.

C. Nếu $a \perp (P)$ và $b \perp a$ thì $b \parallel (P)$.

D. Nếu $a \parallel (P)$ và $b \parallel (P)$ thì $b \parallel a$.

Lời giải

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là:

A. $(-\infty; 6)$

B. $(0; 64)$

C. $(6; +\infty)$

D. $(0; 6)$

Lời giải

$2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$

Câu 10: Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $(u_n): u_n = \frac{1}{n}$

B. $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$

C. $(u_n): u_n = 2^n - 1$

D. $(u_n): u_n = 2u_{n-1}, \forall n \geq 2$

Lời giải

Xét dãy số $(u_n): u_n = u_{n-1} - 2, \forall n \geq 2$

Ta có $u_n - u_{n-1} = -2, \forall n \geq 2$

Vậy dãy số đã cho là cấp số cộng với công sai $d = -2$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'} = \overline{AC'}$

B. $\overline{AC} = \overline{AB} + \overline{AD}$

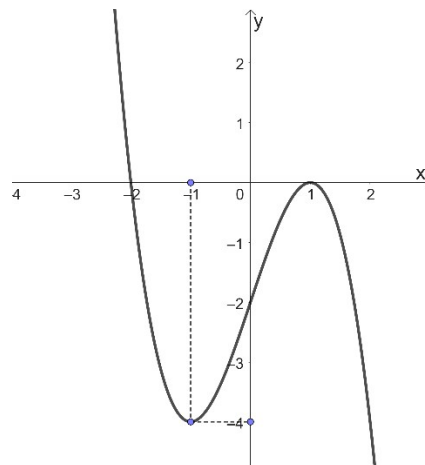
C. $|\overline{AB}| = |\overline{CD}|$

D. $\overline{AB} = \overline{CD}$

Lời giải

Mệnh đề sai là: $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AB}$ và $\overline{CD}$ là hai Vector đối nhau.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty; -1)$

B. $(-1; 1)$

C. $(0; +\infty)$

D. $(-\infty; +\infty)$

Nhìn vào đồ thị đã cho, ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$

a) Hàm số có ba điểm cực trị.

b) Hàm số nghịch biến trên tập xác định của nó.

c) $\min_{x \in (-4;4]} f(x) = f(4)$.

d) Đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

Ta có:

$$y' = -3x^2 - 6x - 9$$

$$y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$$

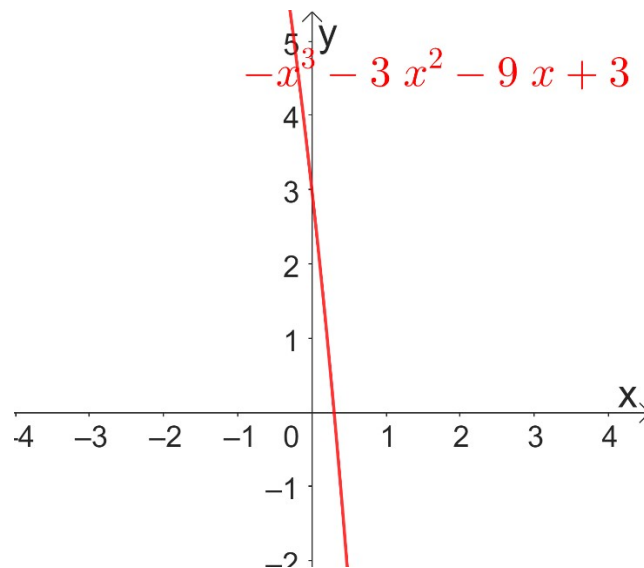
a) Vì $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, nên hàm số không có cực trị.

b) Vì $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

c) Vì $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $(-4;4]$ là $f(4) = -145$.

d) Ta có:

Dựa vào đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ ta thấy: đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 - 9x + 3$ cắt trục hoành tại 1 điểm duy nhất.



Câu 2: Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$). Trong đó $v(t)$ tính theo m/s , thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

- a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01t - 0,05t^2$ ($0 \leq t \leq 10$)
 b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 (s) kể từ khi bắt đầu xuất phát là 8,82 (m).
 c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3 xấp xỉ 4,867(m).
 d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51m/s^2$

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	ĐÚNG

a) Sai

Quãng đường xe di chuyển được phải là một nguyên hàm của $v(t)$, $v'(t) = 2,01 - 0,05t$ ($0 \leq t \leq 10$) là công thức tính gia tốc của vật.

b) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là $\int_0^3 (2,01t - 0,025t^2) dt = 8,82m$.

c) Đúng

Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3: $s(3) - s(2) = \int_2^3 (2,01t - 0,025t^2) dt \approx 4,867m$

d) Đúng

$v(t) = 2,01t - 0,025t^2$ ($0 \leq t \leq 10$) $\Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 17,6m/s$ khi $t = 10s$

Gia tốc vật khi đó là $a(10) = v'(10) = 2,01 - 0,05 \cdot 10 = 1,51m/s^2$

Câu 3: Một công ty thiết bị Giáo Dục đầu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 50% và dự án 2 là 60%. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 30%. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

- a) A và B là hai biến độc lập.
 b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 50%.
 c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 50%.
 d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 60%.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
ĐÚNG	ĐÚNG	SAI	ĐÚNG

Theo bài ra ta có: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\bar{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\bar{B}) = 0,4$.

Vậy $P(A \cap B) = 0,3$

a) **ĐÚNG** Ta có: A, B, độc lập $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$.

Vì $0,3 = 0,5.0,6 \Rightarrow A, B$ độc lập.

b) **ĐÚNG** Gọi C là biến cố “thắng thầu đúng 1 dự án”

$$\begin{aligned} P(C) &= P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) \\ &= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2.0,3 = 0,5. \end{aligned}$$

c) **SAI** Gọi D là biến cố “thắng dự 2 biết thắng dự án 1”

$$P(D) = P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{0,3}{0,5} = 0,6 = 60\%.$$

d) **ĐÚNG** Gọi E là biến cố “thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1”

$$P(E) = P(B | \bar{A}) = \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\bar{A})} = \frac{0,6 - 0,3}{0,5} = 0,6 = 60\%.$$

Câu 4: Cho các điểm $A(1; -2; 0); B(2; -1; 1); C(1; 1; 2)$.

a) Phương trình mặt phẳng (ABC) là $x + 2y - 3z - 3 = 0$.

b) Phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với BC là $x - 2y - z - 5 = 0$.

c) Phương trình mặt phẳng trung trực (β) của đoạn AC là $6y + 4z - 1 = 0$.

d) Phương trình mặt phẳng (γ) chứa trục Ox và điểm C là $2y + z = 0$.

Lời giải

a)	b)	c)	d)
SAI	ĐÚNG	ĐÚNG	SAI

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 1; 1); \overrightarrow{AC} = (0; 3; 2)$

Vector pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (-1; -2; 3)$.

PT mặt phẳng (ABC) là: $-1(x-1) - 2(y+2) + 3z = 0$ hay $x + 2y - 3z + 3 = 0$

b) Vector pháp tuyến của (α) là $\vec{n} = \overrightarrow{BC} = (-1; 2; 1)$.

PT mặt phẳng (α) là: $-1(x-1) + 2(y+2) + 1z = 0$ hay $x - 2y - z - 5 = 0$

c) Ta có trung điểm của đoạn AC là $M\left(1; \frac{-1}{2}; 1\right)$

Vector pháp tuyến của (β) là $\vec{n} = \overrightarrow{AC} = (0; 3; 2)$.

PT mặt phẳng (β) là: $0(x-1) + 3\left(y + \frac{1}{2}\right) + 2(z-1) = 0$ hay $6y + 4z - 1 = 0$

d) Ta có $\vec{i} = (1; 0; 0); \overrightarrow{OC} = (1; 1; 2)$

Vector pháp tuyến của (γ) là $\vec{n} = [\vec{i}, \overrightarrow{OC}] = (0; -2; 1)$.

PT mặt phẳng (ABC) là: $0x - 2y + 1z = 0$ hay $2y - z = 0$

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến đường thẳng SD bằng $m.a$; $m \in \mathbb{Q}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải

Trong tam giác SBD , kẻ $BH \perp SD$. Khi đó

$$d(B, SD) = BH$$

$$\text{Ta có } SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}; \quad SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{6}$$

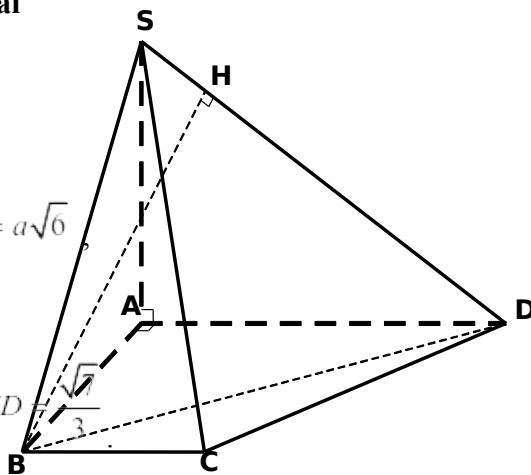
$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$$

$$\text{Suy ra } \cos \angle BSD = \frac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2SB \cdot SD} = \frac{\sqrt{2}}{3} \quad \text{nên}$$

$$\text{Ta có } S_{\triangle SBD} = \frac{1}{2} SB \cdot SD \cdot \sin \angle BSD = \frac{1}{2} SD \cdot BH \quad \text{suy ra}$$

$$BH = SB \cdot \sin \angle BSD = \frac{a\sqrt{21}}{3}$$

$$\text{Vậy } d(B, SD) = BH = \frac{a\sqrt{21}}{3} \approx 1,53a$$



Câu 2: **Uranium** là một nguyên tố hóa học kim loại màu trắng thuộc nhóm Actini, có số nguyên tử là 92 trong bảng tuần hoàn, được ký hiệu là U. Năm 1896, Eugène-Melchior Péligot là người đầu tiên tách kim loại này và các tính chất phóng xạ của nó đã được Henri Becquerel phát hiện. Nghiên cứu của Enrico Fermi và các tác giả khác bắt đầu thực hiện năm 1934 đã đưa urani vào ứng dụng trong công nghiệp năng lượng hạt nhân và trong quả bom nguyên tử mang tên *Little Boy*, quả bom này là vũ khí hạt nhân đầu tiên được sử dụng trong chiến tranh.



(Uraninit, hay Pitchblend, là quặng phổ biến được dùng để tách uranium)

Uranium $^{238}_{92}\text{U}$ có chu kì bán rã rất chậm là $4,5 \cdot 10^9$ năm. Khi ta cho tia phóng xạ α , Uranium biến thành Thori $^{234}_{90}\text{Th}$.

Giả sử: Ban đầu có 23,8 g urani. Khối lượng Uranium còn lại sau $9 \cdot 10^9$ năm.

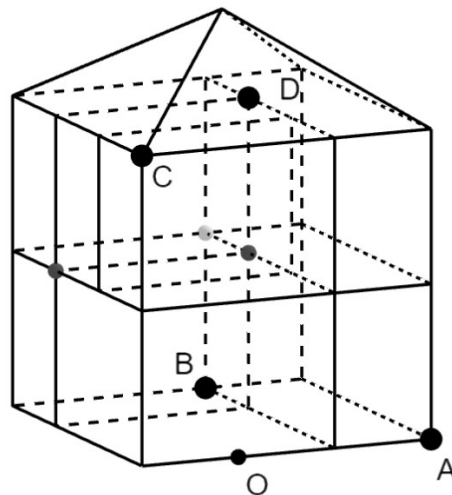
Lời giải

Theo đề ta có: Chu kì bán rã: $T = 4,5 \cdot 10^9$ năm.

Khối lượng ban đầu của Uranium là: $m_0 = 23,8 \text{ g}$.

Khối lượng Uranium còn lại sau $9 \cdot 10^9$ năm là: $m = m_0 2^{-\frac{t}{T}} = 23,8 \cdot 2^{-2} = 5,95 \text{ (g)}$.

Câu 3: Một người muốn lắp mạng wifi trong nhà. Với mô hình 3D cơ bản là một hình không gian tạo bởi khối chóp tứ giác đều và một khối lập phương. (Mô tả như hình vẽ). Ông ấy muốn lắp điểm phát wifi sao cho có thể phát sóng đến mọi nơi trong căn nhà mình. Vì thế ông ấy đã xác định một số điểm phát sóng tối đa mà sóng wifi có thể tới trong nhà mình như sau:



+ Góc nhà để lắp an ninh ngoài sân được gắn với điểm A .

+ Góc phòng ăn được gắn với điểm B .

+ Lan can trên tầng để gắn camera an ninh được gắn với điểm C .

+ Góc trong phòng làm việc của ông ấy trên tầng lầu được gắn với điểm D .

Đồng thời vị trí đứng của ông ấy là trước cửa nhà khách cách điểm A : 6m.

Hỏi khi đó khoảng cách xa nhất mà điểm phát wifi có thể phát sóng đến được là bao nhiêu. Biết chiều dài nhà ông ấy là: 9m, chiều rộng nhà ông ấy là: 9m, Chiều cao của mỗi tầng (Kể cả sàn bê tông là: 4,5m. Chiều cao của khối chóp (mái nhà là 3m). Tầng lầu được chia làm 3 phòng bằng nhau. Wifi phát sóng được xem như là hình cầu. (Làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

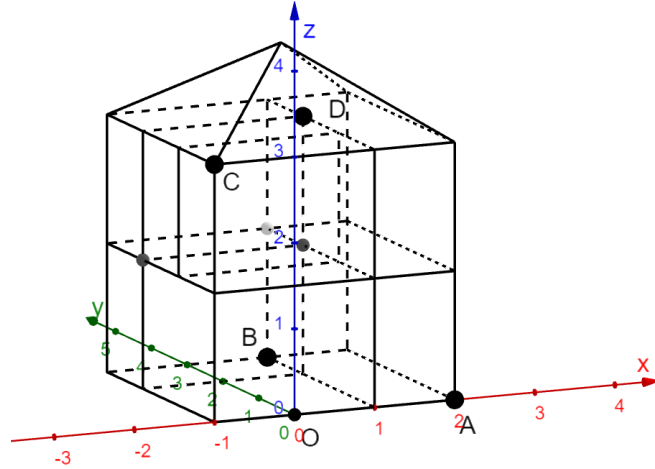
Ta chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} như sau:

Gốc tọa độ O trùng với vị trí đứng của ông ấy là trước cửa nhà khách cách điểm A . Như hình vẽ dưới đây.

Trục Ox theo chiều rộng của ngôi nhà.

Trục Oy theo chiều dài (sâu) của ngôi nhà.

Trục Oz theo chiều cao của ngôi nhà.



Đơn vị trên các trục là: $3m$.

Với cách gán hệ trục tọa độ như hình vẽ ta có:

Điểm $A(2, 0, 0) \in Ox$.

Điểm $B(1, 3, 0) \in (Oxy)$.

Điểm $C(-1, 0, 3) \in (Oxz)$.

Điểm D được biểu diễn như hình vẽ có tọa độ $D(1, 2, 3)$.

Gọi $I(a; b; c)$ là điểm phát wifi. Vì khoảng cách xa nhất mà điểm phát wifi có thể phát sóng đến các điểm A, B, C, D nên $I(a; b; c)$ là tâm mặt cầu đi qua bốn điểm A, B, C, D . Khi đó:

$$\begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \\ AI^2 = DI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-3)^2 + c^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a+1)^2 + b^2 + (c-3)^2 \\ (a-2)^2 + b^2 + c^2 = (a-1)^2 + (b-2)^2 + (c-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - 3b = -3 \\ a - c = -1 \\ a - 2b - 3c = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \\ c = 1 \end{cases} \Rightarrow I(0; 1; 1)$$

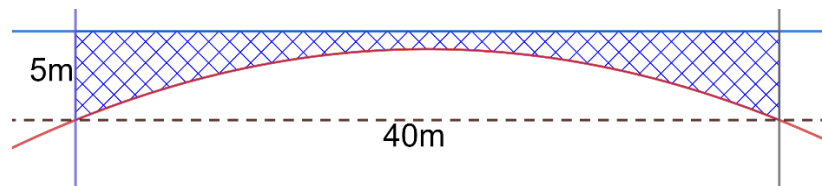
Bán kính: $R = IA = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$.

Với đơn vị mỗi trục là $3m$. Khi đó khoảng cách xa nhất mà điểm phát wifi có thể phát sóng đến được là $3\sqrt{6} \approx 7,35(m)$.

Câu 4: Một đội thi công cầu đường A vừa đấu thầu được dự án xây cầu ở huyện B bắc ngang qua con sông C.



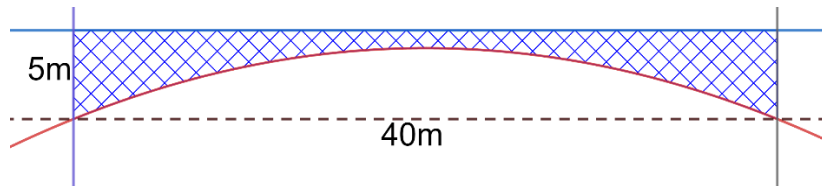
Để hoạch định được số tiền cần chi để đổ bê tông thô đúc cầu, người ta đưa ra bản thiết kế mặt cắt song song của cầu là hình bên dưới (phần tô đậm là phần đổ bê tông, và các đơn vị đều đo bằng mét). Trong đó phần giới hạn phía dưới là một đồ thị hàm bậc 2. Và phần mỏng nhất của cầu là 1m.



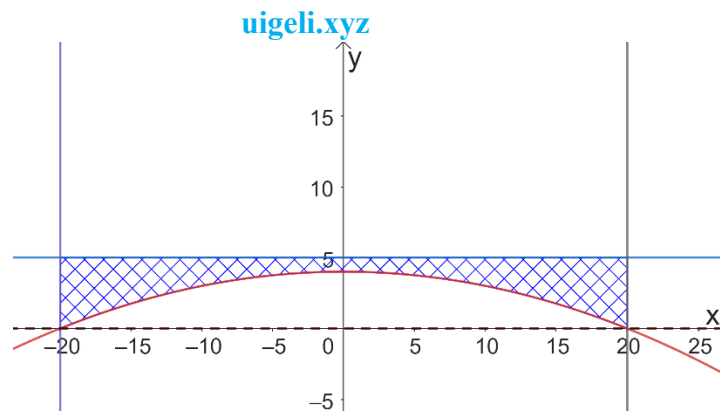
Biết chiều rộng của cầu bằng 9 m . Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là bao nhiêu. Biết mỗi $1m^3$ bê tông có giá $1.320.000$ (Chưa tính VAT 8%). Đơn vị: tỉ đồng, làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Theo đề ta có

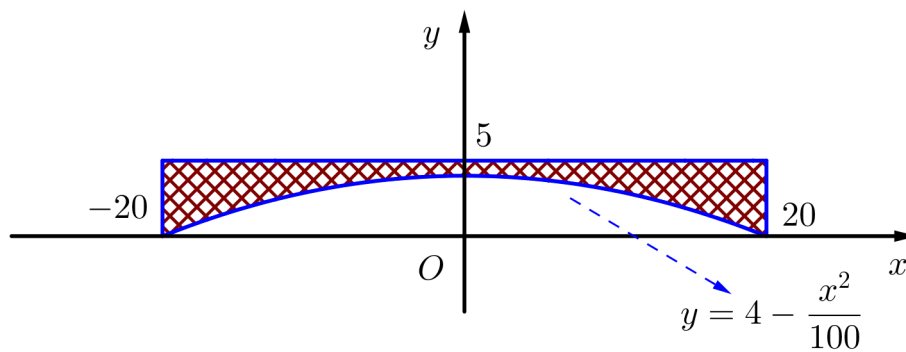


Gọi hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên



Khi đó ta xác định được phần mặt cắt được tạo bởi 4 đồ thị hàm số:

$$\begin{cases} y = 5 \\ y = 4 - \frac{x^2}{100} \\ x = 20 \\ x = -20 \end{cases}$$



Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y = 4 - \frac{x^2}{100}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình

$$4 - \frac{x^2}{100} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 400 \Leftrightarrow x = \pm 20$$

Diện tích phần mặt cắt dọc của chiếc cầu bê tông là

$$= \left(x + \frac{x^3}{300} \right) \Big|_{-20}^{20} = \left(20 + \frac{20^3}{300} \right) - \left(-20 + \frac{(-20)^3}{300} \right) = \frac{280}{3}$$

$$S = \int_{-20}^{20} \left| 5 - \left(4 - \frac{x^2}{100} \right) \right| dx = \int_{-20}^{20} \left(1 + \frac{x^2}{100} \right) dx$$

Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là $S \cdot 9 = \frac{280}{3} \cdot 9 = 840 \text{ m}^3$

Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là: $840 \times 1.230.000 \times 1,08 = 1.115.856.000$ đồng
 $\approx 1,12$ (tỉ đồng)

Câu 5: Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo kết quả kinh doanh của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 (nghìn đồng) /người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 (nghìn đồng) /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 (nghìn đồng) /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình. Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 (nghìn đồng) lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Lời giải

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20 + x$ (ĐK : $x > -20$)

Số khách là: $1000 - 100x$

Tổng thu nhập

$$f(x) = (20 + x + 2)(1000 - 100x) = (22 + x)(1000 - 100x) = -100x^2 - 1200x + 22000$$

Bảng biến thiên

x	-20	-6	$+\infty$
y'		+	0
y	$f(-20)$	$f(-6)$	$-\infty$

$$\max_{(-20; +\infty)} f(x) = f(-6)$$

. Suy ra giá vé là: $x + 20 = 20 - 6 = 14$ (nghìn đồng).

Câu 6: Một nhà bán hàng A vì lợi nhuận của bản thân nên đã nhập về một lô hàng bánh kẹo giả kém chất lượng và giống y hệt bên ngoài với các loại bánh kẹo chính hãng. Mỗi thùng bánh kẹo được đóng gói với số lượng giống nhau (24 gói bánh kẹo/thùng). Sau đó, để qua mắt lực lượng chức năng nhà bán hàng trộn lẫn kẹo giả và mỗi thùng kẹo chính hãng và chia làm 3 loại:

+ loại I để lẫn vào mỗi thùng 3 gói bánh kẹo hàng giả.

+ loại II để lẫn vào mỗi thùng 2 gói bánh kẹo hàng giả.

+ loại III để lẫn vào mỗi thùng có 4 gói bánh kẹo hàng giả.

Biết số lượng thùng loại I gấp 2 lần số lượng thùng loại II và số thùng loại II gấp 3 lần thùng loại III.

Sau đó nhà bán hàng A nhằm kiểm tra thử xem khi lực lượng chức năng vào kiểm tra có thể qua mắt được hay không? Bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 thùng từ trong kho, từ đó chọn ngẫu nhiên 10 gói bánh kẹo bất kì. Tính xác suất để lấy được 2 gói bánh kẹo giả kém chất lượng (làm tròn đến kết quả phần chục).

Lời giải

Gọi A_i là biến cố chọn được thùng loại i . ($i = I, II, III$)

B là biến cố chọn được 10 sản phẩm trong đó có 2 gói bánh kẹo giả kém chất lượng từ thùng được chọn ra.

Gọi số thùng loại III là x thùng ($x > 0$).

Do đó số thùng loại I và loại II lần lượt là $6x$; $3x$.

Từ đó, ta có $P(A_1) = \frac{6}{10}$; $P(A_2) = \frac{3}{10}$; $P(A_3) = \frac{1}{10}$

Xác suất để chọn được 2 gói bánh kẹo giả kém chất lượng là:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B|A_1) + P(A_2) \cdot P(B|A_2) + P(A_3) \cdot P(B|A_3)$$

$$= \frac{6}{10} \times \frac{C_3^2 C_{21}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{3}{10} \times \frac{C_4^2 C_{20}^8}{C_{24}^{10}} + \frac{1}{10} \times \frac{C_2^2 C_{22}^8}{C_{24}^{10}} \approx 0,3$$

**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 6**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^4$ là:

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

Câu 3: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	[30;60)	[60;90)	[90;120)	[120;150)	[150;180)
Số người	2	4	10	5	3

Mốt của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

A. [90;120)

B. [120;150)

C. [60;90)

D. [150;180)

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -3)$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -1; 3)$ là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A. 3 B. 2 C. 4 D. 1

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 7: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$

- A. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-3; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Câu 8: Trong không gian cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6 . B. 12 . C. 36 . D. 4 .

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6 . B. 9 . C. 8 . D. $\frac{2}{3}$.

Câu 11: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là sai.

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
C. $\overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$. D. $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'D}$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 2. B. 3. C. 0. D. -4.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a) b) c) d) ở mỗi câu, chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
 b) Đường thẳng $y = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
 c) Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.
 d) Đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Câu 2: Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

- a) $\overrightarrow{DM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD})$.
 b) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$.
 c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$.
 d) Góc giữa vector $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

Câu 3: Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam. Biết tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nam là 60% và tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nữ là 50%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

- a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $\frac{3}{5}$.
 b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.
 c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là $\frac{6}{11}$.

Câu 4: Cho các hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{3}{x^2}$ trên D .

b. Hàm số $F(x) = 2x - 3 \ln|x| + C$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c. Cho $F(1) = 5$, khi đó $F(x) = 2x - 3 \ln|x| + 3$.

d. $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $xf(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$. Khi đó $G(2) = 2$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng $m.a$; $m \in \mathbb{R}$. Giá trị m là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 2: **Độ pH của một dung dịch** là đại lượng đặc trưng cho mức độ acid, base của một dung dịch. **pH** liên hệ trực tiếp với nồng độ H^+ thông qua biểu thức sau:

$$pH = -\log_{10}([H^+]).$$

- Trong đó: $[H^+](mol/L)$: là nồng độ của ion H^+ có trong dung dịch cần xét.

Hơn nữa:

$$pH = -\log_{10}\left(\frac{10^{-14}}{[OH^-]}\right)$$

- Trong đó: $[OH^-](mol/L)$: là nồng độ của ion OH^- có trong dung dịch cần xét.

Xét thí nghiệm hóa học dưới đây:

Người ta muốn xác định độ pH của một dung dịch bằng cách trộn $0,2(L)$ dung dịch H_2SO_4 có $n_{H_2SO_4} = 0,02 mol$ với $0,5(L)$ dung dịch $NaOH$ có $n_{NaOH} = 0,06 mol$. Tính độ pH của dung dịch tạo thành (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 3: Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao 2,4 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,5 mét. Chiều dài ngắn nhất của cây thang bao nhiêu mét để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



Câu 4: Một nhà xuất bản sách muốn đưa ra thị trường một quyển sách Toán. Biết một trang giấy của một quyển sách Toán có dạng hình chữ nhật. Phần in chữ (hình ảnh) trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5\text{ cm}^2$. Biết lề trên, lề dưới của trang giấy là 3 cm; lề phải, lề trái của trang giấy là 2 cm. Để tiết kiệm chi phí in ấn và giấy nên nhà xuất bản yêu cầu diện tích trang giấy là nhỏ nhất. Khi đó, quyển sách dày 100 tờ bao gồm cả bìa, mỗi tờ (trừ tờ bìa) đều in 2 mặt.

+ Giá bìa màu: 2.000 đồng/ trang.

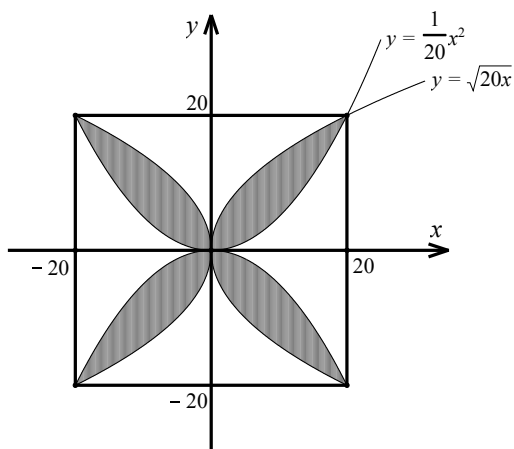
+ Giá in ấn: 2.000 đồng/ m^2 .

+ Giá giấy: 1.300 đồng/ m^2 .

Với giá gốc (giá sách ban đầu) chỉ chiếm 20% giá bán của sách.

Khi đó giá bán mỗi quyển sách tối thiểu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến đơn vị hàng nghìn).

Câu 5: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Khi đó giá tiền mỗi viên gạch được tính bằng giá tiền in màu lên nền gạch: Giá tiền in màu 4 cánh hoa là 30.000 đồng trên 1000 cm^2 , và phần màu trắng (còn lại) là 15.000 đồng trên 1000 cm^2 . Một nền nhà diện tích 60 m^2 lát toàn bộ gạch hoa trên thì số tiền mua đủ số gạch là bao nhiêu triệu đồng.



Câu 6: Từ tập tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn một số bất kì trong tập số trên. Xác suất để số chọn ra thỏa mãn: Trong 4 chữ số của số đó chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

PHẦN ĐÁP ÁN

ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

1A	2D	3A	4A	5A	6D	7B	8D	9C	10A	11B	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu	1	2	3	4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	S	S	Đ	Đ
c)	S	Đ	S	Đ
d)	Đ	S	Đ	S

Phần III. Câu hỏi trả lời ngắn

CÂU	ĐÁP ÁN
1	0,43
2	12,9
3	5,47
4	0121
5	9,60
6	0,43

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^4$ là:

A. $\frac{1}{5}x^5 + C$

B. $4x^3 + C$

C. $x^5 + C$

D. $5x^5 + C$

Lời giải

Ta có $\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$.

Câu 2: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \pi \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - 1) dx$

C. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1)^2 dx$

D. $S = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$

Lời giải

Diện tích hình phẳng cần tìm là $S = \int_0^1 |2x^2 + 1| dx = \int_0^1 (2x^2 + 1) dx$ do $2x^2 + 1 > 0 \quad \forall x \in [0; 1]$.

Câu 3: Bảng dưới biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Thời gian (phút)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)
---------------------	----------	----------	-----------	------------	------------

Số người	2	4	10	5	3
----------	---	---	----	---	---

Một của bảng số liệu trên thuộc nhóm nào?

- A.** $[90;120)$. **B.** $[120;150)$. **C.** $[60;90)$. **D.** $[150;180)$.

Lời giải

Ta có: nhóm $[90;120)$ có tần số bằng 10. Khi đó một của bảng số liệu trên thuộc nhóm $[90;120)$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là

- A.** $2x - y + 3z + 9 = 0$. **B.** $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $x - 2y - 4 = 0$. **D.** $2x - y + 3z + 4 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ có véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;-1;3)$ là
 $2.(x-1) - 1.(y-2) + 3.(z+3) = 0$
 $\Leftrightarrow 2x - 2 - y + 2 + 3z + 9 = 0$
 $\Leftrightarrow 2x - y + 3z + 9 = 0$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

- A.** 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 6: Nghiệm của phương trình $3^{x+2} = 27$ là

- A. $x = -2$. B. $x = -1$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $3^{x+2} = 27 \Leftrightarrow 3^{x+2} = 3^3 \Leftrightarrow x+2 = 3 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 7: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$. Vector nào sau đây là một vector chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{-1}$

- A. $\vec{u} = (-2; 1; -3)$. B. $\vec{u} = (-3; 2; 1)$. C. $\vec{u} = (3; -2; 1)$. D. $\vec{u} = (2; 1; 3)$.

Lời giải

Vector chỉ phương của đường thẳng là $\vec{u} = (3; -2; -1) = -1(-3; 2; 1)$ nên $\vec{u}_1 = (-3; 2; 1)$ cũng là một vector chỉ phương của đường thẳng.

Câu 8: Trong không gian cho khối chóp có diện tích đáy $B = 3$ và chiều cao $h = 4$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

- A. 6. B. 12. C. 36. D. 4.

Lời giải

Ta có công thức thể tích khối chóp $V = \frac{1}{3} \cdot B \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 4 = 4$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

- A. $(10; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $[10; +\infty)$. D. $(-\infty; 10)$.

Lời giải

Ta có $\log x \geq 1 \Leftrightarrow x \geq 10$.

Vậy bất phương trình đã cho có tập nghiệm là $[10; +\infty)$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_2 bằng

- A. 6. B. 9. C. 8. D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1 q = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 11. Trong không gian, cho hình hộp $ABCD A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây sai?

- A. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'}$.
C. $\overrightarrow{CA'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CC'}$. D. $\overrightarrow{C'A'} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải

Đáp án A đúng theo quy tắc hình hộp

Đáp án C đúng theo quy tắc hình hộp

Đáp án D đúng theo quy tắc hình bình hành

Đáp án B sai.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-4	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2.

B. 3.

C. 0.

D. -4.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -4.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Đường thẳng $x = 1$ là một đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

b) Đường thẳng $y = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

c) Đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang, 2 tiệm cận đứng.

d) Đồ thị hàm số đã cho có 4 đường tiệm cận.

Lời giải

a) Đúng; b) Sai; c) Sai; d) Đúng

Điều kiện $x \in (-\infty; -\sqrt{2}) \cup (-1; 1) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + 3x + 2}{\sqrt{x^4 - 3x^2 + 2}} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2}}{\sqrt{1 - \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x^4}}} = 1$$

Vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 1$ nên $y = 1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow -\sqrt{2}} y = +\infty$ nên $x = -\sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x+1)(x+2)}{\sqrt{(x+1)(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{\sqrt{x+1}(x+2)}{\sqrt{(x+\sqrt{2})(x-1)(x-\sqrt{2})}} = 0$$

Vì không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số. nên $x = -1$

Vì $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vì $\lim_{x \rightarrow \sqrt{2}^+} y = +\infty$ nên $x = \sqrt{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 2: Cho hình chóp $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc, cạnh $AB = AC = a$, M là trung điểm của CB , H là trung điểm của MD . Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai?

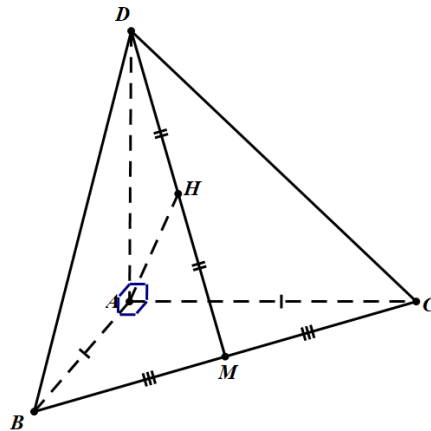
a) $\overrightarrow{DM} = -\frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD})$

b) $\overrightarrow{AH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

c) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{a^2}{4}$

d) Góc giữa vector $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

Lời giải



a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai

a) Đúng.

$$\overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DM} = \frac{\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD}}{-2}$$

b) Sai.

$$\overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AD}}{2}, \quad \overrightarrow{AM} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} \Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{2} + \overrightarrow{AD}}{2}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

c) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{AB} \cdot \left(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \right) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} = \frac{AB^2}{4} = \frac{a^2}{4}$$

d) Sai.

$$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}, \quad \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\text{Vậy } \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}) \cdot \left(\frac{\overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}}{4} \right)$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD}}{2} + \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{2} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{4}$$

$$\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{AH} = \frac{\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AC}}{4} - \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB}}{4} = 0$$

Vậy góc giữa vector $\overrightarrow{AH}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° .

$$\left. \begin{array}{l} BC \perp AM \\ BC \perp AD \end{array} \right\} \Rightarrow BC \perp (ACM) \Rightarrow BC \perp AH \Rightarrow (\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{BC}) = 90^\circ$$

(Giải cách khác:

Câu 3: Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 30 học sinh nam. Biết tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nam là 60% và tỷ lệ học sinh biết bơi trong số học sinh nữ là 50%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh.

a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $\frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $\frac{3}{5}$.

c) Biết học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng $\frac{1}{4}$.

d) Xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là $\frac{6}{11}$.

Lời giải

a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng

Gọi A là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nam” thì $\overline{A}$ là biến cố “học sinh được chọn là học sinh nữ”;

B là biến cố: “Học sinh được chọn là học sinh biết bơi” thì $\overline{B}$ là biến cố: “Học sinh được chọn là học sinh không biết bơi”.

Theo giả thiết ta có:

$$P(A) = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} \quad \text{và} \quad P(\bar{A}) = \frac{50-30}{50} = \frac{2}{5}.$$

$$P(B|A) = 60\% = \frac{3}{5} \quad \text{và} \quad P(B|\bar{A}) = 50\% = \frac{1}{2}.$$

a) Xác suất học sinh được chọn là nam bằng $P(A) = \frac{3}{5}$.

b) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi, biết học sinh này là nam bằng $P(B|A) = \frac{3}{5}$.

c) Xác suất học sinh được chọn là học sinh biết bơi là

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A}) = \frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} = \frac{14}{25};$$

Học sinh được chọn là học sinh biết bơi thì xác suất học sinh đó là học sinh nam bằng

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{14}{25}} = \frac{9}{14}.$$

d) Vì $P(B|A) = \frac{3}{5}$ nên $P(\bar{B}|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$.

Mặt khác, $P(B) = \frac{14}{25}$ nên $P(\bar{B}) = \frac{11}{25}$.

Do đó, theo công thức Bayes, xác suất để học sinh được chọn là nam khi biết học sinh đó không biết bơi là

$$P(A|\bar{B}) = \frac{P(\bar{B}|A)P(A)}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{5}}{\frac{11}{25}} = \frac{6}{11}.$$

Câu 4: Cho các hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x}$ xác định trên tập $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a. Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = \frac{3}{x^2}$ trên $\mathbf{D}$.

b. Hàm số $F(x) = 2x - 3 \ln|x| + C$ là họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)$.

c. Cho $F(1) = 5$, khi đó $F(x) = 2x - 3 \ln|x| + 3$.

d. $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $xf(x)$ thỏa mãn $G(1) = 4$. Khi đó $G(2) = 2$.

a) Đúng; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai

a) Ta có $f'(x) = \frac{3}{x^2} = g(x), \forall x \in D$. Vậy hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)$ trên D .
Chọn **đúng**.

b) Ta có $F(x) = \int f(x)dx = \int \frac{2x-3}{x}dx = \int \left(2 - \frac{3}{x}\right)dx = 2x - 3\ln|x| + C$. Chọn **đúng**.

c) Vì $F(1) = 5 \Rightarrow 2 \cdot 1 - 3\ln 1 + C = 5 \Rightarrow C = 3$. Vậy $F(x) = 2x - 3\ln|x| + 3$. Chọn **đúng**.

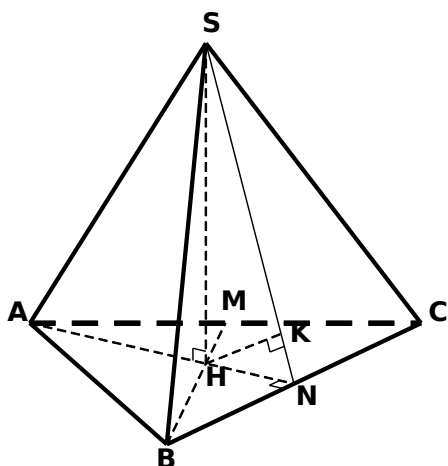
d) Vì $G(x) = \int xf(x)dx = \int x\left(\frac{2x-3}{x}\right)dx = \int (2x-3)dx = x^2 - 3x + C$, và $G(1) = 4 \Rightarrow 1 - 3 \cdot 1 + C = 4 \Rightarrow C = 6 \Rightarrow G(x) = x^2 - 3x + 6$. Vậy $G(2) = 4$. Chọn **sai**.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , mặt bên tạo với đáy một góc 30° . Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng ma ; $m \in \mathbb{Q}$. Giá trị m là bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC và BC . Suy ra



$H = AN \cap BM$ là tâm của tam giác đều ABC . Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

Ta có $d(A, (SBC)) = 3d(H, (SBC))$

Kẻ $HK \perp SN$ ($K \in SN$). (1)

Ta có $\begin{cases} BC \perp HN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SHN) \Rightarrow BC \perp HK$ (2)

Từ (1) và (2), suy ra $HK \perp (SBC)$ nên $d(H, (SBC)) = HK$.

$$\text{Vì } \begin{cases} BC \perp AN \\ BC \perp SH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAN) \Rightarrow BC \perp SN$$

$$\text{Do } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SN \subset (SBC), SN \perp BC \\ AN \subset (ABC), AN \perp BC \end{cases} \text{ suy ra } \angle SNH = \angle SNA = \angle ANH = 30^\circ$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHN, \text{ ta có } HN = \frac{AN}{3} = \frac{a\sqrt{3}}{6} \text{ suy ra } SH = HN \cdot \tan \angle SNH = \frac{a}{6}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHN, \text{ ta có } HK = \frac{SH \cdot HN}{\sqrt{SH^2 + HN^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{12}$$

$$\text{Vậy } d(A, (SBC)) = 3HK = \frac{a\sqrt{3}}{4} \approx 0,43a$$

Câu 2: **Độ pH của một dung dịch** là đại lượng đặc trưng cho mức độ acid, base của một dung dịch. **pH** liên hệ trực tiếp với nồng độ H^+ thông qua biểu thức sau:

$$pH = -\log_{10} ([H^+])$$

- Trong đó: $[H^+](mol/L)$: là nồng độ của ion H^+ có trong dung dịch cần xét.

Hơn nữa:

$$pH = -\log_{10} \left(\frac{10^{-14}}{[OH^-]} \right)$$

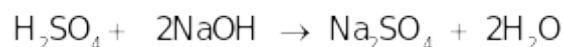
- Trong đó: $[OH^-](mol/L)$: là nồng độ của ion OH^- có trong dung dịch cần xét.

Xét thí nghiệm hóa học dưới đây:

Người ta muốn xác định độ pH của một dung dịch bằng cách trộn $0,2(L)$ dung dịch H_2SO_4 có $n_{H_2SO_4} = 0,02 mol$ với $0,5(L)$ dung dịch $NaOH$ có $n_{NaOH} = 0,06 mol$. Tính độ pH của dung dịch tạo thành (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).

Lời giải

Phương trình hóa học:



Ban đầu: $0,02 \quad 0,06$

Phản ứng: $0,02 \rightarrow 0,02$

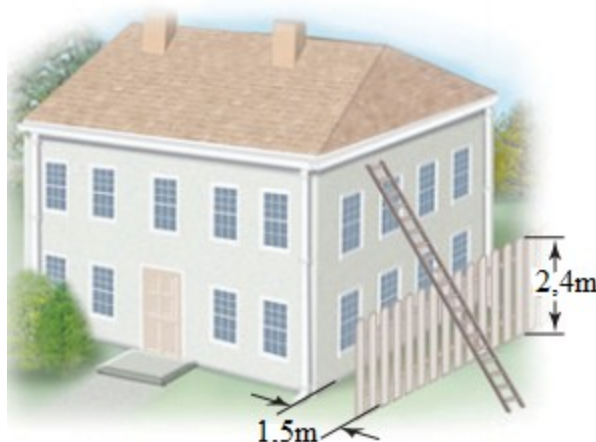
Sau phản ứng: $0 \quad 0,04$

Vì sau phản ứng còn dư NaOH nên dung dịch sau phản ứng mang tính base.

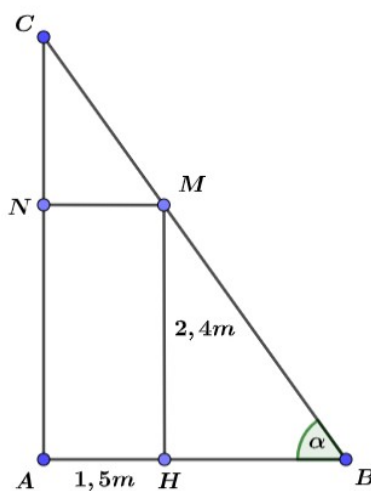
Thể tích dung dịch sau phản ứng bằng: $V = 0,2 + 0,3 = 0,5 \text{ (L)}$

Ta có: $[\text{OH}^-] = \frac{0,04}{0,5} = 0,08 \text{ M}$ $\text{pH} = -\log_{10} \left(\frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} \right) \approx 12,9$
 Suy ra

Câu 3: Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao 2,4 mét được đặt song song và cách bức tường của ngôi nhà một khoảng bằng 1,5 mét. Chiều dài ngắn nhất của cây thang bao nhiêu mét để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà (tham khảo hình vẽ) (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)?



Lời giải



Gọi góc hợp bởi thang và mặt đất là $\alpha \left(0 < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$. Chiều dài thang là $BC = BM + MC$.

Tam giác vuông MHB có $BM = \frac{2,4}{\sin \alpha}$.

Tam giác vuông MNC có $MC = \frac{1,5}{\cos \alpha}$.

$$BC = BM + MC = \frac{2,4}{\sin \alpha} + \frac{1,5}{\cos \alpha}.$$

Xét hàm số $y = \frac{2,4}{\sin x} + \frac{1,5}{\cos x}$ với $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$

$$y' = \frac{-2,4 \cdot \cos x}{\sin^2 x} + \frac{1,5 \cdot \sin x}{\cos^2 x} = \frac{-2,4 \cdot \cos^3 x + 1,5 \cdot \sin^3 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x},$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 2,4 \cdot \cos^3 x = 1,5 \cdot \sin^3 x \Leftrightarrow \tan^3 x = \frac{2,4}{1,5} \Leftrightarrow \tan x = \sqrt[3]{\frac{8}{5}}, \text{ do } x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$$

nên $x \approx 0,863 \text{ rad}$

Ta có bảng biến thiên

x	0	0,863	$\frac{\pi}{2}$
y'	–	0	+
y		5,47	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy chiều dài thang bé nhất xấp xỉ 5,47 mét.

Câu 4: Một nhà xuất bản sách muốn đưa ra thị trường một quyển sách Toán. Biết một trang giấy của một quyển sách Toán có dạng hình chữ nhật. Phần in chữ (hình ảnh) trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5 \text{ cm}^2$. Biết lề trên, lề dưới của trang giấy là 3 cm; lề phải, lề trái của trang giấy là 2 cm. Để tiết kiệm chi phí in ấn và giấy nên nhà xuất bản yêu cầu diện tích trang giấy là nhỏ nhất. Khi đó, quyển sách dày 100 tờ bao gồm cả bìa, mỗi tờ (trừ tờ bìa) đều in 2 mặt.

+ Giá bìa màu: 2.000 đồng/ trang.

+ Giá in ấn: 2.000 đồng/ m^2 .

+ Giá giấy: 1.300 đồng/ m^2 .

Với giá gốc (giá sách ban đầu) chỉ chiếm 20% giá bán của sách.

Khi đó giá bán mỗi quyển sách tối thiểu là bao nhiêu nghìn đồng (làm tròn đến đơn vị hàng nghìn).

Lời giải

Gọi a, b (cm) ($a \geq b > 0$) lần lượt là chiều dài và chiều rộng của trang chữ.

Suy ra chiều dài và chiều rộng của trang giấy lần lượt là $a + 6$, $b + 4$.

Phần in chữ trên trang giấy đó cần diện tích là $337,5 \text{ cm}^2$ nên ta có $a \cdot b = 337,5 \Leftrightarrow b = \frac{337,5}{a}$

$$S = (a + 6)(b + 4) = (a + 6) \left(\frac{337,5}{a} + 4 \right) = 4a + \frac{2025}{a} + 361,5$$

Diện tích trang giấy là

$$S \geq 2\sqrt{4a \cdot \frac{2025}{a}} + 361,5 = 541,5$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy ta có

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow 4a = \frac{2025}{a} \Leftrightarrow a = 22,5 \Rightarrow b = 15$$

Vậy để diện tích trang giấy là nhỏ nhất thì chiều dài và chiều rộng của trang giấy lần lượt là 28,5 cm và 19 cm.

- Tổng số trang in ấn là: $(100 - 2) \cdot 2 = 196$ (trang).

- Diện tích phần in ấn là: $196 \cdot 337,5 = 66150 (cm^2) = 6,615 (m^2)$.

- Số tiền in ấn: $6,615 \cdot 2000 = 13230$ đồng.

- Tổng số tờ giấy in: $100 - 2 = 98$ (tờ).

- Diện tích tờ giấy in: $98 \cdot 28,5 \cdot 19 = 53067 (cm^2) = 5,3067 (m^2)$.

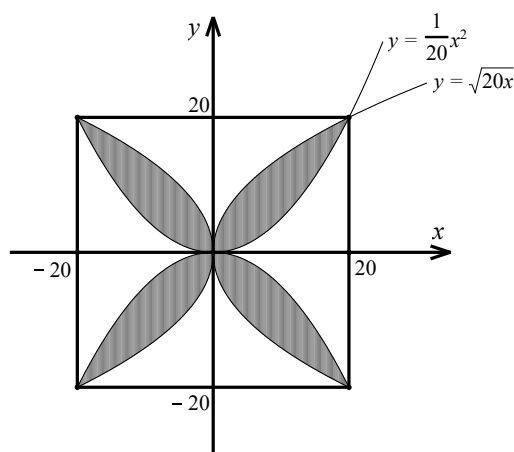
- Số tiền giấy: $5,3067 \cdot 1300 = 6898,71$ (đồng).

Tổng số tiền in ấn 1 quyển sách là: $2 \cdot 2000 + 13230 + 6898,71 = 24128,71$ (đồng).

Vậy giá bán mỗi quyển sách là: $24128,71 \cdot 5 = 120643,55$ (đồng) ≈ 121 (nghìn đồng).

Câu 5: Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Khi đó giá tiền mỗi viên gạch được tính bằng giá tiền in màu lên nền gạch: Giá tiền in màu 4 cánh hoa là 30.000 đồng trên $1000 cm^2$, và phần màu trắng (còn lại) là 15.000 đồng trên $1000 cm^2$. Một nền nhà diện tích $60 m^2$ lát toàn bộ gạch hoa trên thì số tiền mua đủ số gạch là bao nhiêu triệu đồng.

Giá tiền 1 viên gạch gồm giá phần thô làm ra viên gạch và giá phần trang trí mới phù hợp với thực tế



Lời giải

Diện tích một cánh hoa là diện tích hình phẳng được tính theo công thức sau:

$$S = \int_0^{20} \left(\sqrt{20x} - \frac{1}{20}x^2 \right) dx = \left(\frac{2}{3} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{x^3} - \frac{1}{60}x^3 \right) \Big|_0^{20} = \frac{400}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Diện tích 4 cánh hoa của 1 viên gạch là $S_1 = 4.S = \frac{1600}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$

Diện tích phần màu trắng của 1 viên gạch là $S_2 = 40.40 - S_1 = 1600 - \frac{1600}{3} = \frac{3200}{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$

Nền nhà cần số viên gạch là $\frac{60 \times 100^2}{1600} = 300$ (viên gạch)

Vậy số tiền cần là mua 300 viên gạch là

$$T = 300 \times \left[\frac{1600}{3.1000} \times 30000 + \frac{3200}{3.1000} \times 15000 \right] = 96000000 \text{ (đồng)} = 9,60 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 6: Từ tập tất cả các số tự nhiên có bốn chữ số. Chọn một số bất kì trong tập số trên. Xác suất để số chọn ra thỏa mãn: Trong 4 chữ số của số đó chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số là: $\overline{abcd}$ ($a, b, c, d \in \mathbb{N}; 0 < a \leq 9, 0 \leq b, c, d \leq 9$).

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 9.10.10.10 = 9000$.

Gọi A là biến cố: “Số được chọn có chỉ một chữ số xuất hiện đúng hai lần”

• TH 1: Số xuất hiện hai lần là số 0.

Chọn a có 9 cách, vị trí hai số 0 có C_3^2 cách, vị trí còn lại có 8 cách $\Rightarrow 9.C_3^2.8$ cách.

• TH 2: Số xuất hiện hai lần là một trong các số: $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

Ví dụ: số xuất hiện hai lần là số 1.

Chọn vị trí hai số 1 có C_4^2 cách, hai vị trí còn lại có A_9^2 cách $\Rightarrow C_4^2.A_9^2$ cách.

Chọn $a = 0$, hai vị trí số 1 có C_3^2 cách, vị trí còn lại có 8 cách $\Rightarrow C_3^2.8$ cách.

Với các số: $\{2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$ xuất hiện hai lần ta làm tương tự. Từ đó ta có: $9.(C_4^2.A_9^2 - C_3^2.8)$ cách.

Do đó $n(A) = 9.C_3^2.8 + 9.(C_4^2.A_9^2 - C_3^2.8) = 3888$ cách. Vậy $P(A) = \frac{3888}{9000} = \frac{54}{125} \approx 0,43$.

**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 7**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

- A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$. C. $\frac{2^x}{x} + C$. D. $x \cdot 2^{x-1} + C$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$. B. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$. C. $\int_0^1 x^6 dx$. D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Câu 3: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $[0; 20)$. B. $[20; 40)$. C. $[40; 60)$. D. $[60; 80)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$ là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.
- C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm đường tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. B. $y = \frac{x^2+2x-3}{2x-3}$. C. $y = x - \sqrt{x^2+2}$. D. $y = \frac{2}{x^2+x+1}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18 - x^2) = 2$ là:

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{-3\}$. C. $S = \{\pm 3\}$. D. $S = \{-4; 3\}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (1; -2; -5)$. D. $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SAC) . D. (SAD) .

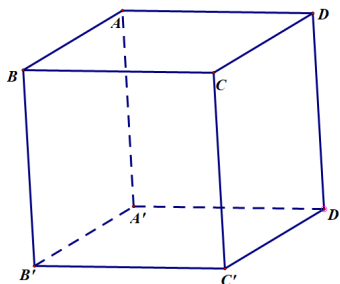
Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_3 x = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5, u_5 = 17$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau



- A. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$. B. $\overline{AC} = \overline{A'B'} + \overline{A'D'} + \overline{AA'}$.
C. $\overline{BC'} = \overline{AD'}$. D. $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AB'}$.

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có điểm cực đại là

- A. $(0; 3)$. B. $x = 0$. C. $y = 3$. D. $y = 1$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x\sqrt{2}$.

- a) Tính $f(0) = 2$ và $f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2}$.
- b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + \sqrt{2}$.
- c) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.
- d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\pi\sqrt{2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) .

- a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 0; -2)$ và bán kính $R = 5$.
- b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2; -4; -6)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ là điểm $H(1; 2; -1)$.
- d) Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B và diện tích ΔIAB bằng 12.

Câu 3: Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 100 ngày. Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công công trình). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$ với $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng tại thời điểm t . Biết rằng $m(t) = 100 + 12\sqrt{t} - 2t$ (với $0 \leq t \leq 100$).

- a) Có 116 công nhân được sử dụng vào ngày thứ 4.
- b) Số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 10.
- c) Trong 16 ngày đầu tiên, công trình đã cần 1856 ngày công.
- d) Giả sử số tiền trả cho 1 ngày công là 500.000 đồng. Khi đó tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó theo thời gian dự kiến là 4 tỉ đồng.

Câu 4: Một căn bệnh X có 4% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán bệnh X có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 98%. Chọn ngẫu nhiên một người đi kiểm tra bệnh X bằng phương pháp trên.

- a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,04.

b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $0,01$.

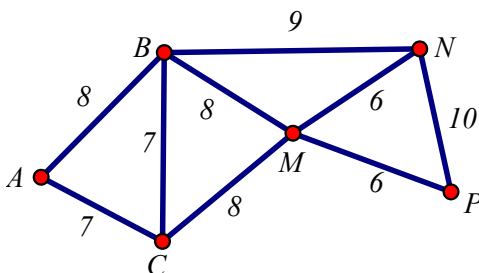
c) Xác suất để người đó có kết quả dương tính là $0,0588$.

d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là $0,6$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 2: Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P , biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



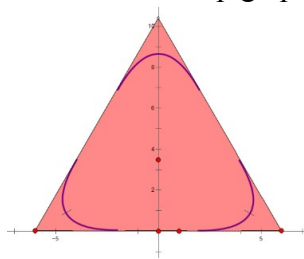
Câu 3: Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 12 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường Parabol (P):

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$$

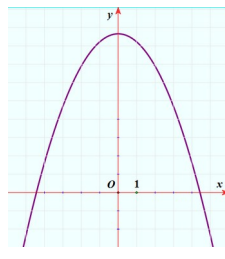
(H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



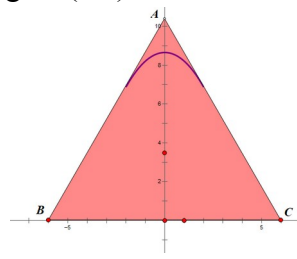
H1



H2



H3



H4

Tính diện tích mặt kính (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$$

phương trình

và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định

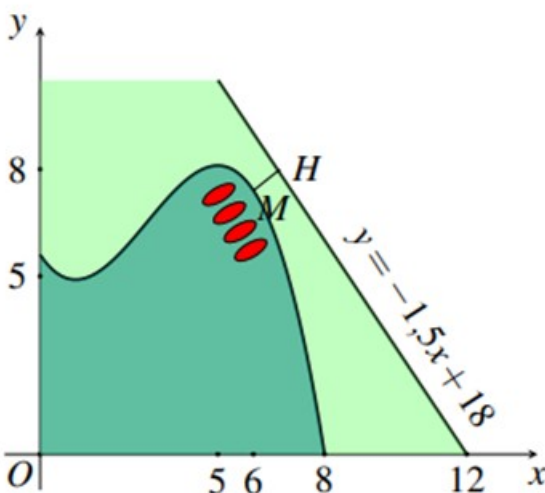
quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng $749km$.

Câu 5: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên dưới,

nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục là 100m (Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016).

Trong công viên có một con đường chạy dọc theo bờ hồ có phương trình $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này là bao nhiêu?



Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^x$ là:

A. $\frac{2^{x+1}}{x+1} + C$

B. $\frac{2^x}{\ln 2} + C$

C. $\frac{2^x}{x} + C$

D. $x \cdot 2^{x-1} + C$

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 2: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 x^3 dx$.

B. $\pi \int_0^1 (2x)^3 dx$.

C. $\int_0^1 x^6 dx$.

D. $\pi \int_0^1 x^6 dx$.

Lời giải

Chọn C

Câu 3: Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

Điểm	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	25	35	37	15	8

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

A. $[0; 20)$.

B. $[20; 40)$.

C. $[40; 60)$.

D. $[60; 80)$.

Lời giải

Chọn B

Kích thước mẫu số liệu $n = 25 + 35 + 37 + 15 + 8 = 110$ (chẵn)

Khi đó trung vị $M_c = \frac{x_{55} + x_{56}}{2}$; mà $x_{55}, x_{56} \in [20; 40)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$ là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có đường thẳng MN đi qua $M(1; 2; 1)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{MN} = (2; -1; -3)$ làm vectơ chỉ phương nên

có phương trình: $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 5: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x = 1$ làm đường tiệm cận đứng?

A. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

B. $y = \frac{x^2+2x-3}{2x-3}$.

C. $y = x - \sqrt{x^2+2}$.

D. $y = \frac{2}{x^2+x+1}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(18-x^2) = 2$ là:

- A. $S = \{3\}$. B. $S = \{-3\}$. C. $S = \{\pm 3\}$. D. $S = \{-4; 3\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_3(18 - x^2) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} 18 - x^2 > 0 \\ 18 - x^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{2} \\ x = \pm 3 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 3$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (1; -2; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (1; 2; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (1; -2; -5)$. D. $\vec{n}_1 = (1; -2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

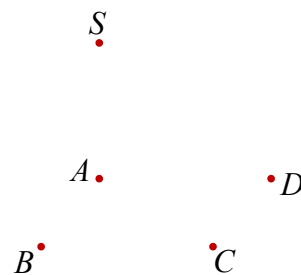
Theo công thức phương trình tổng quát của mặt phẳng.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng CD vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SAC) . D. (SAD) .

Lời giải

Chọn D



$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$$

Câu 9: Nghiệm phương trình $\log_3 x = 2$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 9$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_3 x = 2 \Leftrightarrow x = 3^2 = 9$$

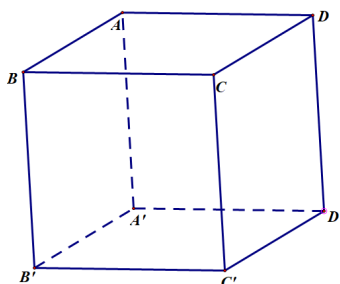
Câu 10: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 5, u_5 = 17$. Công sai d của cấp số cộng là:

- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Chọn D

$$\begin{cases} u_2 = 5 \\ u_5 = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d = 5 \\ u_1 + 4d = 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 4 \end{cases}$$

Câu 11: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau



A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{AD'}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB'}$.

Lời giải

Chọn B

$$\overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC'}$$

Câu 12: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$			
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho có điểm cực đại là

A. $(0; 3)$.

B. $x = 0$.

C. $y = 3$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào BBT

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x\sqrt{2}$.

a) Tính $f(0) = 2$ và $f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + \sqrt{2}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có đúng 2 nghiệm trên đoạn $[0; \pi]$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0; \pi]$ là $\pi\sqrt{2}$.

Lời giải

a) **Đúng.** Tính $f(0)$ và $f(\pi)$:

$$f(0) = 2 \cos 0 + 0 \cdot \sqrt{2} = 2.$$

$$f(\pi) = 2 \cos \pi + \pi \sqrt{2} = -2 + \pi \sqrt{2}.$$

Suy ra a) **Đúng.**

b) **Sai.** Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2 \sin x + \sqrt{2}$. Suy ra b) **Sai.**

c) **Đúng.** Ta có : $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \sin x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\Leftrightarrow \sin x = \sin \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $0 \leq x \leq \pi$ nên ta chọn $x = \frac{\pi}{4}$ và $x = \frac{3\pi}{4}$. Suy ra mệnh đề c) **Đúng.**

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} \\ x = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

d) **Đúng.** Xét trên đoạn $[0; \pi]$ ta có :

$$f(0) = 2$$

$$f(\pi) = -2 + \pi\sqrt{2} \approx 2,44$$

$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} \approx 2,52$$

$$f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} \approx 1,92$$

Suy ra :

$$\text{Max}_{[0; \pi]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} + \frac{\pi\sqrt{2}}{4} = M$$

$$\text{Min}_{[0; \pi]} f(x) = f\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\sqrt{2} + \frac{3\pi\sqrt{2}}{4} = m$$

Vậy $M + m = \pi\sqrt{2}$. Suy ra d) **Đúng.**

$$\Delta: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = -2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 25$. Gọi I là tâm của mặt cầu (S) .

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 0; -2)$ và bán kính $R = 5$.

b) Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(-2; -4; -6)$.

c) Hình chiếu vuông góc của tâm I lên đường thẳng Δ là điểm $H(1; 2; -1)$.

d) Đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B và diện tích ΔIAB bằng 12.

Lời giải

a) **Đúng.** Mặt cầu (S) có tâm $I(3; 0; 2)$ và bán kính $R = 5$. Suy ra a) Sai.

$$\begin{cases} -2 = -1 + t \\ -4 = -2 + 2t \\ -6 = -3 + 2t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \text{ (sai)} \\ t = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

b) **Sai.** Thế tọa độ điểm $M(-2; -4; -6)$ vào pt Δ ta có:

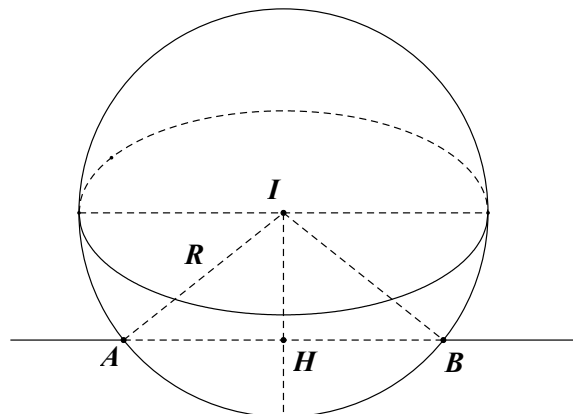
Suy ra b) sai.

c) **Sai.** Điểm $H \in \Delta \Rightarrow H(-1+t; -2+2t; -3+2t)$

Suy ra: $\overrightarrow{IH} = (-4+t; -2+2t; -5+2t)$. H là hình chiếu của I lên $\Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \perp \Delta \Leftrightarrow \overrightarrow{IH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$ với $\overrightarrow{u_\Delta} = (1; 2; 2)$

$$\Leftrightarrow 1(-4+t) + 2(-2+2t) + 2(-5+2t) = 0$$

$$\Leftrightarrow 9t - 18 = 0 \Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow H(1; 2; 1). \text{ Suy ra c) sai.}$$



d) Đúng. Ta có: $IH = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + (-1)^2} = 3 < R$ nên Δ cắt mặt cầu (S) tại 2 điểm A, B .

Khi đó: $AH = \sqrt{IA^2 - IH^2} = 4 \Rightarrow AB = 2AH = 8$.

Diện tích ΔIAB là $S_{\Delta IAB} = \frac{1}{2} IH \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12$. Suy ra **d) Đúng**.

Câu 3: Một công trình xây dựng dự kiến hoàn thành trong 100 ngày. Gọi $M(t)$ là số ngày công được tính đến hết ngày thứ t (kể từ khi khởi công công trình). Trong kinh tế xây dựng, người ta đã biết rằng $M'(t) = m(t)$ với $m(t)$ là số lượng công nhân được sử dụng tại thời điểm t . Biết rằng $m(t) = 100 + 12\sqrt{t} - 2t$ (với $0 \leq t \leq 100$).

a) Có 116 công nhân được sử dụng vào ngày thứ 4.

b) Số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 10.

c) Trong 16 ngày đầu tiên, công trình đã cần 1856 ngày công.

d) Giả sử số tiền trả cho 1 ngày công là 500.000 đồng. Khi đó tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó theo thời gian dự kiến là 4 tỉ đồng.

Lời giải

a) Đúng.

Số công nhân được sử dụng vào ngày thứ 4 là $m(4) = 116$. Suy ra **a) đúng**.

b) Sai. Xét hàm số $m(t) = 100 + 12\sqrt{t} - 2t$ trên đoạn $[0; 100]$.

Ta có: $m'(t) = \frac{6}{\sqrt{t}} - 2 = \frac{6 - 2\sqrt{t}}{\sqrt{t}}$. Cho $m'(t) = 0 \Leftrightarrow 6 - 2\sqrt{t} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{t} = 3 \Leftrightarrow t = 9(n)$

$$m(0) = 100$$

$$m(9) = 118$$

$$m(100) = 20$$

Suy ra số công nhân được sử dụng nhiều nhất vào ngày thứ 9. Vậy **b) Sai**.

c) Đúng. Số ngày công được sử dụng trong 16 ngày đầu tiên là:

$$M(16) = \int_0^{16} m(t) dt = \int_0^{16} (100 + 12\sqrt{t} - 2t) dt = \left(100t + 8t^{\frac{3}{2}} - t^2 \right) \Big|_0^{16} = 1856 \quad (\text{ngày công}).$$

Suy ra **c) đúng**.

d) Đúng. Tổng số ngày công được sử dụng để hoàn thành công trình trong 100 ngày là:

$$M(100) = \int_0^{100} m(t) dt = \int_0^{100} (100 + 12\sqrt{t} - 2t) dt = \left(100t + 8t^{\frac{3}{2}} - t^2 \right) \Big|_0^{100} = 8000 \quad (\text{ngày công})$$

Tổng số tiền phải trả cho nhân công để hoàn thành công trình xây dựng đó là $8000 \times 500.000 = 4.000.000.000 = 4$ tỉ đồng

Vậy **d) Đúng.**

Câu 4: Một căn bệnh X có 4% dân số mắc phải. Một phương pháp chẩn đoán bệnh X có tỉ lệ chính xác là 99%. Với những người bị bệnh, phương pháp này sẽ đưa ra kết quả dương tính 99% số trường hợp. Với những người không mắc bệnh, phương pháp này cũng chẩn đoán đúng 98%. Chọn ngẫu nhiên một người đi kiểm tra bệnh X bằng phương pháp trên.

- a) Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là 0,04.
- b) Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là 0,01.
- c) Xác suất để người đó có kết quả dương tính là 0,0588.
- d) Biết rằng đã có kết quả chẩn đoán là dương tính, xác suất để người đó thực sự mắc bệnh là 0,6.

Lời giải

Ta gọi các biến cố:

A : “Người đó mắc bệnh” và $\bar{A}$: “Người đó không mắc bệnh”.

B : “Kết quả xét nghiệm dương tính” và $\bar{B}$: “Kết quả xét nghiệm âm tính”.

Theo đề bài ta có:

$$P(A) = 0,04$$

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,04 = 0,96$$

$$P(B|A) = 0,99$$

$$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,98$$

a) Đúng. Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra là $P(A) = 0,04$. Suy ra **a) Đúng.**

b) Sai. Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là $P(\bar{B}|\bar{A}) = 1 - 0,98 = 0,02$. Suy ra **b) Sai.**

c) Đúng. Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có xác suất để người đó có kết quả dương tính là:

$$P(B) = P(B|A) \cdot P(A) + P(\bar{B}|\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,99 \cdot 0,04 + 0,02 \cdot 0,96 = 0,0588$$

Vậy **c) Đúng.**

d) Sai. Áp dụng công thức Bayes, ta có xác suất để người đó thực sự mắc bệnh (khi đã có kết quả xét nghiệm dương tính) là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)} = \frac{0,99 \cdot 0,04}{0,0588} = 0,6735$$

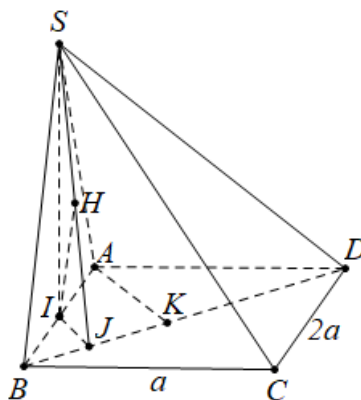
Vậy **d) Sai.**

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật cạnh $AB = 2AD = 2$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Trả lời: 21



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow SI \perp AB$.

$$\begin{cases} SI \perp AB \\ (SAB) \perp (ABCD) \text{ (gt)} \Rightarrow SI \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \end{cases}$$

Ta có:

Xét $\triangle SAB$ đều có cạnh bằng 2 $\Rightarrow SI = \sqrt{3}$

Kẻ $AK \perp BD$ tại K . Ta xét $\triangle BAD$ có: $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1} = \frac{5}{4} \Rightarrow AK = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Kẻ $JI \perp BD$ tại $J \Rightarrow JI \parallel AK \Rightarrow JI = \frac{1}{2} AK = \frac{\sqrt{5}}{5}$. Ta có: $BD \perp SI \Rightarrow BD \perp (SJI)$

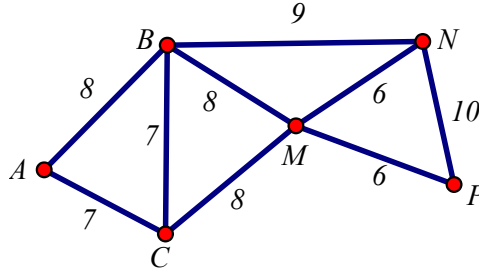
Kẻ $HI \perp SJ$ tại $H \Rightarrow IH \perp (SBD)$ tại $H \Rightarrow d(I; (SBD)) = IH$

Xét $\triangle SJI$ có: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{JI^2} + \frac{1}{SI^2} = 5 + \frac{1}{3} = \frac{16}{3} \Rightarrow HI = \frac{\sqrt{3}}{4}$

Do I là trung điểm của AB nên:

$$\frac{d(A; (SBD))}{d(I; (SBD))} = \frac{AB}{AI} = 2 \Rightarrow d(A; (SBD)) = 2d(I; (SBD)) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0,87$$

Câu 2: Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P , biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 21

Các đường đi từ A đến P là:

$ABCMNP$, $ABMNP$, $ABNMP$

$ACBMNP$, $ACBMP$, $ACBNMP$, $ACBNP$

$ACNMP$, $ACMP$

Đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P là $ACMP$ dài 21.

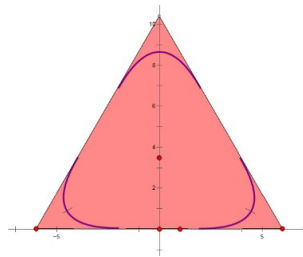
Câu 3: Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 12 (dm). Để cắt góc được đẹp thì người ta dùng đường Parabol (P):

$$y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$$

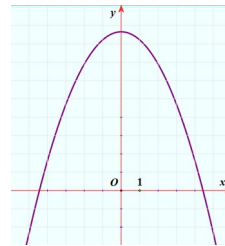
(H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



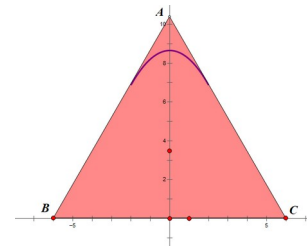
H1



H2



H3



H4

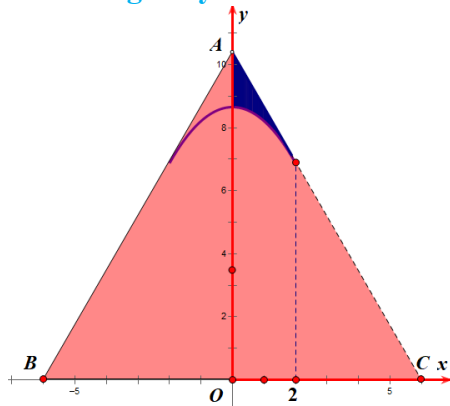
Tính diện tích mặt kính (kết quả được làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Trả lời: 54,4

Diện tích tam giác ABC bằng $S_{\Delta ABC} = 12^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = 36\sqrt{3}$

Dựng hệ trục như hình vẽ



Vì tam giác ABC đều cạnh bằng 12 nên $AO = 6\sqrt{3}$.

Phương trình đường thẳng $AC: \frac{x}{6} + \frac{y}{6\sqrt{3}} = 1 \Leftrightarrow y = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}$

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và đường thẳng AC

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} = -\sqrt{3}x + 6\sqrt{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{4}(x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Diện tích phần tô đậm giới hạn bởi (P) , (AC) và trục Oy trong hình bằng

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \left[(-\sqrt{3}x + 6\sqrt{3}) - \left(-\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3} \right) \right] dx = \int_0^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} \right) dx \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^2 (x-2)^2 dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \frac{1}{3} (x-2)^3 \Big|_0^2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

Vì mặt bàn đối xứng nên diện tích kính cần tính bằng

$$S_{\Delta ABC} - 6S = 36\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3} \approx 55,4 \text{ (dm}^2\text{)}$$

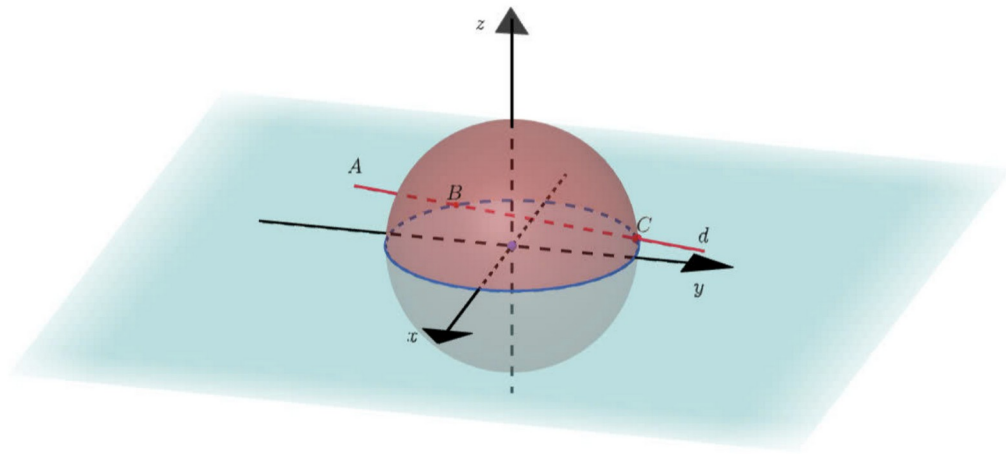
Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$$

phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).

Lời giải

Trả lời: 749



Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 600km$.

Vậy $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$

Thay $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ vào $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$

Ta có $(S): (100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow A(0;600;10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow B(-585;132;10) \end{cases}$$

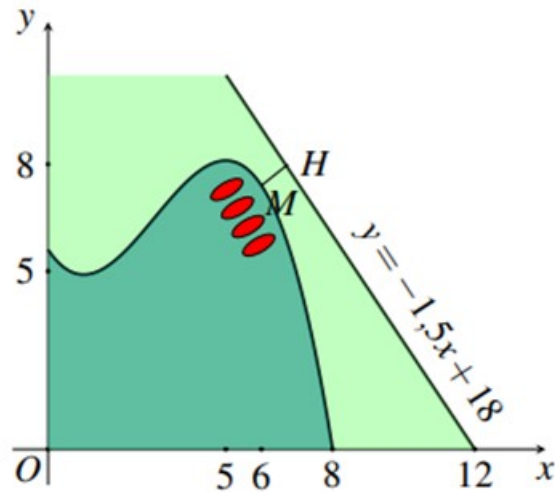
$$AB = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749km$$

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng $749km$.

Câu 5: Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên dưới,

nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị đo độ dài trên mỗi trục là 100m (Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016).

Trong công viên có một con đường chạy dọc theo bờ hồ có phương trình $y = -1,5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đập nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này là bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 6

Xét điểm $M(x; f(x))$ thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$ với $0 \leq x \leq 8$
 Khoảng cách từ điểm $M(x; f(x))$ đến đường thẳng $y = -1,5x + 18$ là:

$$MH = \frac{\left| -1,5x - \frac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56) + 18 \right|}{\sqrt{(-1,5)^2 + (-1)^2}} = \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}}$$

Ta khảo sát hàm số $h(x) = x^3 - 9x^2 + 124$ với $0 \leq x \leq 8$

$$h'(x) = 3x^2 - 18x, \quad h'(x) = 3x^2 - 18x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 6 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	0	6	8	
$h'(x)$	0	-	0	+
$h(x)$	124		60	
		16		

Căn cứ vào BBT, ta có $h(x) > 0$ với $0 \leq x \leq 8$; $\min_{[0,8]} h(x) = h(6) = 16$ tại $x = 6$

Do đó,

$$\min_{[0,8]} MH = \min_{[0,8]} \frac{|x^3 - 9x^2 + 124|}{10\sqrt{3,25}} = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot \min_{[0,8]} h(x) = \frac{1}{10\sqrt{3,25}} \cdot 16 \approx 0,8875$$

và đạt được tại $x = 6$.

Câu 6: Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Trả lời: 0,95

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lô 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có
$$P(H_1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, P(H_2) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}, P(H_3) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

$\bar{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có:
$$P(\bar{A} | H_1) = \frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}, P(\bar{A} | H_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, P(\bar{A} | H_3) = \frac{C_3^1 \cdot C_2^1}{10 \cdot 10} = 0,06.$$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\bar{A}) = P(H_1) \cdot P(\bar{A} | H_1) + P(H_2) \cdot P(\bar{A} | H_2) + P(H_3) \cdot P(\bar{A} | H_3) = 37 / 750.$$

Vậy
$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 37 / 750 \approx 0,95$$

BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 8

ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x)dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 2e^{2x}$. B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. C. $f(x) = 2e^x$. D. $f(x) = e^{2x}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3}^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(2; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -18. B. 18. C. 12. D. -12.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$. B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.
C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 6: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$. B. $x = 1, y = -2$. C. $x = -1, y = 2$. D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$.

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

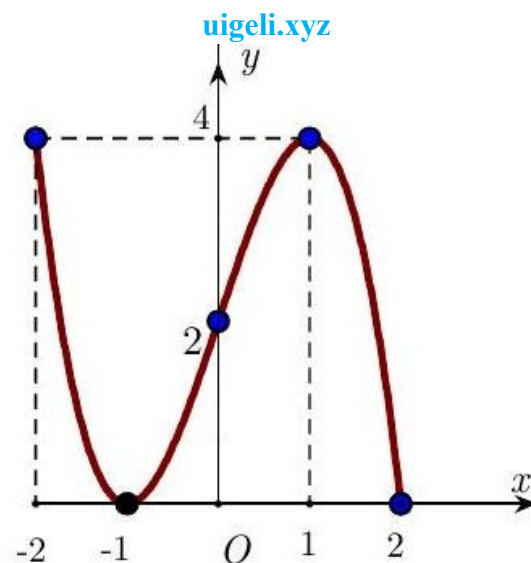
- A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$. C. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $4a^3$. C. $12a^3$. D. $24a^3$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



- A. $x = 1$. B. $(1; 4)$ C. $(-1; 0)$ D. $x = -1$.

Câu 10: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{13}{2}$. B. $-\frac{11}{2}$. C. $-\frac{13}{4}$. D. $-\frac{11}{6}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vecto $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 12: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 12,6. B. 11,5. C. 14,3. D. 16,8.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2+\sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

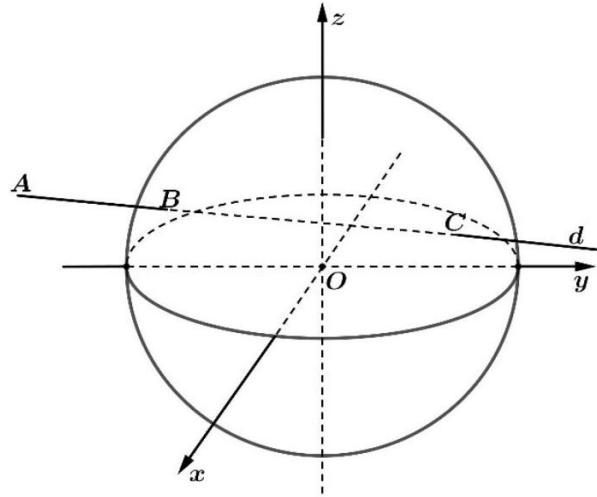
b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

c) Gọi $\bar{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay

đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

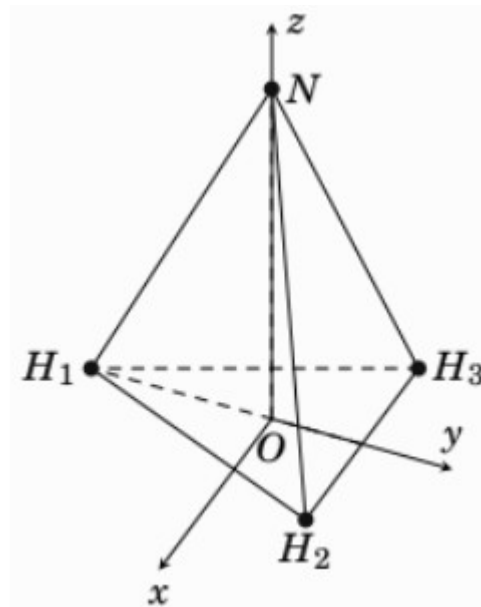


- a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.
- b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.
- c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.
- d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

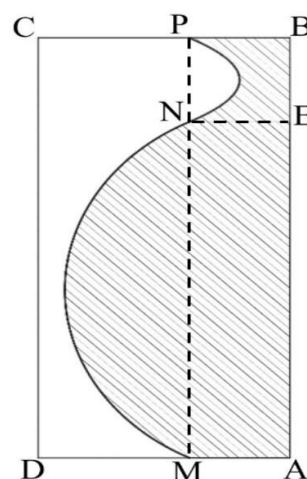
Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi $a = 2$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Câu 2: Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn H_1NH_2), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3 . Góc này xấp xỉ 107° . Trong không gian $Oxyz$, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz , ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0; -2; 0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox như hình vẽ minh họa. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)



Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1; 3; -1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a; b; c)$. Giá trị $T = 2a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5\text{dm}$, $AM = 1\text{dm}$, $BPNE$ là hình vuông có cạnh 1dm , cung tròn MN có bán kính $R = \sqrt{5}\text{dm}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí

doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 6: Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm. Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $f(x) = 2e^{2x}$ **B.** $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ **C.** $f(x) = 2e^x$ **D.** $f(x) = e^{2x}$

$$(e^{2x} + c)' = 2e^{2x}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A.** $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ **B.** $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$ **C.** $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$ **D.** $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3}^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

- A.** $(-\infty; 2]$ **B.** $(2; +\infty)$ **C.** $[2; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 1)$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x+1 \geq 3 \rightarrow x \geq 2$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A.** -18. **B.** 18. **C.** 12. **D.** -12.

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = -18$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$

$$\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{CB}$$

$$\overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$$

Câu 6: : Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$

B. $x = 1, y = -2$

C. $x = -1, y = 2$

D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$

TCN $y = 2$; TCĐ: $x = -1$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$

B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$

C. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$

D. $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$

B. $4a^3$

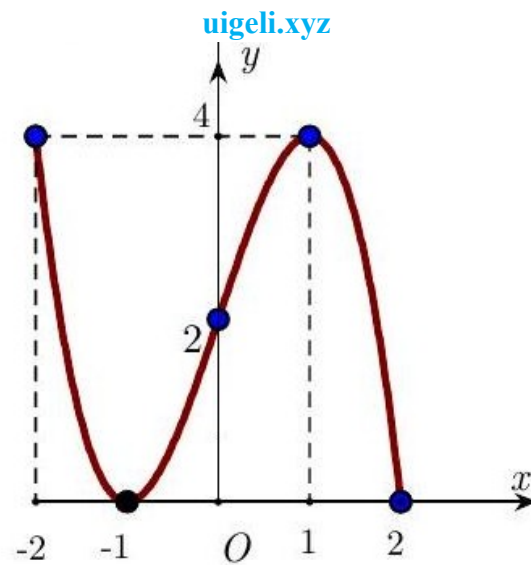
C. $12a^3$

D. $24a^3$

$$V = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 1$.

B. $(1; 4)$

C. $(-1; 0)$

D. $x = -1$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$

Câu 10: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{11}{6}$

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 6}{3} = \frac{-1}{6}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vecto $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(10; -2; 13)$

B. $(-2; 2; -7)$

C. $(-2; -2; 7)$

D. $(-2; 2; 7)$

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a}(4; -6; 6) \\ 3\vec{b}(0; 6; -3) \\ -2\vec{c}(-6; 2; -10) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}(-2; 2; -7)$$

Câu 12: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết

quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km / h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 12,6.

B. 11,5.

C. 14,3.

D. 16,8.

Lời giải

Chọn A

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{50}, x_{51} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 .
Do đó, $p = 3$; $a_3 = 160$; $m_3 = 35$; $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$; $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$ và ta có

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 .
Do đó, $p = 5$; $a_5 = 170$; $m_5 = 41$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$; $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$ và

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$$

ta có

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 12,6$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 điểm trên khoảng $(0; \pi)$

Lời giải

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) $y' = \frac{1}{2} - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

Có

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	π		
y'		+	0	-	0	+
y						

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{CD} = \frac{\pi}{24} - \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \\ y_{CT} = \frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên

d) $f'(x) = \frac{-\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \sin 2x = -\frac{\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{2} - \sin 2x + \frac{1}{2} = 0$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4}$$

Có 1 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ

thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số.

Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây. Suy ra mệnh đề **sai**.

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:
 $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$.

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là:
 $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$.

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 3: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

$$P(A | \bar{B}) = \frac{7}{11}$$

c) Gọi $\bar{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì

$$P(A) = \frac{13}{22}$$

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là

Đáp án

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

Gọi A là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ"

B là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ"

$$P(B) = \frac{5}{10} = 0,5$$

a)

b) Sau khi lấy được 1 bi đỏ từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 7 bi đỏ và 4 bi xanh

$$\Rightarrow P(A | B) = \frac{7}{11}$$

c) Sau khi lấy được 1 bi xanh từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 6 bi đỏ và 5 bi xanh

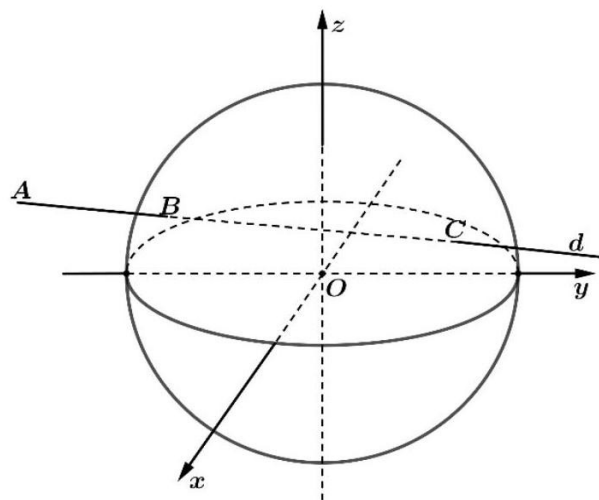
$$\Rightarrow P(A | \bar{B}) = \frac{6}{11}$$

$$d) P(A) = P(B).P(A | B) + P(\bar{B}).P(A | \bar{B})$$

$$= \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{11} + \frac{5}{10} \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}$$

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay

đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Đáp án

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) Đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km

b) $\Rightarrow R = 600 \Rightarrow$ Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát sóng là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và $R = 600$ là: $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2 = 360000$

c) $\overline{OM}(-500; 100; 100\sqrt{11}) \Rightarrow OM = 608,278 > R \Rightarrow$ Vị trí M nằm ngoài vùng kiểm soát.

$$d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases}$$

d) Máy bay chuyển động theo phương trình đường thẳng và khi máy bay ra khỏi vùng

kiểm soát $\Rightarrow (100t - 1000)^2 + (80t - 300)^2 + 110000 = 360000$

$\Rightarrow \begin{cases} t = 5,12 \\ t = 10 \end{cases} \Rightarrow$ Thời gian kiểm soát = $t_2 - t_1 = 10 - 5,12 = 4,88$ giờ

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi $a=2$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Đáp án

Trong mặt phẳng (ABC) :

Từ A dựng đường thẳng $d \parallel BC$.

Từ B dựng đường thẳng $\Delta \parallel AC$ và cắt d tại E

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AE \parallel BC \\ AE \subset (A'AE) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \parallel (A'AE)$$

$$\Rightarrow d(BC, AA') = d(BC, (A'AE))$$

$$= d(C, (A'AE)) = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

Có $CH \cap (A'AE)$ tại E

$$\Rightarrow \frac{d(C, (A'AE))}{d(H, (A'AE))} = \frac{CE}{HE} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow d(H, (A'AE)) = \frac{2}{3}d(C, (A'AE))$$

$$\left. \begin{array}{l} EA \perp AH \\ EA \perp A'H \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp (A'AH)$$

Trong mặt phẳng $(A'AH)$. Từ H dựng $HK \perp A'A$ tại K.

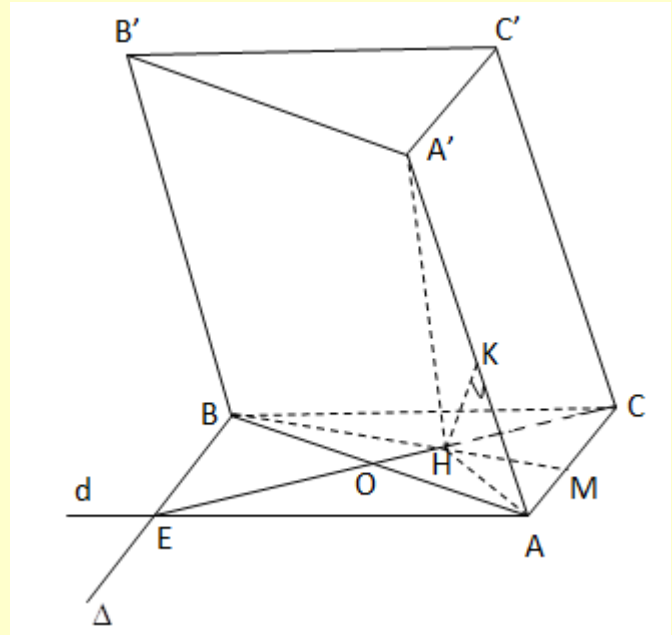
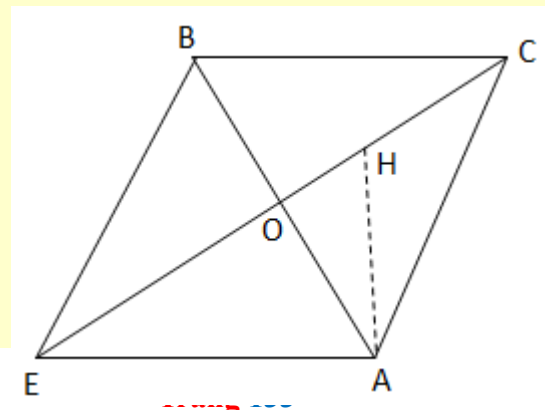
$$\left. \begin{array}{l} EA \perp (A'AH) \\ HK \subset (A'AH) \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp HK$$

Mà $A'A \perp HK$

$$\Rightarrow HK \perp (A'AE) \rightarrow d(H, (A'AE)) = HK$$

$$\Rightarrow HK = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

$$\text{Trong } \triangle A'AH: \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{AA'^2}$$



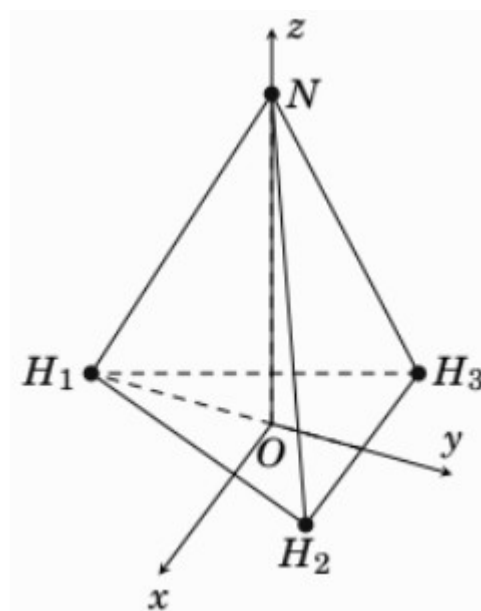
$$AH = BH = \frac{2}{3} \cdot BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} a = \frac{\sqrt{3}}{3} a$$

$$\Rightarrow HA' = \frac{a}{3} \rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'H S_{\Delta ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{\sqrt{3}}{12} a^3$$

$$a = 2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot 2^3 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,1547 \approx 1,15$$

Thay

Câu 2: Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H). Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn H_1NH_2), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3 . Góc này xấp xỉ 107° . Trong không gian Oxyz, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0; -2; 0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox như hình vẽ minh họa. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu?



(Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

$$H_1H_2 = m \Rightarrow OH_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} m = 2$$

Đặt

$$\Rightarrow m = 2\sqrt{3} \Rightarrow H_1H_2 = H_2H_3 = H_3H_1 = 2\sqrt{3}$$

$$\text{Xét } \Delta NH_1H_2 : H_1H_2^2 = NH_1^2 + NH_2^2 - 2 \cdot NH_1 \cdot NH_2 \cdot \cos H_1NH_2$$

$$\text{Có } NH_1 = NH_2 \Rightarrow 12 = 2NH_1^2 - 2NH_1^2 \cdot \cos 107^\circ \Rightarrow NH_1 = 2,155$$

Đáp án

2	,	1	6
---	---	---	---

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ O_{xyz} , cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1; 3; -1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường

Mặt cầu (S) tâm $I(1; -1; 2)$, bán kính $R = 3$. Gọi A là tiếp điểm

Có $M(1; 3; -1) \Rightarrow \overline{IM}(0; 4; -3)$

$$\Rightarrow IM = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{IM^2 - IA^2} = 4$$

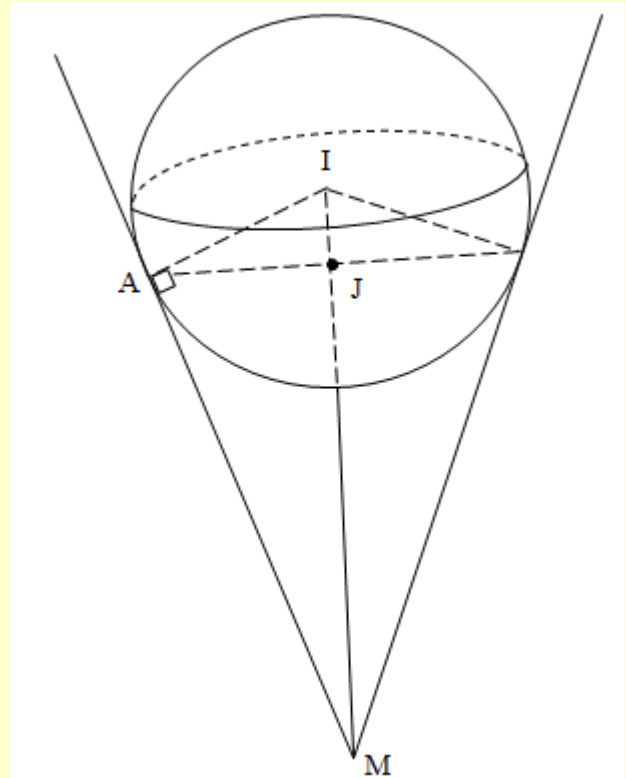
$$IJ \cdot IM = IA^2 \Rightarrow IJ = \frac{IA^2}{IM} = \frac{9}{5}$$

Gọi $J(a;b;c) \Rightarrow \overline{IJ}(a-1;b+1;c-2)$

$$\frac{\overline{IJ}}{\overline{IM}} = \frac{IJ}{IM} = \frac{9}{5} = \frac{9}{25} \Rightarrow \overline{IJ} = \frac{9}{25} \overline{IM}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1 = \frac{9}{25} \cdot 0 \\ b+1 = \frac{9}{25} \cdot 4 \\ c-2 = \frac{9}{25} \cdot (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{25} \cdot 0 + 1 = 1 \\ a = \frac{9}{25} \cdot 4 - 1 = \frac{11}{25} \\ c = \frac{9}{25} \cdot (-3) + 2 = \frac{23}{25} \end{cases}$$

$$\Rightarrow a + b + c = 2,36$$



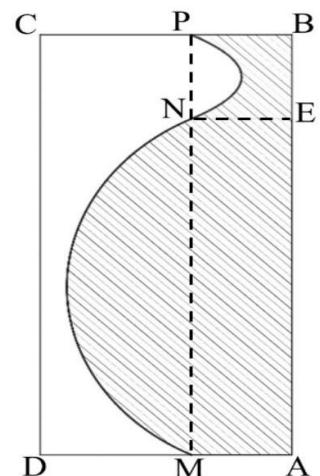
Đáp án

2	,	3	6
---	---	---	---

Câu 4: Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng (H)

(phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5\text{dm}$, $AM = 1\text{dm}$, $BP = 1\text{dm}$ là hình vuông có cạnh 1 dm, cung tròn MN có

bán kính $R = \sqrt{5} \text{ dm}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Đặt hệ trục tọa độ Axy sao cho $A(0;0)$

$$M(0;1) \in Oy; E(4;0) \in Ox, B(5;0) \in Ox$$

$$N(4;1); P(5;1)$$

Gọi I là trung điểm của $AE \rightarrow I(2;0)$

$$\text{Có } \overline{IN}(2;1) \Rightarrow IN = \sqrt{5} = R$$

$\Rightarrow$ Cung tròn MN nằm trong đường tròn (C) tâm $I(2;0)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

$$(C): (x-2)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 5 - (x-2)^2$$

$$V_1 = \pi \int_0^4 (5 - (x-2)^2) dx = \frac{44\pi}{3}$$

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$

(P) đi qua $N(4;1); P(5;1)$

Gọi H là đỉnh của $(P) \Rightarrow H$ là tâm của hình vuông $BPNE \Rightarrow H$ là trung điểm của $EP \Rightarrow H\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} y(4)=1 \Rightarrow 16a+4b+c=1 \\ y(5)=1 \Rightarrow 25a+5b+c=1 \\ y\left(\frac{9}{2}\right)=\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^2 a + \frac{9}{2}b + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-18 \\ c=41 \end{cases}$$

$$\Rightarrow (P): y = 2x^2 - 18x + 41$$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \int_4^5 (2x^2 - 18x + 41)^2 dx = \frac{7\pi}{15}$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{44\pi}{3} + \frac{7\pi}{15} = 47,5427 \approx 47,5$$

Đáp án

4

7

,

5

Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí

doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi

nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết

Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - xt$ với $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt$$

$$= -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

$$f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		Max	

$$\Rightarrow \max_{(0; 2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = xt = \frac{560-t}{4}t \text{ với } t \in (0; 300)$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên

t	0	280	300
$g(t)$		Max	

Vậy $g(t)$ max khi $t = 280$ (nghìn đồng)

Đáp án

2	8	0	
---	---	---	--

Câu 6:

Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm.

Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi biến cố A: “Hạt thóc nảy mầm”

biến cố B_1 : “Hạt thóc loại 1”

biến cố B_2 : “Hạt thóc loại 2”

biến cố B_3 : “Hạt thóc loại 3”

Có $P(B_1) = 0,1 \Rightarrow P(A|B_1) = 0,9$

$$P(B_2) = 0,3 \Rightarrow P(A|B_2) = 0,8$$

$$P(B_3) = 0,6 \Rightarrow P(A|B_3) = 0,6$$

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) = \frac{69}{100}$$

$$P(B_3|A) = \frac{P(A|B_3).P(B_3)}{P(A)} = \frac{0,6.0,6}{\frac{69}{100}} = \frac{12}{23} = 0,5217$$

Đáp án: 0,52

**BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA
ĐỀ 9**

**ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025
MÔN: TOÁN**

Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x)dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 2e^{2x}$. B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. C. $f(x) = 2e^x$. D. $f(x) = e^{2x}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$. B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$. D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3} \leq \frac{1}{27}$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $(2; +\infty)$. C. $[2; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -18. B. 18. C. 12. D. -12.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overline{BC} + \overline{AB} = \overline{DA} - \overline{DC}$

B. $\overline{AC} - \overline{AD} = \overline{BD} - \overline{BC}$

C. $\overline{AB} - \overline{AC} = \overline{DB} - \overline{DC}$

D. $\overline{AB} - \overline{AD} = \overline{CD} + \overline{BC}$

Câu 6: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$

B. $x = 1, y = -2$

C. $x = -1, y = 2$

D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$

B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$

C. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$

D. $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại $B, SA = 2a, AB = 3a, BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $8a^3$

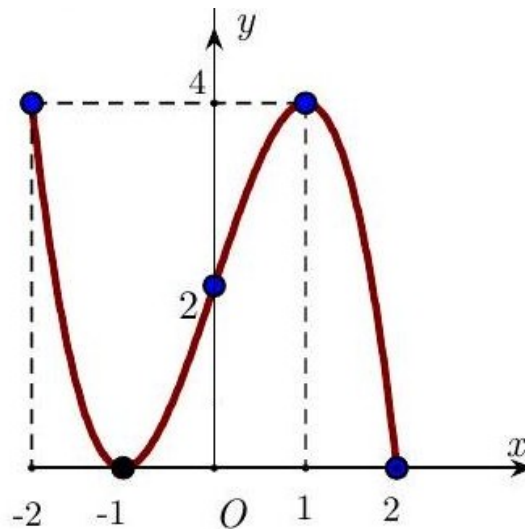
B. $4a^3$

C. $12a^3$

D. $24a^3$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $x = 1$

B. $(1; 4)$

C. $(-1; 0)$

D. $x = -1$

Câu 10: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{11}{6}$.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 12: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 12,6.

B. 11,5.

C. 14,3.

D. 16,8.

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 nghiệm trên khoảng $(0; \pi)$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $S(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

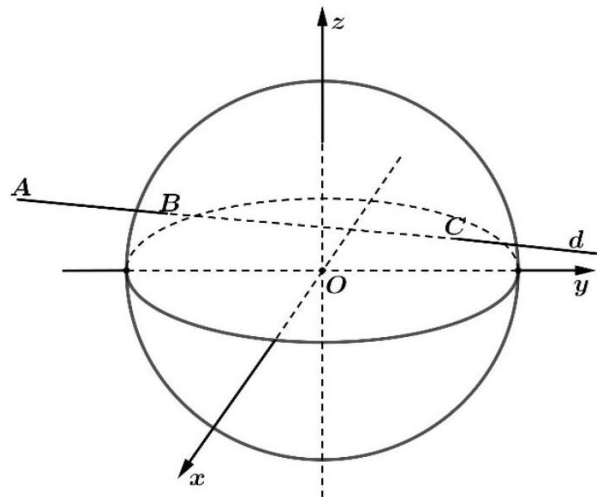
- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 3: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.
- b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.
- c) Gọi $\bar{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.
- d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay

đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.

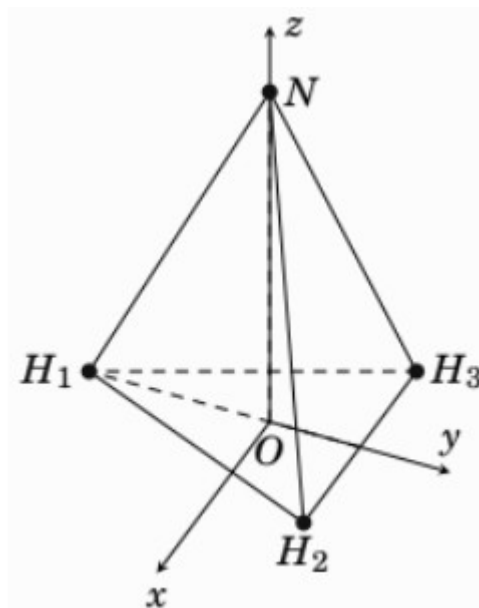
c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi $a = 2$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Câu 2: Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H) . Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn H_1NH_2), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3 . Góc này xấp xỉ 107° . Trong không gian Oxyz, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0; -2; 0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox như hình vẽ minh họa. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu?

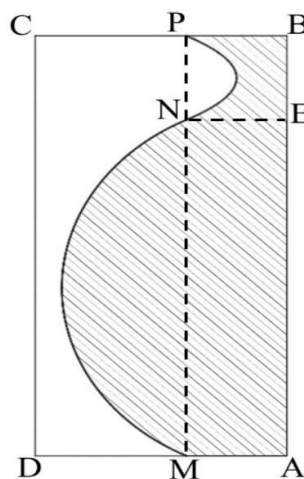


(Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm

$M(1; 3; -1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a; b; c)$. Giá trị $T = 2a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 4: Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5\text{dm}$, $AM = 1\text{dm}$, $BPNE$ là hình vuông có cạnh 1dm , cung tròn MN có bán kính $R = \sqrt{5}\text{dm}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.
(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 6: Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm. Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

HƯỚNG DẪN GIẢI

Phần 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int f(x) dx = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = 2e^{2x}$ B. $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$ C. $f(x) = 2e^x$ D. $f(x) = e^{2x}$

$$(e^{2x} + c)' = 2e^{2x}$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z + 1 = 0$ có một vector pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 3)$ B. $\vec{n}_4 = (2; 1; -3)$ C. $\vec{n}_3 = (2; -1; -3)$ D. $\vec{n}_2 = (2; 1; 3)$

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $\frac{1}{3}^{x+1} \leq \frac{1}{27}$ là

- A. $(-\infty; 2]$ B. $(2; +\infty)$ C. $[2; +\infty)$ D. $(-\infty; 1)$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \frac{1}{27} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \leq \left(\frac{1}{3}\right)^3 \Rightarrow x+1 \geq 3 \rightarrow x \geq 2$$

Câu 4: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$ và $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

- A. -18. B. 18. C. 12. D. -12.

$$u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{-2} = -3$$

$$u_3 = u_1 \cdot q^2 = -18$$

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

- A. $\vec{BC} + \vec{AB} = \vec{DA} - \vec{DC}$ B. $\vec{AC} - \vec{AD} = \vec{BD} - \vec{BC}$
C. $\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{DB} - \vec{DC}$ D. $\vec{AB} - \vec{AD} = \vec{CD} + \vec{BC}$

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{CB}$$

$$\vec{DB} - \vec{DC} = \vec{DB} + \vec{CD} = \vec{CB}$$

Câu 6: : Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

- A. $x = \frac{1}{2}, y = -1$ B. $x = 1, y = -2$ C. $x = -1, y = 2$ D. $x = -1, y = \frac{1}{2}$

TCN: $y = 2$; TCĐ: $x = -1$

Câu 7: Đạo hàm của hàm số $y = \log_2(2x+1)$ trên khoảng $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ là

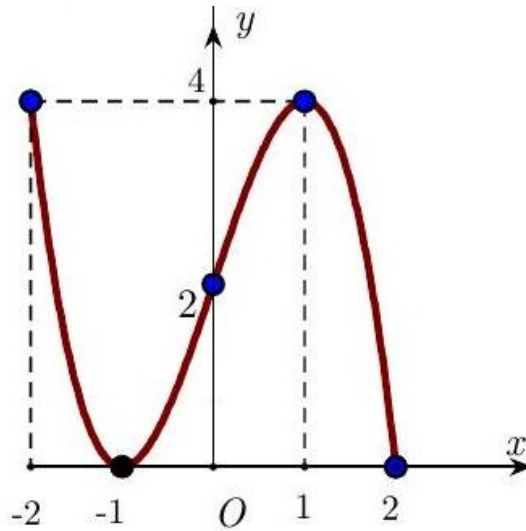
- A. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln x}$. B. $y' = \frac{2}{(2x+1)\ln 2}$! C. $y' = \frac{2\ln 2}{2x+1}$. D. $y' = \frac{2}{(x+1)\ln 2}$.

Câu 8: Cho khối chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B , $SA = 2a$, $AB = 3a$, $BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

- A. $8a^3$. B. $4a^3$! C. $12a^3$. D. $24a^3$.

$$V = \frac{1}{3} SA \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot 2a \cdot 3a \cdot 4a = 4a^3$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



- A. $x = 1$. B. $(1; 4)$ C. $(-1; 0)$ D. $x = -1$!

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = -1$

Câu 10: Nếu $\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6$ thì $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{13}{2}$.

B. $-\frac{11}{2}$.

C. $-\frac{13}{4}$.

D. $-\frac{11}{6}$.

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} [\sin x - 3f(x)] dx = 6 \Leftrightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 3 \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = 6 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x dx - 6}{3} = \frac{-11}{6}$$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của vecto $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$ là:

A. $(10; -2; 13)$.

B. $(-2; 2; -7)$.

C. $(-2; -2; 7)$.

D. $(-2; 2; 7)$.

$$\left. \begin{array}{l} 2\vec{a}(4; -6; 6) \\ 3\vec{b}(0; 6; -3) \\ -2\vec{c}(-6; 2; -10) \end{array} \right\} \Rightarrow \vec{u}(-2; 2; -7)$$

Câu 12: Ghi lại tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng bên.

Tốc độ $v(km/h)$	Số lần
$150 \leq v < 155$	18
$155 \leq v < 160$	28
$160 \leq v < 165$	35
$165 \leq v < 170$	43
$170 \leq v < 175$	41
$175 \leq v < 180$	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 12,6.

B. 11,5.

C. 14,3.

D. 16,8.

Lời giải

Chọn A

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{50}, x_{51} đều thuộc nhóm $[160; 165)$ nên nhóm này chứa Q_1 .
Do đó, $p = 3$; $a_3 = 160$; $m_3 = 35$; $m_1 + m_2 = 18 + 28 = 46$; $a_4 - a_3 = 165 - 160 = 5$ và ta có

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 46}{35} \cdot 5 \approx 160,57$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$. Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm $[170; 175)$ nên nhóm này chứa Q_3 .
Do đó, $p = 5$; $a_5 = 170$; $m_5 = 41$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124$; $a_6 - a_5 = 175 - 170 = 5$ và
ta có $Q_3 = 170 + \frac{\frac{3.200}{4} - 124}{41} \cdot 5 \approx 173,17$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 12,6$

Phần 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1: Xét hàm số $y = \frac{x}{2} - \sin^2 x$ trên khoảng $(0; \pi)$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12}; \pi\right)$

b) Hàm số có 2 điểm cực trị

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4}$

d) Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 điểm trên khoảng $(0; \pi)$

Lời giải

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) $y' = \frac{1}{2} - 2 \sin x \cdot \cos x = 0 \Rightarrow \sin 2x = \frac{1}{2}$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \\ 2x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases}$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow \begin{cases} 0 < \frac{\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{12} \\ 0 < \frac{5\pi}{12} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{5\pi}{12} \end{cases}$$

Có

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{\pi}{12}$		$\frac{5\pi}{12}$	π	
y'		+	0	-	0	+
y			y_{CD}		y_{CT}	

$$\Rightarrow \begin{cases} y_{CD} = \frac{\pi}{24} - \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \\ y_{CT} = \frac{5\pi}{24} - \frac{2 + \sqrt{3}}{4} \end{cases}$$

Dựa vào bảng biến thiên

$$d) f'(x) = \frac{-\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} - \sin 2x = -\frac{\sin^2 2x}{2} \Rightarrow \frac{\sin^2 2x}{2} - \sin 2x + \frac{1}{2} = 0$$

$$\Rightarrow \sin 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$$

$$0 < x < \pi \Rightarrow 0 < \frac{\pi}{4} + k\pi < \pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Có 1 nghiệm trên khoảng } (0; \pi)$$

Câu 2: Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50m. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Do $s'(t) = v(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Ta có: $\int (-10t + 20) dt = -5t^2 + 20t + C$ với C là hằng số.

Khi đó, ta gọi hàm số $s(t) = -5t^2 + 20t + C$.

Do $s(0) = 0$ nên $C = 0$. Suy ra $s(t) = -5t^2 + 20t$. Suy ra mệnh đề **đúng**.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t) = 0$ hay $-10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Vậy thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây. Suy ra mệnh đề **sai**

d) Ta có xe ô tô đang chạy với tốc độ $65 \text{ km/h} \approx 18 \text{ m/s}$.

Do đó, quãng đường xe ô tô còn di chuyển được kể từ lúc đạp phanh đến khi xe dừng hẳn là:
 $s(2) = -5 \cdot 2^2 + 20 \cdot 2 = 20 \text{ (m)}$

Vậy quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là:
 $18 + 20 \approx 38 \text{ (m)}$

Do $38 < 50$ nên xe ô tô đã dừng hẳn trước khi va chạm với chướng ngại vật trên đường.

Suy ra mệnh đề **Đúng**.

Câu 3: Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B) = 0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ thì khi đó $P(A|B) = \frac{7}{11}$.

c) Gọi $\bar{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P(A|\bar{B}) = \frac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A) = \frac{13}{22}$.

Đáp án

a	b	c	d
Đúng	Đúng	Sai	Đúng

Gọi A là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ"

B là biến cố: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ"

a) $P(B) = \frac{5}{10} = 0,5$

b) Sau khi lấy được 1 bi đỏ từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 7 bi đỏ và 4 bi xanh

$\Rightarrow P(A|B) = \frac{7}{11}$

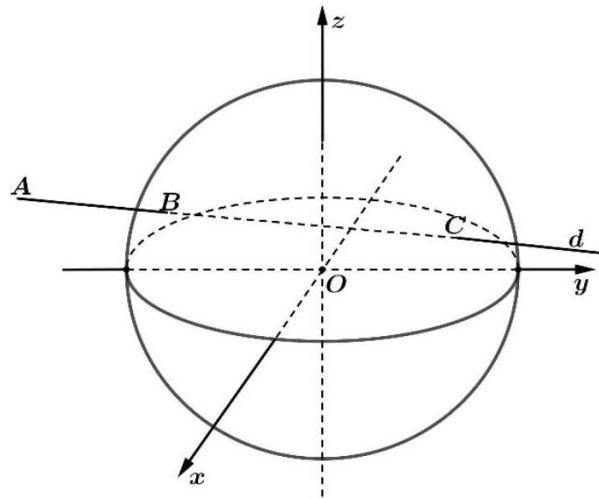
c) Sau khi lấy được 1 bi xanh từ hộp 1 thì hộp 2 sẽ có 6 bi đỏ và 5 bi xanh

$$\Rightarrow P(A | \bar{B}) = \frac{6}{11}$$

$$\begin{aligned} \text{d) } P(A) &= P(B).P(A | B) + P(\bar{B}).P(A | \bar{B}) \\ &= \frac{5}{10} \cdot \frac{7}{11} + \frac{5}{10} \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22} \end{aligned}$$

Câu 4: Trong không gian hệ trục tọa độ O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay

đang chuyển động với vận tốc 900 km/h theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$
 và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Ranh giới vùng phát sóng bên ngoài của đài kiểm soát không lưu trong không gian là mặt cầu có bán kính bằng 300 km.

b) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài vùng phát sóng của đài kiểm soát không lưu trong không gian là $x^2 + y^2 + z^2 = 360000$.

c) Máy bay đang chuyển động theo đường thẳng d đến vị trí điểm $M(-500; 100; 100\sqrt{11})$. Vị trí này nằm ngoài vùng kiểm soát không lưu của đài kiểm soát không lưu sân bay.

d) Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát không lưu là $\frac{4}{3}$ giờ.

Đáp án

a	b	c	d
Sai	Đúng	Đúng	Sai

a) Đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600km

b) $\Rightarrow R = 600 \Rightarrow$ Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới vùng phát sóng là mặt cầu tâm $O(0;0;0)$ và $R = 600$ là:
 $x^2 + y^2 + z^2 = 600^2 = 360000$

c) $\overline{OM}(-500;100;100\sqrt{11}) \Rightarrow OM = 608,278 > R \Rightarrow$ Vị trí M nằm ngoài vùng kiểm soát.

$$d : \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases}$$

d) Máy bay chuyển động theo phương trình đường thẳng và khi máy bay ra khỏi vùng

kiểm soát $\Rightarrow (100t - 1000)^2 + (80t - 300)^2 + 110000 = 360000$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 5,12 \\ t = 10 \end{cases} \Rightarrow \text{Thời gian kiểm soát} = t_2 - t_1 = 10 - 5,12 = 4,88 \text{ giờ}$$

Phần 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a . Hình chiếu vuông góc của điểm A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trọng tâm của tam giác ABC . Biết khoảng cách giữa 2 đường AA' và BC bằng $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ khi $a = 2$. (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

Đáp án

Trong mặt phẳng (ABC) :

Từ A dựng đường thẳng $d \parallel BC$.

Từ B dựng đường thẳng $\Delta \parallel AC$ và cắt d tại E

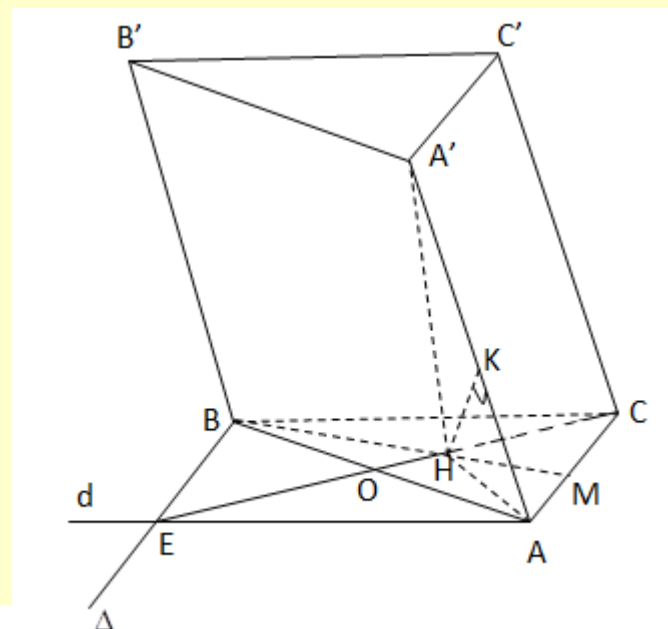
$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} AE \parallel BC \\ AE \subset (A'AE) \end{array} \right\} \Rightarrow BC \parallel (A'AE)$$

$$\Rightarrow d(BC, AA') = d(BC, (A'AE))$$

$$= d(C, (A'AE)) = \frac{\sqrt{3}}{4}a$$

Có $CH \cap (A'AE)$ tại E

$$\Rightarrow \frac{d(C, (A'AE))}{d(H, (A'AE))} = \frac{CE}{HE} = \frac{3}{2}$$



$$\Rightarrow d(H, (A'AE)) = \frac{2}{3}d(C, (A'AE))$$

$$\left. \begin{array}{l} EA \perp AH \\ EA \perp A'H \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp (A'AH)$$

Có

Trong mặt phẳng $(A'AH)$. Từ H dựng $HK \perp A'A$ tại K.

$$\left. \begin{array}{l} EA \perp (A'AH) \\ HK \subset (A'AH) \end{array} \right\} \Rightarrow EA \perp HK$$

Có

Mà $A'A \perp HK$

$$\Rightarrow HK \perp (A'AE) \rightarrow d(H, (A'AE)) = HK$$

$$\Rightarrow HK = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a = \frac{\sqrt{3}}{6}a$$

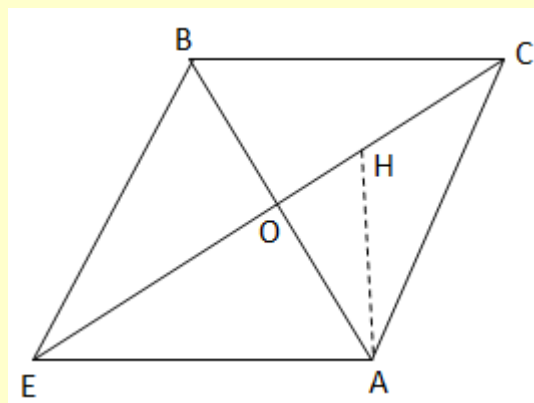
$$\text{Trong } \triangle A'AH: \frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{AA'^2}$$

$$AH = BH = \frac{2}{3} \cdot BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

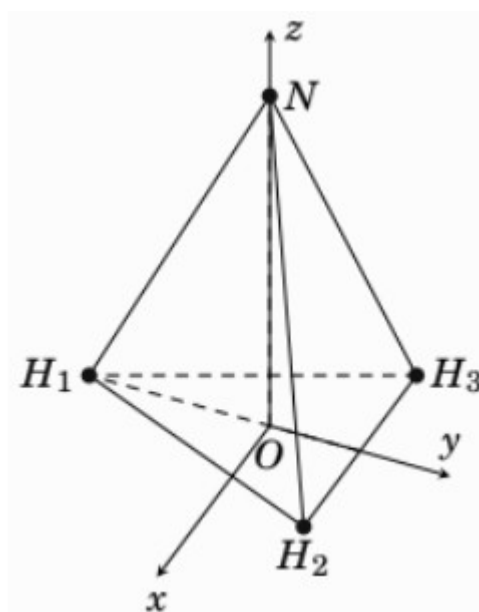
$$\Rightarrow HA' = \frac{a}{3} \rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = A'HS_{\triangle ABC} = \frac{a}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{12}a^3$$

$$a = 2 \Rightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{\sqrt{3}}{12} \cdot 2^3 = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx 1,1547 \approx 1,15$$

Thay



Câu 2: Trong hóa học, cấu tạo của phân tử amoniac (NH_3) có dạng hình chóp tam giác đều mà đỉnh là nguyên tử nitrogen (N) và đáy là tam giác $H_1H_2H_3$ với H_1, H_2, H_3 là vị trí của ba nguyên tử hydrogen (H) . Góc tạo bởi liên kết $H-N-H$, có hai cạnh là hai đoạn thẳng nối N với hai trong ba điểm H_1, H_2, H_3 (chẳng hạn H_1NH_2), gọi là góc liên kết của phân tử NH_3 . Góc này xấp xỉ 107° . Trong không gian Oxyz, cho một phân tử NH_3 được biểu diễn bởi hình chóp tam giác đều $N.H_1H_2H_3$ với O là tâm của đáy. Nguyên tử nitrogen được biểu diễn bởi điểm N thuộc trục Oz, ba nguyên tử hydrogen ở các vị trí



H_1, H_2, H_3 trong đó $H_1(0; -2; 0)$ và H_2H_3 song song với trục Ox như hình vẽ minh hoạ. Khoảng cách ngắn nhất giữa các nguyên tử là bao nhiêu?

(Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần trăm)

$$H_1H_2 = m \Rightarrow OH_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot m = 2$$

Đặt

$$\Rightarrow m = 2\sqrt{3} \Rightarrow H_1H_2 = H_2H_3 = H_3H_1 = 2\sqrt{3}$$

Xét $\Delta NH_1H_2 : H_1H_2^2 = NH_1^2 + NH_2^2 - 2 \cdot NH_1 \cdot NH_2 \cdot \cos \widehat{H_1NH_2}$

Có $NH_1 = NH_2 \Rightarrow 12 = 2NH_1^2 - 2NH_1^2 \cdot \cos 107^\circ \Rightarrow NH_1 = 2,155$

Đáp án

2	,	1	6
---	---	---	---

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$ và điểm $M(1; 3; -1)$, biết rằng các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M tới các mặt cầu đã cho luôn thuộc một đường tròn (C) có tâm $J(a; b; c)$. Giá trị $T = 2a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Mặt cầu (S) tâm $I(1; -1; 2)$, bán kính $R = 3$. Gọi A là tiếp điểm

Có $M(1; 3; -1) \Rightarrow \overline{IM}(0; 4; -3)$

$$\Rightarrow IM = 5 \Rightarrow AM = \sqrt{IM^2 - IA^2} = 4$$

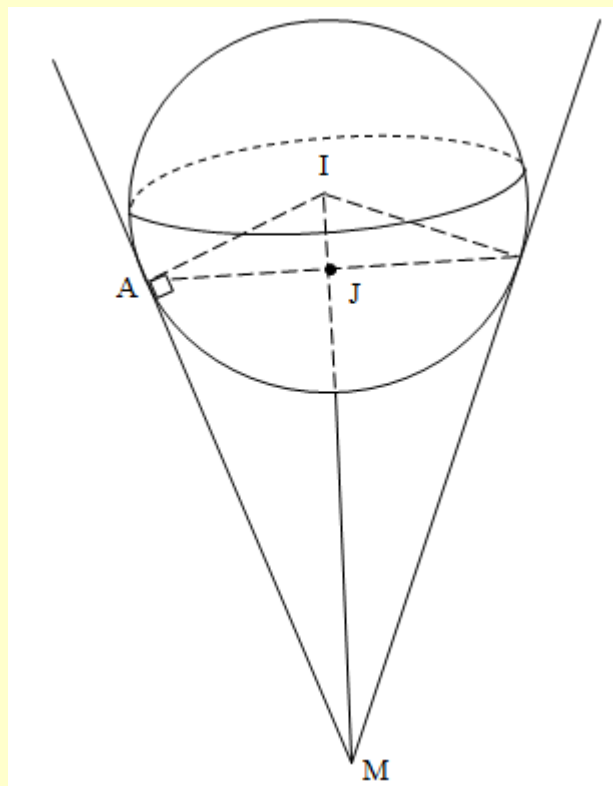
Có $IJ \cdot IM = IA^2 \Rightarrow IJ = \frac{IA^2}{IM} = \frac{9}{5}$

Gọi $J(a; b; c) \Rightarrow \overline{IJ}(a-1; b+1; c-2)$

$$\frac{\overline{IJ}}{\overline{IM}} = \frac{IJ}{IM} = \frac{\frac{9}{5}}{5} = \frac{9}{25} \Rightarrow \overline{IJ} = \frac{9}{25} \overline{IM}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a-1 = \frac{9}{25} \cdot 0 \\ b+1 = \frac{9}{25} \cdot 4 \\ c-2 = \frac{9}{25} \cdot (-3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{9}{25} \cdot 0 + 1 = 1 \\ a = \frac{9}{25} \cdot 4 - 1 = \frac{11}{25} \\ c = \frac{9}{25} \cdot (-3) + 2 = \frac{23}{25} \end{cases}$$

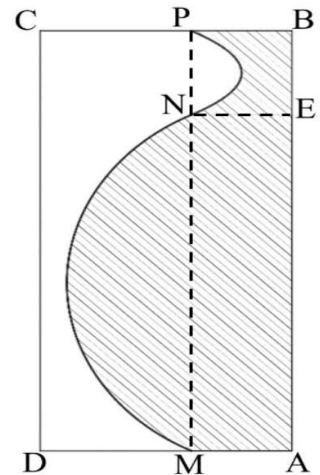
$$\Rightarrow a + b + c = 2,36$$



Đáp án

2	,	3	6
---	---	---	---

Câu 4: Một vật thể có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi hình phẳng (H) (phần gạch chéo trong hình vẽ bên) quanh trục AB . Hình phẳng (H) nằm trong hình chữ nhật $ABCD$, giới hạn bởi các đoạn thẳng AM, BP (M, P là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AD, BC), cung tròn MN và cung parabol NP . Biết $AB = 5\text{dm}$, $AM = 1\text{dm}$, $BPNE$ là hình vuông có cạnh 1dm , cung tròn MN có bán kính $R = \sqrt{5}\text{dm}$ và tiếp tuyến của cung tròn và cung parabol tại N trùng nhau. Tính thể tích của vật thể tròn xoay đó, kết quả làm tròn đến hàng phần chục.



Đặt hệ trục tọa độ Axy sao cho $A(0;0)$
 $M(0;1) \in Oy$, $E(4;0) \in Ox$, $B(5;0) \in Ox$
 $N(4;1)$; $P(5;1)$

Gọi I là trung điểm của $AE \rightarrow I(2;0)$

Có $\overrightarrow{IN}(2;1) \Rightarrow IN = \sqrt{5} = R$

$\Rightarrow$ Cung tròn MN nằm trong đường tròn (C) tâm I (2;0) và bán kính $R = \sqrt{5}$.

$$(C): (x-2)^2 + y^2 = 5 \Rightarrow y^2 = 5 - (x-2)^2$$

$$V_1 = \pi \int_0^4 (5 - (x-2)^2) dx = \frac{44\pi}{3}$$

Gọi $(P): y = ax^2 + bx + c$

(P) di qua $N(4;1); P(5;1)$

$$\Rightarrow H\left(\frac{9}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

Gọi H là đỉnh của $(P) \Rightarrow H$ là tâm của hình vuông $BPNE \Rightarrow H$ là trung điểm của EP

$$\begin{cases} y(4)=1 \Rightarrow 16a+4b+c=1 \\ y(5)=1 \Rightarrow 25a+5b+c=1 \\ y\left(\frac{9}{2}\right)=\frac{1}{2} \Rightarrow \left(\frac{9}{2}\right)^2 a + \frac{9}{2}b + c = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-18 \\ c=41 \end{cases}$$

Khi đó

$$\Rightarrow (P): y = 2x^2 - 18x + 41$$

$$\Rightarrow V_2 = \pi \int_4^5 (2x^2 - 18x + 41)^2 dx = \frac{7\pi}{15}$$

$$\Rightarrow V = V_1 + V_2 = \frac{44\pi}{3} + \frac{7\pi}{15} = 47,5427 \approx 47,5$$

Đáp án

4

7

,

5

Câu 5: Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm ($0 < x < 2000$), tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) ($0 < x < 300$). Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó.

(Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết

Khi đó $f(x) = F(x) - G(x) - xt$ với $x \in (0; 2000)$

$$= 2000x - x^2 - x^2 - 1440x - 50 - xt$$

$$= -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

$$f'(x) = -4x + 560 - t \Rightarrow x = \frac{560 - t}{4} \in (0; 2000)$$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{560-t}{4}$	2000
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$		Max	

$$\Rightarrow \max_{(0;2000)} f(x) = f\left(\frac{560-t}{4}\right) \Rightarrow g(t) = x.t = \frac{560-t}{4}t \quad \text{với } t \in (0;300)$$

$$\Rightarrow g(t) = -\frac{1}{4}t^2 + 140t$$

Bảng biến thiên

t	0	280	300
$g(t)$		Max	

Vậy $g(t)$ max khi $t = 280$ (nghìn đồng)

Đáp án

2

8

0

Câu 6:

Một làng được ủng hộ túi thóc giống được trộn đều bởi 3 loại. Loại 1 chiếm 10% và có 90% nảy mầm. Loại 2 chiếm 30% và có 80% nảy mầm. Loại 3 chiếm 60% và có 60% nảy mầm. Chọn ngẫu nhiên 1 hạt nảy mầm. Tính xác suất để hạt thóc đó là loại 3. (Làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi biến cố A: “Hạt thóc nảy mầm”

biến cố B_1 : “Hạt thóc loại 1”

biến cố B_2 : “Hạt thóc loại 2”

biến cố B_3 : “Hạt thóc loại 3”

Có $P(B_1) = 0,1 \Rightarrow P(A|B_1) = 0,9$

$$P(B_2) = 0,3 \Rightarrow P(A|B_2) = 0,8$$

$$P(B_3) = 0,6 \Rightarrow P(A|B_3) = 0,6$$

$$P(A) = P(B_1).P(A|B_1) + P(B_2).P(A|B_2) + P(B_3).P(A|B_3) = \frac{69}{100}$$

$$P(B_3 | A) = \frac{P(A | B_3) \cdot P(B_3)}{P(A)} = \frac{0,6 \cdot 0,6}{\frac{69}{100}} = \frac{12}{23} = 0,5217$$

Đáp án: 0,52

BÁM SÁT ĐỀ MINH HỌA ĐỀ 10	ĐỀ ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2025 MÔN: TOÁN <i>Thời gian làm bài 90 phút; không kể thời gian phát đề</i>
--------------------------------------	---

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 2. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$. C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
$[25; 35)$	10
$[35; 45)$	7
$[45; 55)$	5
$[65; 75)$	9
$[75; 85)$	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A. 15,1 . B. 15,0 . C. 14,8 . D. 14,9 .

Câu 4. Trong không gian O_{xyz} , phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1; -1; 1)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($c \neq 0, ad-bc \neq 0$)

có đồ thị như

hình vẽ

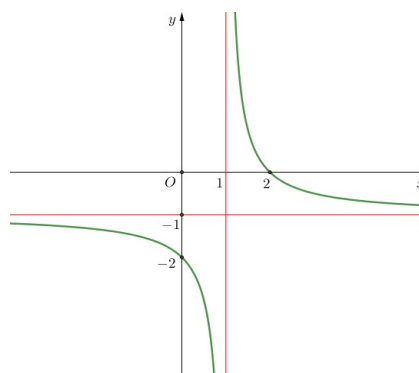
bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

A. $y = 1$.

B. $x = -1$.

C. $x = 1$.

D. $y = -1$.



Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

A. $S = (3; +\infty)$.

B. $S = (-\infty; 3)$.

C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

D. $S = (-2; 3)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$.

B. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$.

C. $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$.

D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB) .

B. (SBC) .

C. (SCD) .

D. (SBD) .

Câu 9. Nghiệm phương trình $\log_2 x = 3$ là:

A. $x = 3$.

B. $x = 6$.

C. $x = 8$.

D. $x = 5$.

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3, u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

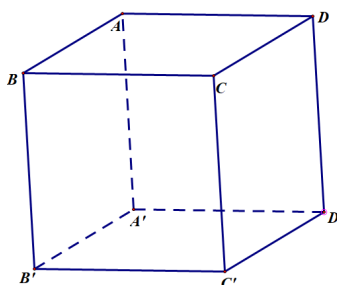
A. 1.

B. 2.

C. 8.

D. 4.

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



A. $\overline{BA} + \overline{BC} + \overline{BB'} = \overline{BD'}$.

B. $\overline{AC'} = \overline{AB} + \overline{AD} + \overline{AA'}$.

C. $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CC'} = \overline{AC'}$.

D. $\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; +\infty)$.

B. $(1; +\infty)$.

C. $(-\infty; -1)$.

D. $(-\infty; 1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

e) $v_B(t) = at$

f) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

g) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

h) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 (m/s)

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 .

Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.

c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

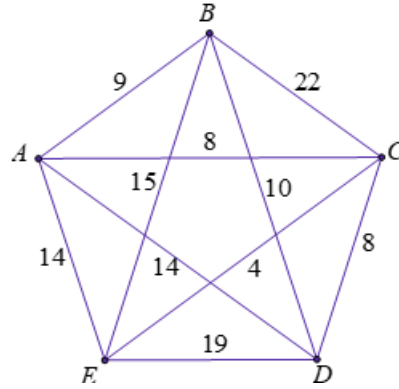
d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ông An muốn thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy hình chóp là hình chữ nhật có độ dài hai cạnh đáy là $3m$ và $2m$; các cạnh bên bằng nhau (như hình vẽ minh họa). Ông An mong muốn góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$, đồng thời khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là lớn nhất, tính khoảng cách lớn nhất đó. (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai)

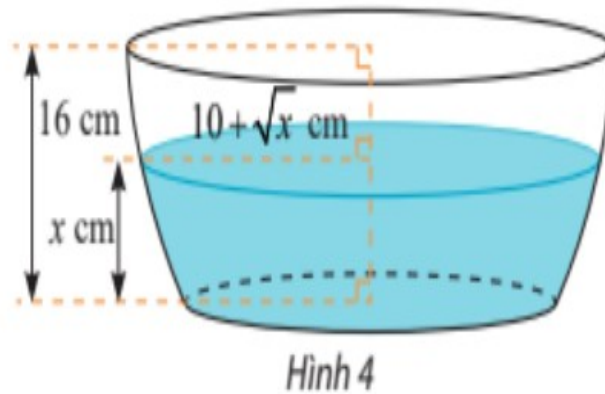


Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

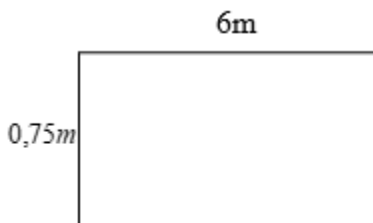


Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có phương trình
$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \ (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$$
 và hướng về đài kiểm soát không lưu. Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).

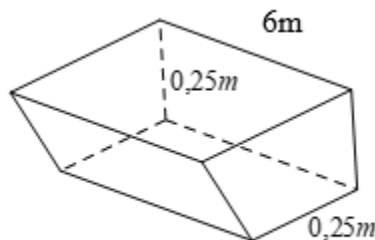
Câu 4: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như Hình 4 bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy $x(cm)$ ($0 \leq x \leq 16$) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})(cm)$. Hỏi chậu nước chứa được tối đa bao nhiêu lit nước? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



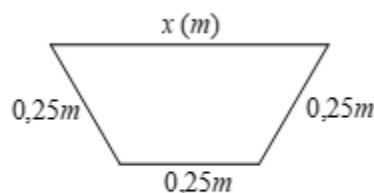
Câu 5. Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m \times 6m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng $x(m)$. Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).



(a) Tấm tôn



(b) Máng xối



(c) Mặt cắt

Câu 6. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

HẾT

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

- A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int x^3 dx = \frac{x^4}{4} + C$.

Câu 2. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

- A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$. C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Cho mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau

Nhóm	Tần số
$[25; 35)$	10
$[35; 45)$	7

[45; 55)	5
[65; 75)	9
[75; 85)	9
	$n = 40$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần mười) là:

- A. 15,1 . B. 15,0 . C. 14,8 . D. 14,9 .

Lời giải

Chọn D

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[25; 35)	30	9
[35; 45)	40	7
[45; 55)	50	5
[65; 75)	60	10
[75; 85)	70	9
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{30.9 + 40.7 + 50.5 + 60.10 + 70.9}{40} = 50,75$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{9.(30 - 50,75)^2 + 7.(40 - 50,75)^2 + 5.(50 - 50,75)^2 + 10.(60 - 50,75)^2 + 9.(70 - 50,75)^2}{40}$$

$$= 221,9375$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{221,9375} \approx 14,9$.

Câu 4. Trong không gian O_{xyz} , phương trình của đường thẳng đi qua $A(-1; -1; 1)$ và có một vector chỉ phương $\vec{u}(1; 2; 3)$ là:

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+3}{1}$.

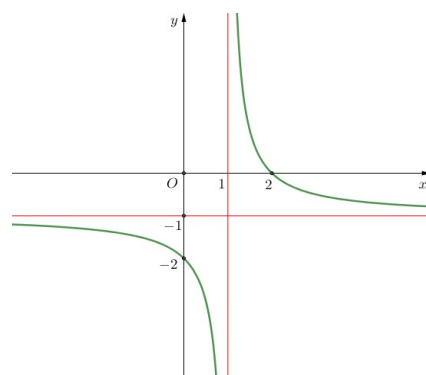
C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$.

D. $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{1}$.

Chọn C

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d} (c \neq 0, ad-bc \neq 0)$ có đồ thị như bên. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

- A. $y = 1$. B. $x = -1$.
C. $x = 1$. D. $y = -1$.



hình vẽ

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2)$ là

- A. $S = (3; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 3)$. C. $S = \left(\frac{1}{2}; 3\right)$. D. $S = (-2; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases} 2x-1 > 0 \\ x+2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$.

Ta có: $\log_5(2x-1) < \log_5(x+2) \Leftrightarrow 2x-1 < x+2 \Leftrightarrow x < 3$.

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\frac{1}{2} < x < 3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 3 = 0$. Vector nào dưới đây là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

- A. $\vec{n}_4 = (-2; 1; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_2 = (3; -1; -1)$. D. $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$.

Lời giải

Chọn D

$(P): 2x - y + z - 3 = 0$.

Suy ra: mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 1)$.

$$\vec{n}_1 = (-2; 1; -1) \Rightarrow \vec{n}_1 = -\vec{n}.$$

Ta có:

Vậy: $\vec{n}_1 = (-2; 1; -1)$ là một vector pháp tuyến của mặt phẳng (P) .

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (SAB) . B. (SBC) . C. (SCD) . D. (SBD) .

Lời giải

Chọn A

Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng (SAB) vì $BC \perp SA$ và $BC \perp AB$.

Câu 9. Nghiệm phương trình $\log_2 x = 3$ là:

- A. $x = 3$. B. $x = 6$. C. $x = 8$. D. $x = 5$.

Lời giải

Chọn C

$$\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8.$$

Câu 10. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_2 = 3$, $u_3 = 5$. Công sai d của cấp số cộng là:

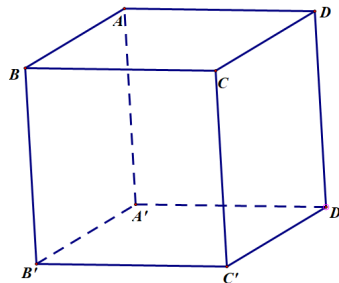
- A. 1. B. 2. C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn B

$$u_3 = u_2 + d \Leftrightarrow d = 2.$$

Câu 11. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau:



- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DD'}$.

Lời giải

Chọn D

$$\overline{AB} + \overline{AA'} = \overline{AD} + \overline{DD'} \Leftrightarrow \overline{AB'} = \overline{AD'} \text{ (sai).}$$

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x + 1$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-\infty; -1)$. D. $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	$+$

Vậy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

a) $f(24) = \frac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = 4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a; b]$ thì $3a + 4b = 5$.

Lời giải

a) **Đúng.**

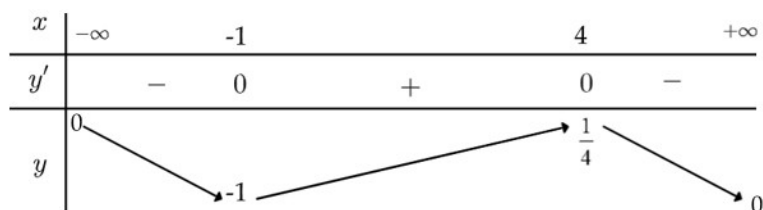
b) **Đúng** vì $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$.

c) **Đúng.**

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 8}{(x^2 + 4)^2}; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{4} \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $x = 4$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

d) Sai.

Từ kết quả câu b) và c) ta suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-1; \frac{1}{4}\right] \Rightarrow 3a + 4b = -3 + 1 = -2$.

Câu 2: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy

luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

e) $v_B(t) = at$

f) Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là $\frac{375}{2}m$.

g) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là $\frac{225a}{2}m$.

h) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là 25 (m/s)

Lời giải

a) **Đúng**

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Vậy a) đúng

b) **Đúng**

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}$$

Vậy b) đúng

c) **Sai**

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}$$

Vậy c) sai

d) **Đúng**

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 \text{ (m/s)}$

Vậy d) đúng

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

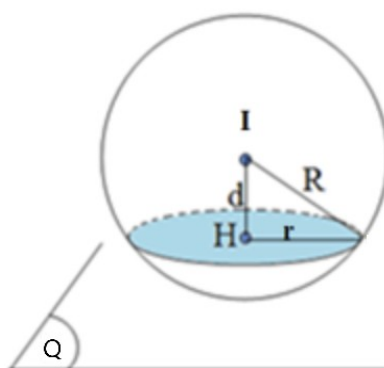
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3; 2; -1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Góc tọa độ $O(0; 0; 0)$ nằm trong mặt cầu (S) .

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Lời giải



a) **Sai.** $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ có $a = 3; b = -2; c = 1$ nên có tâm $I(3; -2; 1)$ và bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2 - 5} = 3$.

b) **Sai.** Vì $OI = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{14} > 3$ nên $O(0; 0; 0)$ nằm ngoài mặt cầu (S) .

c) **Sai.** (Q) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên $r = 2$.

$$\text{Ta có } R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$$

Vậy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là $\sqrt{5}$.

d) **Đúng.** Gọi $\vec{n} = (a; b; c) \quad (\vec{n} \neq \vec{0})$ là vector pháp tuyến của mặt phẳng (Q) .

Vì phẳng (Q) chứa trục Ox nên (Q) có một vector chỉ phương là $\vec{i} = (1; 0; 0)$.

Ta có $\vec{n} \perp \vec{i} \Leftrightarrow a.1 + b.0 + c.0 = 0 \Leftrightarrow a = 0$.

Mặt phẳng (Q) đi qua O và nhận vector $\vec{n} = (0; b; c)$ làm vector pháp tuyến có phương trình:
 $by + cz = 0$

$$d(I, (Q)) = \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{|b.(-2) + c.1|}{\sqrt{0^2 + b^2 + c^2}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |-2b + c| = \sqrt{5} \cdot \sqrt{b^2 + c^2} \Leftrightarrow 4b^2 - 4bc + c^2 = 5(b^2 + c^2)$$

Vì
 $\Leftrightarrow (b + 2c)^2 = 0 \Leftrightarrow b + 2c = 0$.

Chọn $c = -1 \Rightarrow b = 2$. Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.

Câu 4: Ở huyện Đông Anh, Hà Nội, vào tháng 7, người ta đo được xác suất để có mưa vào thứ hai là x^2 .

Nếu trời có mưa vào thứ hai thì xác suất để có mưa vào thứ ba là $\frac{1}{4}x$. Nếu thứ hai không có mưa thì xác suất để có mưa vào thứ ba là x .

a) Biểu thức theo biến x cho biết xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $2x^3$.

b) Khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% khi $x = 0,5$.

c) Biểu thức theo biến x , cho biết xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là $x + x^2 - \frac{3x^3}{4}$.

d) Xác suất để có mưa vào thứ hai với điều kiện của biến x thỏa mãn xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba lớn nhất bằng $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Gọi biến cố A là: “Có mưa vào thứ hai”.

B là: “Có mưa vào thứ ba”.

Từ giả thiết có $P(A) = x^2 \Rightarrow P(\bar{A}) = 1 - x^2$

$$P(B | A) = \frac{1}{4}x \quad \text{và} \quad P(B | \bar{A}) = x$$

a) Xác suất để mưa sẽ rơi vào cả thứ hai và thứ ba là $P(A).P(B | A) = x^2 \cdot \frac{1}{4}x = \frac{x^3}{4}$ suy ra mệnh đề **sai**.

b) Để khả năng trời sẽ có mưa vào cả thứ hai và thứ ba là 25% thì

$$\frac{x^3}{4} = 25\% \Leftrightarrow x = 1$$

suy ra mệnh đề **sai**.

c) Xác suất để trời sẽ mưa vào thứ ba là

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A).P(B|A) + P(\bar{A}).P(B|\bar{A}) \\ &= x^2 \cdot \frac{1}{4}x + (1-x^2) \cdot x \\ &= x - \frac{3x^3}{4} \text{ suy ra mệnh đề sai.} \end{aligned}$$

d) Điều kiện của biến $0 \leq x \leq 1$

Xét hàm số $y = x - \frac{3}{4}x^3$ trên đoạn $[0;1]$

$$y' = 1 - \frac{9}{4}x^2; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x = -\frac{2}{3} (l) \end{cases}$$

Ta có

$$y(0) = 0; y\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}; y(1) = \frac{1}{4}. \quad \max_{[0;1]} y = y\left(\frac{2}{3}\right)$$

Suy ra

Như vậy, khi $x = \frac{2}{3}$ thì xác suất trời sẽ mưa vào thứ ba là lớn nhất.

Theo công thức Bayes, xác suất để có mưa vào thứ hai là

$$P(A|B) = \frac{P(A).P(B|A)}{P(B)} = \frac{x^2 \cdot \frac{1}{4}x}{x - \frac{3}{4}x^3} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{3}}{\frac{2}{3} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{6}$$

suy ra mệnh đề **đúng**.

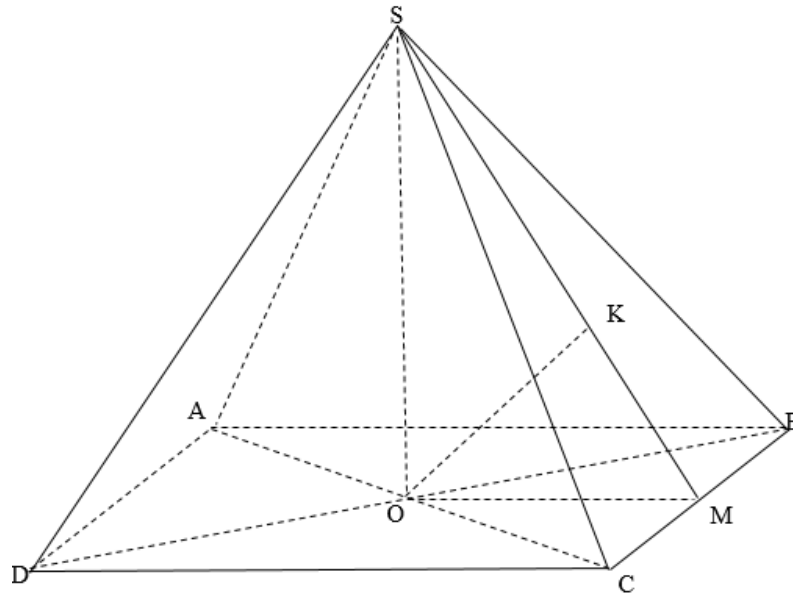
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ông An muốn thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy hình chóp là hình chữ nhật có độ dài hai cạnh đáy là $3m$ và $2m$; các cạnh bên bằng nhau (như hình vẽ minh họa). Ông An mong muốn góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$, đồng thời khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) là lớn nhất, tính khoảng cách lớn nhất đó.



Lời giải

Trả lời: 2,12



Giả sử hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = O$; M là trung điểm của BC

Vì hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và đáy hình chóp là hình chữ nhật nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp BC$

Có $OM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SOM) \Rightarrow (SBC) \perp (SOM)$

Có $(SBC) \cap (SOM) = SM$

Kẻ $OK \perp SM (K \in SM) \Rightarrow OK \perp (SBC)$

$\Rightarrow d(A, (SBC)) = 2d(O, (SBC)) = 2OK$

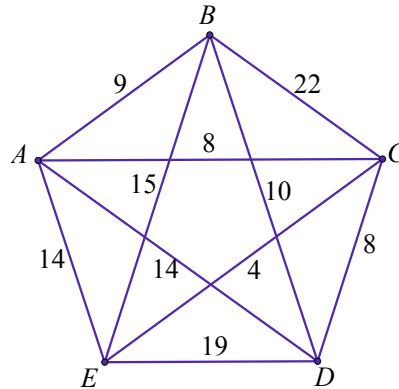
Lại có góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy là α thỏa mãn $30^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$

$\Rightarrow \angle SMO = \alpha$

$\Rightarrow OK = OM \cdot \sin \alpha \leq OM \cdot \sin 45^\circ = \frac{1}{2} AB \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy khoảng cách từ điểm A tới mặt phẳng (SBC) lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 2: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Hình 25

Lời giải

Trả lời: 45

+ Xuất phát từ A, đường đi ít thử thách nhất là AC, AC có 8 thử thách;
 Từ C, đường đi ít thử thách nhất là CE, CE có 4 thử thách;
 Từ E, đường đi ít thử thách nhất là EB, EB có 15 thử thách;
 Từ B, đường đi ít thử thách nhất là BD, BD có 10 thử thách;
 Đến đây ta quay về A, DA có 14 thử thách.

Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là là: $8 + 4 + 15 + 10 + 14 = 51$

+ Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:

Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9 + 8 + 4 + 19 + 10 = 50$

Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4 + 14 + 9 + 10 + 8 = 45$

Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8 + 4 + 14 + 9 + 10 = 45$

Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 9 + 10 + 19 = 50$

Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 10 + 9 + 14 = 45$

Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

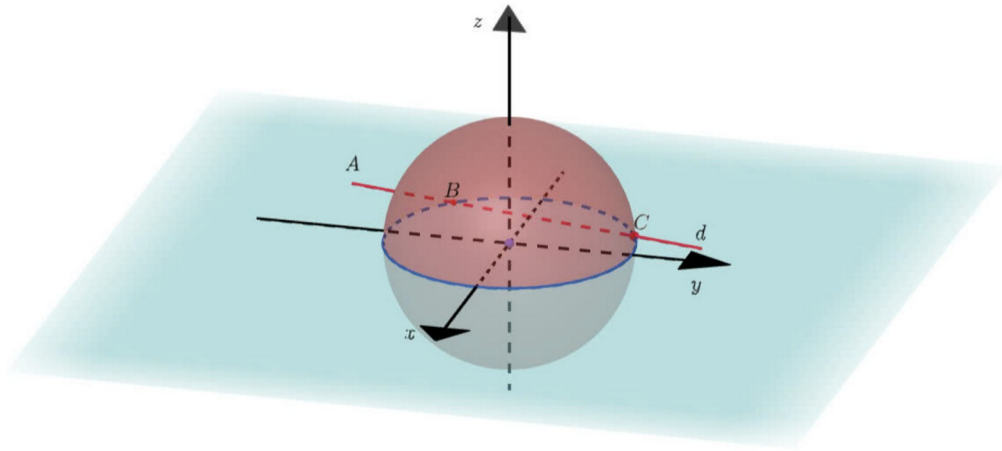
Câu 3. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu sân bay Cam Ranh – Khánh Hòa ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa 600 km. Một máy bay của hãng Việt Nam Airlines đang chuyển động theo đường thẳng d có

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$$

phương trình và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ). Xác định quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu. **(làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, đơn vị km).**

Lời giải

Trả lời: 749



Ranh giới vùng phủ sóng của đài kiểm soát không lưu là mặt cầu (S) tâm $O(0;0;0)$ bán kính $R = 600km$.

Vậy $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$

Thay $d: \begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \quad (t \in \mathbb{R}) \\ z = 10 \end{cases}$ vào $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 600^2$

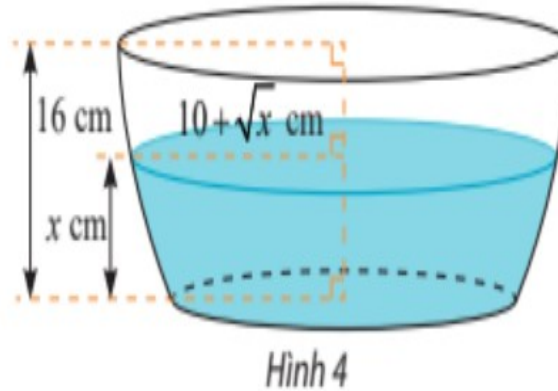
Ta có $(S): (100t - 1000)^2 + (80t - 200)^2 + 10^2 = 600^2$

$$\Leftrightarrow 16400t^2 - 232000t + 680100 = 0 \begin{cases} t \approx 10 \Rightarrow A(0;600;10) \\ t \approx 4,15 \Rightarrow B(-585;132;10) \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(-585 - 0)^2 + (132 - 600)^2 + (10 - 10)^2} \approx 749km$$

Vậy quãng đường mà máy bay nhận được tín hiệu của đài kiểm soát không lưu khoảng 749km.

Câu 4: Nếu cắt chậu nước có hình dạng như Hình 4 bằng mặt phẳng song song và cách mặt đáy x (cm) ($0 \leq x \leq 16$) thì mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})$ (cm). Hỏi chậu nước chứa được tối đa bao nhiêu lít nước? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 8,1.

Chọn trục Ox sao cho O trùng với tâm của đáy, chiều dương của trục là chiều hướng lên trên.

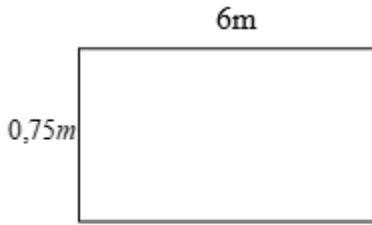
Khi cắt chậu nước bằng mặt phẳng song song với đáy và cách mặt đáy x , thì mặt phẳng đó cắt trục Ox tại điểm có hoành độ x . Mặt cắt là hình tròn có bán kính $(10 + \sqrt{x})$ (cm)

Như vậy, diện tích mặt cắt là $S(x) = \pi(10 + \sqrt{x})^2 = \pi(x + 100 + 20\sqrt{x})$.

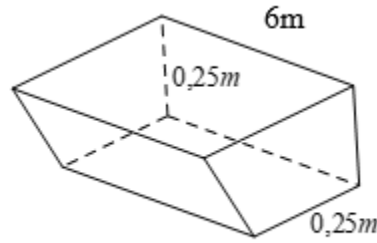
Suy ra dung tích của chậu là

$$\begin{aligned} V &= \int_0^{16} S(x) dx = \int_0^{16} \pi(x + 100 + 20\sqrt{x}) dx \\ &= \pi \left(\frac{x^2}{2} + 100x + 20 \cdot \frac{2}{3} \sqrt{x^3} \right) \Bigg|_0^{16} \\ &= \frac{7744}{3} \pi = 8109,497836 = 8,109 (cm^3) \approx 8,1 (dm^3) \end{aligned}$$

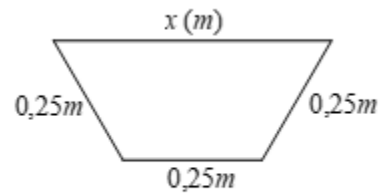
Câu 5. Để làm một máng xối nước có dạng hình lăng trụ, từ một tấm tôn kích thước $0,75m \times 6m$ người ta gấp tấm tôn đó như hình vẽ dưới. Biết mặt cắt của máng xối (được cắt bởi mặt phẳng song song với hai đầu máng xối) là một hình thang cân có đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng $0,25m$; còn đáy lớn có độ dài bằng x (m). Tìm thể tích lớn nhất máng xối được tạo thành? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm theo đơn vị m^3).



(a) Tấm tôn



(b) Máng xối



(c) Mặt cắt

Lời giải

Trả lời: 0,12

Gọi h là chiều cao của hình thang. Vì chiều cao lăng trụ chiều dài tấm tôn nên thể tích máng xối lớn nhất khi tích hình thang cân (mặt cắt) lớn nhất.

Ta có
$$S = \frac{1}{2} h (x + 0,25).$$

Kẻ $AH \perp CD$.

Ta có
$$HD = \frac{x - 0,25}{2} \Rightarrow h = AH = \sqrt{(0,25)^2 - \frac{(x - 0,25)^2}{4}}.$$

Điều kiện: $0,25 < x < 0,75$.

Khi đó,
$$S = \frac{1}{4} (x + 0,25) \sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}.$$

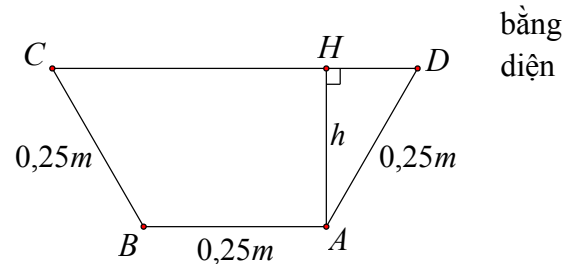
Xét hàm số $S(x) = (x + 0,25) \sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}$ với $0,25 < x < 0,75$.

Ta có
$$S'(x) = \sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2} + (x + 0,25) \frac{-(x - 0,25)}{\sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}}$$

$$= \frac{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2 - (x + 0,25)(x - 0,25)}{\sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}} = \frac{-2x^2 + 0,5x + 0,25}{\sqrt{4 \cdot (0,25)^2 - (x - 0,25)^2}}$$

Khi đó
$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 0,5x + 0,25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0,5 \\ x = -0,25 \text{ (loại)} \end{cases}$$

Bảng biến thiên



x	0,25	0,5	0,75
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3\sqrt{3}}{64}$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $S(x)$ có giá trị lớn nhất bằng $\frac{3\sqrt{3}}{64}$ tại $x = 0,5$.

Do đó, máng xối có thể tích lớn nhất bằng: $\frac{1}{4} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{64} \cdot 6 \approx 0,12 \text{ (m}^3\text{)}$ khi $x = 0,5 \text{ (m)}$.

Câu 6. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm.

Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Trả lời: 0,95

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lô 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có $P(H_1) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}, P(H_2) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}, P(H_3) = \frac{C_2^1 \cdot C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

$\bar{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có: $P(\bar{A} | H_1) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{3}{45}, P(\bar{A} | H_2) = \frac{C_2^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{45}, P(\bar{A} | H_3) = \frac{C_3^1 \cdot C_2^1}{10 \cdot 10} = 0,06$.

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$$P(\bar{A}) = P(H_1) \cdot P(\bar{A} | H_1) + P(H_2) \cdot P(\bar{A} | H_2) + P(H_3) \cdot P(\bar{A} | H_3) = 37 / 750.$$

Vậy $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 37 / 750 \approx 0,95$.