

ĐỀ 1**ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2026-2027****MÔN: TOÁN 12****Thời gian làm bài: 90 phút**

DẠNG THỨC 1: Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

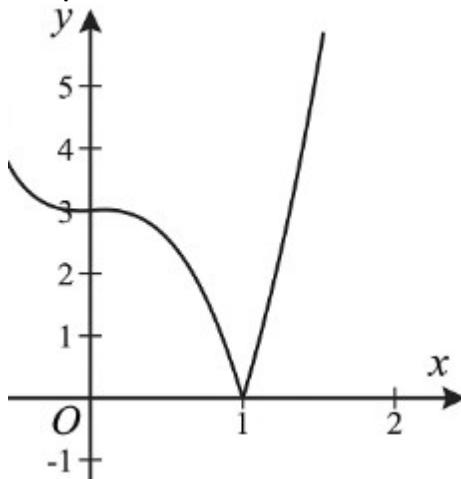
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		+	0	-		-	0	+	

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.
- D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
- B. $(-\infty; -1)$.
- C. $(1; 3)$.
- D. $(3; +\infty)$.

Câu 4. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 3. B. -5. C. 0. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 6. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

- A. $(-1; -8)$. B. $(0; -5)$. C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$. D. $(1; 0)$.

Câu 7. Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 17.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng

- A. $f(1)$. B. $f(-2)$. C. $f(-1)$. D. $f(0)$.

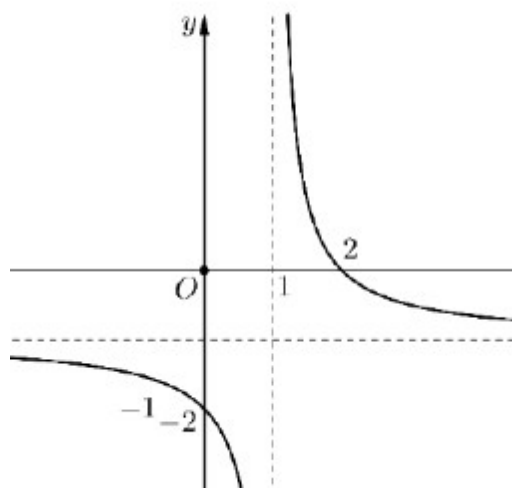
Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
 B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
 C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
 D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

- A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$. B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$. C. $y = \frac{4}{x-1}$. D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$.

Câu 11. Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng

A. $S = 0$.

B. $S = -2$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Câu 12. Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'	+	0	-	0	+		
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

DẠNG THỨC 2: Trắc nghiệm đúng sai (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) mỗi câu thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$		
$f'(x)$	-	0	+	0	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$	
		-17	-13	-18			

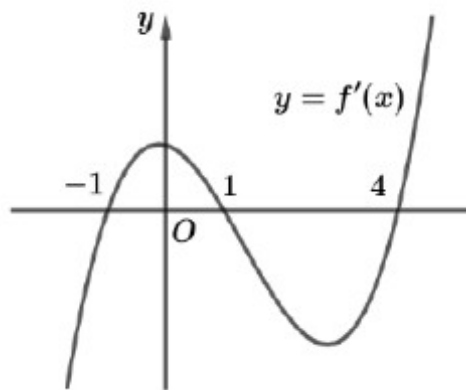
a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

b) $f(1) < f(3)$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.

d) Phương trình $f'(3x-1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm duy nhất.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- c) $f(1) > f(2) > f(4)$.
- d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
- b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
- c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
- d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C) .

- a) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4 .
- b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0; 1)$.

- c) Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

- d) Để phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x + 2|$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 2$.

DẠNG THỨC 3: Trắc nghiệm trả lời ngắn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1; 0), x_2 \in (1; 2)$.

Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$.

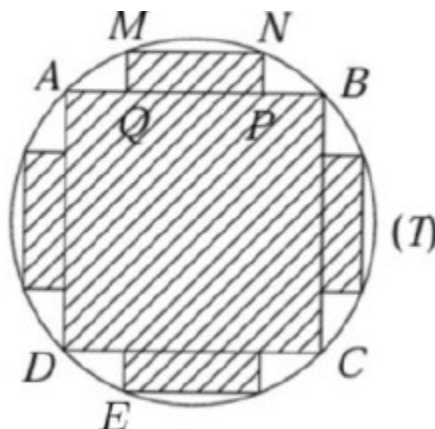
Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Câu 3. Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t)$ (mg/ml) với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể nạn nhân trong dài hạn.

Câu 4. Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

Câu 5. Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 500(t^2 + me^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $m \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm, khi đó giá trị nhỏ nhất của m bằng bao nhiêu?

Câu 6. Bác Bình sử dụng một khúc gỗ hình trụ có đường kính bằng 32 cm để làm một chiếc xà nhà. Để đảm bảo tính thẩm mỹ thì bác Bình dự định sẽ cho thợ xẻ khúc gỗ thành một chiếc xà có tiết diện ngang (là miền gạch sọc như hình vẽ bên) bao gồm một hình vuông $ABCD$ và 4 miếng phụ là 4 hình chữ nhật bằng nhau. Bốn điểm A, B, C, D nằm trên đường tròn (T) ; miếng phụ $MNPQ$ có hai đỉnh M, N nằm trên đường tròn (T) và hai đỉnh P, Q nằm trên cạnh AB . Mặt khác, diện tích của tiết diện ngang càng lớn thì chiếc xà chịu lực càng tốt. Hỏi bác Bình có thể tạo ra một tiết diện ngang có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu centimet vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?



BẢNG ĐÁP ÁN

Dạng thức 1

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	D	C	B	B	A	D	D	D	D	C	D

Dạng thức 2

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Sai	Sai	Đúng	Đúng
3	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
4	Sai	Đúng	Đúng	Sai

Dạng thức 3

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp	1		0,013 mg/ml	9		684 cm ²

Câu	1	2	3	4	5	6
án		4			-2	

GIẢI CHI TIẾT

DẠNG THỨC 1: TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$	
y'		+	0	-	0	+

Mệnh đề

Mệnh đề

nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải.

Từ bảng dấu:

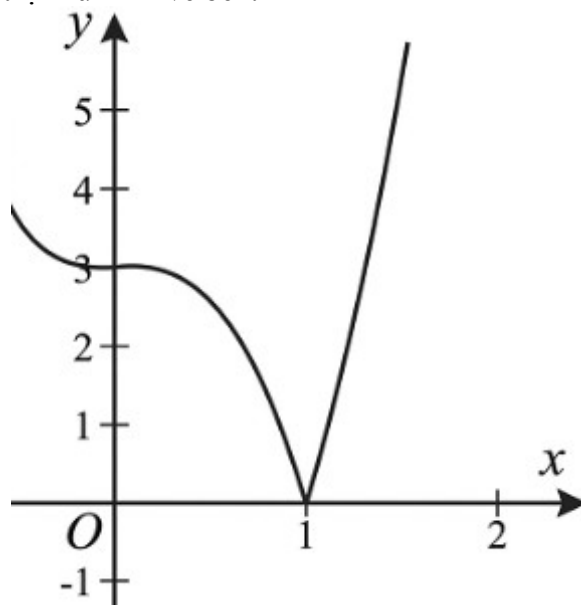
- $f'(x) > 0$ trên $(-\infty; -2)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.
- $f'(x) < 0$ trên $(-2; 0)$ và $(0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng đó.
- Trên $(-\infty; 0)$, dấu của $f'(x)$ đổi từ dương sang âm tại $x = -2$, nên hàm số không đồng biến trên toàn khoảng.

Vì vậy mệnh đề đúng là D.

Đáp án: D.

Câu 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị, khi x tăng từ $-\infty$ đến 1, giá trị $f(x)$ giảm liên tục; tại $x=1$ đồ thị đạt giá trị nhỏ nhất rồi tăng trở lại khi $x > 1$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Đáp án: D.

Câu 3

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (1-x)^2(x+1)^3(3-x)$.

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; 1)$.

B. $(-\infty; -1)$.

C. $(1; 3)$.

D. $(3; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $(1-x)^2 \geq 0$ với mọi x , nên dấu của $f'(x)$ chủ yếu do $(x+1)^3(3-x)$ quyết định.

Các mốc đổi dấu là $x = -1$, $x = 1$, $x = 3$. Trong đó $x = 1$ là nghiệm bội chẵn của $f'(x)$ nên dấu của $f'(x)$ không đổi khi qua $x = 1$.

• Với $x < -1$: $(x+1)^3 < 0$, $3-x > 0$ nên $f'(x) < 0$.

• Với $-1 < x < 3$, $x \neq 1$: $(x+1)^3 > 0$, $3-x > 0$ nên $f'(x) > 0$.

• Với $x > 3$: $(x+1)^3 > 0$, $3-x < 0$ nên $f'(x) < 0$.

Vì thế hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$. Trong các phương án đã cho, khoảng $(1; 3)$ nằm hoàn toàn trong khoảng đồng biến.

Đáp án: C.

Câu 4

Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-5	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 3.

B. -5.

C. 0.

D. 2.

Lời giải.

Tại $x = 3$, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương nên $x = 3$ là điểm cực tiểu của hàm số. Theo bảng biến thiên,

$$f(3) = -5.$$

Vậy giá trị cực tiểu là -5 .

Đáp án: B.

Câu 5

Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải.

- Tại $x = -1$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm nên hàm số có một điểm cực đại.
- Tại $x = 0$, $f'(x) = 0$ nhưng dấu của $f'(x)$ ở hai phía đều âm, nên $x = 0$ không phải điểm cực trị.
- Tại $x = 1$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số có một điểm cực tiểu.

Vậy hàm số có tất cả 2 điểm cực trị.

Đáp án: B.

Câu 6

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ là

A. $(-1; -8)$.

B. $(0; -5)$.

C. $\left(\frac{5}{3}; \frac{40}{27}\right)$.

D. $(1; 0)$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -3x^2 + 2x + 5.$$

Giải $y' = 0$: $-3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0$

$$x = -1, x = \frac{5}{3}.$$

Suy ra hai nghiệm là

Vì hệ số của x^2 trong y' âm nên

Ta có $y' < 0$ trên $(-\infty; -1)$ và $y' > 0$ trên $\left(-1; \frac{5}{3}\right)$.

Do đó $x = -1$ là điểm cực tiểu của hàm số.

Tính tung độ:

$$y(-1) = -(-1)^3 + (-1)^2 + 5(-1) - 5 = -8.$$

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị là $(-1; -8)$.

Đáp án: A.

Câu 7

Hàm số

$$y = (4 - x^2)^2 + 1$$

có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 10.
- B. 12.
- C. 14.
- D. 17.

Lời giải.

Với $x \in [-1; 1]$ ta có $0 \leq x^2 \leq 1$,

suy ra $3 \leq 4 - x^2 \leq 4$.

Do $4 - x^2 > 0$ nên $(4 - x^2)^2 \leq 16$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 0$. Vì vậy $\max_{[-1; 1]} y = 16 + 1 = 17$.

Đáp án: D.

Câu 8

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	-	0	+	0	-	0	-	

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ bằng

- A. $f(1)$.
- B. $f(-2)$.
- C. $f(-1)$.
- D. $f(0)$.

Lời giải.

Trên khoảng $(-1; 0)$, $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến.

Trên khoảng $(0; 1)$ và $(1; +\infty)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Vì vậy khi xét trên $(-1; +\infty)$, hàm số tăng đến $x = 0$, sau đó giảm. Do đó giá trị lớn nhất bằng $f(0)$.

Đáp án: D.

Câu 9

Cho hàm số $y = f(x)$ có

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1.$$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.

Lời giải.

Theo định nghĩa tiệm cận ngang, từ

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$$

suy ra $y = 1$ là một tiệm cận ngang. Tương tự, từ

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$$

suy ra $y = -1$ là một tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị có hai tiệm cận ngang là $y = 1$ và $y = -1$.

Đáp án: D.

Câu 10

Hàm số nào sau đây có một tiệm cận?

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$

C. $y = \frac{4}{x-1}$

D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Lời giải.

Xét từng phương án:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$: có 2 tiệm cận.

B. Ta chia đa thức:

$$\frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}.$$

Do đó đồ thị có tiệm cận đứng $x = -3$ và tiệm cận xiên $y = x$: có 2 tiệm cận.

C. $y = \frac{4}{x-1}$ có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 0$: có 2 tiệm cận.

D. Vì $x^2+1 > 0$ với mọi x nên không có tiệm cận đứng. Đồng thời

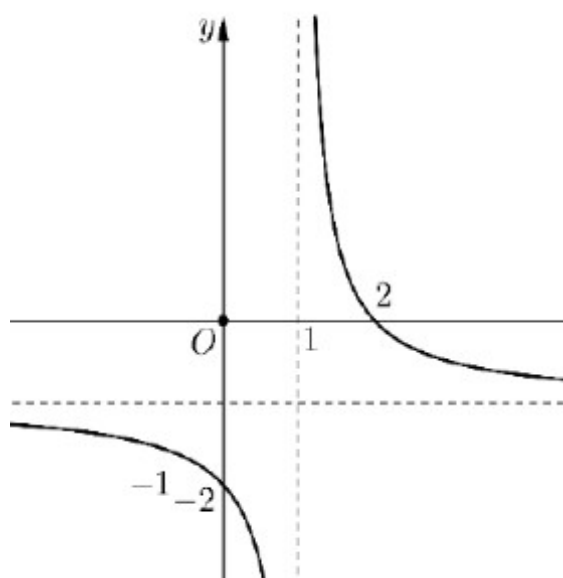
$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x}{x^2+1} = 0,$$

nên đồ thị chỉ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Đáp án: D.

Câu 11

Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng **A.** $S = 0$.

B. $S = -2$.

C. $S = 2$.

D. $S = 4$.

Lời giải.

Từ đồ thị, tiệm cận đứng là $x = 1$. Với mẫu số $cx - 1$, ta có $cx - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{c}$.

Do đó $\frac{1}{c} = 1 \Rightarrow c = 1$.

Tiệm cận ngang trên hình là $y = -1$. Với hàm phân thức bậc nhất trên bậc nhất, tiệm cận ngang là

$y = \frac{a}{c}$, $\frac{a}{c} = -1$.
Suy ra $a = -1$.

Vì $c = 1$ nên $a = -1$.

Đồ thị cắt trục hoành tại $x = 2$, do đó $2a + b = 0$.

Thay $a = -1$: $-2 + b = 0 \Rightarrow b = 2$.

Vậy $S = a + b + c = -1 + 2 + 1 = 2$.

Đáp án: C.

Câu 12

Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$.

B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$.

C. $y = x^3 - 3x + 2$.

D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, đạo hàm phải có hai nghiệm $x = 0$ và $x = 2$, đồng thời có dấu $+0-0+$.
Xét phương án D:

$$y = x^3 - 3x^2 + 2.$$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$.

Suy ra $y' = 0$ tại $x = 0$ và $x = 2$, với dấu đúng như bảng biến thiên.

Ngoài ra $y(0) = 2$, $y(2) = 8 - 12 + 2 = -2$,

đúng với các giá trị trong bảng.

Đáp án: D.

DẠNG THỨC 2: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$		

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

Lời giải. Trên $(7; +\infty)$, từ bảng biến thiên ta có $f'(x) > 0$, nên hàm số đồng biến.

Kết luận: Đúng.

b) $f(1) < f(3)$.

Lời giải. Theo bảng biến thiên, $f(1) = -17$, $f(3) = -13$.

Vì $-17 < -13$ nên $f(1) < f(3)$.

Kết luận: Đúng.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.

Lời giải. Trên $(1; 3)$, $f'(x) > 0$ nên hàm số đồng biến; còn trên $(3; 7)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến.

Vì vậy hàm số không nghịch biến trên toàn khoảng $(1; 7)$.

Kết luận: Sai.

d) Phương trình $f(3x - 1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm duy nhất.

Lời giải. Từ bảng biến thiên, $f(t) = 0 \Leftrightarrow t \in \{1; 3; 7\}$.

Do đó $f(3x - 1) = 0$

$$\Leftrightarrow 3x - 1 \in \{1; 3; 7\}.$$

$$x \in \left\{ \frac{2}{3}; \frac{4}{3}; \frac{8}{3} \right\}.$$

Suy ra

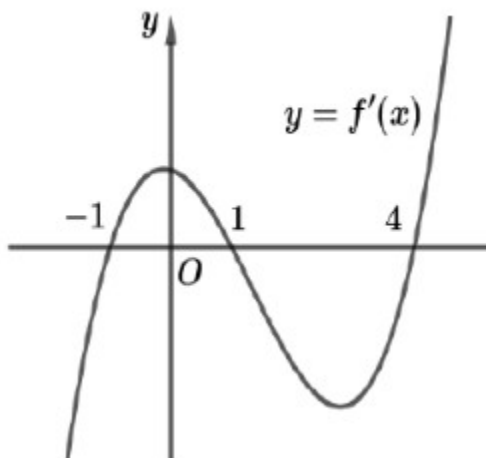
$$x = \frac{2}{3}$$

Vậy $x = \frac{2}{3}$ không phải nghiệm duy nhất.

Kết luận: Sai.

Câu 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Từ đồ thị ta đọc được

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1; 1; 4\}.$$

Dấu của $f'(x)$ là:

- $f'(x) < 0$ trên $(-\infty; -1)$;
- $f'(x) > 0$ trên $(-1; 1)$;
- $f'(x) < 0$ trên $(1; 4)$;
- $f'(x) > 0$ trên $(4; +\infty)$.

a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị.

Lời giải. Dấu của $f'(x)$ đổi khi qua cả ba điểm $-1, 1, 4$. Vì vậy hàm số có ba điểm cực trị.

Kết luận: Sai.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải. Trên $(1; 4)$, $f'(x) < 0$ nên hàm số nghịch biến; chỉ từ $x > 4$ hàm số mới đồng biến. Vì vậy không thể đồng biến trên toàn khoảng $(1; +\infty)$.

Kết luận: Sai.

c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

Lời giải. Trên $(1; 4)$, $f'(x) < 0$ nên f nghịch biến. Vì
 $1 < 2 < 4$
 nên

$$f(1) > f(2) > f(4).$$

Kết luận: Đúng.

d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Lời giải. Trên $[-1; 1]$, hàm số đồng biến; trên $[1; 4]$, hàm số nghịch biến. Do đó f đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 4]$ tại $x = 1$.

Kết luận: Đúng.

Câu 3 Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau.

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2} = x - 4 + \frac{10}{x + 2}.$$

Ta chia đa thức:

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$ và tiệm cận xiên $y = x - 4$.

a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.

Lời giải. Đồ thị có đúng hai tiệm cận là $x = -2$ và $y = x - 4$.

Kết luận: Đúng.

b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.

Lời giải. Thay $x = -2$ vào $y = x - 4$:

$$y = -2 - 4 = -6.$$

Do đó giao điểm là $I(-2; -6)$.

Kết luận: Đúng.

c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.

Lời giải. Tiệm cận xiên có phương trình $y = x - 4 \Leftrightarrow x - y - 4 = 0$.

$$d = \frac{|0 - 0 - 4|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

Khoảng cách từ $O(0; 0)$ đến đường thẳng này là

Không phải $4\sqrt{2}$.

Kết luận: Sai.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.

Lời giải. Với $x = 0$, đường thẳng $y = x - 4$ cho $y = -4$. Vì vậy $M(0; -4)$ thuộc tiệm cận xiên.

Kết luận: Đúng.

Câu 4

Cho hàm số

$y = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2}$ có đồ thị là đường cong (C) .

Ta có $y = x + 1 + \frac{1}{x + 2}, x \neq -2$.

$$y' = 1 - \frac{1}{(x + 2)^2} = \frac{(x + 1)(x + 3)}{(x + 2)^2}.$$

Suy ra

a) Biết hàm số có 2 điểm cực trị khi đó tổng của giá trị cực đại và giá trị cực tiểu bằng -4 .

Lời giải. Ta có

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm

$$x = -3, x = -1.$$

Xét dấu y' :

- $y' > 0$ trên $(-\infty; -3)$;
- $y' < 0$ trên $(-3; -2)$ và $(-2; -1)$;
- $y' > 0$ trên $(-1; +\infty)$.

Do đó $x = -3$ là điểm cực đại, $x = -1$ là điểm cực tiểu.

Các giá trị cực trị: $y(-3) = -3$,

$$y(-1) = 1.$$

Tổng là $-3 + 1 = -2 \neq -4$.

Kết luận: Sai.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;1)$.

$$y = x + 1 + \frac{1}{x+2}$$

Lời giải. Từ

suy ra tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

Thay $x = 0$ được $y = 1$, nên $A(0;1)$ thuộc đường tiệm cận xiên.

Kết luận: Đúng.

c) Phương trình tiếp tuyến với (C) vuông góc với đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$ đi qua điểm

$$B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Lời giải. Đường thẳng $x - 3y - 6 = 0$

có hệ số góc $\frac{1}{3}$. Vì thế tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng này phải có hệ số góc -3 .

Ta giải $y' = -3$.

$$1 - \frac{1}{(x+2)^2} = -3 \Leftrightarrow \frac{1}{(x+2)^2} = 4 \Leftrightarrow x+2 = \pm \frac{1}{2}.$$

Tức là

$$x = -\frac{3}{2}, x = -\frac{5}{2}.$$

Suy ra

$$\text{Với } x = -\frac{3}{2}:$$

$$y = -\frac{3}{2} + 1 + \frac{1}{1/2} = \frac{3}{2}.$$

Vậy $B\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}\right)$ nằm trên (C) và tiếp tuyến tại B có hệ số góc -3 .

Phương trình tiếp tuyến tại B là

$$y - \frac{3}{2} = -3\left(x + \frac{3}{2}\right),$$

$$\text{hay } y = -3x - 3.$$

Do đó khẳng định đã cho đúng.

Kết luận: Đúng.

d) Để phương trình $x^2 + 3x + 3 = m|x+2|$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m > 2$.

Lời giải. Vì $x^2 + 3x + 3 > 0$ với mọi x , nếu phương trình có nghiệm thì phải có $m > 0$.

Với $x > -2$: $|x+2| = x+2$,

$$\text{nên phương trình trở thành } \frac{x^2 + 3x + 3}{x+2} = m,$$

$$\text{hay } x + 1 + \frac{1}{x+2} = m.$$

Trên $(-2; +\infty)$, hàm $g(x) = x + 1 + \frac{1}{x+2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng 1 tại $x = -1$. Vì vậy để có hai nghiệm ở phía $x > -2$ cần $m > 1$.

Với $x < -2$: $|x+2| = -(x+2)$,

$$-\frac{x^2 + 3x + 3}{x+2} = m.$$

nên

$$h(x) = -x - 1 - \frac{1}{x+2}.$$

Đặt

Trên $(-\infty; -2)$, $h(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 3 tại $x = -3$. Vì vậy để có hai nghiệm ở phía $x < -2$ cần $m > 3$.

Muốn có tổng cộng 4 nghiệm phân biệt thì phải đồng thời có hai nghiệm ở mỗi phía của $x = -2$, tức là $m > 3$.

Vì thế điều kiện $m > 2$ là không đúng.

Kết luận: Sai.

DẠNG THỨC 3: TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Cho hàm số

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1; 0), x_2 \in (1; 2)$.

Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1; x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

Lời giải.

Vì x_1, x_2 là hai điểm cực trị nên x_1, x_2 là hai nghiệm của y' . Ta có

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c = 3a(x - x_1)(x - x_2).$$

Hàm số đồng biến trên $(x_1; x_2)$ nên với $x \in (x_1; x_2)$, ta có $y' > 0$.

Giữa hai nghiệm x_1, x_2 , tích $(x - x_1)(x - x_2) < 0$. Do đó muốn $3a(x - x_1)(x - x_2) > 0$ thì $a < 0$.

So sánh hệ số:

$$3ax^2 + 2bx + c = 3ax^2 - 3a(x_1 + x_2)x + 3ax_1x_2.$$

$$\text{Suy ra } 2b = -3a(x_1 + x_2), \quad c = 3ax_1x_2.$$

Vì $x_1 > -1, x_2 > 1$ nên $x_1 + x_2 > 0$.

$$\text{Do } a < 0, \text{ ta có } b = -\frac{3a}{2}(x_1 + x_2) > 0.$$

Mặt khác $x_1 < 0 < x_2$ nên $x_1x_2 < 0$. Do đó $c = 3ax_1x_2 > 0$.

Vậy trong ba số a, b, c chỉ có a là số âm.

Đáp án: 1.

Câu 2

$$\text{Cho hàm số } y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$$

có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại $x = x_2$. Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Lời giải.

$$\text{Ta biến đổi } f(x) = 2x + \frac{18}{x + 13}.$$

$$f'(x) = 2 - \frac{18}{(x + 13)^2}.$$

Suy ra

Giải $f'(x) = 0$: $2 - \frac{18}{(x+13)^2} = 0 \Leftrightarrow (x+13)^2 = 9$

Suy ra hai nghiệm là $x = -16, x = -10$.

$$f''(x) = \frac{36}{(x+13)^3}.$$

Ta có

Tại $x = -16$: $f''(-16) < 0$, nên $x = -16$ là điểm cực đại. \

Do đó $x_2 = -16$.

Tại $x = -10$: $f''(-10) > 0$, nên $x = -10$ là điểm cực tiểu.

Do đó $x_1 = -10$. Vậy $P = -2(-10) + (-16) = 4$.

Đáp án: 4.

Câu 3

Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t)$, đơn vị mg/ml, với

$$C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013.$$

Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể bệnh nhân trong dài hạn.

Lời giải.

Nồng độ thuốc tồn dư trong dài hạn là giới hạn của $C(t)$ khi $t \rightarrow +\infty$:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013 \right).$$

Vì $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} = 0$, nên $\lim_{t \rightarrow +\infty} C(t) = 0,013$.

Vậy nồng độ thuốc tồn dư là **0,013 mg/ml**.

Đáp án: 0,013 mg/ml.

Câu 4

Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với

nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x ml từ bình chứa.

Nồng độ của NaOH trong cốc luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a .

Lời giải.

Ban đầu, lượng NaOH trong cốc là $25 \cdot 100 = 2500$ mg.

Sau khi thêm x ml dung dịch nồng độ 9 mg/ml, lượng NaOH thêm vào là $9x$ mg.

Tổng thể tích dung dịch là $25 + x$

$$C(x) = \frac{2500 + 9x}{25 + x}.$$

Do đó

$$C(x) = \frac{9(x+25) + 2275}{x+25} = 9 + \frac{2275}{x+25}.$$

Biến đổi:

Với $x \geq 0$ ta có $\frac{2275}{x+25} > 0$, nên $C(x) > 9$.

Đồng thời $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = 9$.

Vậy nồng độ luôn lớn hơn 9 mg/ml và tiến dần đến 9 mg/ml.

Đáp án: $a = 9$.

Câu 5

Giả sử doanh số bán hàng, đơn vị triệu đồng, của một sản phẩm mới được mô hình hóa bằng

$$f(t) = 500(t^2 + me^{-t}),$$

với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $m \leq 0$ là tham số. Đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm. Tìm giá trị nhỏ nhất của m .

Lời giải.

Ta có $f'(t) = 500(2t - me^{-t})$.

Tốc độ bán hàng tăng khi $f'(t)$ là hàm tăng, tức là $f''(t) \geq 0$ trong 10 năm đầu.

Ta tính $f''(t) = 500(2 + me^{-t})$.

Vì $m \leq 0$ và e^{-t} giảm khi t tăng, nên biểu thức me^{-t} tăng theo t . Do đó $f''(t)$ nhỏ nhất tại $t = 0$.

Điều kiện cần và đủ là $f''(0) \geq 0$.

Suy ra $500(2 + m) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq -2$.

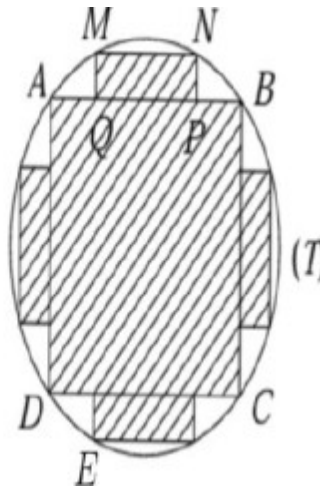
Kết hợp với $m \leq 0$: $-2 \leq m \leq 0$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $m = -2$.

Đáp án: -2 .

Câu 6

Bác Bình sử dụng một khúc gỗ hình trụ có đường kính bằng 32 cm để làm một chiếc xà nhà. Tiết diện ngang gồm một hình vuông $ABCD$ và 4 hình chữ nhật bằng nhau như hình vẽ. Bốn điểm A, B, C, D nằm trên đường tròn (T) ; hình chữ nhật $MNPQ$ có hai đỉnh M, N nằm trên đường tròn (T) và hai đỉnh P, Q nằm trên cạnh AB . Hỏi diện tích lớn nhất của tiết diện ngang bằng bao nhiêu centimet vuông, làm tròn đến hàng đơn vị?



Lời giải.

Đường tròn có bán kính $R = 16$.

Vì hình vuông $ABCD$ nội tiếp đường tròn nên đường chéo hình vuông bằng đường kính đường tròn: $AC = 32$.

$$AB = \frac{32}{\sqrt{2}} = 16\sqrt{2}.$$

Do đó cạnh hình vuông là

Diện tích hình vuông: $S_{ABCD} = (16\sqrt{2})^2 = 512$.

Đặt tâm đường tròn là O . Chọn hệ trục sao cho cạnh AB nằm ngang. Khi đó khoảng cách từ O đến

cạnh AB bằng nửa cạnh hình vuông: $\frac{AB}{2} = 8\sqrt{2}$.

Xét hình chữ nhật $MNPQ$ phía trên. Gọi x là nửa độ dài PQ , tức là $PQ = 2x$, với $0 \leq x \leq 8\sqrt{2}$.

Do M, N nằm trên đường tròn bán kính 16 nên tung độ của M, N so với tâm O là $\sqrt{256 - x^2}$.

Vì cạnh AB cách tâm một đoạn $8\sqrt{2}$, chiều cao của hình chữ nhật $MNPQ$ là $h = \sqrt{256 - x^2} - 8\sqrt{2}$.

Diện tích một hình chữ nhật phụ là $S_1 = 2x(\sqrt{256 - x^2} - 8\sqrt{2})$.

Có 4 hình chữ nhật bằng nhau nên tổng diện tích tiết diện là $S(x) = 512 + 8x(\sqrt{256 - x^2} - 8\sqrt{2})$.

$$S'(x) = 8 \left(\sqrt{256 - x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{256 - x^2}} - 8\sqrt{2} \right).$$

Ta tính đạo hàm:

$$S'(x) = 8 \left(\frac{256 - 2x^2}{\sqrt{256 - x^2}} - 8\sqrt{2} \right).$$

Suy ra

$$\text{Cho } S'(x) = 0: \frac{256 - 2x^2}{\sqrt{256 - x^2}} = 8\sqrt{2}.$$

Vì tại nghiệm cực đại ta có $256 - 2x^2 > 0$, bình phương hai vế:

$$(256 - 2x^2)^2 = 128(256 - x^2).$$

Đặt $u = x^2$.

Ta được $u^2 - 224u + 8192 = 0$.

Suy ra $u = 112 \pm 16\sqrt{17}$.

Do $0 \leq x^2 \leq 128$, chỉ nhận $x^2 = 112 - 16\sqrt{17}$.

Hay $x = 4\sqrt{7 - \sqrt{17}}$.

Thay vào biểu thức diện tích, ta được $S_{\max} \approx 684,416$.

Làm tròn đến hàng đơn vị: $S_{\max} \approx 684$.

Vậy diện tích tiết diện ngang lớn nhất là **684 cm²**.

Đáp án: 684 cm².

ĐỀ 2

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2026-2027

MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Tính chiều cao h của một khối chóp có thể tích $\frac{2a^3}{3}$ và diện tích đáy bằng $3a^2$.

A. $h = \frac{3a}{2}$.

B. $h = \frac{a}{3}$.

C. $h = \frac{2a}{3}$.

D. $h = \frac{2a}{9}$.

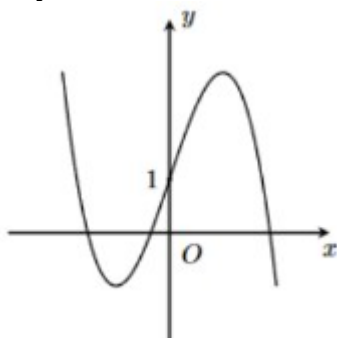
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **đúng**.

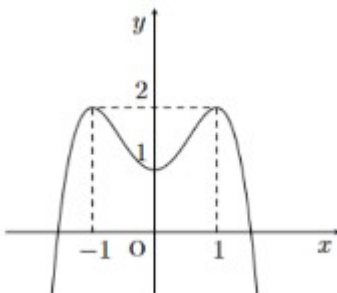
- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Câu 3. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^2 + 2x + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = -x^4 + x^2 - 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.

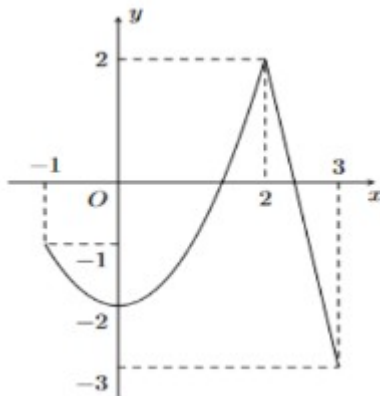
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau đây.



Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 3. B. 1. C. 4. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1; 3]$.
 Giá trị của $M + m$ bằng

- A. $M + m = -1$. B. $M + m = 5$. C. $M + m = 0$. D. $M + m = 3$.

Câu 6. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình đường thẳng lần lượt là

- A. $y = \frac{1}{2}; x = 1$. B. $x = 1; y = 2$. C. $y = 1; x = 2$. D. $x = \frac{1}{2}; y = 2$.

Câu 7. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $y = x + 4$. B. $y = x - 4$. C. $y = x + 1$. D. $y = x - 2$.

Câu 8. Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = \frac{mx+5}{2x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m > 10$. B. $m \geq 10$. C. $m < 0$. D. $m \leq 0$.

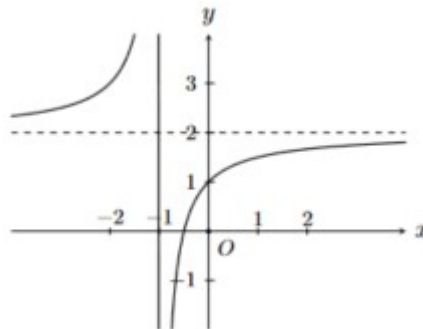
Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = a$, $DC = a\sqrt{3}$; cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$, $SA = 2a$. Tính góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 10. Hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị cực tiểu y_0 là

- A. $y_0 = -1$. B. $y_0 = -8$. C. $y_0 = \frac{5}{3}$. D. $y_0 = \frac{40}{27}$.

Câu 11. Biết hàm số $y = \frac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hãy tìm giá trị thực của a và b .

- A. $a = 2$ và $b = -1$. B. $a = 1$ và $b = -2$. C. $a = -2$ và $b = 1$. D. $a = -1$ và $b = 2$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. $\min_{[0;2]} y = 0$. B. $\min_{[0;2]} y = 4$. C. $\min_{[0;2]} y = 1$. D. $\min_{[0;2]} y = -2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết rằng góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp bằng 30° . Hãy xét tính **đúng, sai** của các khẳng định sau.

- a) Đường thẳng SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) (với điểm H là tâm đáy).
 b) Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy của hình chóp là góc SAB .
 c) Khoảng cách từ đỉnh S tới mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2a}{3}$.

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ có giá trị bằng 9 .

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+	0 -
$f(x)$	1	2	3	-1

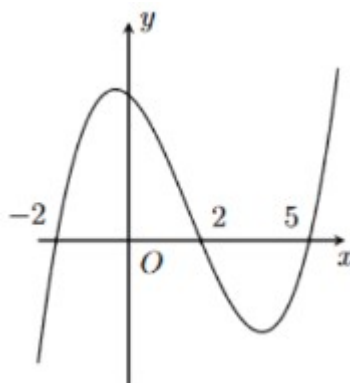
Hãy xét tính **đúng, sai** của các khẳng định sau.

- a) Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}, \{-1\}$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 3.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- d) Bảng biến thiên ở trên là của hàm số $y = \frac{2x}{|x+1|}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$. Các mệnh đề sau là **đúng** hay **sai**?

- $D = \mathbb{R}, \left\{ \frac{1}{2} \right\}$.
- a) Tập xác định của hàm số là
- b) Hàm số không có cực trị.
- $$y' = \frac{3}{(2x-1)^2}$$
- c)
- d) Hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hãy xét tính **đúng, sai** của các khẳng định sau.

- a) $f'(x) > 0 \forall x \in (-2; 2)$
 b) $\min_{(2; +\infty)} f(x) = f(4)$
 c) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.
 d) Hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\{1\}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

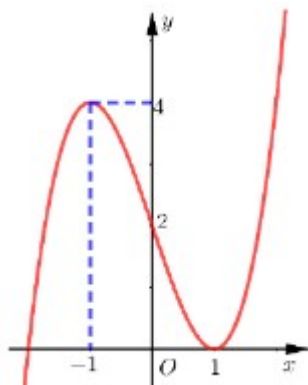
Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3 , cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) ; cạnh bên $SB = 6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 3. Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = \frac{3000}{1 + 3e^{-t}}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính bằng năm, kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng là lớn nhất? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)

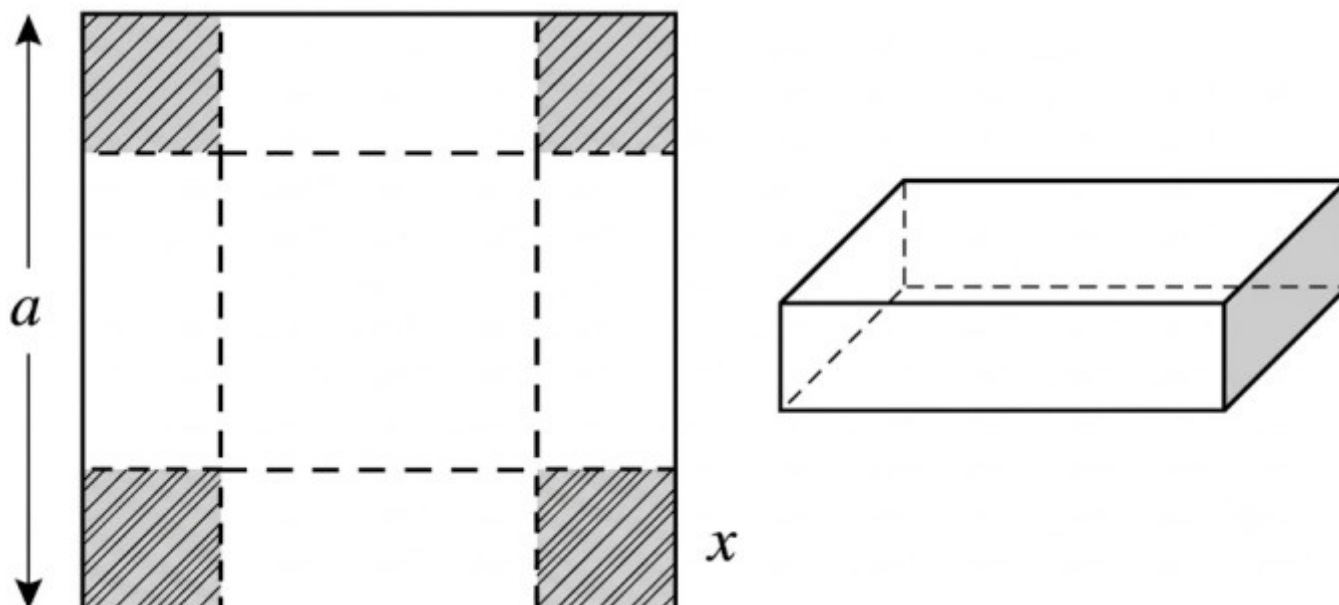
Câu 4. Biết rằng $\left[a; \frac{b}{c} \right]$ (với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, $c > 0$) là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (2m-1)x^2 + (m-2)x + 5$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Giá trị biểu thức $P = \frac{b^2 - c^2}{2a}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau:



Hàm số $y = g(x) = f(x) - x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 6. Cho một tấm tôn hình vuông cạnh $a = 240$ cm. Người ta cắt ở bốn góc tấm tôn bốn hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm tôn lại để được một cái hộp không nắp để đựng nước.



Trong các khối hộp tạo được, khối hộp có thể tích lớn nhất đựng được bao nhiêu lít nước?
(với giả thiết các mép nối không đáng kể)

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần I

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	C	7	A
2	C	8	A
3	B	9	D
4	A	10	B
5	A	11	A
6	B	12	D

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
2	Đúng	Đúng	Sai	Sai
3	Đúng	Đúng	Sai	Sai
4	Đúng	Sai	Đúng	Đúng

Phần III

Câu	Đáp án	Câu	Đáp án
1	3	4	$-9/2$
2	2.32	5	3
3	1.1	6	1024

GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1

Tính chiều cao h của một khối chóp có thể tích $V = \frac{2a^3}{3}$ và diện tích đáy bằng $3a^2$.

A. $h = \frac{3a}{2}$.

B. $h = \frac{a}{3}$.

C. $h = \frac{2a}{3}$.

D. $h = \frac{2a}{9}$.

Lời giải.

Gọi S là diện tích đáy. Thể tích khối chóp được tính bởi $V = \frac{1}{3}Sh$

$$h = \frac{3V}{S} = \frac{3 \cdot \frac{2a^3}{3}}{3a^2} = \frac{2a}{3}$$

Suy ra

Vậy chọn C.

Đáp án: C.

Câu 2

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty; +\infty)$, có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$		-1	3		$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên ta đọc được:

• $f'(x) < 0$ trên $(-\infty; -1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

• $f'(x) > 0$ trên $(-1; 1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

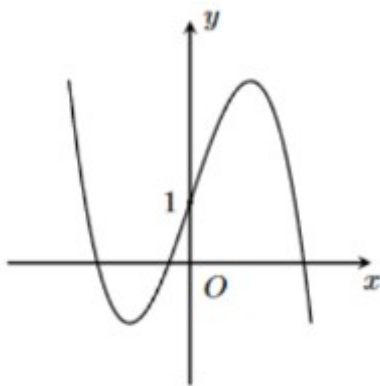
• $f'(x) < 0$ trên $(1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

Do đó mệnh đề đúng là hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$.

Đáp án: C.

Câu 3

Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào sau đây?



- A. $y = -x^2 + 2x + 1$
 B. $y = -x^3 + 3x + 1$
 C. $y = -x^4 + x^2 - 1$
 D. $y = x^3 - 3x + 1$

Lời giải.

Đồ thị có dạng một hàm bậc ba và nhánh trái đi lên, nhánh phải đi xuống. Vì vậy hệ số của x^3 phải âm.

Trong các phương án, chỉ phương án **B** là hàm bậc ba có hệ số bậc ba âm: $y = -x^3 + 3x + 1$

Kiểm tra thêm: $y' = -3x^2 + 3 = 3(1 - x^2)$

Suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Hàm số có một cực tiểu tại $x = -1$ và một cực đại tại $x = 1$, phù hợp với hình vẽ. Hơn nữa

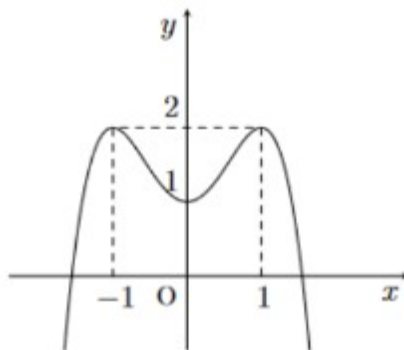
$$y(0) = 1$$

đúng với giao điểm của đồ thị và trục tung trên hình.

Đáp án: B.

Câu 4

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình sau.



Số điểm cực trị của hàm số là

- A. 3.
 B. 1.
 C. 4.
 D. 2.

Lời giải.

Quan sát đồ thị:

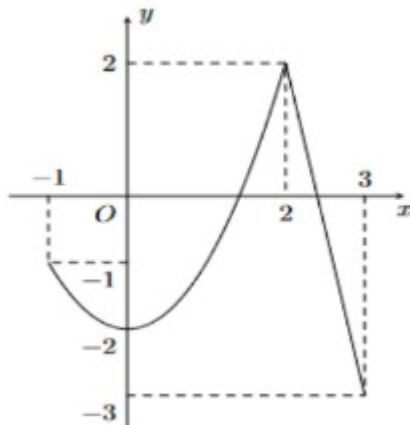
- tại $x = -1$, đồ thị đổi chiều từ tăng sang giảm nên có một điểm cực đại;
- tại $x = 0$, đồ thị đổi chiều từ giảm sang tăng nên có một điểm cực tiểu;
- tại $x = 1$, đồ thị đổi chiều từ tăng sang giảm nên có một điểm cực đại.

Vậy hàm số có tất cả 3 điểm cực trị.

Đáp án: A.

Câu 5

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị của $M + m$ bằng

- A. -1 .
- B. 5 .
- C. 0 .
- D. 3 .

Lời giải.

Từ đồ thị trên đoạn $[-1; 3]$:

- giá trị lớn nhất đạt tại $x = 2$ và bằng $M = 2$
- giá trị nhỏ nhất đạt tại $x = 3$ và bằng $m = -3$

Do đó $M + m = 2 + (-3) = -1$

Đáp án: A.

Câu 6

Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ có phương trình lần lượt là

- A. $y = \frac{1}{2}$; $x = 1$.
- B. $x = 1$; $y = 2$.
- C. $y = 1$; $x = 2$.
- D. $x = \frac{1}{2}$; $y = 2$.

Lời giải.

Mẫu số bằng 0 khi $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

Tại $x = 1$, tử số bằng $3 \neq 0$, nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Tử và mẫu đều bậc nhất nên tiệm cận ngang là tỉ số các hệ số của x : $y = \frac{2}{1} = 2$

Vậy tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = 1$ và $y = 2$.

Đáp án: B.

Câu 7

Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

- A. $y = x + 4$.
 B. $y = x - 4$.
 C. $y = x + 1$.
 D. $y = x - 2$.

Lời giải.

Chia đa thức: $x^2 + 2x - 3 = (x - 2)(x + 4) + 5$

Do đó $y = x + 4 + \frac{5}{x - 2}$

Khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $\frac{5}{x - 2} \rightarrow 0$

Vì vậy tiệm cận xiên của đồ thị là $y = x + 4$

Đáp án: A.

Câu 8

Tìm điều kiện của tham số m để hàm số $y = \frac{mx + 5}{2x + 1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

- A. $m > 10$.
 B. $m \geq 10$.
 C. $m < 0$.
 D. $m \leq 0$.

Lời giải.

Tập xác định là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$

$$y' = \frac{m(2x + 1) - 2(mx + 5)}{(2x + 1)^2} = \frac{m - 10}{(2x + 1)^2}$$

Đạo hàm:

Trên mỗi khoảng xác định, $(2x + 1)^2 > 0$

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định, cần $y' > 0$

với mọi x thuộc tập xác định, tức là $m - 10 > 0 \Leftrightarrow m > 10$

Nếu $m = 10$ thì hàm số bằng hằng số 5 trên từng khoảng xác định nên không đồng biến theo nghĩa nghiêm ngặt.

Đáp án: A.

Câu 9

Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AD = a$, $DC = a\sqrt{3}$; cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = 2a$. Tính góc giữa cạnh SC và mặt phẳng $(ABCD)$.

- A. 60° .
 B. 90° .
 C. 30° .
 D. 45° .

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng đáy là A . Do đó hình chiếu của đường thẳng SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC .

Vậy góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc giữa SC và AC , tức là góc SCA .

Trong hình chữ nhật $ABCD$: $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{a^2 + 3a^2} = 2a$

Tam giác SAC vuông tại A và $SA = AC = 2a$

Suy ra tam giác SAC vuông cân tại A , nên $\angle SCA = 45^\circ$

Đáp án: D.

Câu 10

Hàm số $y = -x^3 + x^2 + 5x - 5$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 . Giá trị cực tiểu y_0 là

A. $y_0 = -1$.

B. $y_0 = -8$.

C. $y_0 = \frac{5}{3}$.

D. $y_0 = \frac{40}{27}$.

Lời giải.

Ta có $y' = -3x^2 + 2x + 5$

Giải phương trình $y' = 0$ thu được $-3x^2 + 2x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 5 = 0$

Suy ra hai nghiệm là $x = -1$ và $x = \frac{5}{3}$.

Xét dấu y' :

• $y' < 0$ trên $(-\infty; -1)$;

• $y' > 0$ trên $(-1; \frac{5}{3})$;

• $y' < 0$ trên $(\frac{5}{3}; +\infty)$.

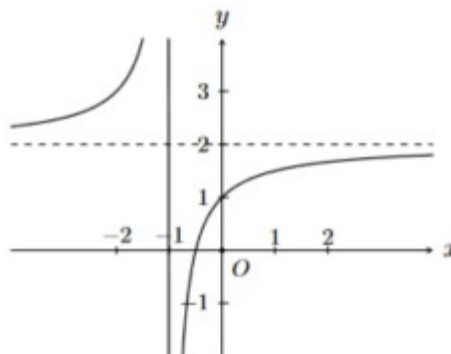
Vì y' đổi dấu từ âm sang dương tại $x = -1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x_0 = -1$

Khi đó $y_0 = y(-1) = -(-1)^3 + (-1)^2 + 5(-1) - 5 = -8$

Đáp án: B.

Câu 11

Biết hàm số $y = \frac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Hãy tìm giá trị thực của a và b .

A. $a = 2$, $b = -1$.

B. $a = 1$, $b = -2$.

C. $a = -2, b = 1$.

D. $a = -1, b = 2$.

Lời giải.

Từ đồ thị ta thấy tiệm cận đứng là $x = -1$

Đối với hàm số đã cho, tiệm cận đứng là $x = b$

Suy ra $b = -1$

Mặt khác, tử và mẫu đều bậc nhất nên tiệm cận ngang là $y = a$

Từ đồ thị, tiệm cận ngang là $y = 2$

Suy ra $a = 2$

Vậy $a = 2, b = -1$.

Đáp án: A.

Câu 12

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 0.

B. 4.

C. 1.

D. -2.

Lời giải.

Ta có $y' = \frac{(x+1) - (x-2)}{(x+1)^2} = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in [0; 2]$.

Vậy hàm số đồng biến trên $[0; 2]$. Do đó giá trị nhỏ nhất đạt tại đầu trái $x = 0$:

$$\min_{[0; 2]} y = y(0) = \frac{-2}{1} = -2$$

Đáp án: D.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1

Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng $2a$. Biết góc giữa cạnh bên và mặt đáy của hình chóp bằng 30° . Gọi H là tâm đáy.

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) SH vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

b) Góc giữa cạnh bên SA và mặt đáy của hình chóp là góc SAB .

c) Khoảng cách từ đỉnh S tới mặt phẳng (ABC) bằng $\frac{2a}{3}$.

d) Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải.

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên chân đường cao từ S xuống đáy là tâm H của tam giác đều ABC . Do đó $SH \perp (ABC)$

Vì vậy a) **đúng**.

Hình chiếu vuông góc của SA lên mặt phẳng (ABC) là AH . Vì thế góc giữa SA và mặt phẳng (ABC) là góc SAH , không phải góc SAB .

Vì vậy b) **sai**.

Tam giác ABC đều cạnh $2a$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác đều bằng

$$AH = \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

Theo giả thiết $\angle SAH = 30^\circ$

Trong tam giác vuông SAH : $\tan 30^\circ = \frac{SH}{AH}$

$$SH = AH \tan 30^\circ = \frac{2a}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{2a}{3}$$

Suy ra

Do SH là khoảng cách từ S đến mặt phẳng đáy nên **c) đúng**.

Diện tích đáy: $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} (2a)^2 = a^2 \sqrt{3}$

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SH = \frac{1}{3} \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot \frac{2a}{3} = \frac{2a^3 \sqrt{3}}{9}$

Vì vậy **d) đúng**.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng.

Câu 2

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	1	2	3	-1	

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

a) Tập xác định của hàm số là $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng 3.

c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

d) Bảng biến thiên trên là của hàm số $y = \frac{2x}{|x+1|}$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, tại $x = -1$ có đường phân cách và hàm số không xác định. Các giá trị khác đều thuộc miền xác định. Do đó $D = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

Vì vậy **a) đúng**.

Trên nhánh $x > -1$, hàm số tăng từ $-\infty$ đến giá trị 3 tại $x = 1$, sau đó giảm và tiến dần đến -1 . Trên nhánh $x < -1$, các giá trị của hàm số nhỏ hơn 2. Vì thế giá trị lớn nhất của toàn hàm số là 3

Vì vậy **b) đúng**.

Khoảng $(-\infty; 1)$ chứa điểm $x = -1$ mà tại đó hàm số không xác định, nên không thể nói hàm số đồng biến trên toàn khoảng $(-\infty; 1)$. Hơn nữa bảng chỉ cho thấy hàm số đồng biến riêng trên $(-\infty; -1)$ và $(-1; 1)$.

Vì vậy **c) sai**.

Xét hàm số ở ý d): $y = \frac{2x}{|x+1|}$

Khi $x < -1$ thì $|x+1| = -(x+1)$ nên $y = -\frac{2x}{x+1}$
 $y' = -\frac{2}{(x+1)^2} < 0$

Đạo hàm trên khoảng này là

Trong khi bảng biến thiên cho thấy hàm số **đồng biến** trên $(-\infty; -1)$. Hai kết quả không phù hợp.
 Vì vậy **d) sai**.

Kết luận: a) **Đúng**; b) **Đúng**; c) **Sai**; d) **Sai**.

Câu 3

Cho hàm số $y = \frac{x+2}{2x-1}$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Tập xác định của hàm số là $D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

b) Hàm số không có cực trị.

c) $y' = \frac{3}{(2x-1)^2}$.

d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Điều kiện xác định: $2x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{1}{2}$

$D = \left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$

Do đó

Vì vậy **a) đúng**.

$$y' = \frac{(2x-1) - 2(x+2)}{(2x-1)^2} = \frac{-5}{(2x-1)^2}$$

Đạo hàm:

Với mọi x thuộc tập xác định, $y' < 0$

Đạo hàm không bằng 0 tại bất kỳ điểm nào trong tập xác định và hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Do đó hàm số không có cực trị.

Vì vậy **b) đúng**.

Theo công thức vừa tính, $y' = -\frac{5}{(2x-1)^2}$ không phải $\frac{3}{(2x-1)^2}$.

Vì vậy **c) sai**.

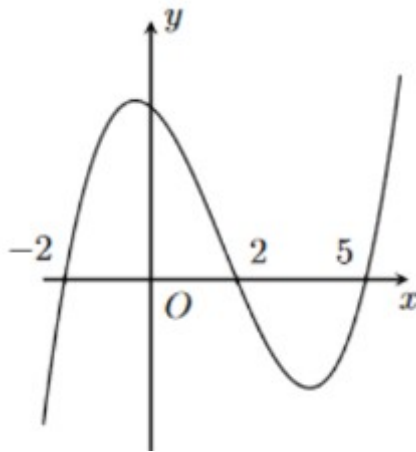
Hàm số không xác định tại $x = \frac{1}{2}$ và trên mỗi khoảng xác định lại có $y' < 0$, nên không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vì vậy **d) sai**.

Kết luận: a) **Đúng**; b) **Đúng**; c) **Sai**; d) **Sai**.

Câu 4

Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau.

- a) $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (-2; 2)$.
- b) Trên khoảng $(2; +\infty)$, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là $f(4)$.
- c) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.
- d) Hàm số $y = f(2-x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 4)$.

Lời giải.

Từ đồ thị của $f'(x)$, các nghiệm của $f'(x) = 0$ là $x = -2$, $x = 2$, $x = 5$.

Dấu của $f'(x)$ là:

- $f'(x) < 0$ khi $x < -2$;
- $f'(x) > 0$ khi $-2 < x < 2$;
- $f'(x) < 0$ khi $2 < x < 5$;
- $f'(x) > 0$ khi $x > 5$.

Do đó trên $(-2; 2)$ ta có $f'(x) > 0$. Vì vậy **a) đúng**.

Trên $(2; 5)$, hàm số f nghịch biến; trên $(5; +\infty)$, hàm số f đồng biến. Vì vậy điểm thấp nhất của nhánh này đạt tại $x = 5$, không phải tại $x = 4$.

Vì vậy **b) sai**.

Tại cả ba điểm $x = -2$, $x = 2$, $x = 5$, đạo hàm đều đổi dấu. Do đó hàm số f có 3 điểm cực trị.

Vì vậy **c) đúng**.

Đặt $g(x) = f(2-x)$

Ta có $g'(x) = -f'(2-x)$

Với $x \in (0; 4)$

thì $2-x \in (-2; 2)$

Trên $(-2; 2)$ ta có $f'(2-x) > 0$, nên $g'(x) < 0$

Vì vậy $g(x) = f(2-x)$ nghịch biến trên $(0; 4)$.

Do đó **d) đúng**.

Kết luận: a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục với mọi $x \neq 1$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	$+$
y	1	$-\sqrt{2}$	$+\infty$	-1

Tổng số đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là bao nhiêu?

Lời giải.

Từ bảng biến thiên:

Khi x tiến đến 1 từ bên trái, $f(x) \rightarrow +\infty$ và khi x tiến đến 1 từ bên phải, $f(x) \rightarrow -\infty$

Vì vậy đồ thị có một tiệm cận đứng: $x = 1$

Khi $x \rightarrow -\infty$, $f(x) \rightarrow 1$ nên có tiệm cận ngang $y = 1$

Khi $x \rightarrow +\infty$, $f(x) \rightarrow -1$ nên có thêm tiệm cận ngang $y = -1$

Tổng cộng có $1 + 2 = 3$ đường tiệm cận.

Đáp số: 3.

Câu 2

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng 3, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy (ABC) và $SB = 6$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) . Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên tam giác SAB vuông tại A . Ta có $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}$

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot 3^2 = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$: $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{9\sqrt{3}}{4} \cdot 3\sqrt{3} = \frac{27}{4}$

Mặt khác, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{27 + 9} = 6$

Vậy tam giác SBC có $SB = SC = 6$ và $BC = 3$.

Đường cao của tam giác SBC ứng với cạnh BC bằng $\sqrt{6^2 - \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{15}}{2}$

Suy ra $S_{SBC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{3\sqrt{15}}{2} = \frac{9\sqrt{15}}{4}$

Gọi d là khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) . Tính thể tích theo đáy SBC : $V = \frac{1}{3} S_{SBC} d$

$$d = \frac{3V}{S_{SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{27}{4}}{\frac{9\sqrt{15}}{4}} = \frac{9}{\sqrt{15}} = \frac{3\sqrt{15}}{5}$$

Do đó

Suy ra $d \approx 2.32$

Đáp số: 2.32.

Câu 3

Giả sử doanh số của một sản phẩm mới tuân theo quy luật logistic $f(t) = \frac{3000}{1 + 3e^{-t}}$

với $t \geq 0$. Đạo hàm $f'(t)$ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi sau khi phát hành bao nhiêu năm thì tốc độ bán hàng lớn nhất? Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Lời giải.

$$f'(t) = \frac{9000e^{-t}}{(1+3e^{-t})^2}$$

Ta có

$$\text{Đặt } u = 3e^{-t} > 0$$

$$f'(t) = 3000 \cdot \frac{u}{(1+u)^2}$$

Khi đó

$$h(u) = \frac{u}{(1+u)^2}$$

Xét hàm

$$h'(u) = \frac{1-u}{(1+u)^3}$$

Ta có

Do đó $h(u)$ đạt giá trị lớn nhất khi $u = 1$

$$3e^{-t} = 1 \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow t = \ln 3$$

Suy ra

Tính gần đúng: $t \approx 1.0986$

Làm tròn đến hàng phần mười:

$$t \approx 1.1$$

Đáp số: 1.1 năm.

Câu 4

Biết rằng $\left[a; \frac{b}{c} \right]$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản và $c > 0$, là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + (2m-1)x^2 + (m-2)x + 5$

nghịch biến trên $\mathbb{R}$. Tính $P = \frac{b^2 - c^2}{2a}$

Lời giải.

Ta có

$$y' = -3x^2 + 2(2m-1)x + (m-2)$$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$, cần $y' \leq 0$

với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Vì hệ số của x^2 trong y' là $-3 < 0$, điều kiện để tam thức bậc hai không dương với mọi x là biệt thức không dương: $\Delta \leq 0$

$$\text{Ta có } \Delta = [2(2m-1)]^2 - 4(-3)(m-2)$$

$$\text{Rút gọn: } \Delta = 4(2m-1)^2 + 12(m-2) = 4(4m^2 - m - 5)$$

$$\text{Do đó } 4m^2 - m - 5 \leq 0$$

Giải bất phương trình:

$$4m^2 - m - 5 = (m+1)(4m-5) \leq 0$$

$$-1 \leq m \leq \frac{5}{4}$$

Suy ra

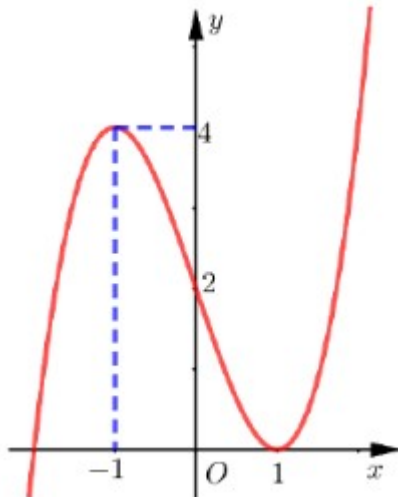
Vậy $a = -1$, $b = 5$, $c = 4$.

$$Do\ đó\ P = \frac{b^2 - c^2}{2a} = \frac{25 - 16}{-2} = -\frac{9}{2}$$

Đáp số: $-\frac{9}{2}$.

Câu 5

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ sau.



Hàm số

$$g(x) = f(x) - x$$

có bao nhiêu điểm cực trị?

Lời giải.

Ta có $g'(x) = f'(x) - 1$

Các điểm tới hạn của g thỏa mãn $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = 1$

Vì vậy số nghiệm cần xét chính là số giao điểm của đồ thị $y = f'(x)$ với đường thẳng $y = 1$.
Quan sát hình:

- nhánh bên trái đi từ dưới mức 1 lên cực đại bằng 4, nên cắt $y = 1$ một lần;
- từ cực đại 4 xuống cực tiểu 0, đồ thị cắt $y = 1$ thêm một lần;
- sau cực tiểu 0, đồ thị tăng lên và cắt $y = 1$ thêm một lần nữa.

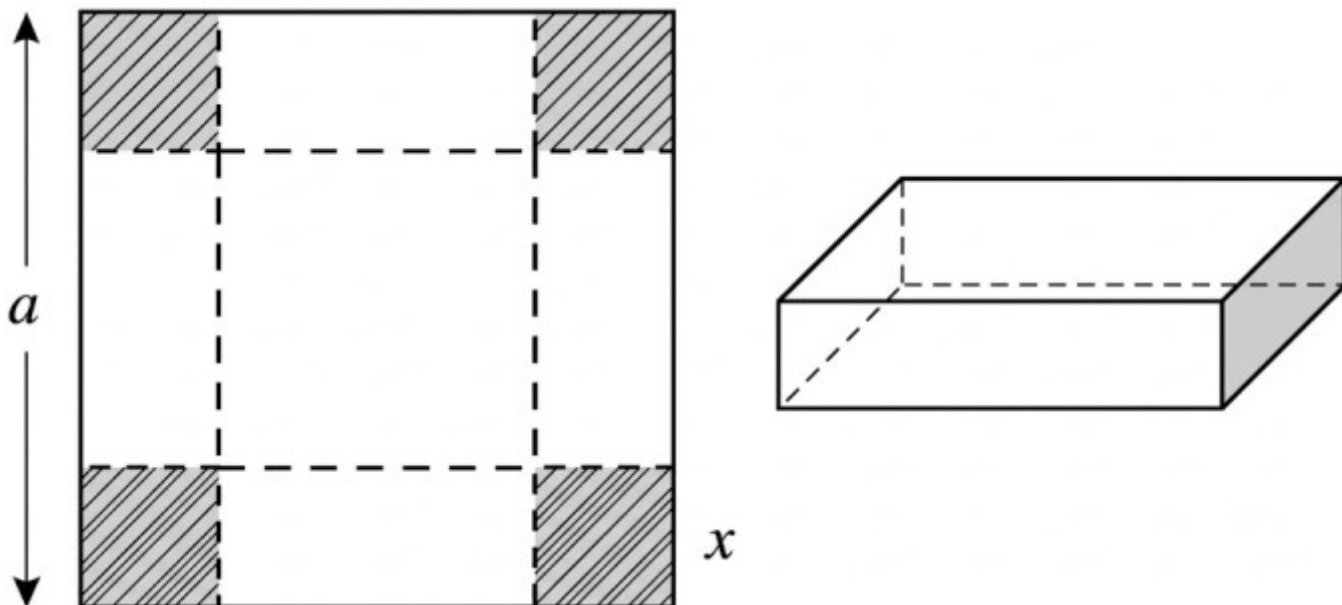
Tại cả ba giao điểm, đồ thị đi qua đường thẳng $y = 1$, nên dấu của $g'(x)$ đều đổi. Vì vậy mỗi nghiệm tạo ra một điểm cực trị của g .

Số điểm cực trị là 3

Đáp số: 3.

Câu 6

Cho một tấm tôn hình vuông cạnh $a = 240$ cm. Người ta cắt ở bốn góc tấm tôn bốn hình vuông bằng nhau, rồi gấp lại để được một hộp không nắp đựng nước. Trong các hộp tạo được, hộp có thể tích lớn nhất đựng được bao nhiêu lít nước?



Lời giải.

Gọi x cm là cạnh hình vuông bị cắt ở mỗi góc. Khi đó $0 < x < 120$

Sau khi gập, hộp có:

- chiều cao bằng x cm;
- chiều dài và chiều rộng đều bằng $240 - 2x$ cm.

Thể tích hộp là

$$V(x) = x(240 - 2x)^2$$

Viết lại: $V(x) = 4x(120 - x)^2$

Đạo hàm: $V'(x) = 4(120 - x)(120 - 3x)$

Trong khoảng $(0; 120)$, phương trình $V'(x) = 0$ cho nghiệm $x = 40$

Xét dấu:

- $V'(x) > 0$ khi $0 < x < 40$;
- $V'(x) < 0$ khi $40 < x < 120$.

Vì vậy thể tích đạt lớn nhất khi $x = 40$

Khi đó $V_{\max} = 40(240 - 80)^2 = 40 \cdot 160^2 = 1024000$

Đơn vị của thể tích trên là centimet khối. Vì $1000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ lít}$, nên hộp đựng được nhiều nhất

$$\frac{1024000}{1000} = 1024 \text{ lít nước.}$$

Đáp số: 1024 lít.

ĐỀ 1

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA HỌC KỲ I NĂM HỌC 2026-2027

MÔN: TOÁN 12

Thời gian làm bài: 90 phút

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. (3 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 2026$ là bao nhiêu?

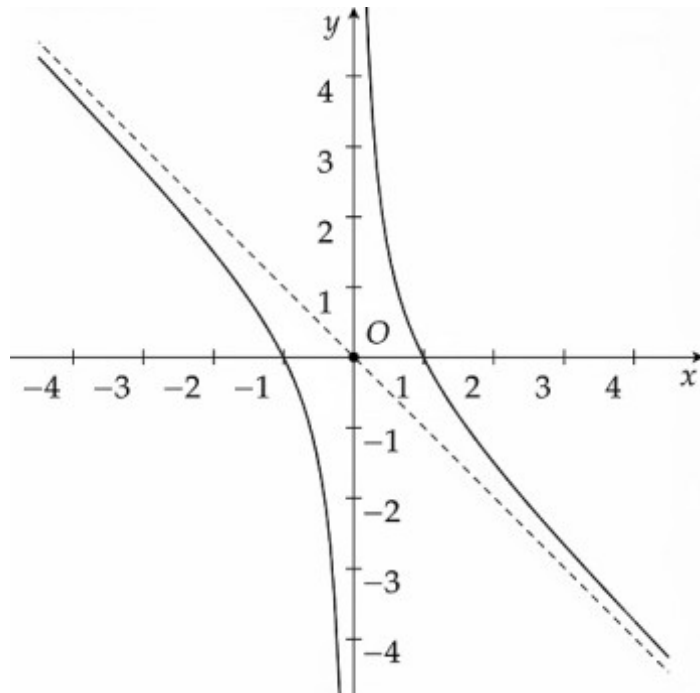
A. $y_{ct} = 2026$

B. $y_{ct} = -2026$

C. $y_{ct} = 2041$

D. $y_{ct} = 0$

Câu 2. Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



- A. $y = \frac{-2x^2 + 1}{2x + 2}$. B. $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 3. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 2025}{x - 2}$?

- A. $y = x - 3$. B. $y = x + 1$. C. $y = x - 2$. D. $y = x + 2$.

Câu 4. Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2026$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-2; 0)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-\infty; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 5. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

thực hành số bảy sáu
to cùng với trục hoành như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Hàm số đã cho là:

- A. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$. B. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$. C. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$. D. $f(x) = x^3 + 3x - 2$.

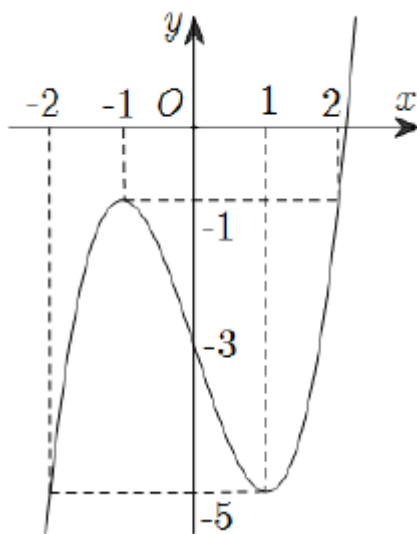
Câu 6. Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ là

- A. $P(2; -1)$. B. $M(1; -2)$. C. $Q(1; 3)$. D. $N(3; 2)$.

Câu 7. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$?

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $y = 2$. D. $y = -1$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



- A. $m = -2; M = 2$. B. $m = -5; M = -1$. C. $m = -1; M = 0$. D. $m = -5; M = 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$		0		-1		$+\infty$

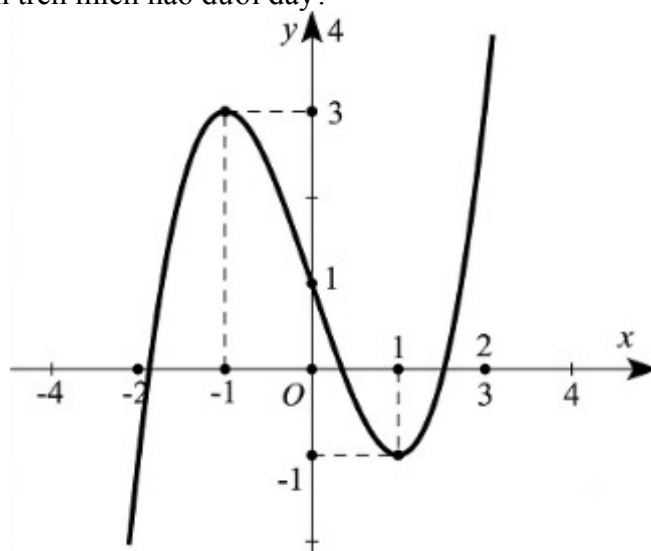
Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

- A. $x = 2$. B. $x = 1$. C. $x = 0$. D. $x = -1$.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ trên $[0; 4]$ là

- A. 1. B. 4. C. 0. D. 2.

Câu 11. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên miền nào dưới đây?



- A. $(-\infty; +\infty)$. B. $(-1; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(2; +\infty)$.

Câu 12. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \frac{x+4}{x-1}$. B. $y = -x^3 - 2x - 3$. C. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$. D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. (4 điểm) Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn **đúng** hoặc **sai**.

Câu 1. Để kỷ niệm 70 năm ngày thành lập trường THPT, các cựu học sinh tổ chức phát hành áo kỷ niệm gây quỹ học bổng. Giả sử doanh số (tính bằng số áo bán được) tuân theo quy luật logistic được mô hình

hoá bằng hàm số $f(t) = \frac{7000}{1 + 69e^{-t}}$, $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính theo đơn vị ngày, kể từ thời điểm ngày phát hành đầu tiên (ngày 11/8/2025). Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

- a) Ngay tại thời điểm ngày phát hành đầu tiên, số áo được bán ra đã đạt 100 chiếc.
b) Tổng số áo được bán ra không vượt quá 7000 chiếc.
c) Sau ba ngày kể từ thời điểm ngày phát hành đầu tiên, số áo được bán ra vượt quá 2000 chiếc.
d) Đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ phát hành. Sau 360 giờ kể từ thời điểm phát hành đầu tiên thì tốc độ phát hành là lớn nhất.

Câu 2. Cho hàm số $y = h(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 1}$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

- a) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = h(x)$ bằng 10.
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty$.
c) Đồ thị hàm số $y = h(x)$ và đường thẳng $(d): y = -2x$ có hai điểm chung phân biệt.
d) Đồ thị hàm số $y = h(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $(\Delta): y = x - 3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$. Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.
b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng -5 .
d) Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hệ số góc là $k = -8$.

Câu 4. Cho hàm số $y = g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2	0	
$g'(x)$				
$g(x)$				

Xét tính **đúng, sai** của các mệnh đề sau:

- a) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.

c) Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{g(x)-1}$ có a đường tiệm cận đứng và b đường tiệm cận ngang. Khi đó $a^2 + b^2 = 10$.

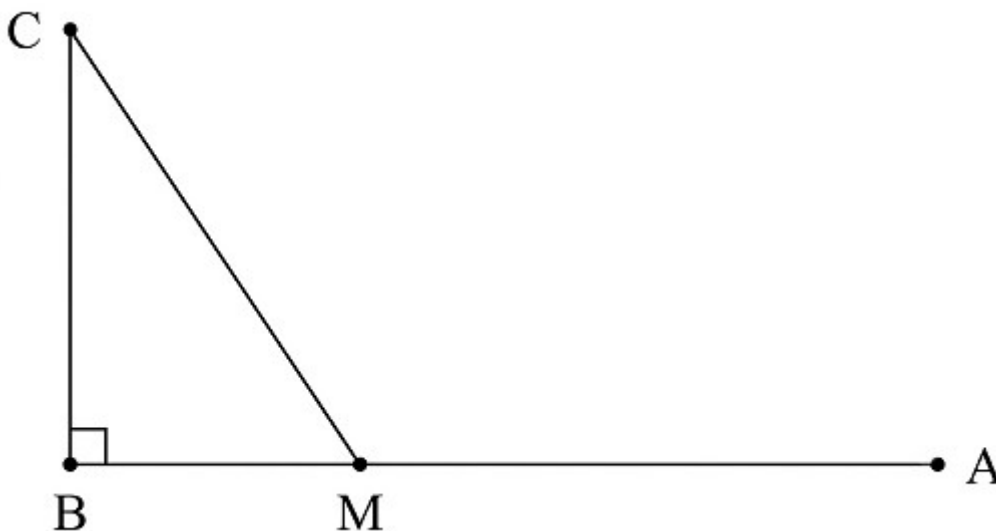
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 2035$.

Câu 2. Tính tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(3m+4)x + 2025$ đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2025}{x+2}$ (a, b là các tham số thực, $a \neq 0$). Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận xiên là $(\Delta): y = x + 4$. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C (như hình vẽ).



Biết $BC = 4$ km là khoảng cách từ đảo C đến bờ biển AB ; Bờ biển AB có độ dài là 10 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên đất liền là 30 triệu đồng. Người ta xác định được vị trí điểm M trên đoạn AB là điểm nối dây từ đất liền ra đảo sao cho tổng chi phí lắp đặt là nhỏ nhất. Tính khoảng cách BM (Đơn vị: km, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 5. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x) = 50.000.000 - 5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu? (Đơn vị tỷ VND, kết quả làm tròn đến hàng phần nguyên).

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{\cos x + m^2 + 3m}{\cos x + 2}$ (m là tham số thực). Hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; \pi]$ là M . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa $M \leq -1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	B	A	A	A	B	B	B	B	D	B	B

Phần II

Câu	a	b	c	d
1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
2	Sai	Sai	Đúng	Đúng
3	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
4	Đúng	Đúng	Sai	Sai

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp số	2027	10	3 7	3	12 5	0

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1

Câu 1. Giá trị cực tiểu của hàm số $y = -x^4 + 8x^2 + 2026$ là bao nhiêu?

A. $y_{ct} = 2026$.

B. $y_{ct} = -2026$.

C. $y_{ct} = 2041$.

D. $y_{ct} = 0$.

Lời giải.

Ta có

$$y' = -4x^3 + 16x = -4x(x-2)(x+2).$$

Suy ra $y' = 0$ khi $x = -2$, $x = 0$ hoặc $x = 2$.

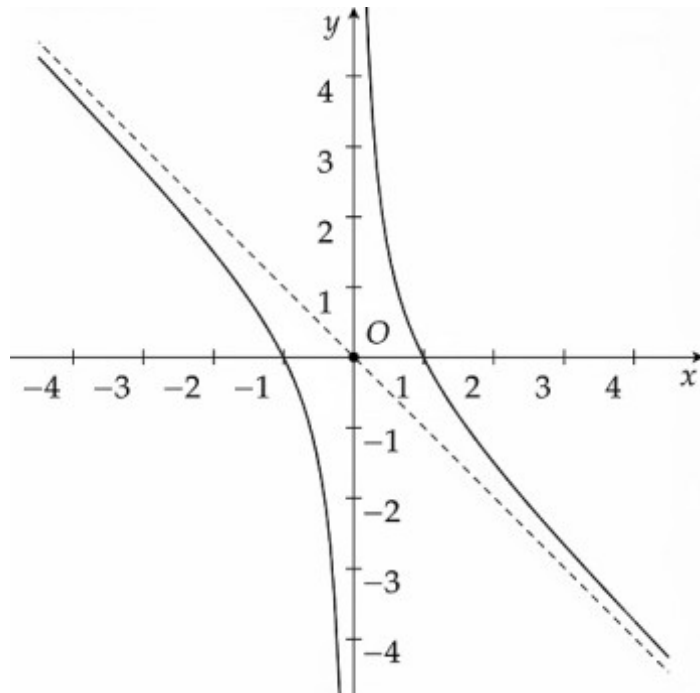
x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0 -	0 +	0 -	
$f(x)$	$-\infty$	↗ 2042	↘ 2026	↗ 2042	↘ $-\infty$

Vậy giá trị cực tiểu là 2026.

Đáp án: A.

Câu 2

Đường cong trong hình là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{-2x^2 + 1}{2x + 2}$

B. $y = \frac{-x^2 + 1}{x}$

C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$

D. $y = x^3 - 3x^2$

Lời giải.

Từ hình vẽ, đồ thị có tiệm cận đứng là trục tung, tức là $x = 0$.

Đồng thời đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng có hệ số góc âm và đi qua gốc tọa độ, tức là $y = -x$.

Xét phương án B: $y = \frac{-x^2 + 1}{x} = -x + \frac{1}{x}$.

Hàm số này có tiệm cận đứng $x = 0$ và tiệm cận xiên $y = -x$. Ngoài ra $-x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, nên đồ thị cắt trục hoành tại $x = -1$ và $x = 1$, đúng như hình vẽ.

Vậy đồ thị là của hàm số ở phương án B.

Đáp án: B.

Câu 3

Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 5x + 2025}{x - 2}$?

A. $y = x - 3$

B. $y = x + 1$

C. $y = x - 2$

D. $y = x + 2$

Lời giải.

Chia đa thức:

$$x^2 - 5x + 2025 = (x - 2)(x - 3) + 2019.$$

Do đó $y = x - 3 + \frac{2019}{x - 2}$.

Khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $\frac{2019}{x-2} \rightarrow 0$.

Vì vậy tiệm cận xiên là $y = x - 3$.

Đáp án: A.

Câu 4

Hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 2026$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2; 0)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$.

Các nghiệm của đạo hàm là $x = -2$, $x = 0$ hoặc $x = 2$.

Xét dấu:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	↘ 2010	↗ 2026	↘ 2010	↗ $+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(-2; 0)$ và $(2; +\infty)$. Trong các phương án đã cho, chỉ có $(-2; 0)$ phù hợp.

Đáp án: A.

Câu 5

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho là:

A. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

B. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$.

D. $f(x) = x^3 + 3x - 2$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, hàm số có hai điểm tới hạn $x = -2$ và $x = 0$; đồng thời $f(-2) = 2$ và $f(0) = -2$.

Xét phương án A: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$.

Suy ra $f''(x) = 0$.

Suy ra hai nghiệm là $x = -2$ và $x = 0$.

Dấu của f' lần lượt là dương, âm, dương trên ba khoảng do hai nghiệm chia ra, đúng với bảng biến thiên. Hơn nữa

$$f(-2) = -8 + 12 - 2 = 2 \quad \text{và} \quad f(0) = -2.$$

Vậy hàm số đã cho là phương án A.

Đáp án: A.

Câu 6

Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$ là

A. $P(2; -1)$.

B. $M(1; -2)$.

C. $Q(1; 3)$.

D. $N(3; 2)$.

Lời giải.

Ta biến đổi

$$x^2 - 4x + 5 = (x - 2)^2 + 1, \quad \text{nên} \quad y = x - 2 + \frac{1}{x - 2}.$$

$$y' = 1 - \frac{1}{(x - 2)^2} = \frac{(x - 1)(x - 3)}{(x - 2)^2}.$$

Đạo hàm:

Suy ra $y' = 0$.

Suy ra hai nghiệm là $x = 1$ và $x = 3$.

Tại $x = 1$, đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm nên đồ thị có điểm cực đại. Tung độ là

$$y(1) = \frac{1 - 4 + 5}{1 - 2} = -2.$$

Vậy điểm cực đại là $M(1; -2)$.

Đáp án: B.

Câu 7

Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x + 1}{x + 1}$?

A. $x = 1$.

B. $x = -1$.

C. $y = 2$.

D. $y = -1$.

Lời giải.

Mẫu số bằng không khi $x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

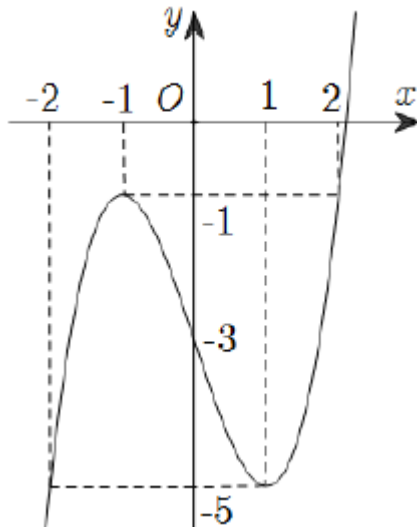
Tại $x = -1$, tử số bằng $2(-1) + 1 = -1 \neq 0$.

Do đó đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Đáp án: B.

Câu 8

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$.



A. $m = -2$; $M = 2$.

B. $m = -5$; $M = -1$.

C. $m = -1$; $M = 0$.

D. $m = -5$; $M = 0$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị trên đoạn $[-2; 2]$:

- giá trị thấp nhất của đồ thị là -5 , đạt tại $x = -2$ và $x = 1$;
- giá trị cao nhất của đồ thị là -1 , đạt tại $x = -1$ và tại đầu mút $x = 2$.

Do đó

$$m = -5$$

và

$$M = -1.$$

Đáp án: B.

Câu 9

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x = 2$.

B. $x = 1$.

C. $x = 0$.

D. $x = -1$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên, tại $x = 1$ ta có đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm. Vì vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

Đáp án: B.

Câu 10

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \sqrt{4x - x^2}$ trên $[0; 4]$ là

- A. 1.
- B. 4.
- C. 0.
- D. 2.

Lời giải.

Ta có

$$4x - x^2 = 4 - (x - 2)^2.$$

Với $x \in [0; 4]$, $(x - 2)^2 \geq 0$, nên $4 - (x - 2)^2 \leq 4$.

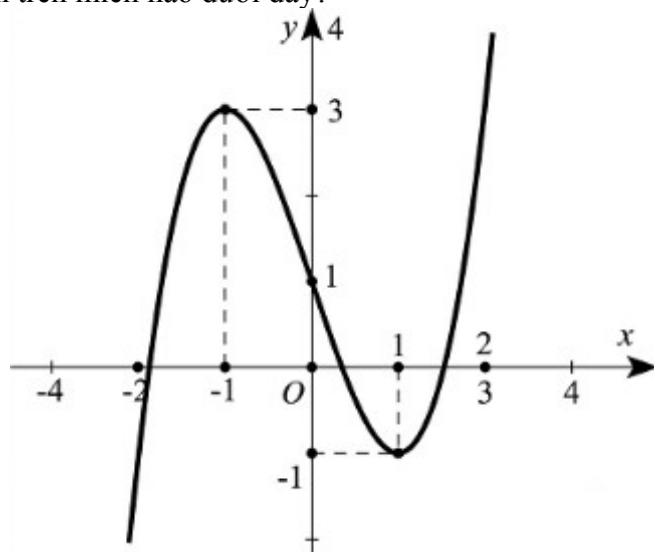
Do đó $y = \sqrt{4 - (x - 2)^2} \leq 2$.

Dấu bằng xảy ra khi $x = 2$. Vậy giá trị lớn nhất là 2.

Đáp án: D.

Câu 11

Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$, với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ và $a \neq 0$, có đồ thị là đường cong như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên miền nào dưới đây?



- A. $(-\infty; +\infty)$.
- B. $(-1; 1)$.
- C. $(-\infty; 0)$.
- D. $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Quan sát đồ thị:

- hàm số tăng đến điểm cực đại có hoành độ $x = -1$;
- sau đó giảm từ $x = -1$ đến điểm cực tiểu có hoành độ $x = 1$;
- từ $x = 1$ trở đi hàm số lại tăng.

Vậy hàm số nghịch biến trên

$(-1; 1)$.

Đáp án: B.

Câu 12

Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{x+4}{x-1}$

B. $y = -x^3 - 2x - 3$

C. $y = -x^3 - 3x^2 + 3$

D. $y = -x^4 - 2x^2 + 3$

Lời giải.

Xét từng phương án.

Phương án A không xác định tại $x=1$, nên không thể nghịch biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Với phương án B: $y' = -3x^2 - 2 < 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Vì vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Với phương án C: $y' = -3x^2 - 6x = -3x(x+2)$,

đạo hàm đổi dấu nên hàm số không nghịch biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Với phương án D: $y' = -4x^3 - 4x = -4x(x^2 + 1)$,

đạo hàm dương khi $x < 0$ và âm khi $x > 0$, nên hàm số không nghịch biến trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Đáp án: B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI

Câu 1

Đề kỷ niệm 70 năm ngày thành lập trường THPT Việt Đức, các cựu học sinh tổ chức phát hành áo kỷ niệm gây quỹ học bổng. Giả sử doanh số, tính bằng số áo bán được, tuân theo quy luật logistic được mô hình hoá bằng hàm số

$$f(t) = \frac{7000}{1 + 69e^{-t}},$$

với $t \geq 0$, trong đó thời gian t được tính theo đơn vị ngày, kể từ thời điểm ngày phát hành đầu tiên, ngày 11/8/2025. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Ngay tại thời điểm ngày phát hành đầu tiên, số áo được bán ra đã đạt 100 chiếc.

b) Tổng số áo được bán ra không vượt quá 7000 chiếc.

c) Sau ba ngày kể từ thời điểm ngày phát hành đầu tiên, số áo được bán ra vượt quá 2000 chiếc.

d) Đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ phát hành. Sau 360 giờ kể từ thời điểm phát hành đầu tiên thì tốc độ phát hành là lớn nhất.

Lời giải.

Ý a

Tại thời điểm phát hành đầu tiên, $t = 0$. Khi đó $f(0) = \frac{7000}{1 + 69} = 100$.

Mệnh đề **đúng**.

Ý b

Với $t \geq 0$ thì $69e^{-t} > 0$, nên $1 + 69e^{-t} > 1$.

Suy ra $f(t) < 7000$.

Mặt khác $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = 7000$.

Vì vậy tổng số áo bán ra không vượt quá 7000 chiếc. Mệnh đề **đúng**.

Ý c

Sau ba ngày, $t = 3$:

$$f(3) = \frac{7000}{1 + 69e^{-3}} \approx 1578.$$

Giá trị này nhỏ hơn 2000, nên mệnh đề **sai**.

Ý d

$$f'(t) = \frac{7000 \cdot 69e^{-t}}{(1 + 69e^{-t})^2}.$$

Ta có

$$\text{Đặt } u = 69e^{-t} > 0.$$

$$f'(t) = 7000 \frac{u}{(1+u)^2}.$$

Khi đó

$$\text{Với } u > 0, \quad \frac{u}{(1+u)^2} \leq \frac{1}{4},$$

và dấu bằng xảy ra khi $u = 1$. Do đó tốc độ lớn nhất khi $69e^{-t} = 1$.

$$\text{Suy ra } t = \ln 69 \approx 4.23$$

ngày, tương đương khoảng 101.6 giờ.

Trong khi đó 360 giờ bằng 15 ngày. Vì vậy mệnh đề **sai**.

Kết luận Câu 1: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

Câu 2

$$\text{Cho hàm số } y = h(x) = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 1}.$$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = h(x)$ bằng 10.

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = +\infty.$$

c) Đồ thị hàm số $y = h(x)$ và đường thẳng $(d): y = -2x$ có hai điểm chung phân biệt.

d) Đồ thị hàm số $y = h(x)$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $(\Delta): y = x - 3$.

Lời giải.

$$\text{Ta chia đa thức: } h(x) = x - 3 + \frac{2}{x + 1}.$$

Ý a

$$h'(x) = 1 - \frac{2}{(x+1)^2}.$$

Đạo hàm:

$$\text{Điểm cực trị thỏa } h'(x) = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = 2.$$

$$\text{Suy ra } x_1 = -1 - \sqrt{2} \text{ và } x_2 = -1 + \sqrt{2}.$$

$$\text{Tương ứng, } h(x_1) = -4 - 2\sqrt{2} \text{ và } h(x_2) = -4 + 2\sqrt{2}.$$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị là

$$d = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}.$$

Giá trị này không bằng 10. Mệnh đề **sai**.

Ý b

$$\text{Từ } h(x) = x - 3 + \frac{2}{x+1},$$

$$\text{khi } x \rightarrow -\infty \text{ thì } h(x) \rightarrow -\infty.$$

Do đó mệnh đề **sai**.

Ý c

Giao điểm của đồ thị và đường thẳng $y = -2x$ thỏa $\frac{x^2 - 2x - 1}{x + 1} = -2x$.

Vì $x \neq -1$, nhân hai vế với $x + 1$:

$$x^2 - 2x - 1 = -2x(x + 1).$$

Suy ra $3x^2 - 1 = 0$.

$$x = \pm \frac{1}{\sqrt{3}},$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt

đều khác -1 . Vì vậy hai đồ thị có hai điểm chung phân biệt. Mệnh đề **đúng**.

Ý d

Từ phép chia $h(x) = x - 3 + \frac{2}{x + 1}$, và $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2}{x + 1} = 0$,

nên tiệm cận xiên là $y = x - 3$.

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 2: a) Sai; b) Sai; c) Đúng; d) Đúng.

Câu 3

Cho hàm số

$$y = f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x.$$

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $y' = f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 5]$ bằng -5 .

d) Đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hệ số góc là $k = -8$.

Lời giải.

Ý a

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$.

Mệnh đề **đúng**.

Ý b

Giải phương trình $f'(x) = 0$.

Ta được $3x^2 - 6x - 9 = 0$ hay $x^2 - 2x - 3 = 0$.

Suy ra $x = -1$ hoặc $x = 3$.

Hai hoành độ cực trị có một giá trị âm và một giá trị dương, nên hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục tung. Mệnh đề **đúng**.

Ý c

Trên đoạn $[0; 5]$, điểm tới hạn thuộc đoạn là $x = 3$. Ta tính

$$f(0) = 0,$$

$$f(3) = 27 - 27 - 27 = -27,$$

$$f(5) = 125 - 75 - 45 = 5.$$

Do đó $\max_{[0; 5]} f(x) = 5$.

Mệnh đề cho giá trị -5 nên **sai**.

Ý d

Hai điểm cực trị có tọa độ $A(-1; 5)$ và $B(3; -27)$.

$$k = \frac{-27-5}{3-(-1)} = \frac{-32}{4} = -8.$$

Hệ số góc của đường thẳng AB là

Mệnh đề **đúng**.

Kết luận Câu 3: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

Câu 4

Cho hàm số $y = g(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$	-2		0	
$g'(x)$			$+$		$-$
$g(x)$					

Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

b) Đồ thị hàm số $y = g(x)$ luôn cắt trục hoành tại ít nhất một điểm.

c) Hàm số $y = g(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{g(x)-1}$

có a đường tiệm cận đứng và b đường tiệm cận ngang. Khi đó $a^2 + b^2 = 10$.

Lời giải.

Từ bảng biến thiên:

- trên $(-2; 0)$, hàm số đồng biến từ giá trị tiến tới 0 lên $+\infty$;
- trên $(0; +\infty)$, hàm số nghịch biến từ giá trị tiến tới 1 xuống $-\infty$.

Ý a

Trên $(0; +\infty)$, bảng cho $g'(x) < 0$, nên hàm số nghịch biến. Mệnh đề **đúng**.

Ý b

Trên $(0; +\infty)$, hàm số liên tục và nghịch biến từ giá trị gần 1 xuống $-\infty$. Vì vậy tồn tại một điểm $x_0 > 0$ sao cho $g(x_0) = 0$.

Do đó đồ thị cắt trục hoành ít nhất một điểm. Mệnh đề **đúng**.

Ý c

Theo bảng biến thiên, $x = 0$ không thuộc tập xác định của hàm số, nên không thể là điểm cực đại. Mệnh đề **sai**.

Ý d

$$H(x) = \frac{1}{g(x)-1}.$$

Đặt

Trên $(-2; 0)$, $g(x)$ tăng từ 0 lên $+\infty$, nên phương trình $g(x) = 1$

có đúng một nghiệm thuộc khoảng này. Tại nghiệm đó, đồ thị H có một tiệm cận đứng.

Khi $x \rightarrow 0^+$, theo bảng biến thiên $g(x) \rightarrow 1$,
nên $H(x) \rightarrow \pm\infty$.

Do đó $x = 0$ là một tiệm cận đứng nữa. Vì vậy $a = 2$.

Khi $x \rightarrow +\infty$, ta có $g(x) \rightarrow -\infty$, suy ra $H(x) \rightarrow 0$.

Vì miền xác định không kéo dài về phía $-\infty$, đồ thị chỉ có một tiệm cận ngang là $y = 0$. Do đó $b = 1$.

Suy ra $a^2 + b^2 = 2^2 + 1^2 = 5 \neq 10$.

Mệnh đề **sai**.

Kết luận Câu 4: a) Đúng; b) Đúng; c) Sai; d) Sai.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^3 + 6x^2 - 15x + 2035$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 + 12x - 15 = 3(x+5)(x-1)$.

Suy ra $y' = 0$. Suy ra hai nghiệm là $x = -5$ và $x = 1$.

Say ra	Say ra hai nghiệm là				và		
x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		0	$-$	0	$+$
$f(x)$							

Giá trị cực tiểu là $y(1) = 2027$.

Đáp số: 2027.

Câu 2

Tính tổng các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số

$$y = x^3 - 3mx^2 + 3(3m+4)x + 2025$$

đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 9m + 12$.

Đặt $q(x) = x^2 - 2mx + 3m + 4$.

Khi đó $y' = 3q(x)$.

Để hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$, cần $q(x) \geq 0$ với mọi $x > 2$.

Xét vị trí đỉnh của parabol q .

Trường hợp 1: $m \leq 2$.

Đỉnh có hoành độ $m \leq 2$, nên trên $(2; +\infty)$ hàm q tăng. Giá trị nhỏ nhất theo giới hạn tại đầu khoảng được kiểm soát bởi $q(2) = 8 - m$.

Với mọi số nguyên dương $m \leq 2$, ta có $q(2) > 0$. Do đó nhận $m = 1$ hoặc $m = 2$.

Trường hợp 2: $m > 2$.

Đỉnh $x = m$ nằm trong $(2; +\infty)$. Khi đó cần $q(m) \geq 0$.

Ta có $q(m) = -m^2 + 3m + 4$.

Điều kiện trở thành $-m^2 + 3m + 4 \geq 0$ hay $m^2 - 3m - 4 \leq 0$.

Suy ra $-1 \leq m \leq 4$.

Kết hợp với $m > 2$ và m nguyên dương, ta được $m = 3$ hoặc $m = 4$.

Vậy các giá trị cần tìm là $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$ hoặc $m = 4$.

Tổng bằng $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

Đáp số: 10.

Câu 3

Cho hàm số

$y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + 2025}{x+2}$, với a, b là các tham số thực và $a \neq 0$. Biết đồ thị hàm số có một đường tiệm cận xiên là $y = x + 4$.

Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải.

Chia đa thức: $ax^2 + bx + 2025 = (x+2)(ax + b - 2a) + (2025 - 2b + 4a)$.

Do đó $f(x) = ax + b - 2a + \frac{2025 - 2b + 4a}{x+2}$.

Tiệm cận xiên của đồ thị là $y = ax + b - 2a$.

Theo giả thiết, $ax + b - 2a = x + 4$.

So sánh hệ số, ta được $a = 1$ và $b - 2a = 4$.

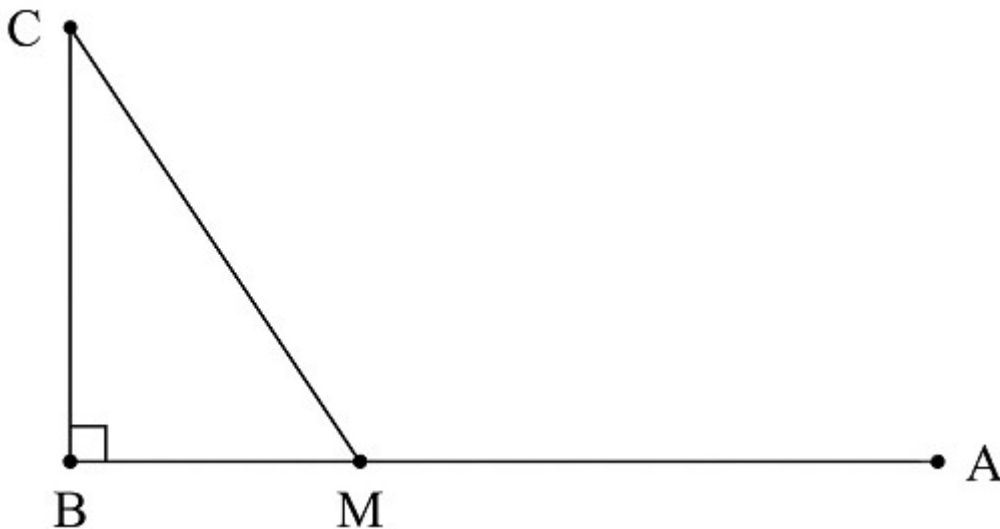
Suy ra $b = 6$.

Vậy $P = a^2 + b^2 = 1^2 + 6^2 = 37$.

Đáp số: 37.

Câu 4

Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ.



Biết $BC = 4$ km là khoảng cách từ đảo C đến bờ biển AB ; bờ biển AB có độ dài là 10 km. Chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên đất liền là 30 triệu đồng. Điểm M trên đoạn AB được chọn làm điểm nối dây từ đất liền ra đảo sao cho tổng chi phí nhỏ nhất. Tính khoảng cách BM , kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

Lời giải.

Đặt $BM = x$, với $0 \leq x \leq 10$.

Khi đó $AM = 10 - x$.

Tam giác BMC vuông tại B , nên $MC = \sqrt{x^2 + 4^2} = \sqrt{x^2 + 16}$.

Tổng chi phí, tính theo triệu đồng, là $C(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{x^2 + 16}$.

$$C'(x) = -30 + \frac{50x}{\sqrt{x^2 + 16}}.$$

Đạo hàm:

$$\text{Cho } C'(x) = 0: \frac{50x}{\sqrt{x^2 + 16}} = 30.$$

$$\text{Suy ra } \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} = \frac{3}{5}. \quad \text{Bình phương hai vế: } 25x^2 = 9(x^2 + 16).$$

$$\text{Do đó } 16x^2 = 144, \text{ suy ra } x = 3 \text{ vì } x \geq 0.$$

Hàm chi phí giảm trước $x = 3$ và tăng sau $x = 3$, nên chi phí nhỏ nhất tại $x = 3$.

Vậy BM bằng 3 km.

Đáp số: 3.

Câu 5

Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này

nhập x chiếc là $P(x) = 50000000 - 5000x$

đồng. Hỏi doanh thu tối đa mà công ty nhận được từ đại lý này là bao nhiêu, tính theo tỷ đồng và làm tròn đến hàng phần nguyên.

Lời giải.

Doanh thu là $R(x) = xP(x)$.

$$\text{Suy ra } R(x) = 50000000x - 5000x^2.$$

Đây là một tam thức bậc hai có hệ số của x^2 âm, nên đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh. Hoàng độ đỉnh là

$$x = \frac{50000000}{2 \cdot 5000} = 5000.$$

$$\text{Khi đó } R_{\max} = 50000000 \cdot 5000 - 5000 \cdot 5000^2.$$

$$\text{Suy ra } R_{\max} = 125000000000$$

đồng, tức là 125 tỷ đồng.

Đáp số: 125.

Câu 6

$$\text{Cho hàm số } y = f(x) = \frac{\cos x + m^2 + 3m}{\cos x + 2},$$

với m là tham số thực. Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; \pi]$ là M . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thỏa $M \leq -1$?

Lời giải.

$$\text{Đặt } t = \cos x.$$

$$\text{Vì } x \in [0; \pi] \text{ nên } -1 \leq t \leq 1.$$

$$\text{Đặt tiếp } A = m^2 + 3m.$$

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{t + A}{t + 2} = 1 + \frac{A - 2}{t + 2}. \quad \text{Vì } -1 \leq t + 2 \leq 3, \text{ ta xét hai trường hợp.}$$

Trường hợp 1: $A < 2$.

Khi đó $A - 2 < 0$. Để f lớn nhất, mẫu $t + 2$ phải lớn nhất, tức là $t = 1$. Do đó

$$M = 1 + \frac{A - 2}{3} = \frac{A + 1}{3}.$$

Điều kiện $M \leq -1$ suy ra $\frac{A+1}{3} \leq -1$, hay $A \leq -4$.

$$A = m^2 + 3m = \left(m + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} \geq -\frac{9}{4} > -4.$$

Nhưng

Vì vậy trường hợp này không có giá trị m nào thỏa mãn.

Trường hợp 2: $A \geq 2$.

Khi $A = 2$, hàm số bằng 1, nên $M = 1$ và không thỏa điều kiện.

Khi $A > 2$, để f lớn nhất, mẫu $t+2$ phải nhỏ nhất, tức là $t = -1$. Do đó $M = 1 + (A - 2) = A - 1$.

Vì $A > 2$ nên $M > 1$, không thể thỏa $M \leq -1$.

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Đáp số: 0.