

TRƯỜNG THCS&THPT
MARIE CURIE
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 04 trang)

ĐỀ THI THỬ TN THPT 2026

Môn: Toán (Thời gian làm bài: 90 phút)

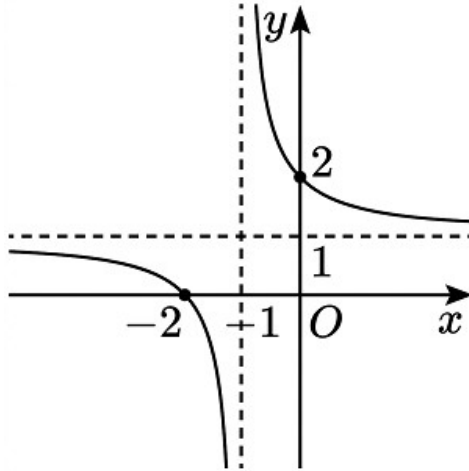
MÔN: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: MÃ ĐỀ: 2160

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{x+2}{x+1}$

B. $y = \frac{x-2}{x+1}$

C. $y = \frac{x-2}{x-1}$

D. $y = \frac{x+2}{x-1}$

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$

C.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CA}$

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 3^x + \sin x$. Một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x$

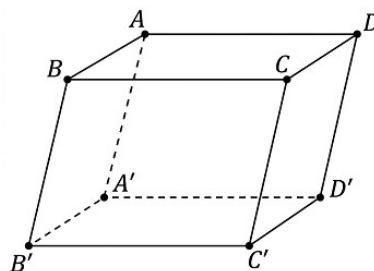
B. $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \sin x$

C. $F(x) = 3^x + \sin x$

D.

$F(x) = 3^x \ln 3 - \cos x$

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?



A. $(BA'D) \parallel (CB'D')$

B. $(BA'C') \parallel (ACD')$

C. $(ADDA') \parallel (BCC'B')$

D. $(ABA') \parallel (CB'D')$

$\log_1(x-1) \geq -2$

Câu 5. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_1(x-1) \geq -2$ là

A. $S = [5; +\infty)$

B. $S = (1; 5]$

C. $S = (-\infty; 5]$

D. $S = [1; 5]$

Câu 6. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. $u_1 = -3$

B. $u_1 = 2$

C. $u_1 = -2$

D. $u_1 = 3$

Câu 7. Phương trình $\tan x = -1$ có tất cả các nghiệm là

A. $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, (k \in \mathbb{Z})$

D.

$x = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$

Câu 8. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA' = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{3a^3}{4}$.

B. $\frac{a^3}{4}$.

C. $\frac{a^3}{2}$.

D. $\frac{3a^3}{2}$.

Câu 9. Lợi nhuận hằng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 24 tháng của một nhà đầu tư tài chính được cho bởi bảng sau:

Lợi nhuận	[5;15)	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)
Số tháng	3	7	9	4	1

Trung vị (đơn vị: triệu đồng) (kết quả làm tròn đến hàng phần mười) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 26,1.

B. 33,8.

C. 19,3.

D. 27,2.

Câu 10. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ bằng

A. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx$.

B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$.

C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx$.

D. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1;3;2)$ là

A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z+2}{-1}$.

B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $2x + y - 3z - 1 = 0$.

B. $x + z - 1 = 0$.

C. $x + z + 1 = 0$.

D. $2x + y - 3z + 1 = 0$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một nền tảng học trực tuyến tiến hành khảo sát nhu cầu học tập của người dùng. Kết quả cho thấy tất cả người dùng đều tham gia ít nhất một khóa học. Trong số đó, có 68% người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, 37% người dùng tham gia khóa học tiếng Anh. Ngoài ra, trong nhóm người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, có 29% người tham gia khóa tiếng Anh.

Gọi A là biến cố “Người dùng tham gia từ hai khóa học trở lên”,

B là biến cố “Người dùng tham gia khóa học tiếng Anh”. Xét các khẳng định sau:

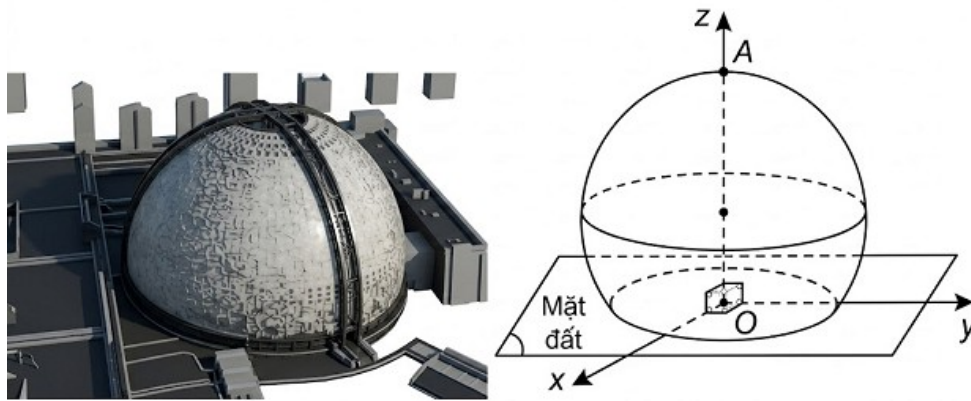
a) $P(\bar{A}) = 0,32$.

b) $P(B|A) = 0,29$.

c) $P(AB) > 0,2$.

d) Xác suất một người chỉ tham gia đúng một khóa học và không tham gia khóa tiếng Anh lớn hơn 0,15.

Câu 2. Tòa nhà Ericsson Globe (nay còn được gọi là Avicii Arena) là công trình rất nổi tiếng ở Stockholm, Thụy Điển, tòa nhà này có dạng là một phần của mặt cầu với đường kính 110 m và chiều cao bên trong 85 m. Nó có đủ chỗ ngồi cho 16000 khán giả của các buổi biểu diễn hòa nhạc hoặc 13850 khán giả của các trận đấu khúc côn cầu trên băng. Giả sử tòa nhà được mô phỏng bởi một mặt cầu (S) đặt trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ có tâm I , đường kính 110 m và $OA = 85$ m như hình vẽ dưới. Biết rằng mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , đơn vị trên trục là mét.



- a) Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ $I(0;0;30)$.
- b) Phương trình của mặt cầu (S) là $x^2 + (y-30)^2 + z^2 = 55^2$.
- c) Mặt sàn của tòa nhà là một hình tròn có diện tích bằng $5676, m^2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Thể tích của tòa nhà trên bằng $605000, m^3$ (kết quả làm tròn đến hàng nghìn).

Câu 3. Một quần thể vi khuẩn A có số lượng cá thể là $P(t)$ sau t phút quan sát được phát hiện thay đổi với tốc độ tăng trưởng là: $P'(t) = ae^{0,1t} + 150e^{-0,03t}$ (vi khuẩn/phút) ($a \in \mathbb{R}$). Biết rằng lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200000 vi khuẩn và đạt tốc độ tăng trưởng là 300 vi khuẩn/phút.

- a) Giá trị của $a = 150$.
- b) $P(t) = 1500e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + 200000$.
- c) Sau 10 phút số lượng vi khuẩn trong quần thể A lớn hơn 203800 con.
- d) Sau 10 phút, một quần thể vi khuẩn B có tốc độ tăng trưởng là $G'(t) = 500e^{0,2t}$ (vi khuẩn/phút) bắt đầu cạnh tranh nguồn thức ăn trực tiếp với quần thể A. Một cá thể tại quần thể B triệt tiêu một cá thể tại quần thể A. Sau 5 phút cạnh tranh quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn. Số lượng vi khuẩn của quần thể B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh lớn hơn 202730 con.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$ có đồ thị (C) .

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathbb{R}$.
- b) Đồ thị (C) nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.
- c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = -1$.
- d) Biết rằng tập giá trị của hàm số $f(x)$ là đoạn $[a;b]$. Khi đó $a + 4b = 0$.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một cửa hàng kinh doanh online dự định phân bổ ngân sách quảng cáo trong một tháng cho hai kênh Facebook và TikTok. Biết rằng tổng ngân sách không vượt quá 80 triệu đồng, số tiền chi cho Facebook không ít hơn 20 triệu đồng và không vượt quá 50 triệu đồng, số tiền chi cho TikTok tối thiểu là 10 triệu đồng và không vượt quá số tiền chi cho Facebook. Biết rằng với mỗi 1 triệu đồng chi cho quảng cáo trên Facebook thì cửa hàng tiếp cận được khoảng 40 nghìn khách hàng, còn với mỗi 1 triệu đồng chi cho quảng cáo trên TikTok thì tiếp cận được khoảng 50 nghìn khách hàng. Số khách hàng mà cửa hàng này có thể tiếp cận được nhiều nhất trong một tháng là bao nhiêu nghìn khách hàng?

Câu 2. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất một loại sản phẩm. Hàm tổng chi phí khi doanh nghiệp

này sản xuất và bán x sản phẩm là $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$ (đơn vị: USD), $x \in \mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm

số $f(x)$ có tâm đối xứng là $I\left(-100; \frac{2000}{3}\right)$ và có đường tiệm cận xiên đi qua điểm $B(300; 2000)$.

Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bởi hàm số $R(x) = 0,1x^2 + 20x$ (đơn vị USD) và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD. Hỏi doanh nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm thì tổng chi phí là thấp nhất?

Câu 3. Từ tập hợp số các số tự nhiên liên tiếp $\{1; 2; 3; \dots; 25; 26\}$ cần chọn ra 10 số phân biệt để gán vào 10 ô vuông đơn vị như hình vẽ dưới đây. Gọi T là số cách chọn số sao cho mọi số ở hàng trên luôn nhỏ hơn mọi số ở hàng dưới, mọi số bên trái luôn nhỏ hơn mọi số bên phải cùng hàng, đồng thời các số thuộc các ô A, B, C, D theo thứ tự lập thành cấp số cộng. Giá trị $\frac{T}{8}$ bằng bao nhiêu?

A			
	B		
		C	
			D

Câu 4. Một máy ép thủy lực có hai động cơ A và B hoạt động độc lập với nhau. Xác suất để động cơ A chạy tốt là 0,8. Xác suất để động cơ B chạy tốt là 0,75. Biết rằng máy chỉ hoạt động được nếu có ít nhất một động cơ chạy tốt. Tìm xác suất để máy ép thủy lực hoạt động.

Câu 5. Dự án Hyperloop là các sáng kiến phát triển một hệ thống vận tải siêu tốc, hoạt động bằng cách sử dụng các cabin di chuyển trong các ống chân không, giúp giảm ma sát và đạt được tốc độ cao hơn nhiều so với các phương tiện giao thông truyền thống. Dự án này đang được phát triển bởi các công ty công nghệ và các tổ chức nghiên cứu và thử nghiệm nhằm đưa công nghệ Hyperloop vào thực tế trong tương lai gần. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ O_{xyz} (đơn vị trên mỗi trục là mét), một cabin chuyển động với tốc độ không đổi 100 m/s từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động theo đường cáp có vector chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 0)$. Biết rằng cabin chuyển động cùng hướng với vector $\vec{u}$ và cabin đi qua điểm B có hoành độ bằng 9010. Hỏi sau bao nhiêu phút từ vị trí điểm A thì cabin này đến vị trí điểm B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có cạnh bằng 2, $\angle BAD = 60^\circ$. SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----
ĐÁP ÁN

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	A	C	A	D	B	C	A	A	D	B	C	D

Phần II.

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	Đ	S	S
Câu 2	Đ	S	S	Đ
Câu 3	Đ	S	Đ	Đ
Câu 4	Đ	Đ	S	Đ

Phần III.

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I.

Câu 1

Đồ thị có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = 1$.

Hàm dạng $y = \frac{x+a}{x+1}$ sẽ có tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 1$.

Quan sát đồ thị đi qua điểm $(0; 2)$, ta có:

$$y(0) = \frac{0+2}{0+1} = 2$$

Ngoài ra, đồ thị cắt trục hoành tại $x = -2$, đúng với tử số $x+2 = 0$.

Vậy hàm số là:

$$y = \frac{x+2}{x+1}$$

Chọn A.

Câu 2

Vì G là trọng tâm tam giác BCD nên: $\overrightarrow{AG} = \frac{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}}{3}$.

Suy ra: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Chọn C.

Câu 3

Ta có: $f(x) = 3^x + \sin x$.

Một nguyên hàm của 3^x là: $\frac{3^x}{\ln 3}$.

Một nguyên hàm của $\sin x$ là: $-\cos x$.

Do đó một nguyên hàm của $f(x)$ là: $F(x) = \frac{3^x}{\ln 3} - \cos x$.

Chọn A.

Câu 4

Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.

Các cặp mặt phẳng đối hoặc song song nhau:

- $(BA'D) // (CB'D')$ đúng.
- $(BA'C') // (ACD')$ đúng.
- $(ADDA') // (BCC'B')$ đúng.

Riêng (ABA') là mặt bên qua A, B, A' , còn $(CB'D')$ không song song với mặt phẳng này.

Vậy mệnh đề sai là:

$(ABA') // (CB'D')$.

Chọn D.

Câu 5

Điều kiện: $x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$.

Bất phương trình: $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

Vì cơ số $\frac{1}{2} < 1$ nên khi bỏ log thì đổi chiều bất phương trình: $x-1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$.

Ta có: $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$.

Suy ra: $x-1 \leq 4 \Rightarrow x \leq 5$.

Kết hợp điều kiện $x > 1$, ta được:

$1 < x \leq 5$.

Vậy tập nghiệm là: $S = (1; 5]$.

Chọn B.

Câu 6

Cấp số cộng có: $u_{10} = 25$, $d = 3$.

Công thức số hạng tổng quát: $u_{10} = u_1 + 9d$.

Suy ra:

$$25 = u_1 + 9 \cdot 3$$

$$25 = u_1 + 27$$

$$u_1 = -2$$

Chọn C.

Câu 7

Ta có:

$$\tan x = -1$$

Vì $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -1$, nên nghiệm tổng quát là: $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Chọn A.

Câu 8

Đây là tam giác đều cạnh a nên diện tích đáy là: $S_{\triangle ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao lăng trụ: $AA' = a\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là: $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot a\sqrt{3}$.

$$V = \frac{3a^3}{4}$$

Chọn A.

Câu 9

Bảng số liệu:

Lợi nhuận	[5;15)	[15;25)	[25;35)	[35;45)	[45;55)
Số tháng	3	7	9	4	1

Tổng số tháng: $n = 3 + 7 + 9 + 4 + 1 = 24$.

$$\frac{n}{2} = 12$$

Ta có:

Tần số tích lũy:

- Đến lớp $[5;15)$: 3.
- Đến lớp $[15;25)$: $3 + 7 = 10$.
- Đến lớp $[25;35)$: $10 + 9 = 19$.

Vì $10 < 12 \leq 19$ nên lớp chứa trung vị là $[25;35)$.

Áp dụng công thức trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$M_e = L + \frac{\frac{n}{2} - F}{f} \cdot h$$

Trong đó:

$$L = 25, F = 10, f = 9, h = 10$$

Suy ra:

$$M_e = 25 + \frac{12 - 10}{9} \cdot 10$$

$$M_e = 25 + \frac{20}{9} \approx 27,2$$

Chọn D.

Câu 10

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 3$ là:

$$\int_0^3 |x^3 - 4x| dx$$

Vì diện tích phải lấy giá trị tuyệt đối của hàm số trên đoạn xét.

Chọn B.

Câu 11

Đường thẳng đi qua $A(1; 2; -1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (1; 3; 2)$ có phương trình chính tắc:

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$$

Chọn C.

Câu 12

Đường thẳng: $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-3}$

có vector chỉ phương: $\vec{u} = (2; 1; -3)$

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên nhận $\vec{u} = (2; 1; -3)$ làm vector pháp tuyến.

Do đó phương trình mặt phẳng (P) có dạng: $2(x-1) + 1(y-0) - 3(z-1) = 0$

Khai triển:

$$2x - 2 + y - 3z + 3 = 0$$

$$2x + y - 3z + 1 = 0$$

Chọn D.

Phần II.

Câu 1

Gọi:

A : “Người dùng tham gia từ hai khóa học trở lên”.

B : “Người dùng tham gia khóa học tiếng Anh”.

Theo đề: $P(A) = 0,68$

$$P(B) = 0,37$$

$$P(B|A) = 0,29$$

Ý a)

Mệnh đề: $P(\bar{A}) = 0,32$

Ta có: $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0,68 = 0,32$

Vậy ý a) **đúng**.

Ý b)

Mệnh đề:

$$P(B|A) = 0,29$$

Đề bài cho trực tiếp: trong nhóm người dùng tham gia từ hai khóa trở lên, có 29% người tham gia khóa tiếng Anh.

Do đó: $P(B|A) = 0,29$

Vậy ý b) **đúng**.

Ý c)

Mệnh đề: $P(AB) > 0,2$

Ta có:

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$$

$$P(AB) = 0,68 \cdot 0,29 = 0,1972$$

Vì: $0,1972 < 0,2$, nên mệnh đề $P(AB) > 0,2$ là sai.

Vậy ý c) **sai**.

Ý d)

Mệnh đề: Xác suất một người chỉ tham gia đúng một khóa học và không tham gia khóa tiếng Anh lớn hơn 0,15

Người chỉ tham gia đúng một khóa học tức là thuộc biến cố $\bar{A}$.

Không tham gia khóa tiếng Anh tức là thuộc biến cố $\bar{B}$.

Cần tính: $P(\bar{A}, \bar{B})$

Ta có: $P(\bar{A}) = 0,32$

Lại có: $P(\bar{A}B) = P(B) - P(AB)$

$$P(\bar{A}B) = 0,37 - 0,1972 = 0,1728$$

Suy ra: $P(\bar{A}, \bar{B}) = P(\bar{A}) - P(\bar{A}B)$

$$P(\bar{A}, \bar{B}) = 0,32 - 0,1728 = 0,1472$$

Vì: $0,1472 < 0,15$, nên mệnh đề “lớn hơn 0,15” là sai.

Vậy ý d) **sai**.

Kết luận Câu 1: a) Đ, b) Đ, c) S, d) S.

Câu 2

Tòa nhà được mô phỏng bởi một phần của mặt cầu.

Đường kính mặt cầu là $110, m$, nên bán kính là:

$$R = 55, m$$

Theo hình vẽ, $OA = 85, m$, điểm A là điểm cao nhất của mặt cầu.

Ý a) Mệnh đề: Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ $I(0;0;30)$.

Vì bán kính mặt cầu là $55, m$, điểm cao nhất A có độ cao $85, m$, nên tâm mặt cầu cách mặt đất một đoạn:

$$85 - 55 = 30, m$$

Do tâm nằm trên trục Oz , suy ra:

$$I(0;0;30)$$

Vậy ý a) **đúng**.

Ý b) Mệnh đề: Phương trình mặt cầu là $x^2 + (y - 30)^2 + z^2 = 55^2$.

Nếu phương trình này đúng thì tâm mặt cầu là: $(0; 30; 0)$.

Nhưng theo ý a), tâm đúng phải là: $I(0;0;30)$.

Vì vậy phương trình đúng phải là: $x^2 + y^2 + (z - 30)^2 = 55^2$.

Do đó ý b) **sai**.

Ý c)

Mệnh đề: Mặt sàn của tòa nhà là hình tròn có diện tích bằng $5676, m^2$.

Mặt đất là mặt phẳng (Oxy) , tức là $z = 0$.

Thay $z = 0$ vào phương trình mặt cầu: $x^2 + y^2 + (z - 30)^2 = 55^2$.

Ta được:

$$x^2 + y^2 + 30^2 = 55^2$$

$$x^2 + y^2 = 55^2 - 30^2 = 3025 - 900 = 2125$$

Vậy bán kính mặt sàn thỏa mãn: $r^2 = 2125$.

Diện tích mặt sàn là: $S = \pi r^2 = 2125\pi$.

$$S \approx 6676, m^2$$

Đề cho $5676, m^2$, không đúng.

Vậy ý c) **sai**.

Ý d)

Mệnh đề: Thể tích của tòa nhà bằng $605000, m^3$ sau khi làm tròn đến hàng nghìn.

Tòa nhà là một chòm cầu có chiều cao: $h = 85, m$.

Bán kính mặt cầu: $R = 55, m$.

Công thức thể tích chòm cầu:
$$V = \frac{\pi h^2 (3R - h)}{3}$$

Thay số:
$$V = \frac{\pi \cdot 85^2 (3 \cdot 55 - 85)}{3}$$

$$V = \frac{\pi \cdot 7225 \cdot 80}{3}$$

$$V \approx 605280, m^3$$

Làm tròn đến hàng nghìn: $V \approx 605000, m^3$.

Vậy ý d) **đúng**.

Kết luận Câu 2: a) Đ, b) S, c) S, d) Đ.

Câu 3

Ta có tốc độ tăng trưởng của quần thể vi khuẩn A:

$$P'(t) = ae^{0,1t} + 150e^{-0,03t}$$

Biết lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200000 vi khuẩn và tốc độ tăng trưởng là 300 vi khuẩn/phút.

Ý a)

Mệnh đề: $a = 150$.

Tại thời điểm ban đầu: $t = 0$.

Khi đó: $P'(0) = ae^0 + 150e^0 = a + 150$.

Theo đề: $P'(0) = 300$.

Suy ra:

$$a + 150 = 300$$

$$a = 150$$

Vậy ý a) **đúng**.

Ý b)

Mệnh đề: $P(t) = 1500e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + 200000$.

Từ ý a), ta có: $P'(t) = 150e^{0,1t} + 150e^{-0,03t}$.

Lấy nguyên hàm: $P(t) = 1500e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + C$.

Vì lúc bắt đầu quan sát có 200000 vi khuẩn nên:

$$P(0) = 200000$$

Thay $t = 0$:

$$1500 - 5000 + C = 200000$$

$$C = 203500$$

Do đó công thức đúng là:

$$P(t) = 1500e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + 203500$$

Mệnh đề b) ghi hằng số là 200000, nên sai.

Vậy ý b) **sai**.

Ý c)

Mệnh đề: Sau 10 phút, số lượng vi khuẩn trong quần thể A lớn hơn 203800 con.

Ta tính: $P(10) = 1500e^1 - 5000e^{-0,3} + 203500$.

Tính gần đúng:

$$P(10) \approx 1500 \cdot 2,7183 - 5000 \cdot 0,7408 + 203500$$

$$P(10) \approx 4077,45 - 3704 + 203500$$

$$P(10) \approx 203873$$

Vì: $203873 > 203800$,

nên ý c) **đúng**.

Ý d)

Mệnh đề: Sau 10 phút, quần thể vi khuẩn B bắt đầu cạnh tranh với quần thể A. Sau 5 phút cạnh tranh, quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn. Số lượng vi khuẩn của quần thể B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh lớn hơn 202730 con.

Tại thời điểm sau 10 phút, quần thể B bắt đầu cạnh tranh. Sau 5 phút cạnh tranh, tức là xét quần thể A tại thời điểm:

$$10 + 5 = 15 \text{ phút.}$$

Số lượng vi khuẩn A tại thời điểm $t = 15$ là:

$$P(15) = 1500e^{1,5} - 5000e^{-0,45} + 203500$$

Tính gần đúng:

$$P(15) \approx 207034$$

Trong 5 phút cạnh tranh, số vi khuẩn B tăng thêm là:

$$\int_0^5 500e^{0,2t} dt = 2500(e^1 - 1)$$

Tính gần đúng:

$$2500(e^1 - 1) \approx 4296$$

Gọi B_0 là số lượng vi khuẩn B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh.

Để sau 5 phút cạnh tranh quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn, ta cần:

$$B_0 + 4296 \approx 207034$$

Suy ra: $B_0 \approx 207034 - 4296 = 202738$

Vì: $202738 > 202730$, nên ý d) **đúng**.

Kết luận Câu 3: a) Đ, b) S, c) Đ, d) Đ.

Câu 4

Cho hàm số: $f(x) = \frac{2x-3}{x^2+4}$.

Ý a)

Mệnh đề: Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $\mathbb{R}$.

Ta có: $x^2 + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Do đó mẫu số không bao giờ bằng 0.

Vậy tập xác định là: $\mathbb{R}$.

Ý a) đúng.

Ý b)

Mệnh đề: Đồ thị (C) nhận trục hoành làm đường tiệm cận ngang.

Ta xét giới hạn: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x-3}{x^2+4} = 0$.

Vì bậc tử nhỏ hơn bậc mẫu nên giới hạn bằng 0.

Do đó đồ thị có tiệm cận ngang là: $y = 0$.

Mà $y = 0$ chính là trục hoành.

Vậy ý b) **đúng**.

Ý c)

Mệnh đề: Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x = -1$.

Ta tính đạo hàm: $f'(x) = \frac{2(x^2+4) - (2x-3) \cdot 2x}{(x^2+4)^2}$.

Rút gọn tử số: $2x^2 + 8 - 4x^2 + 6x = -2x^2 + 6x + 8$.

Vậy: $f'(x) = \frac{-2x^2 + 6x + 8}{(x^2+4)^2}$.

$f'(x) = \frac{-2(x-4)(x+1)}{(x^2+4)^2}$.

Cho $f'(x) = 0$:

$x = -1$ hoặc $x = 4$.

Xét dấu đạo hàm:

- Trên $(-\infty; -1)$ $f'(x) < 0$
- Trên $(-1; 4)$ $f'(x) > 0$
- Trên $(4; +\infty)$ $f'(x) < 0$
- Trên $\dots$

Do đó:

- Tại $x = -1$, hàm số đổi từ giảm sang tăng, nên $x = -1$ là điểm cực tiểu.
- Tại $x = 4$, hàm số đổi từ tăng sang giảm, nên $x = 4$ là điểm cực đại.

Vậy ý c) **sai**.

Ý d)

Mệnh đề: Biết tập giá trị của hàm số $f(x)$ là đoạn $[a; b]$. Khi đó $a + 4b = 0$.

Từ ý c), ta có hai điểm cực trị: $x = -1$ và $x = 4$.

Tính giá trị hàm số:

$$f(-1) = \frac{2(-1) - 3}{(-1)^2 + 4} = \frac{-5}{5} = -1$$

$$f(4) = \frac{2 \cdot 4 - 3}{4^2 + 4} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

Ngoài ra: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$

Do đó tập giá trị của hàm số là: $\left[-1; \frac{1}{4}\right]$.

Suy ra: $a = -1, \quad b = \frac{1}{4}$

Khi đó: $a + 4b = -1 + 4 \cdot \frac{1}{4} = 0$

Vậy ý d) **đúng**.

Kết luận Câu 4: a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

Phần III

Câu 1

Gọi:

x là số tiền chi cho Facebook,

y là số tiền chi cho TikTok, đơn vị là triệu đồng.

Theo đề bài:

$$x + y \leq 80$$

$$20 \leq x \leq 50$$

$$10 \leq y \leq x$$

Số nghìn khách hàng tiếp cận được là:

$$F = 40x + 50y$$

Vì mỗi hệ số đều dương nên để tiếp cận được nhiều khách hàng nhất, ta dùng hết ngân sách:

$$x + y = 80 \Rightarrow y = 80 - x$$

Điều kiện $y \leq x$ cho:

$$80 - x \leq x \Rightarrow x \geq 40$$

Kết hợp với $x \leq 50$, ta có:

$$40 \leq x \leq 50$$

Khi đó:

$$F = 40x + 50(80 - x) = 4000 - 10x$$

Để F lớn nhất thì x nhỏ nhất, tức là:

$$x = 40, \quad y = 40$$

Suy ra:

$$F_{\max} = 40 \cdot 40 + 50 \cdot 40 = 1600 + 2000 = 3600$$

Vậy số khách hàng tiếp cận được nhiều nhất là **3600 nghìn khách hàng**.

Đáp án: 3600.

Câu 2

Ta có:

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + e}$$

Chia đa thức, ta được dạng:

$$f(x) = ax + b - ae + \frac{c - e(b - ae)}{x + e}$$

Do đó đồ thị có:

- Tiệm cận đứng: $x = -e$.
- Tiệm cận xiên: $y = ax + b - ae$.
- Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận:

$$I(-e; b - 2ae)$$

$$\text{Theo đề: } I\left(-100; \frac{2000}{3}\right)$$

Theo đề:

$$\text{Suy ra: } e = 100,$$

$$b - 200a = \frac{2000}{3} \quad (1)$$

Tiệm cận xiên đi qua $B(300; 2000)$ nên:

$$2000 = 300a + b - 100a$$

Suy ra:

$$200a + b = 2000 \quad (2)$$

Từ (1) và (2):

$$b - 200a = \frac{2000}{3}$$

$$b + 200a = 2000$$

Cộng hai phương trình:

$$2b = \frac{8000}{3} \Rightarrow b = \frac{4000}{3}$$

$$200a = 2000 - \frac{4000}{3} = \frac{2000}{3}$$

Suy ra:

$$a = \frac{10}{3}$$

nên:

$$\text{Doanh thu: } R(x) = 0,1x^2 + 20x$$

Khi bán 200 sản phẩm:

$$R(200) = 0,1 \cdot 200^2 + 20 \cdot 200 = 4000 + 4000 = 8000$$

Lợi nhuận bằng 5250 USD nên chi phí là:

$$f(200) = 8000 - 5250 = 2750$$

$$f(200) = \frac{\frac{10}{3} \cdot 200^2 + \frac{4000}{3} \cdot 200 + c}{200 + 100} = 2750$$

Thay vào hàm chi phí:

$$\frac{400000 + c}{300} = 2750$$

Suy ra:

$$\text{Do đó: } 400000 + c = 825000$$

$$c = 425000$$

$$f(x) = \frac{\frac{10}{3}x^2 + \frac{4000}{3}x + 425000}{x + 100}$$

Vậy:

$$f(x) = \frac{10}{3}x + 1000 + \frac{325000}{x + 100}$$

Chia lại:

Xét hàm chi phí trên $x \in \mathbb{R}$

$$\text{Đạo hàm: } f'(x) = \frac{10}{3} - \frac{325000}{(x + 100)^2}$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0: \frac{10}{3} = \frac{325000}{(x + 100)^2}$$

Suy ra:

$$(x + 100)^2 = 97500$$

$$x + 100 \approx 312,25$$

$$\text{nên: } x \approx 212,25$$

Vì x là số tự nhiên nên cần so sánh gần nhất là $x = 212$ và $x = 213$.

Ta có:

$$f(213) - f(212) = \frac{10}{3} - \frac{325000}{312 \cdot 313} > 0$$

$$\text{Vậy: } f(212) < f(213)$$

Do đó tổng chi phí nhỏ nhất khi doanh nghiệp sản xuất **212 sản phẩm**.

Đáp án: 212.

Câu 3

Do điều kiện:

- Hàng trên luôn nhỏ hơn hàng dưới.
- Trong cùng hàng, số bên trái nhỏ hơn số bên phải.

Nên sau khi chọn 10 số, cách xếp vào 10 ô là duy nhất:

số nhỏ nhất vào ô A, hai số tiếp theo vào hàng thứ hai, ba số tiếp theo vào hàng thứ ba, bốn số lớn nhất vào hàng cuối.

Gọi 10 số sau khi sắp tăng dần là:

$$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_{10}$$

Khi đó các ô A, B, C, D lần lượt ứng với:

$$A = x_1, \quad B = x_3, \quad C = x_6, \quad D = x_{10}$$

Theo đề, A, B, C, D lập thành cấp số cộng.

Đặt:

$$x_1 = a, \quad x_3 = a + r, \quad x_6 = a + 2r, \quad x_{10} = a + 3r$$

Ta cần đếm số cách chọn các số còn lại.

Giữa $x_1 = a$ và $x_3 = a + r$ có $r - 1$ số, chọn 1 số làm x_2 :

$$C_{r-1}^1 = r - 1$$

Giữa $x_3 = a + r$ và $x_6 = a + 2r$ có $r - 1$ số, chọn 2 số làm x_4, x_5 :

$$C_{r-1}^2$$

Giữa $x_6 = a + 2r$ và $x_{10} = a + 3r$ có $r - 1$ số, chọn 3 số làm x_7, x_8, x_9 :

$$C_{r-1}^3$$

Với mỗi r , điều kiện: $a + 3r \leq 26$,

nên có $26 - 3r$ cách chọn a .

Ngoài ra cần chọn được 3 số giữa x_6 và x_{10} , nên:

$$r - 1 \geq 3 \Rightarrow r \geq 4$$

Mặt khác: $3r \leq 25 \Rightarrow r \leq 8$.

Vậy: $r = 4, 5, 6, 7, 8$

$$T = \sum_{r=4}^8 (26 - 3r)(r - 1)C_{r-1}^3$$

Số cách là:

Tính từng giá trị:

r	Số cách
4	$14 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 1 = 126$
5	$11 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 = 1056$
6	$8 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10 = 4000$
7	$5 \cdot 6 \cdot 15 \cdot 20 = 9000$
8	$2 \cdot 7 \cdot 21 \cdot 35 = 10290$

Suy ra:

$$T = 126 + 1056 + 4000 + 9000 + 10290 = 24472$$

Do đó:

$$\frac{T}{8} = \frac{24472}{8} = 3059$$

Đáp án: 3059.

Câu 4

Gọi:

A : động cơ A chạy tốt,

B : động cơ B chạy tốt.

Theo đề:

$$P(A) = 0,8$$

$$P(B) = 0,75$$

Hai động cơ hoạt động độc lập.

Máy hoạt động nếu có ít nhất một động cơ chạy tốt.

Vậy xác suất máy không hoạt động là xác suất cả hai động cơ đều hỏng:

$$P(\bar{A}, \bar{B}) = P(\bar{A})P(\bar{B})$$

Ta có:

$$P(\bar{A}) = 1 - 0,8 = 0,2$$

$$P(\bar{B}) = 1 - 0,75 = 0,25$$

Suy ra:

$$P(\bar{A}, \bar{B}) = 0,2 \cdot 0,25 = 0,05$$

Vậy xác suất máy hoạt động là:

$$1 - 0,05 = 0,95$$

Đáp án: 0,95.

Câu 5

Cabin xuất phát từ:

$$A(10; 3; 0)$$

Vector chỉ phương của đường cáp là:

$$\vec{u} = (2; -2; 0)$$

Phương trình chuyển động theo tham số λ là:

$$\begin{cases} x = 10 + 2\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \\ z = 0 \end{cases}$$

Cabin đi qua điểm B có hoành độ bằng 9010 nên:

$$10 + 2\lambda = 9010$$

Suy ra: $2\lambda = 9000, \lambda = 4500$

Khi đó vector dịch chuyển từ A đến B là:

$$\overrightarrow{AB} = 4500(2; -2; 0) = (9000; -9000; 0)$$

Độ dài quãng đường là:

$$AB = \sqrt{9000^2 + (-9000)^2} = 9000\sqrt{2} \text{ m.}$$

Tốc độ cabin là 100 m/s nên thời gian đi từ A đến B là:

$$t = \frac{9000\sqrt{2}}{100} = 90\sqrt{2} \text{ giây.}$$

$$t = \frac{90\sqrt{2}}{60} \approx 2,12$$

Đổi ra phút: phút.

Đáp án: 2,12.

Câu 6

Chọn hệ trục tọa độ sao cho: $A(0; 0; 0), B(2; 0; 0)$.

Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh 2 và $\angle BAD = 60^\circ$, nên:

$$D(1; \sqrt{3}; 0), C(3; \sqrt{3}; 0)$$

Do $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{3}$, ta chọn:

$$S(0; 0; \sqrt{3})$$

Ta cần tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC .

Vector chỉ phương của BD là: $\overrightarrow{BD} = D - B = (-1; \sqrt{3}; 0)$.

Vector chỉ phương của SC là: $\overrightarrow{SC} = C - S = (3; \sqrt{3}; -\sqrt{3})$.

Lấy: $\overrightarrow{BS} = S - B = (-2; 0; \sqrt{3})$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau BD và SC là:

$$d = \frac{|\overline{BS} \cdot (\overline{BD} \times \overline{SC})|}{|\overline{BD} \times \overline{SC}|}$$

Ta có: $\overline{BD} \times \overline{SC} = (-3; -\sqrt{3}; -4\sqrt{3})$

Suy ra:

$$|\overline{BD} \times \overline{SC}| = \sqrt{9 + 3 + 48} = 2\sqrt{15}$$

Lại có:

$$\overline{BS} \cdot (\overline{BD} \times \overline{SC}) = (-2)(-3) + 0 \cdot (-\sqrt{3}) + \sqrt{3}(-4\sqrt{3}) = 6 - 12 = -6$$

$$d = \frac{|-6|}{2\sqrt{15}} = \frac{3}{\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{15}}{5} \approx 0,77$$

Do đó:

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC là **0,77**.

Đáp án: 0,77.