

ÔN TẬP CUỐI CHƯƠNG IV. QUAN HỆ SONG SONG TRONG KHÔNG GIAN**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN****Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian**

Câu 1. [NB] Hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) cùng chứa hai điểm phân biệt A, B . Giao tuyến của hai mặt phẳng đó là

- A. AB .
 B. một đường thẳng khác AB đi qua A .
 C. một đường thẳng khác AB đi qua B .
 D. không có giao tuyến.

Câu 2. [NB] Đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (P) tại M . Khẳng định đúng là

- A. $M \in d$ và $M \in (P)$. B. $d \subset (P)$. C. $d \cap (P)$. D. $M \notin (P)$.

Câu 3. [TH] Cho hình chóp $S.MNPQ$. Hai đường thẳng MQ và NP cắt nhau tại T . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMQ) và (SNP) là

- A. ST . B. SQ . C. MN . D. SP .

Câu 4. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ là

- A. AA' . B. CC' . C. OO' . D. BD .

Câu 5. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$. Lấy $M \in SA$, $N \in SD$ sao cho đường thẳng MN cắt AD tại I . Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BAD) là

- A. MN . B. BD . C. AD . D. BI .

Câu 6. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có hai đường chéo đáy AC và BD cắt nhau tại O . Điểm E thuộc SO và khác S, O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (EAC) và (EBD) là

- A. AC . B. EO . C. BD . D. SE .

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 7. [NB] Cho đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P) . Nếu tồn tại đường thẳng $a \subset (P)$ sao cho $d \parallel a$ thì

- A. $d \subset (P)$. B. d cắt (P) . C. $d \cap (P)$. D. $d \perp (P)$.

Câu 8. [NB] Cho $d \cap (P)$. Mặt phẳng (Q) chứa d và cắt (P) theo giao tuyến a . Khi đó

- A. $d \perp a$. B. d cắt a . C. $d \equiv a$. D. $d \parallel a$.

Câu 9. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Vị trí của MN đối với mặt phẳng (ABC) là

- A. $MN \cap (ABC)$. B. $MN \subset (ABC)$. C. MN cắt (ABC) . D. $MN \perp (ABC)$.

Câu 10. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $(BDD'B')$?

- A. AB . B. AA' . C. AC . D. BD .

Câu 11. [VD] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy $M \in AB, N \in AC$ sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ABD) . B. (ACD) . C. (BCD) . D. (ABC) .

Câu 12. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD . Khi đó

- A. $GH \perp (ABCD)$. B. $GH \subset (ABCD)$. C. GH cắt $(ABCD)$. D. $GH \parallel (ABCD)$.

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

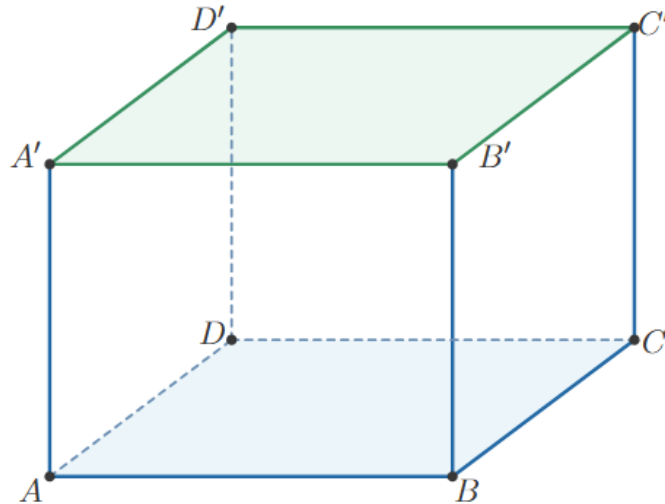
Câu 13. [NB] Hai mặt phẳng phân biệt không có điểm chung được gọi là hai mặt phẳng

- A. song song. B. cắt nhau. C. vuông góc. D. trùng nhau.

Câu 14. [NB] Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $d \subset (P)$ thì

- A. $d \subset (Q)$. B. $d \parallel (Q)$. C. $d \perp (Q)$. D. d cắt (Q) .

Câu 15. [TH] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Cặp mặt phẳng nào sau đây song song?



- A. $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$. B. $(ABCD)$ và $(ADD'A')$.
C. $(ABB'A')$ và $(DCC'D')$. D. $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$.

Câu 16. [TH] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh bên AA', BB', CC' lấy M, N, P sao cho

$$\frac{AM}{AA'} = \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}.$$

- Mặt phẳng (MNP) có vị trí là
A. cắt (ABC) theo MN . B. vuông góc với (ABC) .
C. trùng với $(A'B'C')$. D. $(MNP) \parallel (ABC)$.

Câu 17. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc SA, SB, SC, SD và thỏa mãn

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}.$$

- Khẳng định đúng là
A. (MNP) cắt $(ABCD)$. B. $(MNP) \parallel (ABCD)$. C. $MN \perp AB$. D. $Q \notin (MNP)$.

Câu 18. [VD] Cho hai mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\beta)$. Mặt phẳng (γ) cắt $(\alpha), (\beta)$ lần lượt theo hai giao tuyến a, b . Khi đó

- A. $a \parallel b$. B. $a \perp b$. C. a cắt b . D. $a \equiv b$.

Đơn vị kiến thức 4. Tỷ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 19. [NB] Ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song cắt hai cát tuyến lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Hệ thức nào luôn đúng?

- A. $\frac{AB}{BC} = \frac{B'C'}{A'B'}$. B. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{A'C'}$. C. $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$. D. $\frac{AC}{BC} = \frac{A'B'}{A'C'}$.

Câu 20. [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng song song với đáy cắt SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Hệ thức đúng là

- A. $\frac{SM}{MA} = \frac{SN}{NB}$. B. $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$. C. $\frac{SA}{SM} = \frac{NB}{SN}$. D. $\frac{SM}{SN} = \frac{SA}{BC}$.

Câu 21. [TH] Ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song cắt hai cát tuyến d, d' . Độ dài các đoạn chắn được cho trong bảng sau. Giá trị của x là

Cát tuyến	Đoạn giữa $(\alpha), (\beta)$	Đoạn giữa $(\beta), (\gamma)$
d	4	6
d'	10	x

- A. 12. B. 15. C. 18. D. 24.

Câu 22. [TH] Trong tam giác SAB , lấy $M \in SA, N \in SB$ sao cho $MN \parallel AB$. Biết $SM : MA = 2 : 3$ và $AB = 15$ cm. Độ dài MN bằng

- A. 6 cm. B. 9 cm. C. 10 cm. D. 12 cm.

Câu 23. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có chu vi đáy bằng 40 cm. Mặt phẳng (α) song song với đáy, cắt các cạnh bên tạo thiết diện $MNPQ$ và $\frac{SM}{SA} = \frac{3}{5}$. Chu vi thiết diện $MNPQ$ bằng

- A. 24 cm. B. 20 cm. C. 30 cm. D. 32 cm.

Câu 24. [VD] Cho tứ diện $ABCD$. Điểm $M \in AB$ thỏa mãn $AM : MB = 2 : 1$. Qua M dựng mặt phẳng song song với (BCD) cắt AC, AD lần lượt tại N, P . Biết $BC = 9$ cm. Khi đó MN bằng

- A. 3 cm. B. $4,5$ cm. C. 6 cm. D. $7,5$ cm.

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 25. [NB] Trong định nghĩa phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương Δ , điều kiện đối với phương chiếu Δ là

- A. $\Delta \subset (P)$. B. $\Delta \cap (P)$. C. Δ cắt (P) . D. $\Delta \perp (P)$.

Câu 26. [NB] Trong một phép chiếu song song, đường thẳng a không cùng phương với phương chiếu. Hình chiếu của a là

- A. một điểm. B. một đường thẳng. C. một đường tròn. D. một mặt phẳng.

Câu 27. [TH] Tam giác ABC được chiếu song song thành tam giác $A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và G' là hình chiếu của G . Khi đó G' là

- A. trung điểm của $A'B'$.
B. trực tâm của tam giác $A'B'C'$.
C. tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$.
D. trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Câu 28. [TH] Hình bình hành $ABCD$ có $O = AC \cap BD$. Qua một phép chiếu song song, các điểm tương ứng là A', B', C', D', O' . Khẳng định nào đúng?

- A. O' là trung điểm của cả $A'C'$ và $B'D'$.
B. $O' \equiv A'$.
C. $A'C' \perp B'D'$.
D. $A'B' = AB$.

Câu 29. [VD] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CC' . Chiếu song song tam giác $A'B'M$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương AA' . Hình chiếu thu được là tam giác

- A. ABC . B. ABD . C. ACD . D. BCD .

Câu 30. [VD] Một biển báo hình tam giác ABC đặt nghiêng. Trên AB, AC lấy M, N sao cho $AM : MB = AN : NC = 1 : 2$. Dưới các tia sáng song song, bóng của các điểm trên mặt đất lần lượt là A', B', C', M', N' . Giả sử hình chiếu. Khẳng định đúng là

- A. $M'N'$ cắt $B'C'$.
 B. $M'N' \parallel B'C'$ và $\frac{M'N'}{B'C'} = \frac{1}{2}$.
 C. $M'N' \parallel B'C'$ và $\frac{M'N'}{B'C'} = \frac{1}{3}$.
 D. $M'N' \perp B'C'$.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian

Câu 31. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = O$. Lấy $E \in SO$ với $E \neq S, O$. Xét các nhận định sau:

- a) Ba điểm S, O, E đều thuộc cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
 b) $(SAC) \cap (SBD) = SO$.
 c) $(EAC) \cap (EBD) = EO$.
 d) AB là giao tuyến của (SAC) và (SBD) .

Câu 32. [VD] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = A'C' \cap B'D'$.

- a) $(ABB'A') \cap (BCC'B') = BB'$.
 b) $(ABCD) \cap (A'B'C'D') = AA'$.
 c) $(ACC'A') \cap (BDD'B') = OO'$.
 d) $(ABC) \cap (A'BC) = BC$.

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 33. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

- a) $MN \parallel BC$.
 b) $MN \parallel (BCD)$.
 c) $MN \parallel (ABD)$.
 d) $BC \parallel (DMN)$.

Câu 34. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

- a) $MN \parallel AD$.
 b) $MN \parallel (ABCD)$.
 c) $M \in (ABCD)$.
 d) $BC \parallel (SMN)$.

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

Câu 35. [TH] Cho $(\alpha) \parallel (\beta)$. Mặt phẳng (γ) cắt $(\alpha), (\beta)$ lần lượt theo a, b . Mặt phẳng (δ) khác $(\alpha), (\beta)$ và $(\delta) \parallel (\alpha)$.

- a) $a \parallel b$.
 b) Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .
 c) Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .
 d) $(\delta) \parallel (\beta)$.

Câu 36. [VD] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên AA', BB', CC' lấy M, N, P sao cho

$$\frac{AM}{AA'} = \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}.$$

- a) $(MNP) \parallel (ABC)$.
- b) $MN \parallel AB$.
- c) $NP \parallel BC$.
- d) $(AMN) \parallel (ABC)$.

Đơn vị kiến thức 4. Tỷ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 37. [TH] Ba mặt phẳng đôi một song song cắt hai cát tuyến lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Biết $AB = 6$, $BC = 9$, $A'B' = 10$.

- a) $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$.
- b) $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{2}{3}$.
- c) $B'C' = 15$.
- d) $A'C' = 18$.

Câu 38. [VD] Cho tứ diện $SABC$. Lấy $M \in SA, N \in SB, P \in SC$ sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{5}$.

- a) $(MNP) \parallel (ABC)$.
- b) $\frac{MN}{AB} = \frac{2}{5}$.
- c) Tỷ số diện tích $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5}$.
- d) Nếu $AB = 15$ cm thì $MN = 6$ cm.

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 39. [TH] Tam giác ABC được chiếu song song thành $A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và G là trọng tâm tam giác ABC . Các hình chiếu tương ứng là M', N', G' .

- a) M' là trung điểm của $A'B'$.
- b) $M'N' \parallel B'C'$.
- c) G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.
- d) $\vec{B'A'C'} = \vec{BAC}$ luôn đúng.

Câu 40. [VD] Một khung tam giác ABC có D là trung điểm của BC và có bóng $A'B'C'$ dưới các tia sáng song song. Gọi D' là bóng của D .

- a) Ba điểm A', B', C' tạo thành một tam giác.
- b) D' là trung điểm của $B'C'$.
- c) $A'D'$ là một đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.
- d) Nếu $AD \perp BC$ thì luôn có $A'D' \perp B'C'$.

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian

Câu 41. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) có giao tuyến là AB . Có bao nhiêu đỉnh của tứ diện nằm trên giao tuyến này?

Câu 42. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi. Xét bốn mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$. Có bao nhiêu cặp mặt bên kề nhau có giao tuyến là một cạnh bên của hình chóp?

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 43. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong bốn cạnh AB, BC, CD, DA của đáy, có bao nhiêu cạnh song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$?

Câu 44. [VD] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong bốn cạnh đứng AA', BB', CC', DD' , có bao nhiêu cạnh song song với mặt phẳng chéo $(ACC'A')$?

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

Câu 45. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong năm mặt còn lại, có bao nhiêu mặt phẳng chứa một mặt của hình lập phương song song với mặt phẳng $(ABCD)$?

Câu 46. [VD] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng (MNP) cắt ba cạnh bên ở cùng một tỉ lệ tính từ đáy nên $(MNP) \parallel (ABC)$. Trong các mặt phẳng $(ABC), (A'B'C'), (MNP), (ABB'A'), (BCC'B')$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với (MNP) ?

Đơn vị kiến thức 4. Tỉ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 47. [TH] Cho tứ diện $SABC$. Điểm $M \in SA$ với $SM = 3$ cm, $MA = 2$ cm. Qua M dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt SB tại N . Biết $SB = 20$ cm. Tính SN (cm).

Câu 48. [VD] Một mô hình hình chóp được cắt bởi một mặt phẳng song song với đáy. Thiết diện có tỉ số đồng dạng so với đáy bằng $0,6$ và có chu vi 18 cm. Tính chu vi đáy (cm).

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 49. [TH] Một tam giác cùng ba đường trung tuyến được chiếu song song lên một mặt phẳng. Có bao nhiêu đường trung tuyến của tam giác hình chiếu đi qua hình chiếu của trọng tâm?

Câu 50. [VD] Một lục giác đều được chiếu song song lên một mặt phẳng. Hình chiếu của lục giác có bao nhiêu cặp cạnh đối song song?

ĐÁP ÁN**Phần I. Trắc nghiệm 4 lựa chọn**

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	A	A	A	C	D	B	C	D	A	B
Câu	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Đáp án	C	D	A	B	C	D	B	A	C	B
Câu	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Đáp án	B	A	A	C	C	B	D	A	A	C

Phần II. Trắc nghiệm Đúng - Sai

Câu	a)	b)	c)	d)
31	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
32	Đúng	Sai	Đúng	Đúng
33	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
34	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
35	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
36	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
37	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
38	Đúng	Đúng	Sai	Đúng
39	Đúng	Đúng	Đúng	Sai
40	Đúng	Đúng	Đúng	Sai

Phần III. Câu trả lời ngắn

Câu	41	42	43	44	45
-----	----	----	----	----	----

Đáp án	2	4	4	2	1
Câu	46	47	48	49	50
Đáp án	2	12	30	3	3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian

Câu 1. [NB] Hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) cùng chứa hai điểm phân biệt A, B . Giao tuyến của hai mặt phẳng đó là

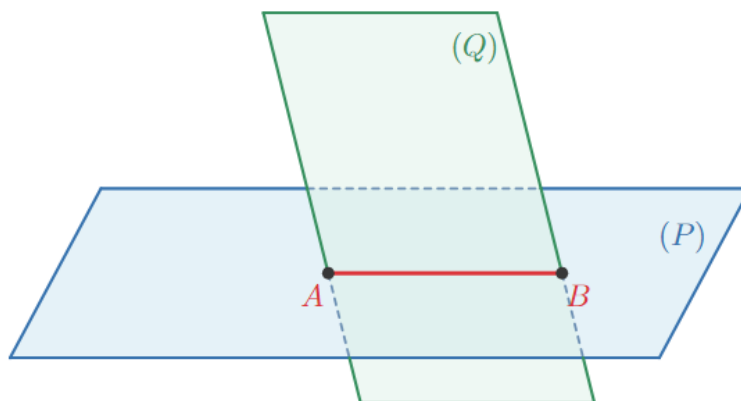
A. AB

B. một đường thẳng khác AB đi qua A

C. một đường thẳng khác AB đi qua B

D. không có giao tuyến

Lời giải



Hai mặt phẳng phân biệt (P) và (Q) cùng chứa hai điểm phân biệt A, B . Vì qua hai điểm phân biệt A, B chỉ có một đường thẳng duy nhất là AB , nên đường thẳng AB nằm trong cả (P) và (Q) . Do hai mặt phẳng phân biệt có hai điểm chung A, B , giao tuyến của chúng chính là đường thẳng đi qua hai điểm chung đó.

Đáp án: Chọn A.

Câu 2. [NB] Đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P) và cắt (P) tại M . Khẳng định đúng là

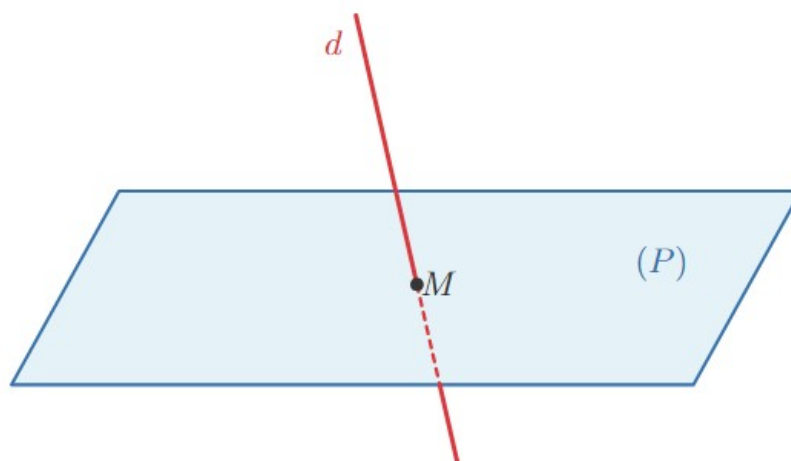
A. $M \in d$ và $M \in (P)$

B. $d \subset (P)$

C. $d \perp (P)$

D. $M \notin (P)$

Lời giải



Theo giả thiết, đường thẳng d cắt mặt phẳng (P) tại M .

Theo định nghĩa giao điểm của đường thẳng và mặt phẳng, điểm M đồng thời thuộc đường thẳng d và thuộc mặt phẳng (P) , tức là $M \in d$ và $M \in (P)$.

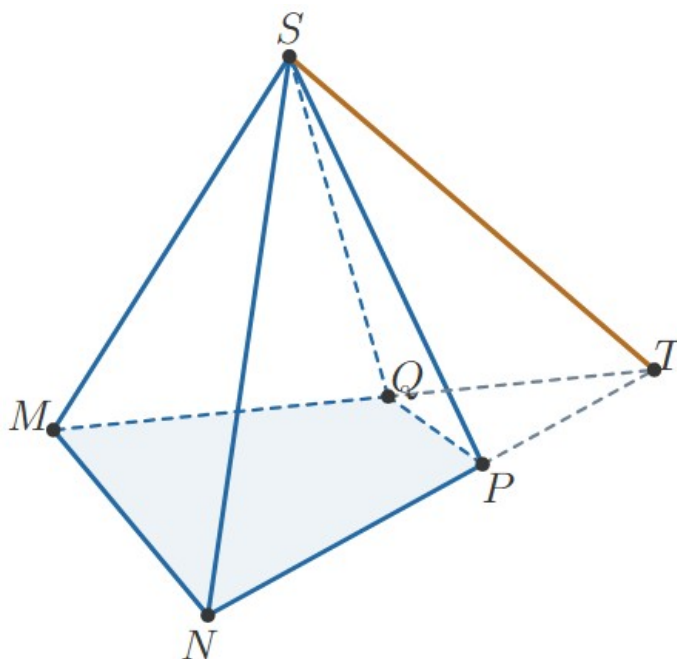
Vì d không nằm trong (P) nhưng có một điểm chung với (P) nên d không thể song song với (P) .

Đáp án: Chọn A.

Câu 3. [TH] Cho hình chóp $S.MNPQ$. Hai đường thẳng MQ và NP cắt nhau tại T . Giao tuyến của hai mặt phẳng (SMQ) và (SNP) là

- A. ST
- B. SQ
- C. MN
- D. SP

Lời giải



Ta có S thuộc cả hai mặt phẳng (SMQ) và (SNP) .

Mặt khác, $T = MQ \cap NP$ nên $T \in MQ \subset (SMQ)$ và $T \in NP \subset (SNP)$.

Vậy hai mặt phẳng (SMQ) và (SNP) có hai điểm chung phân biệt S, T .

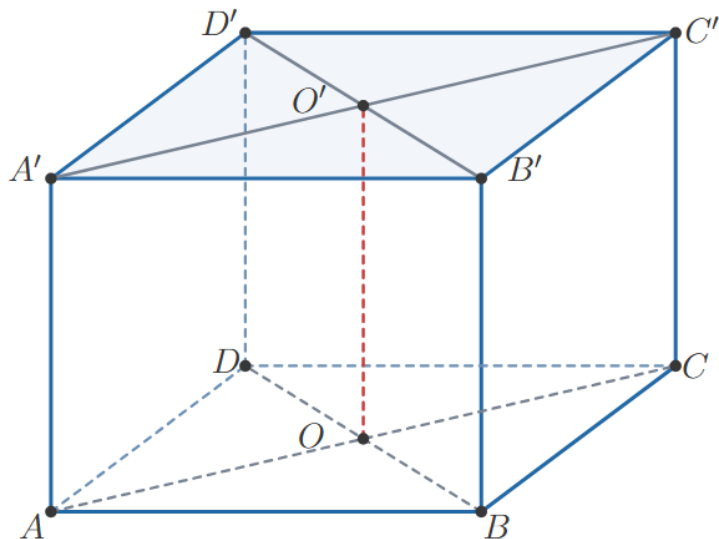
Do đó giao tuyến của chúng là đường thẳng ST .

Đáp án: Chọn A.

Câu 4. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$ và $O' = A'C' \cap B'D'$. Giao tuyến của hai mặt phẳng $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$ là

- A. AA'
- B. CC'
- C. OO'
- D. BD

Lời giải



Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, ta có $O \in AC$ và $O' \in A'C'$, nên O, O' đều thuộc mặt phẳng này.

Tương tự, trong mặt phẳng $(BDD'B')$, ta có $O \in BD$ và $O' \in B'D'$, nên O, O' cũng thuộc mặt phẳng đó.

Hai mặt phẳng đã cho có hai điểm chung phân biệt O, O' , vì vậy giao tuyến của chúng là OO' .

Đáp án: Chọn C.

Câu 5. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$. Lấy $M \in SA$, $N \in SD$ sao cho đường thẳng MN cắt AD tại I .

Giao tuyến của hai mặt phẳng (BMN) và (BAD) là

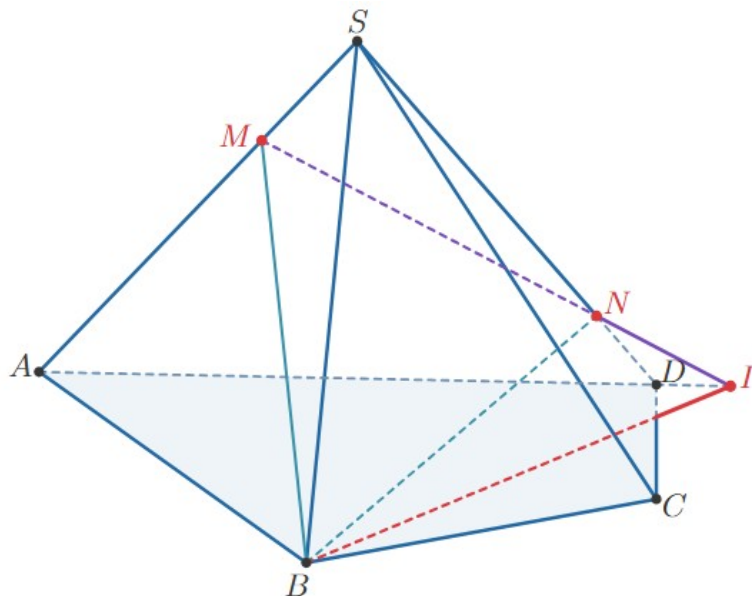
A. MN

B. BD

C. AD

D. BI

Lời giải



Điểm B thuộc cả hai mặt phẳng (BMN) và (BAD) .

Theo giả thiết, $I = MN \cap AD$. Vì $MN \subset (BMN)$ nên $I \in (BMN)$; đồng thời $AD \subset (BAD)$ nên $I \in (BAD)$.

Vậy B và I là hai điểm chung phân biệt của hai mặt phẳng.

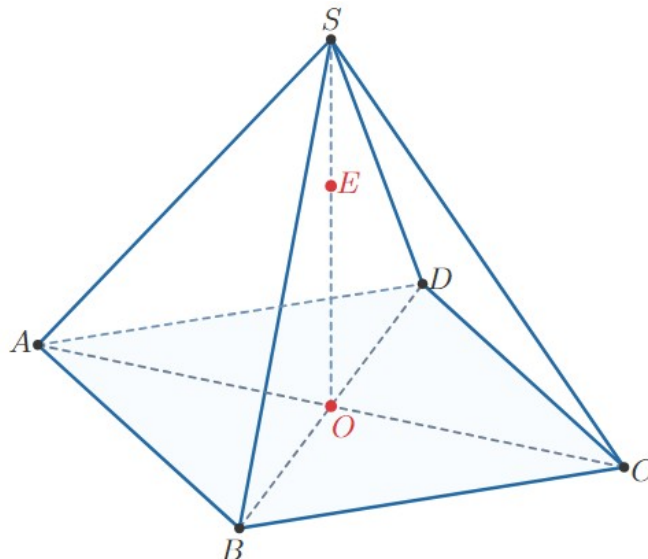
Do đó $(BMN) \cap (BAD) = BI$.

Đáp án: Chọn D.

Câu 6. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có hai đường chéo đáy AC và BD cắt nhau tại O . Điểm E thuộc SO và khác S, O . Giao tuyến của hai mặt phẳng (EAC) và (EBD) là

- A. AC
- B. EO
- C. BD
- D. SE

Lời giải



Vì $O = AC \cap BD$, ta có $O \in AC$ và $O \in BD$.

Do đó $O \in (EAC)$ và $O \in (EBD)$.

Điểm E hiển nhiên thuộc cả hai mặt phẳng này.

Hai mặt phẳng (EAC) và (EBD) có hai điểm chung phân biệt E, O , nên giao tuyến là EO .

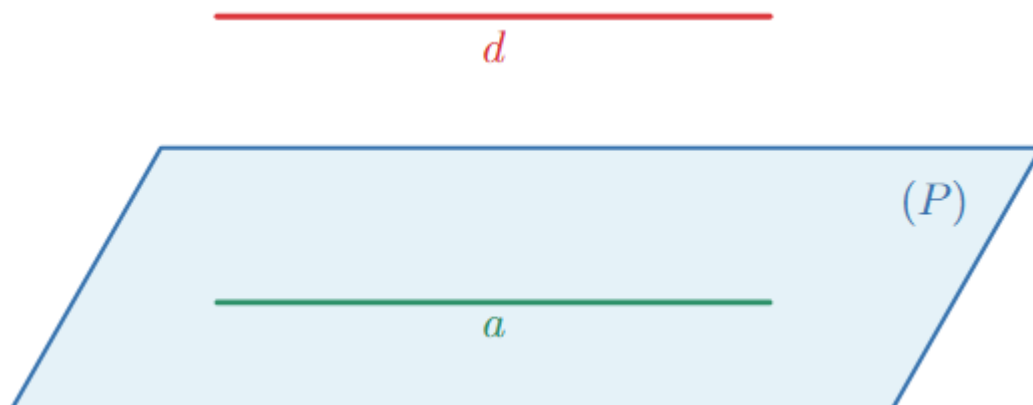
Đáp án: Chọn B.

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 7. [NB] Cho đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P) . Nếu tồn tại đường thẳng $a \subset (P)$ sao cho $d \parallel a$ thì

- A. $d \subset (P)$
- B. d cắt (P)
- C. $d \cap (P)$
- D. $d \perp (P)$

Lời giải



Đây là dấu hiệu nhận biết đường thẳng song song với mặt phẳng: nếu đường thẳng d không nằm trong mặt phẳng (P) và d song song với một đường thẳng a nằm trong (P) thì $d \parallel (P)$.

Ở đây các điều kiện của dấu hiệu đều được thỏa mãn, nên $d \parallel (P)$.

Đáp án: Chọn C.

Câu 8. [NB] Cho $d \parallel (P)$. Mặt phẳng (Q) chứa d và cắt (P) theo giao tuyến a . Khi đó

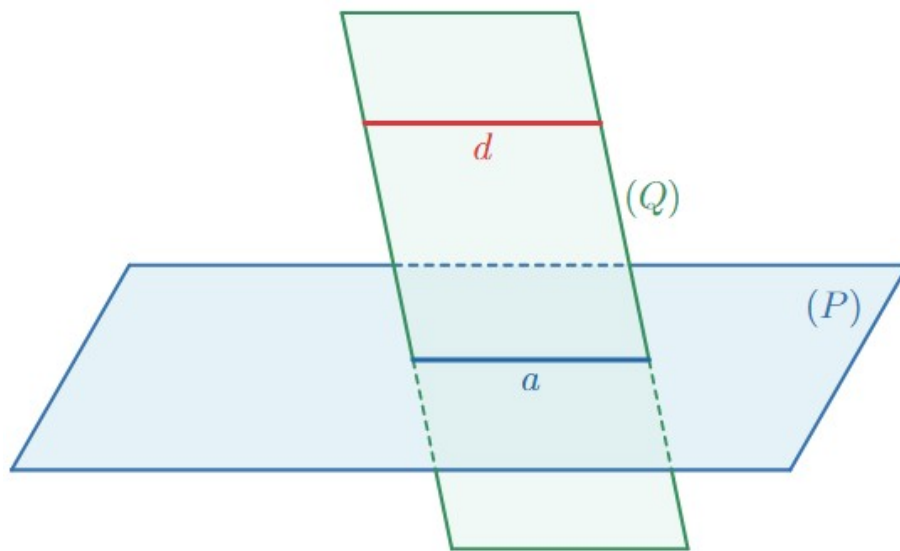
A. $d \perp a$

B. d cắt a

C. $d \equiv a$

D. $d \parallel a$

Lời giải



Ta có $d \parallel (P)$ và mặt phẳng (Q) chứa d . Hai mặt phẳng (Q) và (P) cắt nhau theo giao tuyến a . Theo tính chất: nếu một đường thẳng song song với một mặt phẳng và một mặt phẳng khác chứa đường thẳng đó cắt mặt phẳng đã cho, thì giao tuyến của hai mặt phẳng song song với đường thẳng. Vì vậy $d \parallel a$.

Đáp án: Chọn D.

Câu 9. [TH] Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB . Vị trí của MN đối với mặt phẳng (ABC) là

A. $MN \parallel (ABC)$

B. $MN \subset (ABC)$

C. MN cắt (ABC)

D. $MN \perp (ABC)$

Lời giải

Trong tam giác SAB , M, N lần lượt là trung điểm của SA, SB , nên theo định lý đường trung bình $MN \parallel AB$.

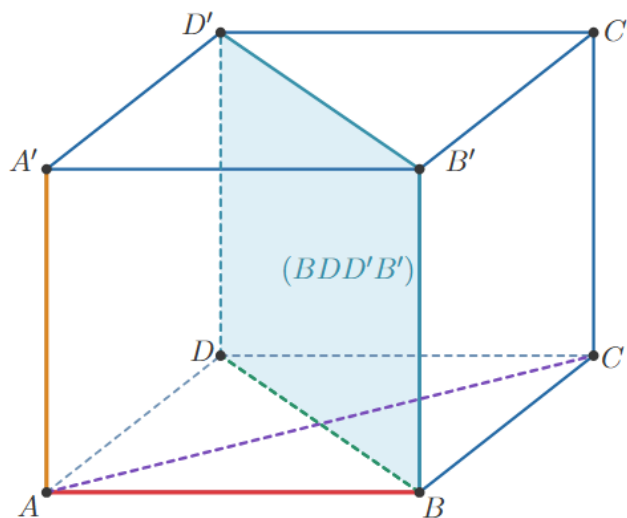
Mà $AB \subset (ABC)$. Đồng thời MN nằm trong mặt phẳng (SAB) và khác AB , nên MN không nằm trong (ABC) . Do MN song song với đường thẳng AB nằm trong (ABC) , suy ra $MN \parallel (ABC)$.

Đáp án: Chọn A.

Câu 10. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $(BDD'B')$?

- A. AB
- B. AA'
- C. AC
- D. BD

Lời giải



Mặt phẳng $(BDD'B')$ chứa cạnh đứng BB' , vì thế chứa phương của các cạnh đứng của hình lập phương. Ta có $AA' \parallel BB'$.

Mặt khác, AA' không nằm trong mặt phẳng $(BDD'B')$ và không cắt mặt phẳng này.

Do đó $AA' \parallel (BDD'B')$.

Các phương án khác: BD nằm trong mặt phẳng đã cho; AB cắt mặt phẳng tại B ; AC cắt mặt phẳng tại giao điểm của AC và BD .

Đáp án: Chọn B.

Câu 11. [VD] Cho tứ diện $ABCD$. Lấy $M \in AB, N \in AC$ sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}$. Đường thẳng MN song song với mặt phẳng nào sau đây?

- A. (ABD)
- B. (ACD)
- C. (BCD)
- D. (ABC)

Lời giải

Trong tam giác ABC ta có

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{2}{5}.$$

Theo định lý Ta-lét đảo, suy ra $MN \parallel BC$.

Đường thẳng BC nằm trong mặt phẳng (BCD) .

Mặt khác $MN \subset (ABC)$ và $MN \parallel BC$, nên MN không cắt giao tuyến BC của hai mặt phẳng (ABC) và (BCD) .

Vì vậy MN không có điểm chung với (BCD) .

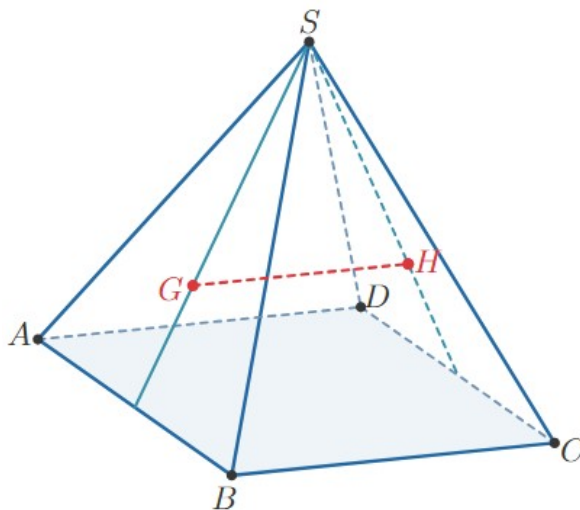
Suy ra $MN \parallel (BCD)$.

Đáp án: Chọn C.

Câu 12. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi G, H lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SCD . Khi đó

- A. $GH \perp (ABCD)$
- B. $GH \subset (ABCD)$
- C. GH cắt $(ABCD)$
- D. $GH \parallel (ABCD)$

Lời giải



Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB, CD .

Vì G là trọng tâm tam giác SAB , nên G nằm trên trung tuyến SI và $\frac{SG}{SI} = \frac{2}{3}$.

Tương tự, vì H là trọng tâm tam giác SCD , nên H nằm trên trung tuyến SJ và $\frac{SH}{SJ} = \frac{2}{3}$.

Xét tam giác SIJ , ta có $G \in SI$, $H \in SJ$ và $\frac{SG}{SI} = \frac{SH}{SJ} = \frac{2}{3}$. Theo định lý Ta-lét đảo, $GH \parallel IJ$.

Trong hình bình hành $ABCD$, đoạn nối trung điểm I của AB và J của CD song song với AD (đồng thời song song với BC).

Do đó $GH \parallel AD$.

Mà $AD \subset (ABCD)$ và GH không nằm trong mặt phẳng đáy, suy ra $GH \parallel (ABCD)$.

Đáp án: Chọn D.

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

Câu 13. [NB] Hai mặt phẳng phân biệt không có điểm chung được gọi là hai mặt phẳng

- A. song song
- B. cắt nhau
- C. vuông góc
- D. trùng nhau

Lời giải

Theo định nghĩa, hai mặt phẳng phân biệt không có điểm chung được gọi là hai mặt phẳng song song.

Đáp án: Chọn A.

Câu 14. [NB] Nếu $(P) \parallel (Q)$ và $d \subset (P)$ thì

- A. $d \subset (Q)$

- B. $d \cap (Q)$
 C. $d \perp (Q)$
 D. d cắt (Q)

Lời giải

Vì $(P) \cap (Q)$ nên hai mặt phẳng không có điểm chung. Với mọi đường thẳng $d \subset (P)$, nếu d cắt (Q) thì điểm cắt đó đồng thời thuộc (P) và (Q) , mâu thuẫn với $(P) \cap (Q)$.

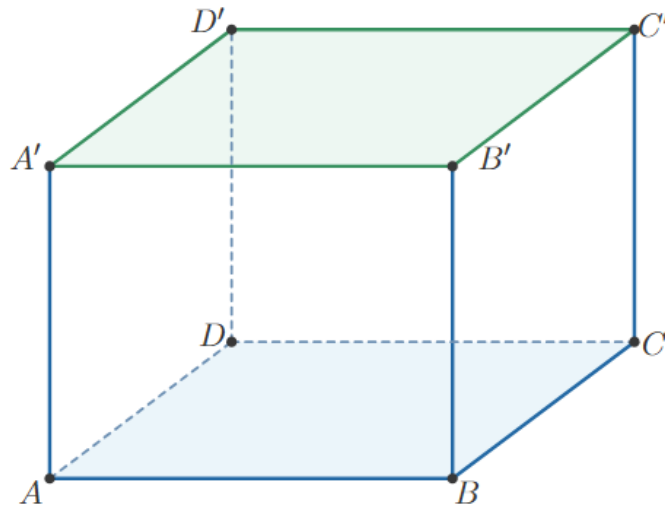
Do đó d không có điểm chung với (Q) , tức là $d \cap (Q) = \emptyset$.

Đáp án: Chọn B.

Câu 15. [TH] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Cặp mặt phẳng nào sau đây song song?

- A. $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$
 B. $(ABCD)$ và $(ADD'A')$
 C. $(ABB'A')$ và $(DCC'D')$
 D. $(ACC'A')$ và $(BDD'B')$

Lời giải



Trong hình hộp chữ nhật, các mặt đối diện song song với nhau. Mặt $(ABB'A')$ đối diện với mặt $(DCC'D')$, nên hai mặt phẳng này song song.

Các cặp còn lại đều là các mặt kề nhau hoặc các mặt phẳng chéo có giao tuyến.

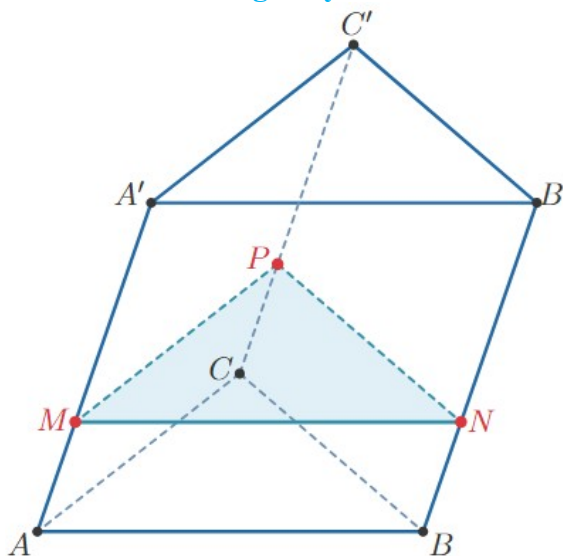
Đáp án: Chọn C.

Câu 16. [TH] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên các cạnh bên AA', BB', CC' lấy M, N, P sao

cho $\frac{AM}{AA'} = \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}$. Mặt phẳng (MNP) có vị trí là

- A. cắt (ABC) theo MN
 B. vuông góc với (ABC)
 C. trùng với $(A'B'C')$
 D. $(MNP) \parallel (ABC)$

Lời giải



Các cạnh bên AA', BB', CC' của lăng trụ song song và bằng nhau. Ba điểm M, N, P chia ba cạnh bên theo cùng một tỉ số tính từ đáy:

$$\frac{AM}{AA'} = \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{3}.$$

Vì vậy $MN \parallel AB$, $NP \parallel BC$ và $MP \parallel AC$. Mặt phẳng (MNP) chứa hai đường thẳng cắt nhau MN, MP lần lượt song song với hai đường thẳng cắt nhau AB, AC của mặt phẳng (ABC) .

Suy ra $(MNP) \parallel (ABC)$.

Đáp án: Chọn D.

Câu 17. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$. Các điểm M, N, P, Q lần lượt thuộc SA, SB, SC, SD và thỏa mãn

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}.$$

Khẳng định đúng là

Cần hình: Vẽ hình chóp $S.ABCD$; lấy M, N, P, Q trên bốn cạnh bên ở cùng tỉ lệ tính từ S ; nối $MNPQ$ thành thiết diện song song với đáy.

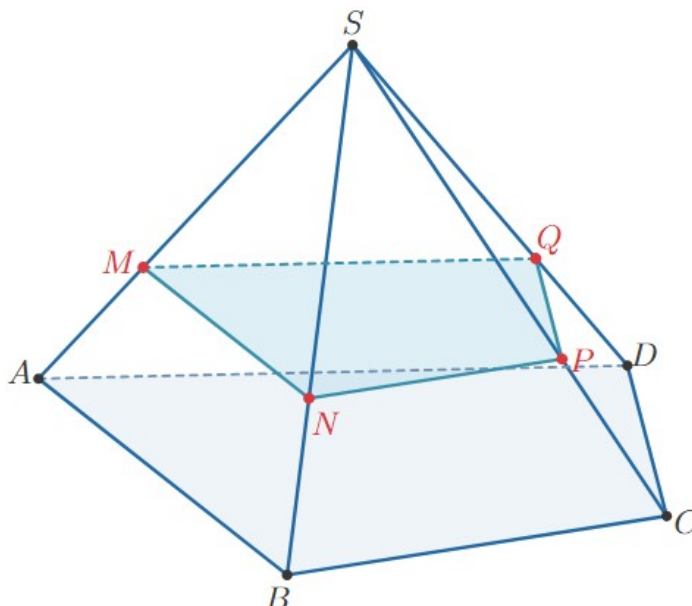
A. (MNP) cắt $(ABCD)$

B. $(MNP) \parallel (ABCD)$

C. $MN \perp AB$

D. $Q \notin (MNP)$

Lời giải



Các điểm M, N, P, Q nằm trên các cạnh SA, SB, SC, SD và có cùng tỉ số tính từ đỉnh S :

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD} = \frac{2}{3}.$$

Trong tam giác SAB , từ $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ suy ra $MN \parallel AB$.

Tương tự, $MP \parallel AC$. Hai đường MN, MP cắt nhau trong mặt phẳng (MNP) và lần lượt song song với hai đường AB, AC cắt nhau trong mặt phẳng đáy.

Do đó $(MNP) \parallel (ABCD)$. Hơn nữa, điểm Q cũng nằm trên mặt phẳng thiết diện này vì có cùng tỉ số $\frac{2}{3}$.

Đáp án: Chọn B .

Câu 18. [VD] Cho hai mặt phẳng $(\alpha) \parallel (\beta)$. Mặt phẳng (γ) cắt $(\alpha), (\beta)$ lần lượt theo hai giao tuyến a, b . Khi đó

- A. $a \parallel b$
- B. $a \perp b$
- C. a cắt b
- D. $a \equiv b$

Lời giải

Hai mặt phẳng (α) và (β) song song. Mặt phẳng (γ) cắt chúng theo hai giao tuyến a, b .

Theo tính chất của hai mặt phẳng song song: nếu một mặt phẳng thứ ba cắt hai mặt phẳng song song thì hai giao tuyến tạo thành song song với nhau. Vì thế $a \parallel b$.

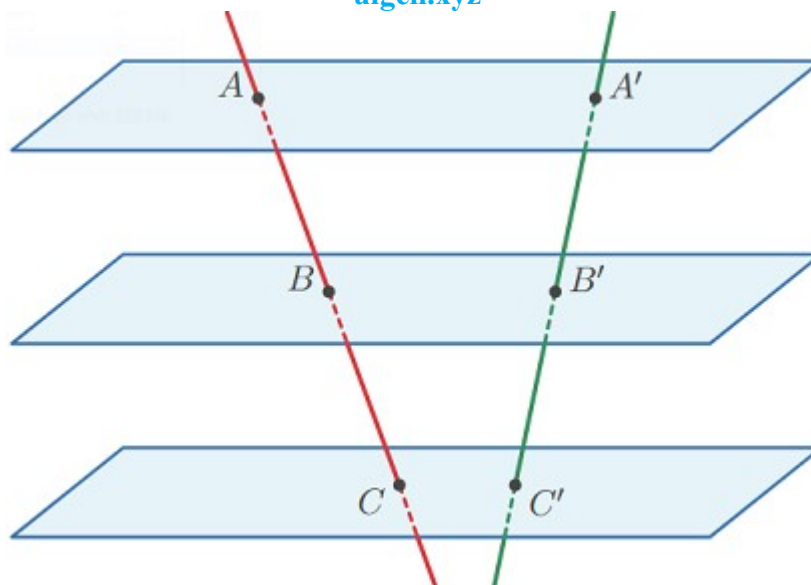
Đáp án: Chọn A .

Đơn vị kiến thức 4. Tỉ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 19. [NB] Ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song cắt hai cát tuyến lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Hệ thức nào luôn đúng?

- A. $\frac{AB}{BC} = \frac{B'C'}{A'B'}$
- B. $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{A'C'}$
- C. $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$
- D. $\frac{AC}{BC} = \frac{A'B'}{A'C'}$

Lời giải



Ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song cắt hai cát tuyến tại A, B, C và A', B', C' . Theo định lý về ba mặt phẳng song song, các đoạn chắn tương ứng trên hai cát tuyến tỉ lệ:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}.$$

Đáp án: Chọn C.

Câu 20. [NB] Cho hình chóp $S.ABCD$. Một mặt phẳng song song với đáy cắt SA, SB, SC, SD lần lượt tại M, N, P, Q . Hệ thức đúng là

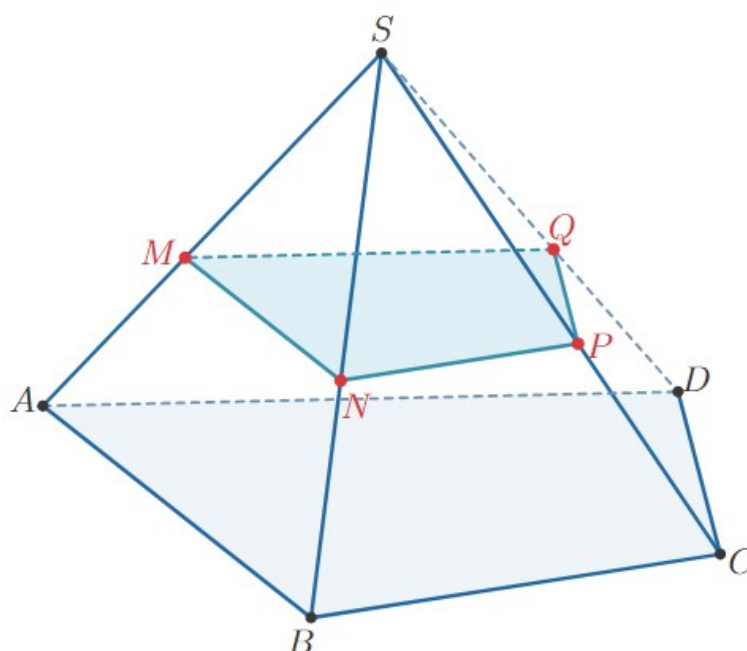
A. $\frac{SM}{MA} = \frac{SN}{NB}$

B. $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$

C. $\frac{SA}{SM} = \frac{NB}{SN}$

D. $\frac{SM}{SN} = \frac{SA}{BC}$

Lời giải



Một mặt phẳng song song với đáy $(ABCD)$ cắt các cạnh bên SA, SB, SC, SD tại M, N, P, Q . Khi đó thiết diện $MNPQ$ là ảnh của đáy qua phép vị tự tâm S , nên các tỉ số trên các cạnh bên bằng nhau:

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{SQ}{SD},$$

$$\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}.$$

Vì vậy hệ thức đúng là $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$.

Đáp án: Chọn B.

Câu 21. [TH] Ba mặt phẳng $(\alpha), (\beta), (\gamma)$ đôi một song song cắt hai cát tuyến d, d' . Độ dài các đoạn chắn được cho trong bảng sau. Giá trị của x là

Bảng số liệu:

Cát tuyến d : đoạn giữa $(\alpha), (\beta)$ bằng 4; đoạn giữa $(\beta), (\gamma)$ bằng 6.

Cát tuyến d' : đoạn giữa $(\alpha), (\beta)$ bằng 10; đoạn giữa $(\beta), (\gamma)$ bằng x .

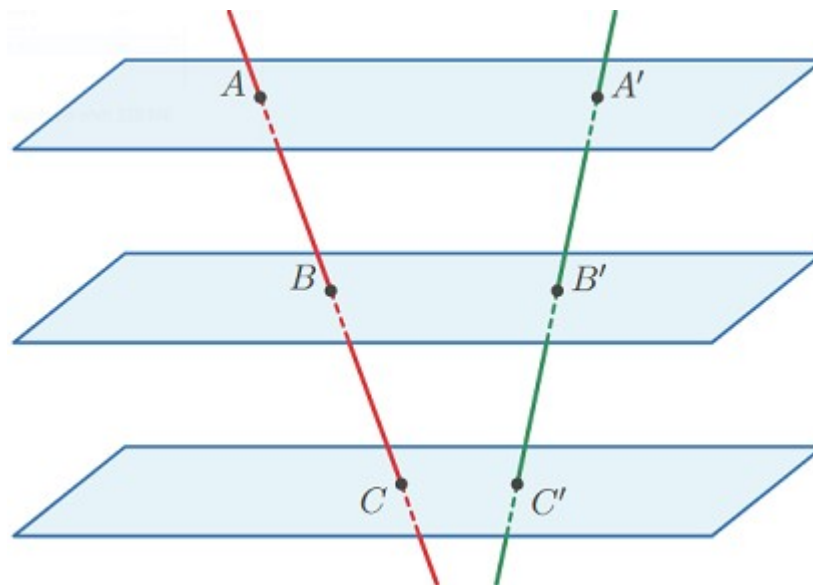
A. 12

B. 15

C. 18

D. 24

Lời giải



Ba mặt phẳng song song cắt hai cát tuyến nên tỉ số các đoạn chắn tương ứng bằng nhau:

$$\frac{4}{6} = \frac{10}{x}.$$

Nhân chéo được $4x = 60$, do đó

$$x = 15.$$

Đáp án: Chọn B.

Câu 22. [TH] Trong tam giác SAB , lấy $M \in SA, N \in SB$ sao cho $MN \parallel AB$. Biết $SM : MA = 2 : 3$ và $AB = 15$ cm. Độ dài MN bằng

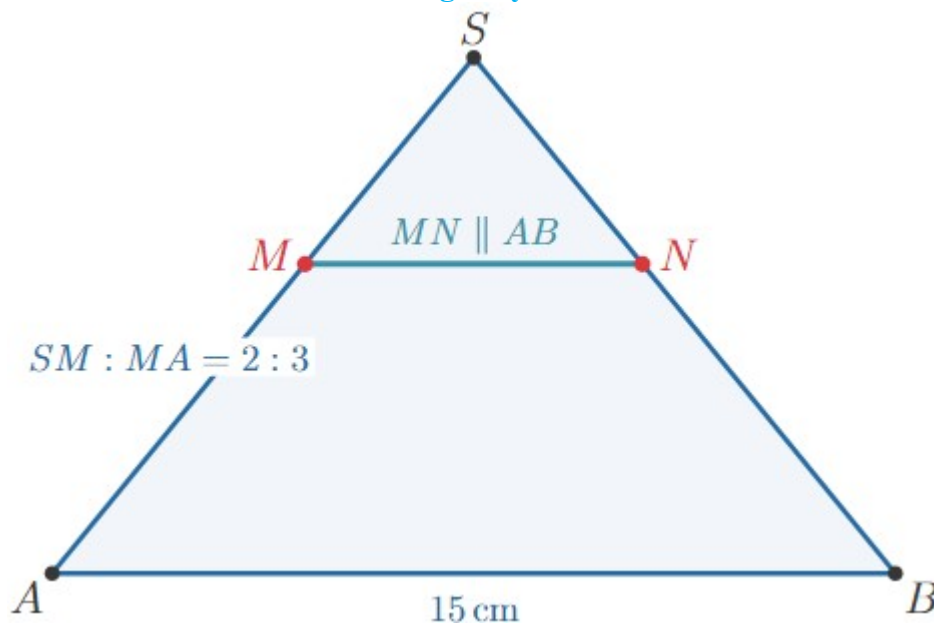
A. 6 cm

B. 9 cm

C. 10 cm

D. 12 cm

Lời giải



Từ $SM : MA = 2 : 3$ suy ra $SA = SM + MA \Rightarrow \frac{SM}{SA} = \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$.

Vì $MN \parallel AB$, hai tam giác SMN và SAB đồng dạng.

$$\text{Do đó } \frac{MN}{AB} = \frac{SM}{SA} = \frac{2}{5}.$$

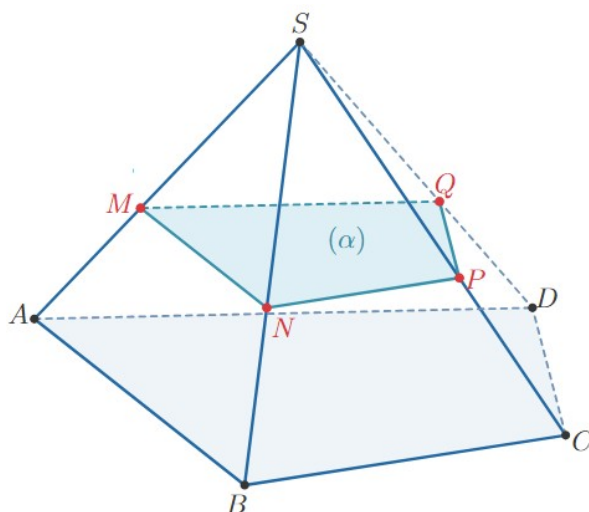
$$\text{Suy ra } MN = 15 \cdot \frac{2}{5} = 6 \text{ cm.}$$

Đáp án: Chọn A.

Câu 23. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có chu vi đáy bằng 40 cm. Mặt phẳng (α) song song với đáy, cắt các cạnh bên tạo thiết diện $MNPQ$ và $\frac{SM}{SA} = \frac{3}{5}$. Chu vi thiết diện $MNPQ$ bằng

- A. 24 cm
- B. 20 cm
- C. 30 cm
- D. 32 cm

Lời giải



Mặt phẳng (α) song song với đáy nên thiết diện $MNPQ$ đồng dạng với đáy $ABCD$ theo tỉ số

$$k = \frac{SM}{SA} = \frac{3}{5}.$$

Chu vi của hai hình đồng dạng tỉ lệ với tỉ số đồng dạng. Vì chu vi đáy bằng 40 cm nên

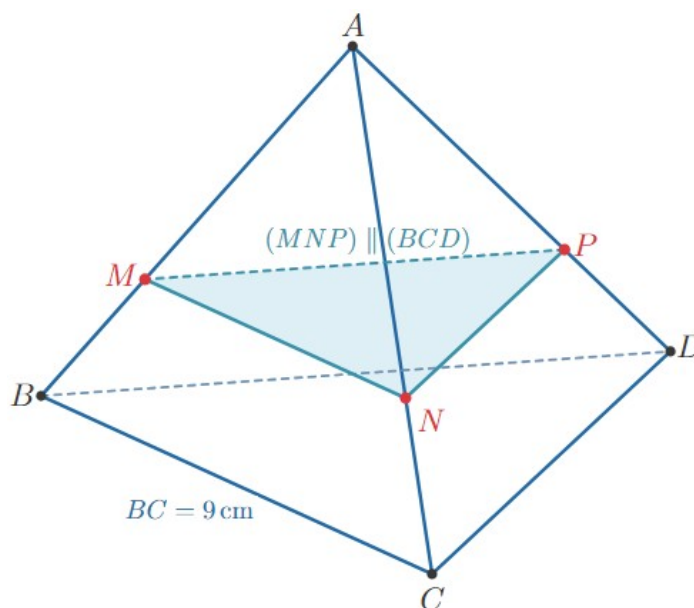
$$P_{MNPQ} = \frac{3}{5} \cdot 40 = 24 \text{ cm.}$$

Đáp án: Chọn A.

Câu 24. [VD] Cho tứ diện $ABCD$. Điểm $M \in AB$ thỏa mãn $AM : MB = 2 : 1$. Qua M dựng mặt phẳng song song với (BCD) cắt AC, AD lần lượt tại N, P . Biết $BC = 9 \text{ cm}$. Khi đó MN bằng

- A. 3 cm
- B. 4,5 cm
- C. 6 cm
- D. 7,5 cm

Lời giải



Ta có $AM : MB = 2 : 1$, nên $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{2+1} = \frac{2}{3}$.

Mặt phẳng qua M song song với (BCD) cắt AC, AD tại N, P .

Khi đó trong tam giác ABC , ta có $MN \parallel BC$.

Do đó hai tam giác AMN và ABC đồng dạng: $\frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.

Với $BC = 9 \text{ cm}$, $MN = 9 \cdot \frac{2}{3} = 6 \text{ cm}$.

Đáp án: Chọn C.

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 25. [NB] Trong định nghĩa phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương Δ , điều kiện đối với phương chiếu Δ là

- A. $\Delta \subset (P)$
- B. $\Delta \parallel (P)$
- C. Δ cắt (P)
- D. $\Delta \perp (P)$

Lời giải

Để phép chiếu song song lên mặt phẳng (P) theo phương Δ xác định được với mọi điểm, đường thẳng đại diện cho phương chiếu phải cắt mặt phẳng chiếu. Nếu $\Delta \cap (P)$ thì đường qua một điểm theo phương Δ có thể không gặp (P) .

Do đó điều kiện là Δ cắt (P) .

Đáp án: Chọn C.

Câu 26. [NB] Trong một phép chiếu song song, đường thẳng a không cùng phương với phương chiếu. Hình chiếu của a là

- A. một điểm
- B. một đường thẳng
- C. một đường tròn
- D. một mặt phẳng

Lời giải

Một tính chất của phép chiếu song song là: nếu đường thẳng a không cùng phương với phương chiếu thì hình chiếu của a là một đường thẳng. Chỉ khi a cùng phương với phương chiếu thì hình chiếu mới có thể suy biến thành một điểm.

Đáp án: Chọn B.

Câu 27. [TH] Tam giác ABC được chiếu song song thành tam giác $A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và G' là hình chiếu của G . Khi đó G' là

- A. trung điểm của $A'B'$
- B. trực tâm của tam giác $A'B'C'$
- C. tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$
- D. trọng tâm của tam giác $A'B'C'$

Lời giải

Trọng tâm G nằm trên mỗi đường trung tuyến và chia đường trung tuyến theo tỉ số $2:1$ tính từ đỉnh. Phép chiếu song song bảo toàn tính thẳng hàng và tỉ số của các đoạn thẳng cùng nằm trên một đường thẳng.

Vì vậy hình chiếu G' vẫn nằm trên ba đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$ và vẫn chia mỗi trung tuyến theo tỉ số $2:1$.

Do đó G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

Đáp án: Chọn D.

Câu 28. [TH] Hình bình hành $ABCD$ có $O = AC \cap BD$. Qua một phép chiếu song song, các điểm tương ứng là A', B', C', D', O' . Khẳng định nào đúng?

- A. O' là trung điểm của cả $A'C'$ và $B'D'$
- B. $O' \equiv A'$
- C. $A'C' \perp B'D'$
- D. $A'B' = AB$

Lời giải

Trong hình bình hành $ABCD$, hai đường chéo cắt nhau tại trung điểm của mỗi đường, nên O là trung điểm của AC và BD .

Phép chiếu song song bảo toàn tính thẳng hàng và tỉ số trên cùng một đường thẳng. Vì thế O' là trung điểm của $A'C'$ và đồng thời là trung điểm của $B'D'$.

Phép chiếu song song không bảo toàn góc hay độ dài nói chung, nên các phương án còn lại không bắt buộc đúng.

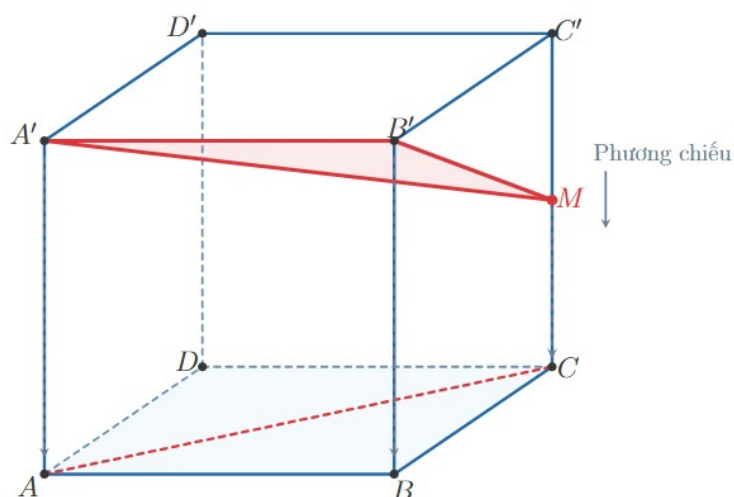
Đáp án: Chọn A.

Câu 29. [VD] Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của CC' . Chiếu song song tam giác $A'B'M$ lên mặt phẳng $(ABCD)$ theo phương AA' . Hình chiếu thu được là tam giác

- A. ABC

B. ABD C. ACD D. BCD

Lời giải



Phương chiếu là phương AA' , tức cùng phương với các cạnh đứng AA', BB', CC', DD' .

A' chiếu xuống A ;

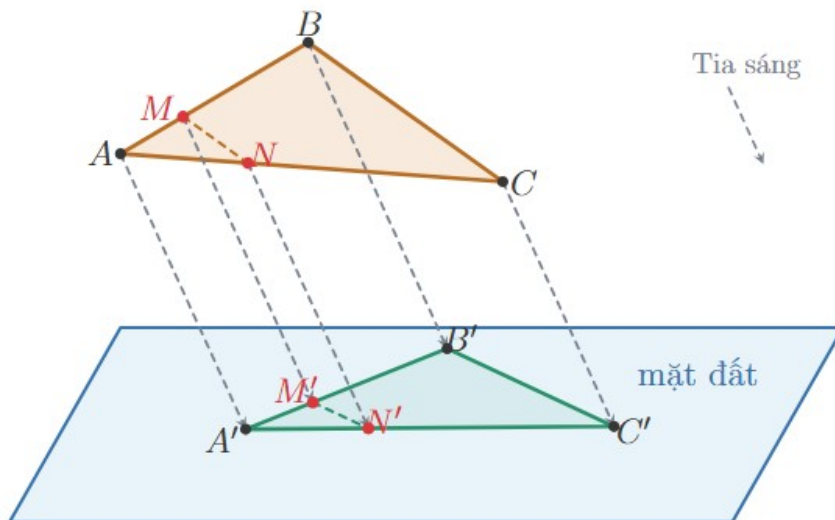
B' chiếu xuống B ;

$M \in CC'$ nên đường qua M song song với AA' chính là đường thẳng CC' , cắt đáy tại C .

Vì vậy tam giác $A'B'M$ được chiếu thành tam giác ABC .

Đáp án: Chọn A.

Câu 30. [VD] Một bình báo hình tam giác ABC đặt nghiêng. Trên AB, AC lấy M, N sao cho $AM : MB = AN : NC = 1 : 2$. Dưới các tia sáng song song, bóng của các điểm trên mặt đất lần lượt là A', B', C', M', N' . Giả sử hình chiếu. Khẳng định đúng là



A. $M'N'$ cắt $B'C'$

B. $M'N' \parallel B'C'$ và $\frac{M'N'}{B'C'} = \frac{1}{2}$

C. $M'N' \parallel B'C'$ và $\frac{M'N'}{B'C'} = \frac{1}{3}$

D. $M'N' \perp B'C'$

Lời giải

Từ $AM : MB = 1 : 2$ suy ra

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}.$$

Tương tự $\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$. Trong tam giác ABC , theo định lý Ta-lét đảo,
 $MN \parallel BC$

và

$$\frac{MN}{BC} = \frac{1}{3}.$$

Phép chiếu song song bảo toàn tính song song và tỉ số độ dài của hai đoạn nằm trên hai đường thẳng song song, nên

$$M'N' \parallel B'C', \frac{M'N'}{B'C'} = \frac{1}{3}.$$

Đáp án: Chọn C.

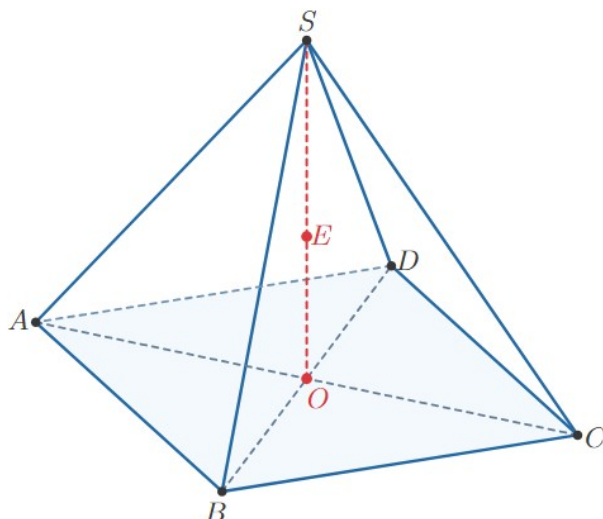
PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian

Câu 31. [TH] Cho hình chóp $S.ABCD$ có $AC \cap BD = O$. Lấy $E \in SO$ với $E \neq S, O$. Xét các nhận định sau:

- a) Ba điểm S, O, E đều thuộc cả hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) .
- b) $(SAC) \cap (SBD) = SO$.
- c) $(EAC) \cap (EBD) = EO$.
- d) AB là giao tuyến của (SAC) và (SBD) .

Lời giải



- a) **Đúng.** Ta có $O \in AC \subset (SAC)$ và $O \in BD \subset (SBD)$; điểm S thuộc cả hai mặt phẳng. Vì $E \in SO$, mà SO nằm trong cả hai mặt phẳng, nên E cũng thuộc cả hai mặt phẳng.
- b) **Đúng.** Hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) có hai điểm chung phân biệt S, O , nên giao tuyến của chúng là SO .
- c) **Đúng.** Hai mặt phẳng (EAC) và (EBD) có hai điểm chung phân biệt E, O , nên giao tuyến là EO .
- d) **Sai.** AB không nằm đồng thời trong hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) . Giao tuyến đúng là SO .

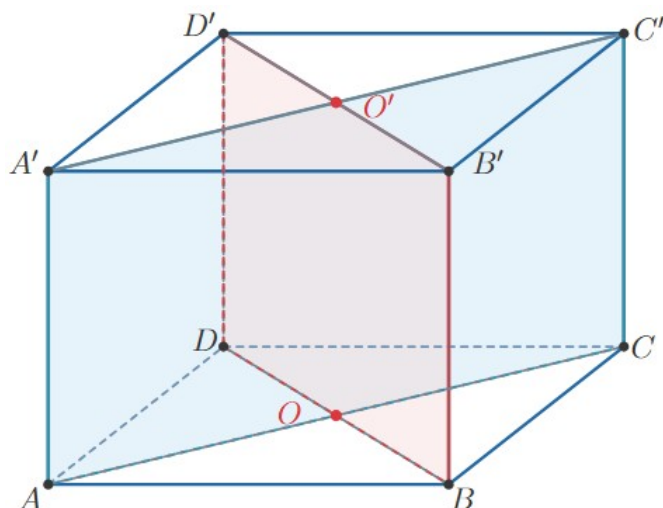
Đáp án: Đ - Đ - Đ - S.

Câu 32. [VD] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi $O = AC \cap BD$, $O' = A'C' \cap B'D'$.

- a) $(ABB'A') \cap (BCC'B') = BB'$.
- b) $(ABCD) \cap (A'B'C'D') = AA'$.
- c) $(ACC'A') \cap (BDD'B') = OO'$.

d) $(ABC) \cap (A'BC) = BC$

Lời giải



a) **Đúng.** Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$ có hai điểm chung B, B' , nên giao tuyến là BB' .

b) **Sai.** Hai mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ của hình hộp song song, nên không có giao tuyến.

c) **Đúng.** O nằm trên cả AC và BD ; O' nằm trên cả $A'C'$ và $B'D'$. Vì vậy hai mặt phẳng chéo có giao tuyến OO' .

d) **Đúng.** Mặt phẳng (ABC) chính là mặt phẳng đáy và chứa B, C . Mặt phẳng $(A'BC)$ cũng chứa B, C . Hai mặt phẳng phân biệt nên giao tuyến là BC .

Đáp án: Đ – S – Đ – Đ

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 33. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC .

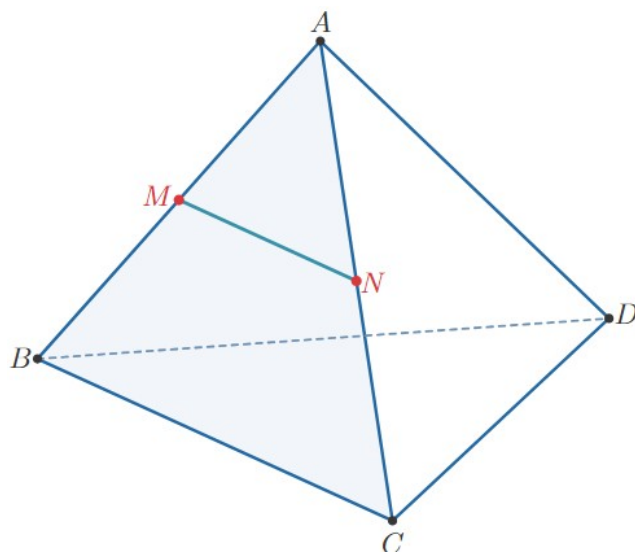
a) $MN \parallel BC$

b) $MN \parallel (BCD)$

c) $MN \parallel (ABD)$

d) $BC \parallel (DMN)$

Lời giải



a) **Đúng.** Trong tam giác ABC , M, N là trung điểm của AB, AC nên MN là đường trung bình, do đó $MN \parallel BC$.

b) Đúng. Ta có $BC \subset (BCD)$ và $MN \parallel BC$. Mặt phẳng (ABC) cắt (BCD) theo BC , trong khi $MN \subset (ABC)$ và $MN \parallel BC$, nên MN không cắt (BCD) . Suy ra $MN \parallel (BCD)$.

c) Sai. Điểm $M \in AB \subset (ABD)$, nên MN có điểm chung M với mặt phẳng (ABD) . Do đó MN không song song với (ABD) .

d) Đúng. Mặt phẳng (DMN) cắt mặt phẳng (ABC) theo MN . Vì $BC \subset (ABC)$ và $BC \parallel MN$, nên BC không cắt (DMN) . Suy ra $BC \parallel (DMN)$.

Đáp án: Đ – Đ – S – Đ.

Câu 34. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA, SD .

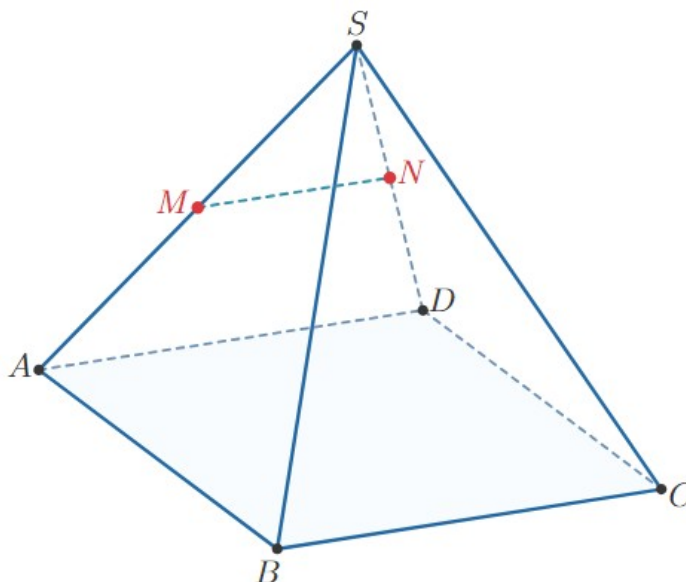
a) $MN \parallel AD$.

b) $MN \parallel (ABCD)$.

c) $M \in (ABCD)$.

d) $BC \parallel (SMN)$.

Lời giải



a) Đúng. Trong tam giác SAD , M, N là trung điểm của SA, SD nên $MN \parallel AD$.

b) Đúng. Vì $AD \subset (ABCD)$, $MN \parallel AD$ và MN không nằm trong mặt phẳng đáy, nên $MN \parallel (ABCD)$.

c) Sai. M là trung điểm của cạnh bên SA , nên M không thuộc mặt phẳng đáy $(ABCD)$.

d) Đúng. Do S, M, N cùng thuộc mặt phẳng (SAD) nên $(SMN) = (SAD)$. Đáy $ABCD$ là hình bình hành nên $BC \parallel AD$. Mặt phẳng (SAD) cắt đáy theo AD ; vì $BC \parallel AD$, suy ra $BC \parallel (SMN)$.

Đáp án: Đ – Đ – S – Đ.

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

Câu 35. [TH] Cho $(\alpha) \parallel (\beta)$. Mặt phẳng (γ) cắt $(\alpha), (\beta)$ lần lượt theo a, b . Mặt phẳng (δ) khác $(\alpha), (\beta)$ và $(\delta) \parallel (\alpha)$.

a) $a \parallel b$.

b) Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với (β) .

c) Mọi đường thẳng nằm trong (α) đều song song với mọi đường thẳng nằm trong (β) .

d) $(\delta) \parallel (\beta)$.

Lời giải

a) **Đúng.** Một mặt phẳng thứ ba cắt hai mặt phẳng song song thì hai giao tuyến song song, nên $a \parallel b$.

b) **Đúng.** Nếu $d \subset (\alpha)$ mà d cắt (β) thì (α) và (β) có điểm chung, trái với $(\alpha) \parallel (\beta)$. Vậy mọi đường thẳng trong (α) đều song song với (β) .

c) **Sai.** Hai đường thẳng nằm trong hai mặt phẳng song song không nhất thiết song song với nhau; chúng có thể có hai phương khác nhau.

d) **Đúng.** Hai mặt phẳng (δ) và (β) cùng song song với (α) . Vì (δ) khác (β) nên $(\delta) \parallel (\beta)$.

Đáp án: Đ – Đ – S – Đ.

Câu 36. [VD] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Trên AA', BB', CC' lấy M, N, P sao cho

$$\frac{AM}{AA'} = \frac{BN}{BB'} = \frac{CP}{CC'} = \frac{1}{4}.$$

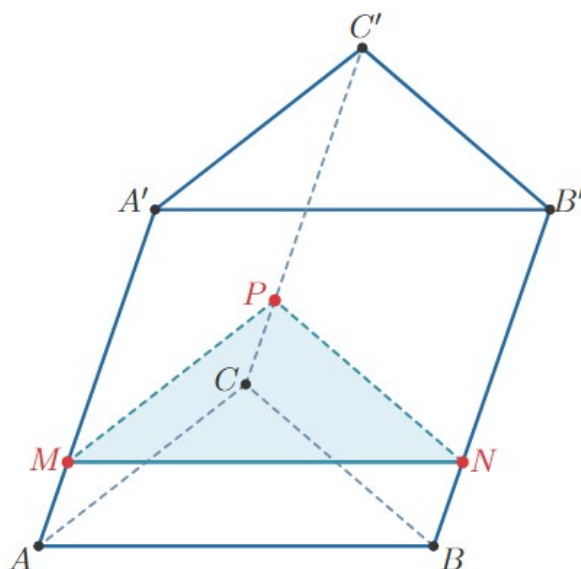
a) $(MNP) \parallel (ABC)$.

b) $MN \parallel AB$.

c) $NP \parallel BC$.

d) $(AMN) \parallel (ABC)$.

Lời giải



a) **Đúng.** Ba điểm M, N, P chia ba cạnh bên song song theo cùng tỉ số $\frac{1}{4}$, nên mặt phẳng qua chúng song song với đáy: $(MNP) \parallel (ABC)$.

b) **Đúng.** Trong mặt bên $ABB'A'$, hai điểm M, N ở cùng tỉ lệ trên AA', BB' , nên $MN \parallel AB$.

c) **Đúng.** Tương tự, trong mặt bên $BCC'B'$ ta có $NP \parallel BC$.

d) **Sai.** Vì $A, M \in AA'$ và $N \in BB'$, mặt phẳng (AMN) chính là mặt bên $(ABB'A')$. Mặt bên này cắt mặt phẳng đáy (ABC) theo AB , nên không song song với (ABC) .

Đáp án: Đ – Đ – Đ – S.

Đơn vị kiến thức 4. Tỉ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 37. [TH] Ba mặt phẳng đôi một song song cắt hai cát tuyến lần lượt tại A, B, C và A', B', C' . Biết $AB = 6$, $BC = 9$, $A'B' = 10$.

a) $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$.

- $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{2}{3}$.
b) $\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{2}{3}$.
c) $B'C' = 15$.
d) $A'C' = 18$.

Lời giải

- a) Đúng.** Ta có $\frac{AB}{BC} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$.
b) Đúng. Ba mặt phẳng song song cắt hai cát tuyến nên

$$\frac{A'B'}{B'C'} = \frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}.$$

- c) Đúng.** Từ $\frac{10}{B'C'} = \frac{2}{3}$, suy ra

$$B'C' = 10 \cdot \frac{3}{2} = 15.$$

- d) Sai.** Vì A', B', C' theo thứ tự trên cùng cát tuyến,
 $A'C' = A'B' + B'C' = 10 + 15 = 25$,

không phải 18.

Đáp án: Đ – Đ – Đ – S.

Câu 38. [VD] Cho tứ diện $SABC$. Lấy $M \in SA, N \in SB, P \in SC$ sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{5}$.

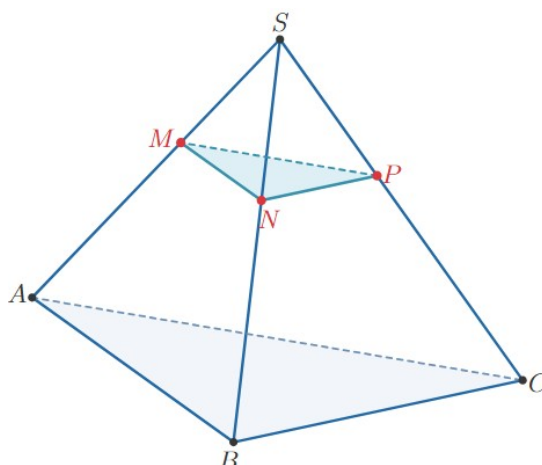
- a)** $(MNP) \parallel (ABC)$.

- b)** $\frac{MN}{AB} = \frac{2}{5}$.

- c)** Tỉ số diện tích $\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \frac{2}{5}$.

- d)** Nếu $AB = 15$ cm thì $MN = 6$ cm.

Lời giải



- a) Đúng.** Ba điểm M, N, P nằm trên SA, SB, SC với cùng tỉ số tính từ S , nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

- b) Đúng.** Hai tam giác SMN và SAB đồng dạng với tỉ số $\frac{2}{5}$, nên

$$\frac{MN}{AB} = \frac{2}{5}.$$

- c) Sai.** Tỉ số diện tích bằng bình phương tỉ số đồng dạng:

$$\frac{S_{MNP}}{S_{ABC}} = \left(\frac{2}{5}\right)^2 = \frac{4}{25},$$

không phải $\frac{2}{5}$.

d) **Đúng.** Nếu $AB = 15$ cm thì

$$MN = \frac{2}{5} \cdot 15 = 6 \text{ cm.}$$

Đáp án: Đ – Đ – S – Đ.

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 39. [TH] Tam giác ABC được chiếu song song thành $A'B'C'$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC và G là trọng tâm tam giác ABC . Các hình chiếu tương ứng là M', N', G' .

a) M' là trung điểm của $A'B'$.

b) $M'N' \parallel B'C'$.

c) G' là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

d) $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$ luôn đúng.

Lời giải

a) **Đúng.** M là trung điểm của AB , tức $\frac{AM}{MB} = 1$. Phép chiếu song song bảo toàn tỉ số trên một đường thẳng, nên M' là trung điểm của $A'B'$.

b) **Đúng.** Trong tam giác ABC , M, N là trung điểm của AB, AC nên $MN \parallel BC$. Phép chiếu song song bảo toàn tính song song, vì vậy $M'N' \parallel B'C'$.

c) **Đúng.** Trọng tâm được xác định bởi các đường trung tuyến và tỉ số $2:1$ trên mỗi trung tuyến; các tính chất này được phép chiếu song song bảo toàn. Vì thế G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

d) **Sai.** Phép chiếu song song nói chung không bảo toàn số đo góc, nên không thể khẳng định $\widehat{B'A'C'} = \widehat{BAC}$.

Đáp án: Đ – Đ – Đ – S.

Câu 40. [VD] Một khung tam giác ABC có D là trung điểm của BC và có bóng $A'B'C'$ dưới các tia sáng song song. Gọi D' là bóng của D .

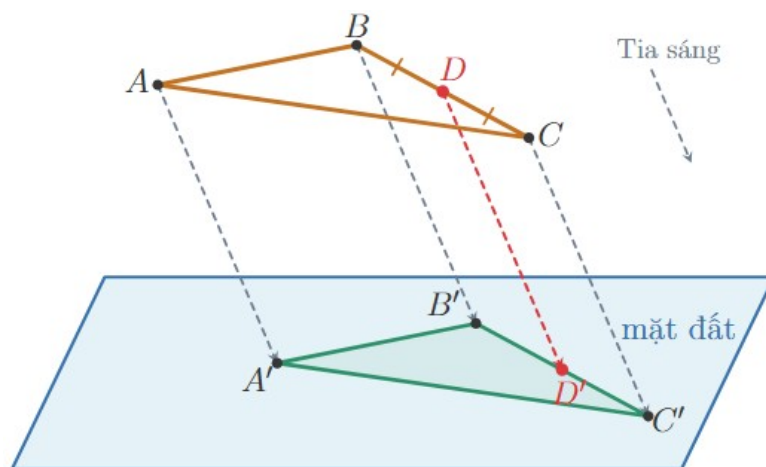
a) Ba điểm A', B', C' tạo thành một tam giác.

b) D' là trung điểm của $B'C'$.

c) $A'D'$ là một đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

d) Nếu $AD \perp BC$ thì luôn có $A'D' \perp B'C'$.

Lời giải



a) **Đúng.** Hình chiếu được giả sử, nên ba đỉnh A, B, C cho ba điểm A', B', C' không thẳng hàng; do đó chúng tạo thành một tam giác.

b) **Đúng.** D là trung điểm của BC . Phép chiếu song song bảo toàn tỉ số trên đường thẳng BC , nên D' là trung điểm của $B'C'$.

c) **Đúng.** Vì D' là trung điểm của $B'C'$, đoạn $A'D'$ là đường trung tuyến của tam giác $A'B'C'$.

d) **Sai.** Phép chiếu song song không bảo toàn góc vuông. Vì vậy từ $AD \perp BC$ không thể suy ra luôn có $A'D' \perp B'C'$.

Đáp án: Đ – Đ – Đ – S

PHẦN III. CÂU TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị kiến thức 1. Giao tuyến và giao điểm trong không gian

Câu 41. [TH] Cho tứ diện $ABCD$. Hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) có giao tuyến là AB . Có bao nhiêu đỉnh của tứ diện nằm trên giao tuyến này?

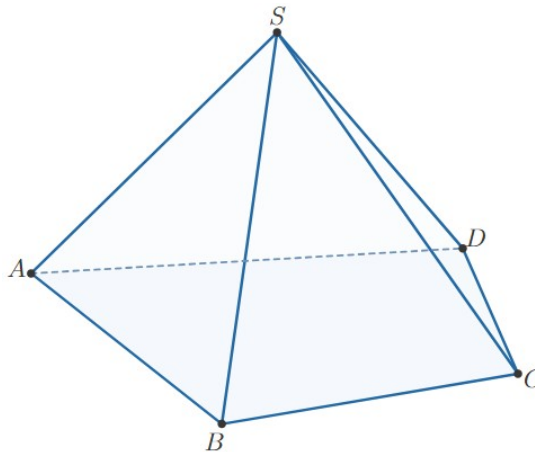
Lời giải

Giao tuyến của hai mặt phẳng (ABC) và (ABD) là đường thẳng AB . Trong bốn đỉnh A, B, C, D của tứ diện, chỉ có hai đỉnh A và B nằm trên đường thẳng AB .

Đáp án: 2.

Câu 42. [VD] Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là tứ giác lồi. Xét bốn mặt bên $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$. Có bao nhiêu cặp mặt bên kề nhau có giao tuyến là một cạnh bên của hình chóp?

Lời giải



Bốn mặt bên là $(SAB), (SBC), (SCD), (SDA)$. Các cặp mặt bên kề nhau là:
 (SAB) và (SBC) , giao tuyến SB ; (SBC) và (SCD) , giao tuyến SC ;
 (SCD) và (SDA) , giao tuyến SD ; (SDA) và (SAB) , giao tuyến SA .

Có tất cả 4 cặp mặt bên kề nhau có giao tuyến là một cạnh bên.

Đáp án: 4.

Đơn vị kiến thức 2. Đường thẳng song song với mặt phẳng

Câu 43. [TH] Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong bốn cạnh AB, BC, CD, DA của đáy, có bao nhiêu cạnh song song với mặt phẳng $(A'B'C'D')$?

Lời giải

Mặt phẳng $(ABCD)$ và mặt phẳng $(A'B'C'D')$ là hai mặt đối của hình hộp nên song song.

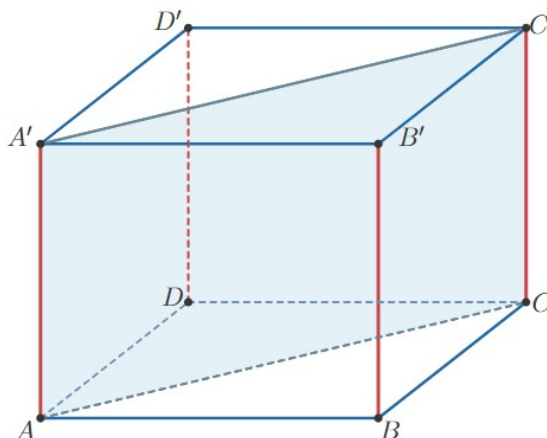
Mỗi cạnh AB, BC, CD, DA đều nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$. Vì hai mặt phẳng đáy và mặt trên song song, mỗi đường thẳng nằm trong đáy đều không có điểm chung với mặt phẳng trên, tức đều song song với $(A'B'C'D')$.

Vậy có 4 cạnh.

Đáp án: 4.

Câu 44. [VD] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong bốn cạnh đứng AA', BB', CC', DD' , có bao nhiêu cạnh song song với mặt phẳng chéo $(ACC'A')$?

Lời giải



Mặt phẳng chéo $(ACC'A')$ chứa hai cạnh đứng AA' và CC' . Vì một đường thẳng nằm trong mặt phẳng không được gọi là song song với chính mặt phẳng đó, hai cạnh này không được tính.

Hai cạnh đứng còn lại BB', DD' đều song song với AA' và không cắt mặt phẳng $(ACC'A')$. Do đó chúng song song với mặt phẳng chéo.

Vậy có 2 cạnh.

Đáp án: 2.

Đơn vị kiến thức 3. Hai mặt phẳng song song

Câu 45. [TH] Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Trong năm mặt còn lại, có bao nhiêu mặt phẳng chứa một mặt của hình lập phương song song với mặt phẳng $(ABCD)$?

Lời giải

Trong hình lập phương, mặt phẳng $(ABCD)$ chỉ có một mặt đối diện là $(A'B'C'D')$; hai mặt đối diện song song nhau.

Bốn mặt còn lại đều kề với đáy và cắt mặt phẳng $(ABCD)$ theo một cạnh của hình lập phương.

Vậy trong năm mặt còn lại chỉ có 1 mặt phẳng song song với $(ABCD)$.

Đáp án: 1.

Câu 46. [VD] Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Mặt phẳng (MNP) cắt ba cạnh bên ở cùng một tỉ lệ tính từ đáy nên $(MNP) \parallel (ABC)$. Trong các mặt phẳng $(ABC), (A'B'C'), (MNP), (ABB'A'), (BCC'B')$, có bao nhiêu mặt phẳng song song với (MNP) ?

Lời giải

Do $(MNP) \parallel (ABC)$ và hai đáy của lăng trụ thỏa mãn $(ABC) \parallel (A'B'C')$,

nên cả hai mặt phẳng (ABC) và $(A'B'C')$ đều song song với (MNP) .

Mặt phẳng (MNP) không được tính là song song với chính nó. Hai mặt bên $(ABB'A')$ và $(BCC'B')$ cắt (MNP) theo các đoạn thẳng nên không song song với (MNP) .

Vậy có 2 mặt phẳng.

Đáp án: 2.

Đơn vị kiến thức 4. Tỉ số và thiết diện tạo bởi các quan hệ song song

Câu 47. [TH] Cho tứ diện $SABC$. Điểm $M \in SA$ với $SM = 3$ cm, $MA = 2$ cm. Qua M dựng mặt phẳng song song với (ABC) cắt SB tại N . Biết $SB = 20$ cm. Tính SN (cm).

Lời giải

Ta có

$$SA = SM + MA = 3 + 2 = 5 \text{ cm.}$$

Mặt phẳng qua M song song với (ABC) cắt SB tại N , nên trong tam giác SAB ta có $MN \parallel AB$.

$$\frac{SN}{SB} = \frac{SM}{SA} = \frac{3}{5}.$$

Vì vậy

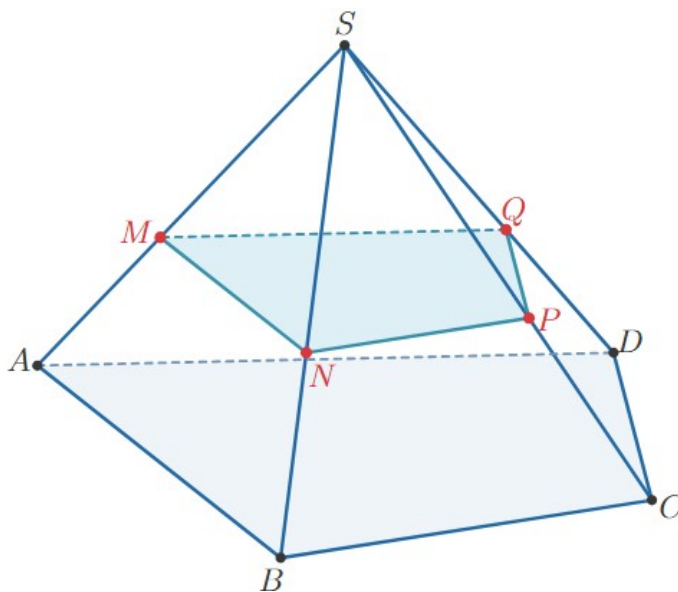
$$SN = 20 \cdot \frac{3}{5} = 12 \text{ cm.}$$

Với $SB = 20 \text{ cm}$,

Đáp án: 12.

Câu 48. [VD] Một mô hình hình chóp được cắt bởi một mặt phẳng song song với đáy. Thiết diện có tỉ số đồng dạng so với đáy bằng $0,6$ và có chu vi 18 cm . Tính chu vi đáy (cm).

Lời giải



Thiết diện song song với đáy nên đồng dạng với đáy. Tỉ số đồng dạng giữa thiết diện và đáy là $k = 0,6$. Chu vi hai hình đồng dạng cũng tỉ lệ theo k :

$$\frac{P_{\text{thiết diện}}}{P_{\text{đáy}}} = 0,6.$$

$$\text{Do } P_{\text{thiết diện}} = 18 \text{ cm, } P_{\text{đáy}} = \frac{18}{0,6} = 30 \text{ cm.}$$

Đáp án: 30.

Đơn vị kiến thức 5. Phép chiếu song song và hình biểu diễn

Câu 49. [TH] Một tam giác cùng ba đường trung tuyến được chiếu song song lên một mặt phẳng. Có bao nhiêu đường trung tuyến của tam giác hình chiếu đi qua hình chiếu của trọng tâm?

Lời giải

Một tam giác có đúng ba đường trung tuyến và cả ba cùng đi qua trọng tâm. Phép chiếu song song bảo toàn trung điểm của mỗi cạnh, nên hình chiếu của mỗi đường trung tuyến vẫn là một đường trung tuyến của tam giác hình chiếu.

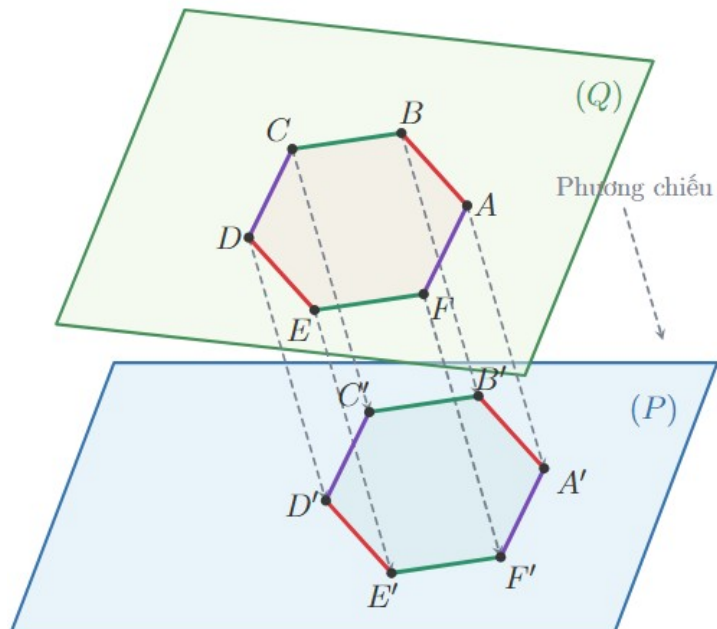
Hình chiếu của trọng tâm là trọng tâm của tam giác hình chiếu, do đó cả ba đường trung tuyến của tam giác hình chiếu đều đi qua điểm này.

Đáp án: 3.

Câu 50. [VD] Một lục giác đều được chiếu song song lên một mặt phẳng. Hình chiếu của lục giác có bao nhiêu cặp cạnh đối song song?

Cần hình: Vẽ một lục giác đều trong một mặt phẳng nghiêng và hình chiếu song song của nó trên mặt phẳng khác; làm rõ ba cặp cạnh đối tương ứng.

Lời giải



Lục giác đều có ba cặp cạnh đối song song. Chẳng hạn, nếu các đỉnh theo thứ tự là A, B, C, D, E, F thì $AB \parallel DE, BC \parallel EF, CD \parallel FA$.

Phép chiếu song song bảo toàn tính song song của các đường thẳng không cùng phương với phương chiếu. Vì vậy ba cặp cạnh đối tượng ứng của hình chiếu vẫn song song.

Vậy hình chiếu có 3 cặp cạnh đối song song.

Đáp án: 3.