

Họ và tên thí sinh: ..... Số báo danh: ..... Mã Đề 1001

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian  $Oxyz$ , đường thẳng  $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{5}$  có một vectơ chỉ phương là

- A.  $\vec{u}_3(0; -1; 2)$ . B.  $\vec{u}_4(3; -4; 5)$ . C.  $\vec{u}_1(3; 4; 5)$ . D.  $\vec{u}_2(0; 1; -2)$ .

Câu 2. Theo một báo cáo của Common Sense Media, thời gian sử dụng thiết bị số của thanh thiếu niên có thể liên quan đến hiện tượng “Brain rot” (suy giảm khả năng tập trung do sử dụng quá nhiều nội dung số, như video ngắn) đang ngày càng phổ biến ở học sinh. Một khảo sát 100 học sinh lớp 12 cho kết quả như sau:

| Thời gian (giờ) | [0; 2) | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) |
|-----------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Số học sinh     | 10     | 20     | 30     | 25     | 15      |

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

- A. [4; 6). B. [2; 4). C. [8; 10). D. [6; 8).

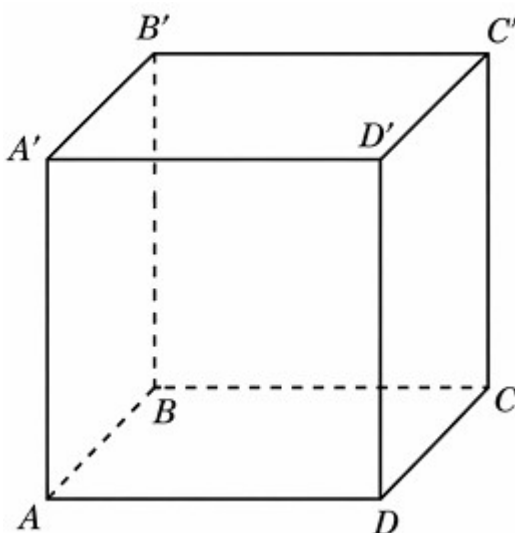
Câu 3. Cấp số nhân  $(u_n)$  có số hạng đầu là  $u_1 = -2$  và công bội  $q = 3$  thì có số hạng  $u_4$  bằng

- A. -54. B. -18. C. 81. D. 7.

Câu 4. Tập nghiệm của phương trình  $\tan x = 1$  là

- A.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . B.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ . C.  $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .  
D.  $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ .

Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  (xem hình bên). Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với đường thẳng

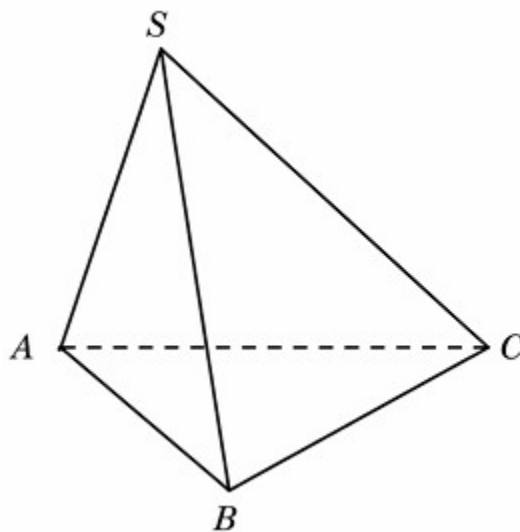


- A.  $AB'$ . B.  $A'B'$ . C.  $B'D$ . D.  $BB'$ .

Câu 6. Nghiệm của phương trình  $\log(4x-8) = 2$  là

- A.  $x = \frac{5}{2}$ . B.  $x = 27$ . C.  $x = \frac{e^2 + 8}{4}$ . D.  $x = 256$ .

Câu 7. Cho hình chóp  $S.ABC$  (xem hình bên). Tìm mệnh đề đúng.



- A.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SC}$  . B.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{CS}$  . C.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AS}$  . D.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SA}$  .

Câu 8. Đồ thị hàm số  $y = \frac{2x-1}{x+2}$  có tiệm cận ngang là

- A.  $y = -\frac{1}{2}$  . B.  $y = \frac{1}{2}$  . C.  $y = 2$  . D.  $y = -2$  .

Câu 9. Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = \frac{x+1}{x}$  trên khoảng  $(0; +\infty)$  là:

- A.  $x + \ln x + C$  . B.  $-\frac{1}{x^2} + C$  . C.  $\frac{1}{x^2} + C$  . D.  $\ln x + C$  .

Câu 10. Trong không gian  $Oxyz$ , cho điểm  $M(0; -1; 0)$  và điểm  $N(5; 0; -2)$ . Mặt phẳng đi qua điểm  $M$  và vuông góc với  $MN$  có phương trình là

- A.  $5x + y - 2z - 1 = 0$  . B.  $5x + y - 2z + 1 = 0$  . C.  $5x - y - 2z - 1 = 0$  . D.  $5x + y - 2z - 29 = 0$  .

Câu 11. Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi và  $SA$  vuông góc mặt phẳng  $(ABCD)$ . Biết  $SA = 3$ ,  $AC = 4$ ,  $BD = 5$ . Thể tích khối chóp  $S.ABCD$  bằng

- A. 10 . B. 30 . C. 60 . D. 20 .

Câu 12. Tập nghiệm của bất phương trình  $0,5^x \leq 4$  là:

- A.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$  . B.  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$  . C.  $[-2; +\infty)$  . D.  $(-\infty; -2]$  .

**PHẦN II.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$ .

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng  $x = 1$ .

b) Hàm số đã cho có đạo hàm  $f'(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1$ .

c) Hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị.

d) Hàm số  $f(x)$  không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng  $(1; +\infty)$ .

Câu 2. Trong công nghệ ô tô điện (EV), Hệ thống Quản lý Pin (BMS) của xe sẽ tự động điều chỉnh dòng điện để bảo vệ tuổi thọ pin. Một trạm sạc DC siêu nhanh có công suất truyền vào pin  $P(t)$  (kW) theo thời gian  $t$  (giờ) kể từ lúc bắt đầu cắm sạc được tính bằng hàm số:

$P(t) = 250 \cdot e^{-kt}$ , với  $k$  là một hằng số dương đặc trưng cho giới hạn tản nhiệt của dòng xe đó.

Biết rằng, ngay tại thời điểm vừa cắm sạc, tốc độ sụt giảm công suất sạc là  $625 \text{ kW/giờ}$ . Thực tế, BMS của xe sẽ tự động ngắt sạc (báo pin đầy) khi công suất sạc giảm xuống chỉ còn bằng  $1\%$  so với công suất ban đầu.

a) Công suất sạc ban đầu ngay khi cắm sạc là  $250 \text{ kW}$ .

b) Tốc độ thay đổi công suất tại thời điểm  $t$  là  $P'(t) = 250k \cdot e^{-kt}$ .

c) Công suất sạc giảm dần theo thời gian và  $k = 2,5$ .

d) Thời gian từ lúc bắt đầu cắm sạc đến khi hệ thống tự ngắt kéo dài không quá  $111$  phút.

**Câu 3.** Trong một buổi hội thảo chuyên đề về ứng dụng Trí tuệ nhân tạo (AI) trong học tập, có  $300$  học sinh khối 11 và  $200$  học sinh khối 12 tham gia. Qua khảo sát thực tế, tỉ lệ học sinh khối 11 có sử dụng hệ thống chatbot AI hỗ trợ học tập là  $0,4$ ; trong khi tỉ lệ này ở khối 12 là  $0,7$ . Ban tổ chức chọn ngẫu nhiên một học sinh tham dự hội thảo để phỏng vấn.

a) Xác suất để học sinh được chọn tham gia phỏng vấn thuộc khối 12 là  $0,4$ .

b) Xác suất để chọn được một học sinh khối 11 và em này có sử dụng chatbot AI là  $0,24$ .

c) Xác suất để học sinh được chọn có sử dụng chatbot AI là  $0,55$ .

d) Giả sử học sinh được chọn phỏng vấn cho biết mình có sử dụng chatbot AI, xác suất học sinh đó thuộc

khối 12 là  $\frac{7}{13}$ .

**Câu 4.** Bay Flycam trái phép là hành vi tiềm ẩn nguy cơ uy hiếp trực tiếp an toàn hàng không, lĩnh vực liên quan đến tính mạng của hàng trăm hành khách trên mỗi chuyến bay. Một cảng hàng không quốc tế thiết lập hệ thống radar giám sát được đặt tại gốc tọa độ  $O(0;0;0)$  trong không gian  $Oxyz$  (đơn vị:  $1 \text{ km}$ , mặt phẳng  $Oxy$  là mặt đất). Tại thời điểm  $t = 0$ , radar quét được tín hiệu một flycam xâm nhập tại điểm  $A(4; 2; 2)$  và đang bay theo đường thẳng với vectơ vận tốc  $\vec{v}_1(-1; 0; 0)$  (đơn vị:  $\text{km/phút}$ ). Cùng lúc đó, một máy bay chở khách A321 đang chờ lệnh cất cánh tại điểm  $B(0; -2; 0)$ . Nếu được cấp phép, quỹ đạo cất cánh dự kiến của máy bay là một đường thẳng với vectơ vận tốc  $\vec{v}_2(0; 4; 3)$  (đơn vị:  $\text{km/phút}$ ). Kiểm soát viên không lưu không được phép cấp lệnh cất cánh cho máy bay thương mại nếu hệ thống dự báo có bất kì thời điểm nào khoảng cách giữa máy bay và vật thể lạ nhỏ hơn  $5 \text{ km}$ .

a) Khoảng cách từ vị trí ban đầu của máy bay đến Flycam tại thời điểm phát hiện lớn hơn  $5 \text{ km}$ .

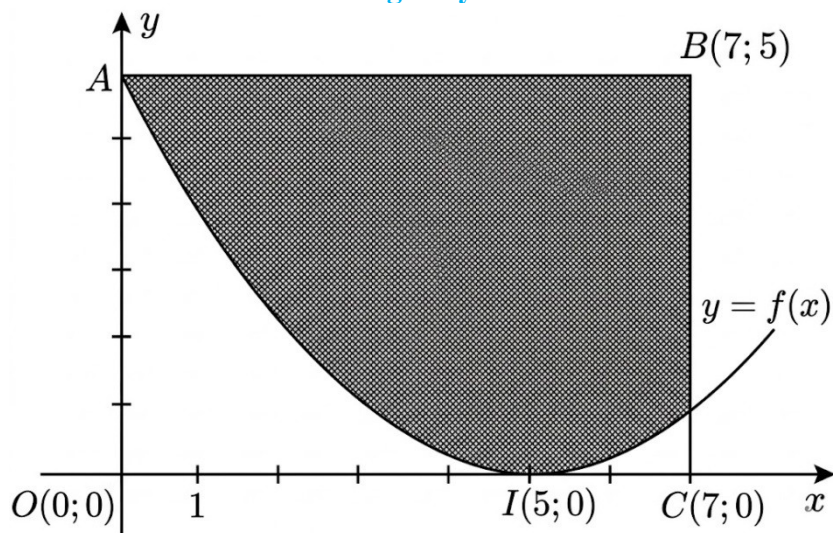
b) Phương trình đường thẳng mô tả quỹ đạo máy bay cất cánh là  $x = 0, y = -2 + 4t, z = 3t$ .

c) Tốc độ của Flycam là  $1 \text{ km/h}$  và tốc độ cất cánh dự kiến của máy bay A321 là  $300 \text{ km/h}$ .

d) Nếu máy bay A321 được phép cất cánh, khoảng cách ngắn nhất giữa nó và chiếc Flycam sẽ đạt được vào thời điểm  $1$  phút kể từ lúc rời đường băng.

**PHẦN III.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1.** Một bảng quảng cáo được minh họa bằng phần được tô màu như hình bên, đơn vị trên các trục đo bằng mét. Biết đường cong là một parabol có đỉnh  $I(5; 0)$  và  $OABC$  là hình chữ nhật. Tính diện tích của bảng quảng cáo theo mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng phần chục của mét vuông).



**Câu 2.** Một giải đấu eSports có 8 đội tuyển tham gia thi đấu loại trực tiếp, bắt đầu từ Tứ kết (8 đội được chia thành 4 cặp, đội thắng trong mỗi cặp sẽ tiến vào Bán kết, đội thua bị loại). Ban Tổ chức đánh số hạt giống các đội theo thứ tự từ mạnh đến yếu là 1 đến 8. Việc bốc thăm chia 4 cặp đấu Tứ kết được thực hiện ngẫu nhiên. Biết rằng khi thi đấu, đội có số hạt giống nhỏ hơn sẽ đánh bại đội có số hạt giống lớn hơn, tuy nhiên, có hai ngoại lệ: Đội số 8 luôn đánh bại Đội số 1 và Đội số 7 luôn đánh bại Đội số 2. Tính xác suất để Đội hạt giống số 3 giành chức vô địch giải đấu (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

**Câu 3.** Trong một xưởng in, người ta sản xuất hai loại poster quảng bá sự kiện. Loại I sử dụng 2 tờ giấy khổ lớn và 1 đơn vị mực màu, thu được 35 nghìn đồng. Loại II sử dụng 3 tờ giấy khổ lớn và 2 đơn vị mực màu, thu được 60 nghìn đồng. Biết rằng xưởng chỉ có tối đa 210 tờ giấy khổ lớn và 130 đơn vị mực màu và mỗi poster phải được in trọn vẹn. Hỏi số tiền lớn nhất mà xưởng có thể thu được là bao nhiêu (nghìn đồng)?

**Câu 4.** Cho khối lăng trụ đứng  $ABC.A'B'C'$  có độ dài cạnh bên bằng  $4\sqrt{2}$  và đáy là tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $C$ , có  $AC = 4$ . Gọi  $M$  là trung điểm của cạnh  $AA'$ , tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $C'M$  và  $AB$  (*không làm tròn ở các bước trung gian*).

**Câu 5.** Trong ngành hàng hải, lượng nhiên liệu tiêu thụ của một con tàu trong một đơn vị thời gian xấp xỉ tỷ lệ thuận với lập phương vận tốc của nó. Một tàu chở hàng xuất phát từ cảng Singapore đi đến cảng Tiên Sa cách 1000 hải lý. Gọi  $v$  (hải lý/giờ) là vận tốc của tàu ( $v > 0$ ). Dữ liệu kỹ thuật cho thấy chi phí nhiên liệu vận hành của con tàu là  $0,02 \cdot v^3$  (USD/giờ). Các chi phí vận hành cố định khác như lương thuyền viên, khấu hao, bảo hiểm,... không phụ thuộc vào vận tốc tàu là  $625$  USD/giờ. Hỏi thuyền trưởng cần duy trì vận tốc trung bình là bao nhiêu hải lý/giờ để tổng chi phí cho toàn bộ chuyến đi là thấp nhất?

**Câu 6.** Cho hàm số  $f(x) = 2^{x^2}$  và hàm số  $g(x) = \sqrt{\log_2 x}$ . Giả sử  $S = \int_1^{20} f(x) \cdot dx + \int_2^{2^{*10}} g(x) \cdot dx$  được viết dưới dạng  $S = a \cdot 2^b - c$ , với  $b$  là số nguyên và  $a, c$  là các số nguyên tố. Tính  $a + b + c$ .

----- HẾT -----

## ĐÁP ÁN THAM KHẢO

### PHẦN I.

| Câu    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| Đáp án | B | A | A | C | D | B | A | C | A | B  | A  | C  |

### PHẦN II.

| Câu | a    | b   | c    | d   |
|-----|------|-----|------|-----|
| 1   | Đúng | Sai | Đúng | Sai |

| Câu | a    | b    | c    | d    |
|-----|------|------|------|------|
| 2   | Đúng | Sai  | Đúng | Đúng |
| 3   | Đúng | Đúng | Sai  | Đúng |
| 4   | Đúng | Đúng | Sai  | Đúng |

**PHẦN III.**

| Câu | Đáp án |
|-----|--------|
| 1   | 26,1   |
| 2   | 0,03   |
| 3   | 4050   |
| 4   | 2      |
| 5   | 25     |
| 6   | 409    |

**LỜI GIẢI THAM KHẢO****PHẦN I.****Câu 1**

Đường thẳng có dạng đối xứng

$$\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{5}$$

nên một vectơ chỉ phương là

$$\vec{u} = (3; -4; 5)$$

Vậy chọn **B**.

**Câu 2**

Bảng tần số:

- [0; 2)  
• : 10
- [2; 4)  
• : 20
- [4; 6)  
• : 30
- [6; 8)  
• : 25

[8;10)

- : 15

Tần số tích lũy:

[0;2)

- đến : 10

[2;4)

- đến : 30

[4;6)

- đến : 60

[6;8)

- đến : 85

[8;10)

- đến : 100

Vì có 100 số liệu nên trung vị nằm giữa vị trí thứ 50 và 51.

[4;6)

Hai vị trí này đều rơi vào nhóm .

[4;6)

Vậy nhóm chứa trung vị là . Chọn **A**.

### Câu 3

Cấp số nhân có

$$u_1 = -2, q = 3$$

.

Ta có

$$u_4 = u_1 q^{4-1} = -2 \cdot 3^3 = -2 \cdot 27 = -54$$

.

Chọn **A**.

### Câu 4

$$\tan x = 1$$

Phương trình có nghiệm tổng quát:

$$x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

.

Chọn **C**.

### Câu 5

Trong hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$ , các cạnh bên  $AA', BB', CC', DD'$  đều vuông góc với mặt phẳng đáy  $(ABCD)$ .

Trong các phương án, chỉ có  $BB'$  thỏa mãn.

Chọn **D**.

### Câu 6

Ta có  $\log(4x - 8) = 2$ .

Trong chương trình phổ thông,  $\log$  là logarit cơ số 10, nên:

$$4x - 8 = 10^2 = 100$$

$$\Rightarrow 4x = 108$$

$$\Rightarrow x = 27$$

Chọn **B**.

### Câu 7

Ta có  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ .

Suy ra  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS}$ .

$$-\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SA}$$

Mà  $\overrightarrow{SA} = -\overrightarrow{AS}$ , nên

$$\overline{AC} - \overline{AS} = \overline{AC} + \overline{SA} = \overline{SC}$$

Chọn **A**.

### Câu 8

$$y = \frac{2x-1}{x+2}$$

Hàm số là phân thức bậc nhất trên bậc nhất.

Tiệm cận ngang là tỉ số hệ số của :

$$y = \frac{2}{1} = 2$$

Chọn **C**.

### Câu 9

$$f(x) = \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{1}{x} \quad (0; +\infty)$$

trên

Nguyên hàm là

$$\int f(x), dx = \int \left(1 + \frac{1}{x}\right) dx = x + \ln x + C$$

Chọn **A**.

### Câu 10

$$M(0; -1; 0) \quad N(5; 0; -2)$$

Cho ,

Ta có vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là

$$\overline{MN} = (5; 1; -2)$$

$M$

Mặt phẳng đi qua nên có phương trình:

$$5(x-0) + 1(y+1) - 2(z-0) = 0$$

$$\Rightarrow 5x + y - 2z + 1 = 0$$

Chọn **B**.

### Câu 11

$$ABCD \quad AC = 4, BD = 5$$

Đáy là hình thoi, có hai đường chéo

Diện tích đáy:

$$S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{4 \cdot 5}{2} = 10$$

$$SA \perp (ABCD) \quad SA = 3$$

Vì và nên chiều cao khối chóp là 3.

Thể tích:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{đáy}} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$$

Chọn **A**.

### Câu 12

Ta có

$$0,5^x \leq 4$$

Viết lại:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x \leq 2^2$$

$$\Rightarrow 2^{-x} \leq 2^2$$

$$\Rightarrow -x \leq 2$$

$$\Rightarrow x \geq -2$$

$[-2; +\infty)$

Vậy tập nghiệm là .

Chọn **C**.

## PHẦN II.

### Câu 1

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$$

Cho .

Ta biến đổi:

$$x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

nên

$$f(x) = x - 1 + \frac{2}{x - 1}$$

**a)**

$$x = 1$$

$$1 - 2 + 3 = 2 \neq 0$$

$$x = 1$$

Vì tại mẫu bằng 0 còn tử bằng , nên đồ thị có tiệm cận đứng .

Kết luận: **Đúng**.

**b)**

Tính đạo hàm:

$$f'(x) = 1 - \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{(x-1)^2 - 2}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x - 1}{(x-1)^2}$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{(x-1)^2}$$

Đề cho là sai.

Kết luận: **Sai**.

**c)**

$$f'(x) = 0$$

Giải :

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$$

Có 2 nghiệm phân biệt và đều khác 1 nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Kết luận: **Đúng**.

d)

$$(1; +\infty) \quad t = x - 1 > 0$$

Trên khoảng , đặt , khi đó

$$f(x) = t + \frac{2}{t}$$

Theo AM-GM:

$$t + \frac{2}{t} \geq 2\sqrt{2}$$

,

$$t = \sqrt{2} \quad x = 1 + \sqrt{2}$$

dấu “=” khi , tức là .

$$(1; +\infty)$$

Vậy hàm số **có** giá trị nhỏ nhất trên .

Kết luận: **Sai**.

## Câu 2

$$P(t) = 250e^{-kt} \quad k > 0$$

, với .

a)

$$P(0) = 250e^0 = 250$$

Kết luận: **Đúng**.

b)

$$P'(t) = 250 \cdot (-k)e^{-kt} = -250ke^{-kt}$$

$$P'(t) = 250ke^{-kt}$$

Đề cho , thiếu dấu trừ.

Kết luận: **Sai**.

c)

$$t = 0$$

$$625$$

Theo đề, tại , tốc độ sụt giảm công suất là kW/giờ, tức là

$$P'(0) = -625$$

Mà

$$P'(0) = -250k$$

Suy ra

$$-250k = -625 \Rightarrow k = 2,5$$

$$P'(t) = -250ke^{-kt} < 0 \quad t$$

Vì với mọi , nên công suất giảm dần theo thời gian.

Kết luận: **Đúng**.

d)

$$1\%$$

Hệ thống ngắt khi công suất còn ban đầu, tức là

$$P(t) = 0,01 \cdot 250 = 2,5$$

Ta có

$$250e^{-2,5t} = 2,5 \Rightarrow e^{-2,5t} = 0,01 \Rightarrow -2,5t = \ln 0,01 = -\ln 100$$

$$\Rightarrow t = \frac{\ln 100}{2,5} \approx \frac{4,6052}{2,5} \approx 1,8421$$

giờ.

Đổi ra phút:

$$1,8421 \cdot 60 \approx 110,5$$

phút.

Do đó thời gian không quá 111 phút.

Kết luận: **Đúng**.

### Câu 3

Có 300 học sinh khối 11 và 200 học sinh khối 12, tổng cộng 500 học sinh.

a)

Xác suất chọn được học sinh khối 12 là

$$P(K12) = \frac{200}{500} = 0,4$$

Kết luận: **Đúng**.

b)

Xác suất chọn được học sinh khối 11 và có dùng AI là

$$P(K11 \cap AI) = P(K11) \cdot P(AI | K11) = \frac{300}{500} \cdot 0,4 = 0,24$$

Kết luận: **Đúng**.

c)

Xác suất chọn được học sinh có dùng AI là

$$P(AI) = P(K11 \cap AI) + P(K12 \cap AI)$$

$$= \frac{300}{500} \cdot 0,4 + \frac{200}{500} \cdot 0,7$$

$$= 0,24 + 0,28 = 0,52$$

$$0,55$$

Không phải

Kết luận: **Sai**.

d)

Theo công thức xác suất có điều kiện:

$$P(K12 | AI) = \frac{P(K12 \cap AI)}{P(AI)} = \frac{0,28}{0,52} = \frac{28}{52} = \frac{7}{13}$$

Kết luận: **Đúng**.

#### Câu 4

Flycam:

$$A(4; 2; 2), \vec{v}_1 = (-1; 0; 0)$$

Máy bay:

$$B(0; -2; 0), \vec{v}_2 = (0; 4; 3)$$

a)

Khoảng cách ban đầu giữa máy bay và flycam là

$$AB = \sqrt{(4-0)^2 + (2-(-2))^2 + (2-0)^2} = \sqrt{16+16+4} = \sqrt{36} = 6$$

km.

$$6 > 5$$

Vì nên mệnh đề đúng.

Kết luận: **Đúng**.

b)

$$B(0; -2; 0) \quad (0; 4; 3)$$

Quỹ đạo máy bay đi qua và có vector chỉ phương nên:

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + 4t \\ z = 3t \end{cases}$$

Kết luận: **Đúng**.

c)

Tốc độ flycam là

$$|\vec{v}_1| = \sqrt{(-1)^2} = 1 \quad = 60 \quad \text{km/phút} \quad \text{km/h.}$$

Không phải 1 km/h.

Tốc độ máy bay là

$$|\vec{v}_2| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 3^2} = 5 \quad = 300 \quad \text{km/phút} \quad \text{km/h.}$$

Về sau đúng, nhưng về đầu sai nên cả mệnh đề sai.

Kết luận: **Sai**.

**d)**

Vị trí flycam tại thời điểm  $t$  :

$$F(t) = (4 - t; 2; 2)$$

Vị trí máy bay tại thời điểm  $t$  :

$$P(t) = (0; -2 + 4t; 3t)$$

Khi đó

$$\overline{P(t)F(t)} = (4 - t; 4 - 4t; 2 - 3t)$$

Bình phương khoảng cách:

$$d^2(t) = (4 - t)^2 + (4 - 4t)^2 + (2 - 3t)^2$$

Khai triển:

$$d^2(t) = 16 - 8t + t^2 + 16 - 32t + 16t^2 + 4 - 12t + 9t^2$$

$$= 26t^2 - 52t + 36 = 26(t - 1)^2 + 10$$

$$t = 1$$

Giá trị nhỏ nhất đạt được khi (phút).

Kết luận: **Đúng**.

### PHẦN III

#### Câu 1

Từ hình vẽ:  $OABC$  là hình chữ nhật,  $B(7;5)$  nên

$$O(0;0)$$

• ,

$$A(0;5)$$

• ,

$$C(7;0)$$

• .

$$I(5;0)$$

Parabol có đỉnh nên có dạng

$$y = a(x - 5)^2$$

.

$$A(0;5)$$

Vì parabol đi qua nên

$$5 = a(0 - 5)^2 = 25a \Rightarrow a = \frac{1}{5}$$

.

Vậy phương trình parabol là

$$y = \frac{(x - 5)^2}{5}$$

.

$$OABC$$

Diện tích hình chữ nhật là

$$S_{HCN} = 7 \cdot 5 = 35$$

.

$$x = 0 \quad x = 7$$

Diện tích phần nằm dưới parabol từ đến là

$$S_1 = \int_0^7 \frac{(x-5)^2}{5} dx = \frac{1}{5} \int_0^7 (x-5)^2 dx$$

Ta có

$$\int_0^7 (x-5)^2 dx = \left[ \frac{(x-5)^3}{3} \right]_0^7 = \frac{2^3 - (-5)^3}{3} = \frac{8 + 125}{3} = \frac{133}{3}$$

Do đó

$$S_1 = \frac{1}{5} \cdot \frac{133}{3} = \frac{133}{15}$$

Vậy diện tích phần tô màu là

$$S = 35 - \frac{133}{15} = \frac{525 - 133}{15} = \frac{392}{15} \approx 26,13$$

$$26,1 \text{ m}^2$$

Làm tròn đến hàng phần mười:

## Câu 2

Đội số 3 chỉ thua đội số 1 và đội số 2.

Vì thế muốn đội 3 vô địch thì ngay ở tứ kết:

- đội 1 phải bị đội 8 loại,
- đội 2 phải bị đội 7 loại.

Tức là trong 4 cặp tứ kết bắt buộc phải có hai cặp:

$$(1, 8) \quad (2, 7)$$

và .

$$4, 5, 6$$

$$4, 5, 6$$

Khi đó đội 3 phải gặp một trong ba đội , và hai đội còn lại trong ghép với nhau.

## Số cách chia 8 đội thành 4 cặp

Số cách chia 8 đội thành 4 cặp là

$$\frac{8!}{2^4 \cdot 4!} = 105$$

### Số trường hợp thuận lợi

$$(1, 8) \quad (2, 7)$$

Giữ cố định hai cặp và .

$$4, 5, 6$$

Ba đội thì đội 3 có thể ghép với:

- đội 4,
- hoặc đội 5,
- hoặc đội 6.

$$3$$

Nên có cách thuận lợi.

$$P = \frac{3}{105} = \frac{1}{35} \approx 0,02857$$

### Xác suất

$$0,03$$

Vậy xác suất cần tìm là .

### Câu 3

Gọi

$$x$$

- là số poster loại I,

$$y$$

- là số poster loại II.

$$x \geq 0, y \geq 0, x, y \in \mathbb{Z}$$

Điều kiện:

Theo đề:

$$2x + 3y \leq 210$$

- về giấy: ,

$$x + 2y \leq 130$$

- về mực màu: .

Doanh thu cần tối đa hóa:

$$F = 35x + 60y$$

(nghìn đồng).

Xét giao điểm hai đường thẳng biên:

$$\begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 10x + 2y = 130 \end{cases}$$

$$x = 130 - 2y$$

Từ , thay vào phương trình đầu:

$$2(130 - 2y) + 3y = 210$$

$$\Rightarrow 260 - 4y + 3y = 210$$

$$\Rightarrow y = 50$$

Suy ra

$$x = 130 - 2 \cdot 50 = 30$$

Khi đó

$$F_{\max} = 35 \cdot 30 + 60 \cdot 50 = 1050 + 3000 = 4050$$

Vậy số tiền lớn nhất thu được là 4050 nghìn đồng

#### Câu 4

Xét hệ trục tọa độ sao cho

$$C(0; 0; 0)$$

• ,

$$A(4; 0; 0)$$

• ,

$$B(0; 4; 0)$$

• .

Vì lăng trụ đứng và cạnh bên bằng  $4\sqrt{2}$  nên

$$A'(4; 0; 4\sqrt{2})$$

• ,

$$C'(0; 0; 4\sqrt{2})$$

• .

Trung điểm  $M$  của  $AA'$  là

$$M(4; 0; 2\sqrt{2})$$

.

### Vector chỉ phương

$AB$

• Đường thẳng có vector chỉ phương  
 $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (-4; 4; 0)$

.

$C'M$

• Đường thẳng có vector chỉ phương  
 $\vec{v} = \overrightarrow{C'M} = (4; 0; -2\sqrt{2})$

.

$AB$

$C'M$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau và là

$$d = \frac{|\overrightarrow{C'A} \cdot (\vec{u} \times \vec{v})|}{|\vec{u} \times \vec{v}|}$$

.

$$\overrightarrow{C'A} = (4; 0; -4\sqrt{2})$$

Ta có

.

Lấy các vector đơn giản hơn:

$$\vec{u}_1 = (-1; 1; 0), \vec{v}_1 = (2; 0; -\sqrt{2})$$

.

$$\vec{u}_1 \times \vec{v}_1 = (-\sqrt{2}; -\sqrt{2}; -2)$$

Khi đó

$$|\vec{u}_1 \times \vec{v}_1| = \sqrt{2+2+4} = 2\sqrt{2}$$

Suy ra

$$\overrightarrow{C'A} \cdot (\vec{u}_1 \times \vec{v}_1) = 4(-\sqrt{2}) + 0 + (-4\sqrt{2})(-2) = -4\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

Mặt khác

$$d = \frac{4\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 2$$

Vậy

$$C'M \perp AB \quad 2$$

Do đó khoảng cách giữa và là .

### Câu 5

$$v > 0$$

Gọi là vận tốc tàu (hải lý/giờ).

Quãng đường là 1000 hải lý nên thời gian đi là

$$t = \frac{1000}{v}$$

Chi phí trong 1 giờ là:

$$0,02v^3$$

• nhiên liệu: (USD/giờ),

$$625$$

• chi phí cố định: (USD/giờ).

Vậy tổng chi phí chuyển đi là

$$C(v) = (0,02v^3 + 625) \cdot \frac{1000}{v}$$

$$= 20v^2 + \frac{625000}{v}$$

$$v > 0 \quad C(v)$$

Ta cần tìm để nhỏ nhất.

**Đạo hàm**

$$C'(v) = 40v - \frac{625000}{v^2}$$

$$C'(v) = 0 \quad 40v = \frac{625000}{v^2}$$

Cho :

$$\Rightarrow 40v^3 = 625000 \Rightarrow v^3 = 15625 = 25^3 \Rightarrow v = 25$$

$$C''(v) = 40 + \frac{1250000}{v^3} > 0 \quad v > 0$$

Vì với mọi ,

$$v = 25$$

nên tại , hàm số đạt giá trị nhỏ nhất.

$$25$$

Vậy vận tốc tối ưu là hải lý.

### Câu 6

$$f(x) = 2^{x^2}, \quad g(x) = \sqrt{\log_2 x}$$

Cho

$$x \geq 0 \quad g \quad f$$

Ta nhận thấy trên miền , hàm là hàm ngược của vì:

$$y = 2^{x^2} \Leftrightarrow \log_2 y = x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{\log_2 y}$$

$$g = f^{-1}$$

Do đó

Theo công thức diện tích của hai đồ thị hàm số ngược nhau:

$$\int_a^b f(x) dx + \int_{f(a)}^{f(b)} f^{-1}(x) dx = bf(b) - af(a)$$

Ở đây:

$$a = 1$$

• ,

$$b = 20$$

• ,

$$f(1) = 2$$

• ,

$$f(20) = 2^{400}$$

• .

$$S = \int_1^{20} f(x), dx + \int_2^{2^{400}} g(x), dx = 20 \cdot 2^{400} - 1 \cdot 2$$

Nên .

$$S = 20 \cdot 2^{400} - 2 = 5 \cdot 2^{402} - 2$$

Suy ra .

$$S = a \cdot 2^b - c$$

So sánh với dạng :

$$a = 5$$

• ,

$$b = 402$$

• ,

$$c = 2$$

• .

$$a + b + c = 5 + 402 + 2 = 409$$

Vậy .

$$409$$

Kết quả là .