

TRẢ LỜI NGẮN PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm số véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp.

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ và cho các điểm $A(1;0;2), B(3;-1;1), C(5;-2;4), D(-1;1;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm không thuộc đường thẳng Δ ?

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ và cho các điểm $A(0;1;-2), B(2;4;-3), C(4;7;1), D(-2;-2;-1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ ?

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b} (a, b \neq 0)$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ song song với nhau. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng D đi qua điểm M cắt và vuông góc với đường thẳng d . Gọi $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng D . Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{a}{b}$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 - mt \\ y = 2mt \\ z = 1 - 4t \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z$. Tìm m để $\Delta \perp d$.

$$\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \text{ và đường thẳng}$$

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a; b; c)$. Tính $a+b+c$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. đường thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 3)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x+a}{b} = \frac{y-5}{c} = \frac{z+d}{3}$. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c + d$ bằng bao nhiêu?

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $M(2; a; b)$. Khi đó a^b bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax + by + z + c = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 2; 3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2; 1; 5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5; a; b)$ thì giá trị của biểu thức b^a bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 13: Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ $(42 \times 42 \text{ cm})$ bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước

ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là $100m$, trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình

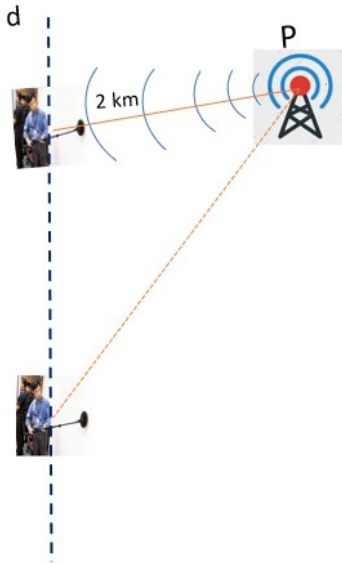
$d: \begin{cases} x=t \\ y=2 \\ z=4 \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1+3t' \end{cases}$. Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm $N(a;b;c) \in d'$ và cách giao điểm của d và d' một khoảng $6cm$. Khi $c < 0$, tính giá trị biểu thức $a-b+c$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1;1;3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x+2y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ có dạng $\begin{cases} x=1+at \\ y=1 \\ z=3+bt \end{cases}$. Tính giá trị của biểu thức $M=2024a-b$.

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+(m+1)y-2z+m=0$ và $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$ với m là một tham số thực. Có bao nhiêu giá trị thực của m để d thuộc mặt phẳng (P) ?

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng song song với mặt phẳng $(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc 90° . Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (a; b; c)$. Tính $Q = \frac{a}{b}$.

Câu 17: Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như Hình 4)



Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 5 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases} \text{ (trong đó } t(h) \text{ là thời gian chuyển động).}$$

Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu P nhất có tâm $I(a; b; c)$. Tính $P = a + b + c$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -7; 6)$ và đường thẳng

$$(\Delta): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}. \text{ Biết điểm } M \text{ thay đổi trên } (\Delta) \text{ sao cho } |MA - MB| \text{ đạt giá trị lớn}$$

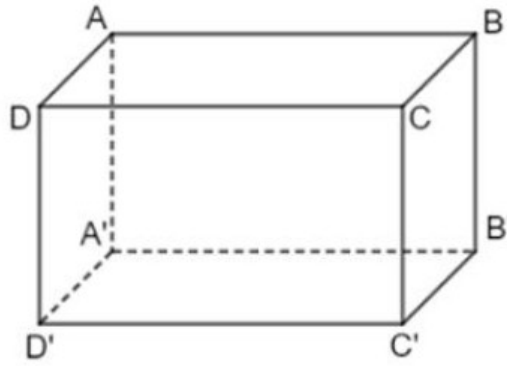
nhất. Giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ là số thực có dạng $\sqrt{\frac{a}{b}} (a, b \in \mathbb{Q}, (a, b) = 1)$. Tính $A = a + b$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Hãy tìm số véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp.

Lời giải

Đáp số: 8.



Các véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB có điểm đầu và điểm cuối là đỉnh của hình hộp gồm: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{D'C'}, \overrightarrow{C'D'}$. Có tất cả là 8 véc tơ.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -t \\ z = 2 + t \end{cases}$ và cho các điểm $A(1; 0; 2), B(3; -1; 1), C(5; -2; 4), D(-1; 1; -1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm không thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 2.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 1 = 1 + 2t \\ 0 = -t \\ 2 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \\ t = 0 \end{cases} \text{ . Hệ có nghiệm, do đó } A \in \Delta \text{ .}$$

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 3 = 1 + 2t \\ -1 = -t \\ 1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 1 \Leftrightarrow t \in \emptyset \\ t = -1 \end{cases} \text{ . Hệ vô nghiệm, do đó } B \notin \Delta \text{ .}$$

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} 5 = 1 + 2t \\ -2 = -t \\ 4 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ t = 2 \Leftrightarrow t = 2 \\ t = 2 \end{cases} \text{ . Hệ có nghiệm, do đó } C \in \Delta \text{ .}$$

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\begin{cases} -1 = 1 + 2t \\ 1 = -t \\ -1 = 2 + t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -1 \Leftrightarrow t \in \emptyset \\ t = -3 \end{cases} \text{ . Hệ vô nghiệm, do đó } D \notin \Delta \text{ .}$$

Vậy có 2 điểm không thuộc đường thẳng Δ là B, D .

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-1}$ và cho các điểm $A(0; 1; -2), B(2; 4; -3), C(4; 7; 1), D(-2; -2; -1)$. Trong các điểm đã cho có bao nhiêu điểm thuộc đường thẳng Δ ?

Lời giải

Đáp số: 3.

+) Thay tọa độ của điểm A vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{0}{2} = \frac{1-1}{3} = \frac{-2+2}{-1} \Leftrightarrow 0 = 0 = 0 \quad \text{điều này là đúng, do đó } A \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm B vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{2}{2} = \frac{4-1}{3} = \frac{-3+2}{-1} \Leftrightarrow 1 = 1 = 1 \quad \text{điều này là đúng, do đó } B \in \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm C vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{4}{2} = \frac{7-1}{3} = \frac{1+2}{-1} \Leftrightarrow 2 = 2 = -3 \quad \text{điều này là vô lí, do đó } C \notin \Delta.$$

+) Thay tọa độ của điểm D vào phương trình đường thẳng Δ ta được:

$$\frac{-2}{2} = \frac{-2-1}{3} = \frac{-1+2}{-1} \Leftrightarrow -1 = -1 = -1 \quad \text{điều này là đúng, do đó } D \in \Delta.$$

Vậy có 3 điểm thuộc đường thẳng Δ là A, B, D .

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b} (a, b \neq 0)$

và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5}$ song song với nhau. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 6.

Theo đề ta có:

$d_1: \frac{x-4}{a} = \frac{y-5}{-6} = \frac{z-8}{b}$ có $\vec{n}_1 = (a; -6; b)$ với $(a, b \neq 0)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d_1 và điểm $M(4; 5; 8) \in d_1$.

$$d_2: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{-5} \text{ có } \vec{n}_2 = (2; 3; -5) \text{ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng } d_2.$$

Vì $M(4; 5; 8) \in d_1$ nhưng $M(4; 5; 8) \notin d_2$ nên $d_1 \nparallel d_2$ khi $\vec{n}_1 = k \vec{n}_2 (k \in \mathbb{R})$.

$$\text{Suy ra } \frac{a}{2} = \frac{b}{-5} = \frac{-6}{3} = -2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 10 \end{cases}.$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 0)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}. \text{ Đường thẳng } D \text{ đi qua điểm } M \text{ cắt và vuông góc với đường thẳng}$$

d . Gọi $\vec{u} = (1; a; b)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng D . Tính giá trị của biểu thức

$$P = \frac{a}{b}$$

Lời giải

Đáp số: 2.

Gọi $N(1+2t; -1+t; -t)$ là giao điểm của đường thẳng D và đường thẳng d .

Lúc đó đường thẳng D nhận $\vec{MN} = (2t-1; t-2; -t)$ làm vector chỉ phương.

Mặt khác D vuông góc với đường thẳng d nên ta có: $2(2t-1) + t-2 + t = 0 \Rightarrow t = \frac{2}{3}$.

Với $t = \frac{2}{3}$ đường thẳng D nhận $\vec{MN} = \left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right)$ hoặc $\vec{u} = (1; -4; -2)$ làm vtcp.

Do đó, $a = -4, b = -2 \Rightarrow P = 2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - mt \\ y = 2mt \\ z = 1 - 4t \end{cases}$ và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-3} = z. \text{ Tìm } m \text{ để } \Delta \perp d.$$

Lời giải

Đáp số: $m = -0,5$.

+) Δ có VTCP $\vec{u} = (-m; 2m; -4)$, d có VTCP $\vec{v} = (2; -3; 1)$.

+) $\Delta \perp d \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (-m) \cdot 2 + 2m \cdot (-3) + (-4) \cdot 1 = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2} = -0,5$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-6}{2} = \frac{z+3}{-2}$. Gọi giao điểm của hai đường thẳng Δ và d là $M(a; b; c)$. Tính $a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: $a + b + c = 3$.

+) d có PTTS $\begin{cases} x = -1 - s \\ y = 6 + 2s \\ z = -3 - 2s \end{cases}$.

+) Để xét VTTĐ của Δ và d ta xét hệ: $\begin{cases} 2 - t = -1 - s \\ 2t = 6 + 2s \\ 1 - t = -3 - 2s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t - s = 3 \\ t - s = 3 \\ t - 2s = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ s = -1 \end{cases}$.

Hệ có nghiệm duy nhất nên Δ và d cắt nhau. Thay $t = 2$ vào phương trình Δ (hoặc thay $s = -1$ vào phương trình của d) ta được tọa độ giao điểm của Δ và d là $M(0; 4; -1) \Rightarrow a + b + c = 0 + 4 + (-1) = 3$.

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. đường

thẳng đi qua 2 điểm A, B có phương trình dạng $\Delta: \begin{cases} x = 2t \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$. Tính $y_0 + z_0 + b + c$.

Lời giải

Đáp số: $y_0 + z_0 + b + c = 2$.

+) Δ có VTCP là $\overrightarrow{AB} = (1; -3; 4) = \frac{1}{2}(2; -6; 8) \Rightarrow b = -6, c = 8$.

+) Thay tọa độ điểm B vào phương trình Δ ta được:

$$\begin{cases} 2 = 2t \\ -1 = y_0 - 6t \\ 3 = z_0 + 8t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ y_0 = 5 \\ z_0 = -5 \end{cases}$$

Từ đó ta có: $y_0 + z_0 + b + c = 5 - 5 - 6 + 8 = 2$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 2 = 0$. Phương trình chính tắc của đường thẳng Δ đi qua A , song song với mặt phẳng (P) và vuông góc với đường thẳng d có dạng: $\frac{x+a}{b} = \frac{y-5}{c} = \frac{z+d}{3}$. Giá trị của biểu thức $M = a + b + c + d$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: $M = -5$

Đường thẳng d có 1 VTCP $\vec{u}_d = (1; -2; 2)$

Mặt phẳng (P) có 1 VTPT $\vec{n} = (1; 1; -2)$, gọi $\vec{u}$ là 1 VTCP của đường thẳng Δ

Ta có: $\begin{cases} \Delta \perp d \\ \Delta // (P) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{u} \perp \vec{u}_d \\ \vec{u} \perp \vec{n} \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = [\vec{u}_d, \vec{n}] = (2; 4; 3)$

Suy ra PTTS của đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 1 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases}$. Chọn $t = 1 \Rightarrow \Delta$ đi qua điểm $M(5; 5; 6)$

Suy ra PTCT của đường thẳng Δ : $\frac{x-5}{2} = \frac{y-5}{4} = \frac{z-6}{3}$
 $\Rightarrow a = -5, b = 2, c = 4, d = -6 \Rightarrow M = -5$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 0)$, $B(1; 2; 1)$, $C(3; -2; 0)$, $D(1; 1; -3)$. Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) luôn đi qua điểm $M(2; a; b)$. Khi đó a^b bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp số: $a^b = 0,03$

Ta có $\vec{AB} = (-1; 3; 1)$; $\vec{AC} = (1; -1; 0)$; $\vec{n}_{(ABC)} = [\vec{AB}, \vec{AC}] = (1; 1; -2)$.

Đường thẳng đi qua D và vuông góc với mặt phẳng (ABC) nên có véc tơ chỉ phương là

$$\vec{n}_{(ABC)} = (1; 1; -2), \text{ phương trình tham số là: } \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -3 - 2t \end{cases}. \text{ Chọn } t = 1 \Rightarrow M(2; 2; -5).$$

Suy ra $a = 2; b = -5 \Rightarrow a^b = 2^{-5} = 0,03$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4}$ và $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4}$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d và Δ có dạng: $ax + by + z + c = 0$. Tính giá trị của $a + b + c$

Lời giải

Đáp số: -2

$$d: \frac{x-2}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{4} \Rightarrow d \text{ qua } M(2; 0; 0) \text{ và nhận } \vec{u} = (2; -1; 4) \text{ làm một VTCP}$$

$$\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{4} \Rightarrow \Delta \text{ qua } N(1; 2; -1) \text{ và nhận } \vec{u} = (2; -1; 4) \text{ làm một VTCP}$$

Thế tọa độ điểm $M(2; 0; 0)$ vào đường thẳng Δ , ta được: $\frac{1}{2} \neq \frac{-2}{-1} \neq \frac{1}{4} \Rightarrow d // \Delta$.

$$\overrightarrow{MN} = (-1; 2; -1). (P) \text{ chứa } d \text{ và } \Delta \Rightarrow \overrightarrow{n_p} = [\vec{u}; \overrightarrow{MN}] = (7; -7; 7)$$

Suy ra phương trình mặt phẳng $(P): x - y + z - 2 = 0$

$$\Rightarrow a = 1, b = -1; c = -2 \Rightarrow a + b + c = -2.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(1; 2; 3)$ và trong 3 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi; véc tơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (2; 1; 5)$. Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5; a; b)$ thì giá trị của biểu thức b^a bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Đáp số: $-0,1$.

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 5t \end{cases} \quad (1)$$

Phương trình mô tả quỹ đạo chuyển động của viên đạn là :

Khi viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $B(-5; a; b)$ thì tọa độ của điểm B thỏa (1) , tức là

$$\begin{cases} -5 = 1 + 2t \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = 2 + t \\ b = 3 + 5t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -3 \\ a = -1 \\ b = -12 \end{cases} \Rightarrow b^o = -0,1.$$

Câu 13: Một phần mềm mô phỏng vận động viên tập bắn bia mục tiêu có kích thước nhỏ $(42 \times 42 \text{ cm})$ bằng súng tiểu liên AK trong không gian $Oxyz$. Cho biết vận động viên đó sử dụng thước ngắm 3 và đứng cách xa bia mục tiêu là 100 m , trục d của nòng súng và cọc đỡ bia d' lần lượt có phương trình

$$d: \begin{cases} x = t \\ y = 2 \\ z = 4 \end{cases} \quad d': \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 + 3t' \end{cases}. \text{ Để bắn trúng hồng tâm (điểm 10) thì vận động viên phải ngắm bắn vào điểm } N(a; b; c) \in d' \text{ và cách giao điểm của } d \text{ và } d' \text{ một khoảng } 6 \text{ cm}. \text{ Khi } c < 0, \text{ tính giá trị biểu thức } a - b + c.$$

Lời giải

Đáp số: -5 .

Gọi $M = d \cap d' \Rightarrow M(1; 2; 4)$.

Ta có $N \in d' \Rightarrow N(1; 2; 1 + 3t') \Rightarrow \overrightarrow{MN} = (0; 0; 3t' - 3)$. Theo giả thiết $MN = 6$

$$|3t' - 3| = 6 \Leftrightarrow \begin{cases} t' = 3 \\ t' = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N(1; 2; 7) \\ N(1; 2; -2) \end{cases}. \text{ Vì } c < 0 \Rightarrow \text{nhận } N(1; 2; -2)$$

Vậy $a = 1, b = 2, c = -2 \Rightarrow a - b + c = -5$.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua $A(1; 1; 3)$, nằm trong mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 6 = 0$ và cắt đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{2}$ có dạng

$$\begin{cases} x = 1 + at \\ y = 1 \\ z = 3 + bt \end{cases}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } M = 2024a - b.$$

Lời giải

Đáp số: $M = 2025$.

Gọi $B = \Delta \cap (P) \Rightarrow$ tọa độ điểm B là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} x+2y+z-6=0 \\ \frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \\ z=2 \end{cases} \Rightarrow B(2;1;2)$$

Vì $d \subset (P)$ và d cắt $\Delta \Rightarrow B \in d \Rightarrow d$ đi qua $A(1;1;3)$ và nhận $\overrightarrow{AB} = (1;0;-1)$ làm một VTCP.

$$d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1 \\ z=3-t \end{cases} \Rightarrow a=1, b=-1 \Rightarrow M=2025.$$

Suy ra PTTS của

Câu 15: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+(m+1)y-2z+m=0$ và

$d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$ với m là một tham số thực. Có bao nhiêu giá trị thực của m để d thuộc mặt phẳng (P) ?

Lời giải

Đáp số: 0.

$$(P): x+(m+1)y-2z+m=0 \Rightarrow VTPT \vec{n} = (1; m+1; -2).$$

$$d: \frac{x-2}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2} \Rightarrow VTCP \vec{u} = (2;1;2); M(2;0;-1) \in d$$

Để d thuộc mặt phẳng (P) thì

$$\begin{cases} \vec{n} \perp \vec{u} \\ M \in (P) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.2+m+1+2.(-2)=0 \\ 2+(m+1).0-2(-1)+m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \emptyset$$

Câu 16: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng song song với mặt phẳng

$(P): 2x-y-z+3=0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z}{2}$ một góc 90° .

Một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = (a; b; c)$. Tính $Q = \frac{a}{b}$.

Lời giải

Đáp số: $Q = \frac{4}{5}$.

Mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(P)} = (2; -1; -1)$.

Đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = (1; -2; 2)$.

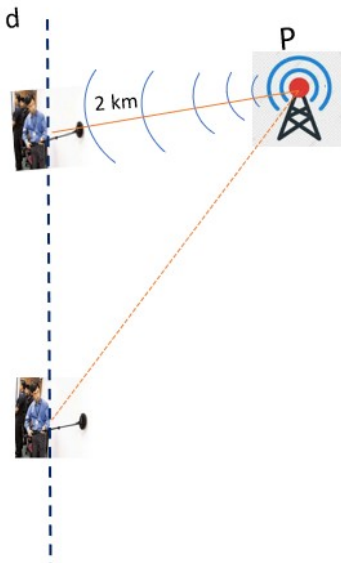
Giả sử đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}_d$.

Theo giả thiết $(d, \Delta) = 90^\circ \Rightarrow \vec{u}_d \perp \vec{u}_{\Delta}$.

Lại có $d \parallel (P)$ nên $\vec{u}_d \perp \vec{n}_{(P)}$. Do đó chọn $\vec{u}_d = [\vec{u}_{\Delta}, \vec{n}_{(P)}] = (4; 5; 3)$.

Suy ra $Q = \frac{4}{5}$.

Câu 17: Một máy phát tín hiệu P được đặt cố định ở một địa điểm và ta có thể nhận được tín hiệu của máy phát này trong phạm vi của một mặt cầu với bán kính R của nó. Một người cầm máy dò tín hiệu A chuyển động trên đường thẳng d (như Hình 4)



Nếu chọn điểm đặt máy phát tín hiệu P là gốc tọa độ O của hệ trục tọa độ $Oxyz$ thì máy dò A di chuyển theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = 5 - t \\ z = 7 - 2t \end{cases} \text{ (trong đó } t(h) \text{ là thời gian chuyển động).}$$

Mặt cầu giới hạn phạm vi nhận tín hiệu của máy dò A tại thời điểm nó gần máy phát tín hiệu

P nhất có tâm $I(a; b; c)$. Tính $P = a + b + c$.

Lời giải

Đáp số: $P = 1$

Gọi M là vị trí của máy dò A trên đường thẳng d .

Ta có $M(5-t; 5-t; 7-2t)$ Để máy điện tín gần trạm dò tìm nhất thì OM ngắn nhất.

$$\begin{aligned} OM^2 &= (5-t)^2 + (5-t)^2 + (7-2t)^2 = 50 - 20t + 2t^2 + 49 - 28t + 4t^2 \\ &= 99 - 48t + 6t^2 = 6(t^2 - 8t + 16) + 3 = 6(t-4)^2 + 3 \geq 3 \end{aligned}$$

Dấu bằng xảy ra khi $t = 4$.

Khi đó máy dò A ở vị trí $M(1; 1; -1)$. Khi đó $P = a + b + c = 1$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3), B(-2; -7; 6)$ và đường thẳng

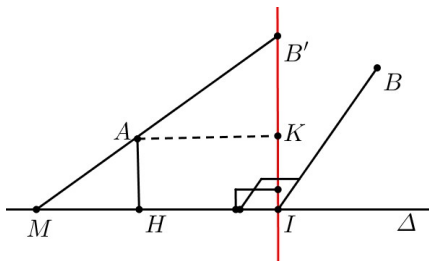
$(\Delta): \frac{x-2}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{3}$. Biết điểm M thay đổi trên (Δ) sao cho $|MA - MB|$ đạt giá trị lớn

nhất. Giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ là số thực có dạng $\sqrt{\frac{a}{b}}$ ($a, b \in \mathbb{Q}, (a, b) = 1$). Tính $A = a + b$.

Lời giải

Đáp số: $A = 100$

Gọi H, I lần lượt là hình chiếu của A, B lên đường thẳng Δ . Chuyển phương trình đường



thẳng Δ về dạng tham số ta được

$$\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = -2 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$$

Vì $H \in \Delta$ nên $H(2-2t; -2+t; 1+3t)$, ta có $\overrightarrow{AH}(1-2t; -4+t; -2+3t)$ và $\overrightarrow{u_\Delta} = (-2; 1; 3)$.

Vì AH vuông góc với đường thẳng Δ nên $\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0$

$$\Leftrightarrow -2(1-2t) + 1(-4+t) + 3(-2+3t) = 0$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{6}{7} \Rightarrow H\left(\frac{2}{7}; -\frac{8}{7}; \frac{25}{7}\right)$$

Tương tự, giả sử $I(2-2a; -2+a; 1+3a)$, ta có $\overrightarrow{BI}(4-2a; 5+a; -5+3a)$ và $\overrightarrow{u_\Delta} = (-2; 1; 3)$.

Vì BI vuông góc với đường thẳng Δ nên

$$\overrightarrow{BI} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow \overrightarrow{BI} \cdot \overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Leftrightarrow -2(4-2a) + 1(5+a) + 3(-5+3a) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9}{7} \Rightarrow I\left(-\frac{4}{7}; -\frac{5}{7}; \frac{34}{7}\right)$$

Dựng đường thẳng d đi qua I và song song với HA và chọn điểm B' cùng phía với A so với Δ sao cho $B'I = BI$. Ta có $MB = MB' \Rightarrow |MA - MB| = |MA - MB'| \leq AB'$. Dấu "=" xảy ra khi A, B', M thẳng hàng và M nằm ngoài đoạn AB' . Vậy giá trị lớn nhất của $|MA - MB|$ là AB' . Gọi K là hình chiếu vuông góc của A trên đường thẳng d .

Ta có $AH = \frac{5\sqrt{21}}{7}$, $B'I = BI = \frac{10\sqrt{21}}{7} \Rightarrow B'K = B'I - AH = \frac{5\sqrt{21}}{7}$ và $HI = \frac{3\sqrt{14}}{7}$. Áp dụng định lý Pitago trong tam giác vuông AKB' ta có,

$$AB' = \sqrt{AK^2 + B'K^2} = \sqrt{\frac{93}{7}} \text{ suy ra } a = 93, b = 7 \Rightarrow a + b = 100.$$