

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^6 f(x) dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^2 [f(3x)] dx$.

- A. 27. B. $\frac{9}{2}$ C. 3. D. 9.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới. Đặt $M = \max_{[-2;6]} f(x)$; $m = \min_{[-2;6]} f(x)$. $T = M + m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$y = f'(x)$$

- A. $T = f(6) + f(-2)$ B. $T = f(5) + f(-2)$ C. $T = f(5) + f(2)$ D. $T = f(0) + f(2)$

Câu 3: Trong không gian Oxyz. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng (Oyz)

- A. $x = 0$ B. $y - z = 0$ C. $z = 0$ D. $y = 0$

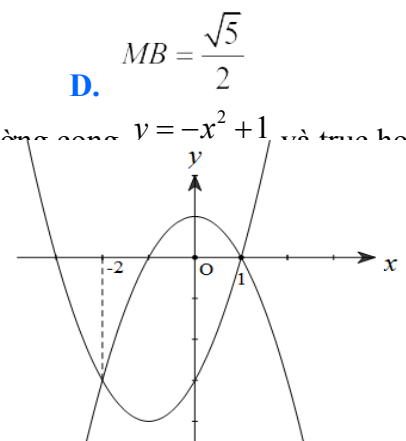
Câu 4: Trong không gian Oxyz cho hai điểm $A(1; 2; -3)$; $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

Gọi M là điểm nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

- A. $MB = \sqrt{41}$ B. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$ C. $MB = \sqrt{5}$ D. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 5: Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 3$, đường thẳng $y = -x^2 + 1$ và trục hoành. Diện tích S của hình (H) được tính theo công thức nào dưới đây?

- A. $S = \int_{-2}^1 (2x - 2) dx$ B. $S = \int_{-2}^1 (-2x^2 - 2x + 4) dx$
C. $S = \int_{-2}^1 (-2x + 2) dx$ D. $S = \int_{-2}^1 (2x^2 + 2x - 4) dx$



Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $\overrightarrow{OM} = 2\vec{j} - \vec{k}$, $\overrightarrow{ON} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$. Tính $|\overrightarrow{MN}|$ là

- A. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{10}$ B. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{14}$ C. $|\overrightarrow{MN}| = \sqrt{34}$ D. $|\overrightarrow{MN}| = 10$

Câu 7: Tìm tất cả họ nguyên hàm của hàm số $y = 3x^2$

- A. x^3 B. $3x^4 + C$ (C là hằng số)

C. $x^3 + C$ (C là hằng số)

D. $6x + C$ (C là hằng số)

Câu 8: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 4, & x \geq 1 \\ 2x + 5, & x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $2F(-1) - F(2)$ bằng

A. -27

B. -21

C. -23

D. -31

Câu 9: Cho $F(x) = \int \cos x \cdot e^{\sin x} dx$, bằng cách đặt $t = \sin x$. Tìm kết quả đúng

A. $F(x) = e^{-\sin x} + C$

B. $F(x) = -e^{\sin x} + C$

C. $F(x) = e^{\cos x} + C$

D. $F(x) = e^{\sin x} + C$

Câu 10: Trong không gian Oxyz. Tính tích vô hướng của 2 véc tơ $\vec{a} = (2; 1; 1)$, $\vec{b} = (3; 0; 2)$.

A. 5

B. 8

C. 0

D. 6

Câu 11: Gọi (D) là miền giới hạn bởi các đường $y = x^3 + x$; $x = 2$ và trục Ox . Thể tích khi (D) quay quanh trục Ox là

A. $\frac{3544}{105}\pi$

B. 12π

C. $\frac{3554}{105}\pi$

D. 6π

Câu 12: Một nguyên hàm $F(x)$ của $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 2}$ là

A. $F(x) = \ln(e^x + 2)$

B. $F(x) = e \ln(e^x + 2)$

C. $F(x) = \frac{\ln(e^x + 2)}{e}$

D. $F(x) = -\ln(e^x + 2)$

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm trên $[a; b]$ và $f(x) = 0$ không có nghiệm trên $[a; b]$; đồng thời $f(a) = 2f(b)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln 2$

B. $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = -\ln 2$

C. $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 2 \ln 2$

D. $\int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx = 2$

Câu 14: Tính khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 13 = 0$ và mặt phẳng $(Q): x - 2y - 2z - 1 = 0$.

A. $h = 3$

B. $h = 4$

C. $h = \frac{14}{3}$

D. $h = \frac{8}{3}$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $x \cdot f'(x) \ln x + f(x) = 4x^4$; $\forall x \in (1; +\infty)$; $f(e) = e^4$. Tính $I = \int_1^{e^2} \frac{x^3}{f(x)} dx$

A. $\frac{3}{2}$

B. 4

C. 2

D. 3

Câu 16: Cho hai mặt phẳng $(P): mx + 4y - 8z + 1 = 0$ và $(Q): x - ny - 4z - 3 = 0$. Nếu mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) thì giá trị của m và n là

A. $m = \frac{1}{2}$ và $n = -\frac{1}{2}$

B. $m = 1$ và $n = -4$

C. $m = 2$ và $n = -2$

D. $m = -2$ và $n = 2$

Câu 17: Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$; $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{\pi e^2}{2}$

B. $V = \frac{e^2 - 1}{2}$

C. $V = \frac{\pi(e^2 - 1)}{2}$

D. $V = \frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$

Câu 18: Biết $\int_{-1}^2 \frac{dx}{x-3} = \ln \frac{b}{c}$ ($b; c \in \mathbb{R}$); phân số $\frac{b}{c}$ tối giản. Tính $P = b + c$

A. $P = 5$

B. $P = 4$

C. $P = -1$

D. $P = -3$

Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f(0) = 0$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [f'(x)]^2 dx = 2$ và

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot f(x) dx = \frac{1}{2}.$$

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{4}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 20: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x + e^x - 4x$

- A. $F(x) = \cos x + e^x - 4 + C$ B. $F(x) = -\cos x + e^x - 2x^2 + C$
C. $F(x) = \cos x + e^x - 2x^2 + C$ D. $F(x) = -\cos x + e^x - 4 + C$

Câu 21: Trong không gian tọa độ $Oxyz$. Mặt cầu tâm $I(2; -1; 3)$ tiếp xúc với trục hoành có phương trình là

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = \sqrt{10}$ B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10$
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 13$ D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 10$

Câu 22: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn đó. Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A. $\int_a^a f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$ B. $\int_a^b f(x) dx = f'(x) \Big|_a^b = f'(b) - f'(a)$
C. $\int_a^a f(x) dx = 0$ D. $\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$

Câu 23: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 4$ thì $I = 2 \int_4^1 f(x) dx$

- A. 2 B. 4 C. -8 D. 8

Câu 24: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm $f(x) = x^4$ thỏa mãn $F(1) = 1$. Tính $F(-2)$

- A. $-\frac{26}{5}$ B. $-\frac{28}{5}$ C. $-\frac{36}{5}$ D. $\frac{36}{5}$

Câu 25: Cho ba điểm $A(2; 5; -1)$, $B(2; -5; 3)$, $C(-3; -9; 3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

- A. $G(1; 9; 5)$ B. $G\left(\frac{1}{3}; 3; \frac{5}{3}\right)$ C. $G\left(\frac{1}{3}; -3; \frac{5}{3}\right)$ D. $G(1; -9; -5)$

Câu 26: Biết $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_1^2 f(x) dx = -4$. Tính $\int_0^1 f(x) dx$

- A. -2 B. -6 C. 2 D. 6

Câu 27: Xét các hàm số $f(x); g(x)$ tùy ý liên tục trên khoảng K . Với mọi số thực $k \neq 0$ và hằng số C mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$ B. $\int f'(x) dx = f(x) + C$.
C. $\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$. D. $\int [f(x)g(x)] dx = \int f(x) dx \cdot \int g(x) dx$.

Câu 28: Cho mặt phẳng (P): $2x - 3y + 6z + 2 = 0$. Khi đó vector pháp tuyến của (P).

- A. $\left(1; \frac{3}{2}; 3\right)$. B. $(2; -3; -6)$. C. $(2; 3; 6)$. D. $(4; -6; 12)$.

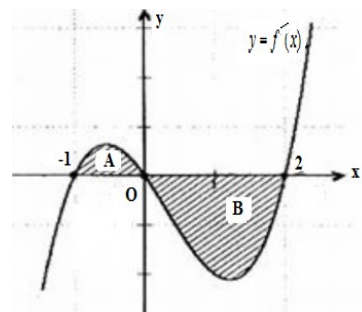
Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int (x+1)f'(x)dx = 10$ và $(x+1)f(x) = 5$. Giá trị của $I = \int f(x)dx$ là

A. $I = 15$. B. $I = 5$. C. $I = -5$. D. $I = 2$.

Câu 30: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxy , cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 6z + m - 3 = 0$. Tìm số thực m để $(\beta): 2x - y + 2z - 8 = 0$ cắt (S) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $m = -1$. B. $m = -4$. C. $m = -2$. D. $m = -3$.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. diện tích các hình phẳng A và B lần lượt là $\frac{5}{12}$ và $\frac{8}{3}$. Biết $f(-1) = \frac{19}{12}$. Tính $f(2)$



A. $f(2) = -\frac{3}{2}$ B. $f(2) = -\frac{2}{3}$ C. $f(2) = 0$ D. $f(2) = \frac{11}{6}$

Câu 32: Xác định tọa độ tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 8x + 2y + 1 = 0$.

A. $I(4; 1; 0)$ B. $I(-4; -1; 0)$ C. $I(-4; 1; 0)$ D. $I(-4; 1; 0)$

----- HẾT -----
ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
C	B	A	C	B	A	C	C	D	B	A	A	B	C	C	C
17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
C	A	D	B	B	B	C	B	C	C	D	D	C	D	B	B

HƯỚNG DẪN CÂU VẬN DỤNG CAO

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới. Đặt $M = \max_{[-2;6]} f(x)$; $m = \min_{[-2;6]} f(x)$. $T = M + m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$y = f'(x)$$

A. $T = f(6) + f(-2)$ B. $T = f(5) + f(-2)$ C. $T = f(5) + f(2)$ D. $T = f(0) + f(2)$

Lời giải

Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ với trục hoành. Quan sát hình vẽ, ta có

$$\int_{-2}^0 f'(x) dx > \int_0^2 -f'(x) dx \Leftrightarrow f(x)|_{-2}^0 > f(x)|_2^0$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(-2) > f(0) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) < f(2)$$

$$\int_0^2 -f'(x) dx < \int_2^5 f'(x) dx \Leftrightarrow f(x)|_2^0 < f(x)|_2^5$$

$$\Leftrightarrow f(0) - f(2) < f(5) - f(2) \Leftrightarrow f(0) < f(5)$$

$$\int_2^5 f'(x) dx > \int_5^6 -f'(x) dx \Leftrightarrow f(x)|_2^5 > f(x)|_6^5$$

$$\Leftrightarrow f(5) - f(2) > f(5) - f(6) \Leftrightarrow f(2) < f(6)$$

Lập bảng biến thiên và dựa vào bảng biến thiên ta có $M = \max_{[-2;6]} f(x) = f(5)$ và $m = \min_{[-2;6]} f(x) = f(-2)$
 Khi đó $T = f(5) + f(-2)$.

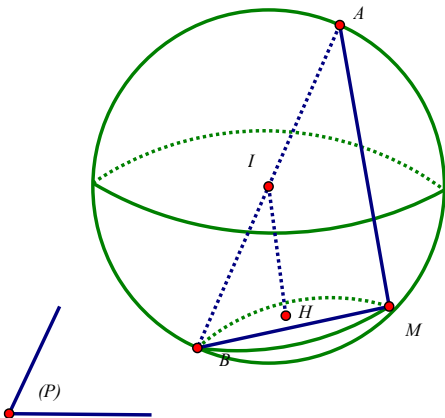
Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1; 2; -3)$; $B(-2; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.
 Gọi M là điểm nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông và độ dài MB lớn nhất. Tính độ dài MB .

- A. $MB = \sqrt{41}$ B. $MB = \frac{\sqrt{41}}{2}$ C. $MB = \sqrt{5}$ D. $MB = \frac{\sqrt{5}}{2}$

Lời giải

Điểm M nằm trong mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông nên M nằm trên đường tròn (C) là giao của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P) . Khi đó độ dài MB lớn nhất khi và chỉ khi độ dài MB bằng đường kính của (C) . Gọi bán kính của đường tròn (C) là r , trung điểm của AB là $I \Rightarrow I(-\frac{1}{2}; 0; -1)$, $d_{(I,(P))} = 3$.

Ta có $d_{(I,(P))}^2 + r^2 = \frac{AB^2}{4} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Vậy độ dài MB lớn nhất là $\sqrt{5}$.



Câu 19: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ thỏa mãn $f(0) = 0$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} [f'(x)]^2 dx = 2$ và

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot f(x) dx = \frac{1}{2}.$$

Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\frac{-1}{4}.$ B. $\frac{-1}{2}.$ C. $\frac{1}{4}.$ D. $\frac{1}{2}.$

Lời giải

Đặt $u = f(x) \Rightarrow du = f'(x) dx, dv = \sin 2x dx \Rightarrow v = -\frac{1}{2} \cos 2x.$

Do đó: $\frac{1}{2} = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \cdot f(x) dx = \left(-\frac{f(x)}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \cos 2x \cdot f'(x) dx$

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos 2x) \cdot f'(x) dx = 1 \Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{4}} (2 \cos 2x) \cdot f'(x) dx = 2 \Rightarrow f'(x) = 2 \cos 2x.$$

$$\Rightarrow f(x) = \sin 2x + C. \text{ Mà } f(0) = 0 \text{ nên } C = 0 \Rightarrow f(x) = \sin 2x.$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x dx = \left(-\frac{1}{2} \cos 2x \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} = \frac{1}{2}.$$