

PHƯƠNG TRÌNH-BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ LÔGARIT

Câu 1: Nghiệm thực của phương trình $3^x = 81$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \log_{81} 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 2: Nghiệm thực của phương trình $2025^x = 1$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \log_{81} 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 3: Nghiệm thực của phương trình $2025^x = 2025$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = \log_{81} 3$. **D.** $x = 4$.

Câu 4: Nghiệm thực của phương trình $5^x = \sqrt{5}$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$ là

- A.** $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \frac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Câu 6: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

- A.** 3 . **B.** 1 . **C.** 2 . **D.** 0 .

Câu 7: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.** $3^x + 2 = 0$. **B.** $5^x - 1 = 0$. **C.** $\log_2 x = 3$. **D.** $\log(x-1) = 1$.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$ là

- A.** $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\emptyset$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4}; 0\right\}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $4^{2x-3} = 5$ là

- A.** $x = \frac{3}{2} + \log_4 5$. **B.** $x = \frac{3}{2} + \log_2 5$. **C.** $x = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \log_2 5$. **D.** $x = 3 + \log_4 5$.

Câu 10: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8} - 4 \cdot 3^{x+5} + 27 = 0$.

- A.** -5 . **B.** 5 . **C.** $\frac{4}{27}$. **D.** $-\frac{4}{27}$.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

- A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$. B. $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$. C. $\{0; 2\}$. D. $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$.

Câu 12: Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng
A. -2 . B. 1 . C. -1 . D. 2 .

Câu 13: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là
A. $x \geq 1$. B. $x < 1$. C. $x \leq 1$. D. $x > 1$.

Câu 14: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$ là
A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.

Câu 15: Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 3 - \frac{2}{2^x}$ là $(a; b)$. Giá trị $5a + 3b$ bằng
A. 2 . B. 1 . C. 3 . D. 0 .

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là
A. $(-\infty; 0]$. B. $(0; 1]$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là
A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Câu 18: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
A. 2 . B. 4 . C. 6 . D. 3 .

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là
A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[-4; +\infty)$.

Câu 20: Phương trình $\log_7 x = 2$ có nghiệm là
A. $x = 49$. B. $x = 3$. C. $x = 128$. D. $x = 1$.

Câu 21: Phương trình $\log_2 (x-5) = 3$ có nghiệm là
A. $x = 13$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Câu 22: Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

$$\log_3(x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}}(2x + 3) = 0$$

Câu 23: Số nghiệm của phương trình là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

$$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}}(6^{x+1} - 36^x) = -2$$

Câu 24: Tích các nghiệm của phương trình bằng

- A. 5. B. 0. C. 1. D. $\log_6 5$.

Câu 25: Phương trình $\log_3(3x - 1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{10}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{10}{3}$. D. $x = 1$.

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_3(6 + x) + \log_3 9x - 5 = 0$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 27: Phương trình $\log_3(2^x - 1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = \log_2 82$. B. $x = \log_2 65$. C. $x = \log_2 81$. D. $x = \log_2 66$.

Câu 28: Kí hiệu A và B lần lượt là tập nghiệm của các phương trình $\log_3 x(x + 2) = 1$ và $\log_3(x + 2) + \log_3 x = 1$. Khi đó khẳng định đúng là

- A. $A = B$. B. $A \subset B$. C. $B \subset A$. D. $A \cap B = \emptyset$.

$$\log_3 \left(\log_{\frac{1}{2}} x \right) < 1$$

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình là

- A. $(0; 1)$. B. $\left(\frac{1}{8}; 3\right)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$.

Câu 30: Giải bất phương trình $\log_2(3x - 2) > \log_2(6 - 5x)$ được tập nghiệm là $(a; b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{26}{5}$. B. $S = \frac{11}{5}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = \frac{8}{3}$.

Câu 31: Giải bất phương trình $\log_3(x - 1) > 2$.

- A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x > 9$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$$

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 33: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 9)$. B. $S = (1; 10)$. C. $S = (-\infty; 10)$. D. $S = (-\infty; 9)$.

Câu 34: Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2$ là

- A. $x \leq \frac{13}{4}$. B. $x \geq \frac{13}{4}$. C. $3 < x \leq \frac{13}{4}$. D. $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$.

Câu 35: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

- A. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(0; 5)$ của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?

- A. . B. 3 . C. 2 . D. 0 .

Câu 37: Cho biết chu kì bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm (tức là một lượng ^{226}Ra sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức $S = A \cdot e^{-r \cdot t}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 1$), t là thời gian phân hủy, s là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số thập phân)?

- A. 1,023 gam. B. 0,795 gam. C. 0,923 gam. D. 0,886 gam.

Câu 38: Số lượng của loại vi khuẩn C trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0) \cdot 5^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn C lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn C có sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn C là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn C là 390625000 con?

- A. 24 phút. B. 17 phút. C. 8 phút. D. 10 phút.

Câu 39: E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

- A. 48 giờ. B. 24 giờ. C. 12 giờ. D. 8 giờ.

Câu 40: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%/năm$ và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

- A. 10 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.

Câu 41: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $7\%/năm$. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

- A. 12 năm. B. 15 năm. C. 14 năm. D. 13 năm.

Câu 42: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $2^{\circ}C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3% ; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm $5^{\circ}C$ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10% . Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^{\circ}C$, tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k \cdot a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% ?

- A. $8,4^{\circ}C$. B. $9,3^{\circ}C$. C. $7,6^{\circ}C$. D. $6,7^{\circ}C$.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

Câu 1: Nghiệm thực của phương trình $3^x = 81$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \log_{81} 3$. D. $x = 4$.

Lời giải

Ta có: $3^x = 81 \Leftrightarrow 3^x = 3^4 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 2: Nghiệm thực của phương trình $2025^x = 1$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \log_{81} 3$. D. $x = 4$.

Lời giải

Ta có: $2025^x = 1 \Leftrightarrow 2025^x = 2025^0 \Leftrightarrow x = 0$.

Câu 3: Nghiệm thực của phương trình $2025^x = 2025$ là

- A. $x = 0$. B. $x = 1$. C. $x = \log_{81} 3$. D. $x = 4$.

Ta có: $2025^x = 2025 \Leftrightarrow 2025^x = 2025^1 \Leftrightarrow x = 1$.

Câu 4: Nghiệm thực của phương trình $5^x = \sqrt{5}$ là

- A.** $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -2$. **D.** $x = \frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $5^x = \sqrt{5} \Leftrightarrow 5^x = 5^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Câu 5: Nghiệm thực của phương trình $2^x = 7$ là

- A.** $x = \sqrt{7}$. **B.** $x = \frac{7}{2}$. **C.** $x = \log_2 7$. **D.** $x = \log_7 2$.

Lời giải

Ta có: $2^x = 7$. Lấy logarit cơ số 2 cho hai vế ta được nghiệm $x = \log_2 7$.

Câu 6: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

- A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

$$2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x} \Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 - x \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - x \geq 0 \\ x = (2 - x)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x^2 - 5x + 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 2 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$$

Ta có:

Câu 7: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

- A.** $3^x + 2 = 0$. **B.** $5^x - 1 = 0$. **C.** $\log_2 x = 3$. **D.** $\log(x - 1) = 1$.

Lời giải

Phương trình $3^x + 2 = 0 \Leftrightarrow 3^x = -2$.

Nếu $b \leq 0$ thì phương trình $a^x = b$ ($a > 0; a \neq 1$) vô nghiệm.

Do đó phương trình $3^x + 2 = 0$ vô nghiệm.

Câu 8: Tập nghiệm của phương trình $9^{x+1} = 27^{2x+1}$ là

- A.** $\{0\}$. **B.** $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$. **C.** $\emptyset$. **D.** $\left\{-\frac{1}{4}; 0\right\}$.

Lời giải

Ta có: $9^{x+1} = 27^{2x+1} \Leftrightarrow 3^{2x+2} = 3^{6x+3} \Leftrightarrow 2x+2 = 6x+3 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{4}$.

Vậy tập nghiệm của phương trình là: $\left\{-\frac{1}{4}\right\}$.

Câu 9: Nghiệm của phương trình $4^{2x-3} = 5$ là

A. $x = \frac{3}{2} + \log_4 5$ **B.** $x = \frac{3}{2} + \log_2 5$ **C.** $x = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \log_2 5$ **D.** $x = 3 + \log_4 5$

Lời giải

Ta có: $4^{2x-3} = 5 \Leftrightarrow 2x-3 = \log_4 5 \Leftrightarrow 2x = 3 + \frac{1}{2} \log_2 5 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \log_2 5$

Câu 10: Tính tổng tất cả các nghiệm của phương trình sau $3^{2x+8} - 4.3^{x+5} + 27 = 0$.

A. -5 **B.** 5 **C.** $\frac{4}{27}$ **D.** $-\frac{4}{27}$

Lời giải

Ta có

$$3^{2x+8} - 4.3^{x+5} + 27 = 0 \Leftrightarrow \left(3^{(x+4)}\right)^2 - 12.3^{x+4} + 27 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3^{x+4} = 9 \\ 3^{x+4} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$$

Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng -5 .

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ là

A. $\left\{0; \frac{2}{3}\right\}$ **B.** $\left\{0; \frac{3}{2}\right\}$ **C.** $\{0; 2\}$ **D.** $\left\{0; \frac{1}{2}\right\}$

Lời giải

Ta có $4^{x-x^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^x \Leftrightarrow 2^{2x-2x^2} = 2^{-x} \Leftrightarrow -2x^2 + 2x = -x \Leftrightarrow -2x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{3}{2} \end{cases}$

Câu 12: Cho bất phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1}$ có tập nghiệm $S = (a; b)$. Giá trị của $b - a$ bằng

A. -2 **B.** 1 **C.** -1 **D.** 2

Lời giải

Ta có: $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-x+1} > \left(\frac{2}{3}\right)^{2x-1} \Leftrightarrow x^2 - x + 1 < 2x - 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < x < 2 \Rightarrow S = (1; 2)$

Vậy $a = 1; b = 2 \Rightarrow b - a = 1$.

Câu 13: Giải bất phương trình: $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x}$ ta được nghiệm là

- A. $x \geq 1$. B. $x < 1$. C. $x \leq 1$. D. $x > 1$.

Lời giải

Bất phương trình tương đương

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{4}{3}\right)^{-2+x} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{2x-1} \leq \left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \Leftrightarrow 2x-1 \geq 2-x \Leftrightarrow x \geq 1.$$

Câu 14: Tập nghiệm S của bất phương trình $4^x < 2^{x+1}$ là

- A. $S = (1; +\infty)$. B. $S = (-\infty; 1)$. C. $S = (0; 1)$. D. $S = (-\infty; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $4^x < 2^{x+1} \Leftrightarrow 2^{2x} < 2^{x+1} \Leftrightarrow 2x < x+1 \Leftrightarrow x < 1$.

Câu 15: Biết tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 3 - \frac{2}{2^x}$ là $(a; b)$. Giá trị $5a + 3b$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Lời giải

Ta có: $2^x < 3 - \frac{2}{2^x} \Leftrightarrow (2^x)^2 - 3 \cdot (2^x) + 2 < 0 \Leftrightarrow 1 < 2^x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 1$.

Tập nghiệm của bất phương trình là: $S = (0; 1)$.

Suy ra $a = 0$ và $b = 1$ nên $5a + 3b = 3$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3}$ là

- A. $(-\infty; 0]$. B. $(0; 1]$. C. $[1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1]$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} \geq \frac{1}{3} \Leftrightarrow 2x-1 \leq 1 \Leftrightarrow x \leq 1$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(-\infty; 1]$.

Câu 17: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{2x} < 2^{x+6}$ là

- A. $(0; 6)$. B. $(-\infty; 6)$. C. $(0; 64)$. D. $(6; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $2^{2x} < 2^{x+6} \Leftrightarrow 2x < x+6 \Leftrightarrow x < 6$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = (-\infty; 6)$.

Câu 18: Bất phương trình $2^{x^2-3x+4} \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x-10}$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Lời giải

Bất phương trình tương đương với $2^{x^2-3x+4} \leq 2^{10-2x} \Leftrightarrow x^2-3x+4 \leq 10-2x \Leftrightarrow x^2-x-6 \leq 0$
 $\Leftrightarrow -2 \leq x \leq 3$.

Mà $x \in \mathbb{N}^+$ nên $x \in \{1; 2; 3\}$. Vậy bất phương trình có 3 nghiệm nguyên dương.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \frac{1}{9}$ là

- A. $[0; +\infty)$. B. $(-\infty; 4)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $[-4; +\infty)$.

Lời giải

$3^{x+2} \geq \frac{1}{9} \Leftrightarrow 3^{x+2} \geq 3^{-2} \Leftrightarrow x+2 \geq -2 \Leftrightarrow x \geq -4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [-4; +\infty)$.

Câu 20: Phương trình $\log_7 x = 2$ có nghiệm là

- A. $x = 49$. B. $x = 3$. C. $x = 128$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $\log_7 x = 2 \Leftrightarrow x = 7^2 \Leftrightarrow x = 49$.

Câu 21: Phương trình $\log_2 (x-5) = 3$ có nghiệm là

- A. $x = 13$. B. $x = 3$. C. $x = 0$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $\log_2 (x-5) = 3 \Leftrightarrow x-5 = 2^3 \Leftrightarrow x = 13$.

Câu 22: Phương trình $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 2. B. 0. C. 3. D. 1.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 3$.

Ta có $\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2 \Leftrightarrow \log_2 (x^2 - 3x) = 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x - 4 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \text{ (loại)} \\ x = 4 \text{ (t/m)} \end{cases}$.

Vậy phương trình có một nghiệm $x = 4$.

Câu 23: Số nghiệm của phương trình $\log_3 (x^2 + 4x) + \log_{\frac{1}{3}} (2x + 3) = 0$ là

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Lời giải

$$\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < -4 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > 0$$

Điều kiện

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3 (x^2 + 4x) = \log_3 (2x + 3) \Leftrightarrow x^2 + 4x = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$.

Kết hợp điều kiện ta được $x = 1$.

Câu 24: Tích các nghiệm của phương trình $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) = -2$ bằng

- A. 5. B. 0. C. 1. D. $\log_6 5$.

Lời giải

Ta có: $\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} (6^{x+1} - 36^x) = -2 \Leftrightarrow 6^{x+1} - 36^x = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 6^x = 1 \\ 6^x = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_6 5 \end{cases}$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 0.

Câu 25: Phương trình $\log_3 (3x - 1) = 2$ có nghiệm là

- A. $x = \frac{3}{10}$. B. $x = 3$. C. $x = \frac{10}{3}$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $\log_3 (3x - 1) = 2 \Leftrightarrow 3x - 1 = 9 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$.

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_3 (6 + x) + \log_3 9x - 5 = 0$.

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$

Phương trình $\Leftrightarrow \log_3(6+x) + \log_3 x = 3 \Leftrightarrow \log_3 x(6+x) = 3 \Leftrightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -9(L) \end{cases} \Leftrightarrow x = 3$. Vậy phương trình có 1 nghiệm.

Vậy số nghiệm của phương trình là 1.

Câu 27: Phương trình $\log_3(2^x - 1) = 4$ có nghiệm là

- A. $x = \log_2 82$. B. $x = \log_2 65$. C. $x = \log_2 81$. D. $x = \log_2 66$.

Lời giải

Ta có $\log_3(2^x - 1) = 4 \Leftrightarrow 2^x - 1 = 81 \Leftrightarrow x = \log_2 82$.

Câu 28: Kí hiệu A và B lần lượt là tập nghiệm của các phương trình $\log_3 x(x+2) = 1$ và $\log_3(x+2) + \log_3 x = 1$. Khi đó khẳng định đúng là

- A. $A = B$. B. $A \subset B$. C. $B \subset A$. D. $A \cap B = \emptyset$.

Lời giải

$\log_3 x(x+2) = 1 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases} \Rightarrow A = \{-3; 1\}$.

Với điều kiện $x > 0$, phương trình $\log_3(x+2) + \log_3 x = 1 \Leftrightarrow \log_3 x(x+2) = 1$

$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3(l) \end{cases} \Rightarrow B = \{1\}$. Vậy $B \subset A$.

Câu 29: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1$ là

- A. $(0;1)$. B. $\left(\frac{1}{8}; 3\right)$. C. $\left(\frac{1}{8}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{8}; +\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $\log_3\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) < 1 \Leftrightarrow 0 < \log_{\frac{1}{2}} x < 3^1 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^0 > x > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Leftrightarrow 1 > x > \frac{1}{8}$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(\frac{1}{8}; 1\right)$.

Câu 30: Giải bất phương trình $\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x)$ được tập nghiệm là $(a;b)$. Hãy tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = \frac{26}{5}$. B. $S = \frac{11}{5}$. C. $S = \frac{28}{15}$. D. $S = \frac{8}{3}$.

Lời giải

$$\log_2(3x-2) > \log_2(6-5x) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2 > 6-5x \\ 6-5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < \frac{6}{5} \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{6}{5}.$$

Ta có:

Vậy $S = a + b = 1 + \frac{6}{5} = \frac{11}{5}$.

Câu 31: Giải bất phương trình $\log_3(x-1) > 2$.

- A. $x > 10$. B. $x < 10$. C. $0 < x < 10$. D. $x > 9$.

Lời giải

Điều kiện $x > 1$, ta có $\log_3(x-1) > 2 \Leftrightarrow x-1 > 3^2 \Leftrightarrow x > 10$.

Câu 32: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0$ là

- A. $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(3; +\infty)$.

Lời giải

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 5x + 7 > 0 \text{ (luôn đúng)} \\ x^2 - 5x + 7 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 < 0 \Leftrightarrow 2 < x < 3$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $S = (2; 3)$.

Câu 33: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là

- A. $S = (1; 9)$. B. $S = (1; 10)$. C. $S = (-\infty; 10)$. D. $S = (-\infty; 9)$.

Lời giải

$$\log_2(x-1) < 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 > 0 \\ x-1 < 2^3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1 \\ x < 9 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < 9$$

Vậy tập nghiệm là $S = (1; 9)$.

Câu 34: Nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2$ là

- A. $x \leq \frac{13}{4}$. B. $x \geq \frac{13}{4}$. C. $3 < x \leq \frac{13}{4}$. D. $3 \leq x \leq \frac{13}{4}$.

Lời giải

Điều kiện $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq 2 \Leftrightarrow x-3 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x \leq \frac{13}{4} .$$

Kết hợp với điều kiện $x > 3$ ta có tập nghiệm của bất phương trình là $3 < x \leq \frac{13}{4}$.

Câu 35: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0$.

- A. $\left(-\infty; \frac{13}{2}\right)$. B. $\left[\frac{13}{2}; +\infty\right)$. C. $(4; +\infty)$. D. $\left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Lời giải

$$\log_{\frac{2}{5}}(x-4) + 1 > 0 \Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(x-4) > -1 \Leftrightarrow 0 < x-4 < \frac{5}{2} \Leftrightarrow 4 < x < \frac{13}{2} .$$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = \left(4; \frac{13}{2}\right)$.

Câu 36: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc khoảng $(0; 5)$ của tham số m để phương trình $4^x - m \cdot 2^{x+1} + 2m - 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có đúng một nghiệm dương?

- A. 1 . B. 3 . C. 2 . D. 0 .

Lời giải

Đặt $t = 2^x$ với $t > 0$

Khi đó phương trình trở thành $t^2 - 2mt + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \\ t = 2m - 1 \end{cases}$

Với $t = 1 \Rightarrow 2^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

Với $t = 2m - 1 \Rightarrow 2^x = 2m - 1$

ycbt $\Leftrightarrow 2^x = 2m - 1 > 1 \Leftrightarrow m > 1$

kết hợp với điều kiện suy ra $1 < m < 5 \xrightarrow{\text{meli}} m \in \{2; 3; 4\}$

Câu 37: Cho biết chu kỳ bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm (tức là một lượng ^{226}Ra sau 1602 năm phân hủy thì chỉ còn lại một nửa). Sự phân hủy được tính theo công thức

$S = A.e^{-r.t}$ trong đó A là lượng chất phóng xạ ban đầu, r là tỉ lệ phân hủy hàng năm ($r < 1$), t là thời gian phân hủy, s là lượng còn lại sau thời gian phân hủy. Hỏi 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại bao nhiêu gam (làm tròn đến 3 chữ số thập phân)?

- A.** 1,023 gam. **B.** 0,795 gam. **C.** 0,923 gam. **D.** 0,886 gam.

Lời giải

Vì chu kì bán rã của chất phóng xạ radi ^{226}Ra là 1602 năm nên ta có:

$$\frac{A}{2} = A.e^{-1602.r} \Leftrightarrow \frac{1}{2} = e^{-1602.r} \Leftrightarrow \ln 2 = 1602.r \Leftrightarrow r = \frac{\ln 2}{1602}$$

Vậy 5 gam ^{226}Ra sau 4000 năm phân hủy sẽ còn lại số gam là:

$$S = A.e^{-r.t} = 5.e^{-4000 \cdot \frac{\ln 2}{1602}} \approx 0,886 \text{ (gam)}.$$

Câu 38: Số lượng của loại vi khuẩn C trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức

$S(t) = S(0).5^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn C lúc ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn C có sau t phút. Biết sau 4 phút thì số lượng vi khuẩn C là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu, kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn C là 390625000 con?

- A.** 24 phút. **B.** 17 phút. **C.** 8 phút. **D.** 10 phút.

Lời giải

Sau 4 phút ta có: $S(4) = S(0).5^4 \Rightarrow S(0) = \frac{S(4)}{5^4} = 1000.$

Tại thời điểm t số lượng vi khuẩn C là 390625000 con nên ta có:

$$S(t) = S(0).5^t \Leftrightarrow 5^t = \frac{S(t)}{S(0)} \Leftrightarrow 5^t = \frac{390625000}{1000} \Leftrightarrow 5^t = 390625 \Leftrightarrow t = \log_5 390625 = 8.$$

Câu 39: E. coli là vi khuẩn đường ruột gây tiêu chảy, đau bụng dữ dội. Cứ sau 20 phút thì số lượng vi khuẩn E. coli tăng gấp đôi. Ban đầu, chỉ có 40 vi khuẩn E. coli trong đường ruột. Hỏi sau bao lâu, số lượng vi khuẩn E. coli là 671088640 con?

- A.** 48 giờ. **B.** 24 giờ. **C.** 12 giờ. **D.** 8 giờ.

Lời giải

Gọi N_0 là số vi khuẩn ban đầu, $N_n = 671088640$.

Vì cứ sau 20 phút (bằng $\frac{1}{3}$ giờ) số lượng vi khuẩn tăng gấp đôi nên số lượng vi khuẩn tăng theo quy luật $N_n = N_0 \cdot 2^n \Leftrightarrow 671088640 = 40 \cdot 2^n \Rightarrow n = 24$. Vậy sau $24 \cdot \frac{1}{3} = 8$ giờ thì số vi khuẩn đạt mức 671088640 con.

Câu 40: Một người gửi tiết kiệm vào ngân hàng với lãi suất $8,4\%$ /năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào tiền vốn. Tính số năm tối thiểu người đó cần gửi để số tiền thu được nhiều hơn 2 lần số tiền gửi ban đầu.

- A. 10 năm. B. 9 năm. C. 8 năm. D. 11 năm.

Lời giải

Gọi số tiền gửi ban đầu là A và số năm thỏa yêu cầu bài toán là n .

Ta có $A(1 + 8,4\%)^n > 2A \Leftrightarrow 1,084^n > 2 \Leftrightarrow n > \log_{1,084} 2 \approx 8,59$.

Vậy số năm tối thiểu là 9 năm.

Câu 41: Một người gửi số tiền 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% /năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi nhập vào vốn ban đầu (người ta gọi là lãi kép). Để người đó lãnh được số tiền 250 triệu thì người đó cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất bao nhiêu năm? (nếu trong khoảng thời gian này không rút tiền ra và lãi suất không thay đổi).

- A. 12 năm. B. 15 năm. C. 14 năm. D. 13 năm.

Lời giải

Áp dụng công thức tính lãi kép $P_n = P(1+r)^n$ với P là số tiền ban đầu, P_n là số tiền sau n năm, r là lãi suất.

Ta có $250 = 100(1 + 0,07)^n \Leftrightarrow n = \log_{1,07} 2,5 \Leftrightarrow n \approx 13,54$.

Vậy cần gửi trong khoảng thời gian ít nhất 14 năm.

Câu 42: Các khí thải gây hiệu ứng nhà kính là nguyên nhân chủ yếu làm Trái đất nóng lên. Theo OECD (Tổ chức Hợp tác và Phát triển kinh tế thế giới), khi nhiệt độ Trái đất tăng lên thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm. Người ta ước tính rằng, khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 2°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 3% ; còn khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm 5°C thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm 10% . Biết rằng, nếu nhiệt độ Trái đất tăng thêm $t^\circ\text{C}$, tổng giá trị

kinh tế toàn cầu giảm $f(t)\%$ thì $f(t) = k.a^t$ trong đó k, a là các hằng số dương. Khi nhiệt độ Trái đất tăng thêm bao nhiêu độ thì tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20%?

- A.** $8,4^\circ C$. **B.** $9,3^\circ C$. **C.** $7,6^\circ C$. **D.** $6,7^\circ C$.

Lời giải

Ta có:
$$\begin{cases} k.a^2 = 3\% \\ k.a^5 = 10\% \end{cases} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{10}{3}}; k = \frac{3\%}{a^2}$$

Tổng giá trị kinh tế toàn cầu giảm đến 20% $\Rightarrow \frac{3\%}{a^2}.a^t = 20\% \Rightarrow a^{t-2} = \frac{20}{3}$

$\Rightarrow t = 2 + \log_a \frac{20}{3} = 2 + \log_{\sqrt[3]{\frac{10}{3}}} \frac{20}{3} \approx 6,7$