

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -6$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-12	$+\infty$	-15	$-\infty$	$-\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

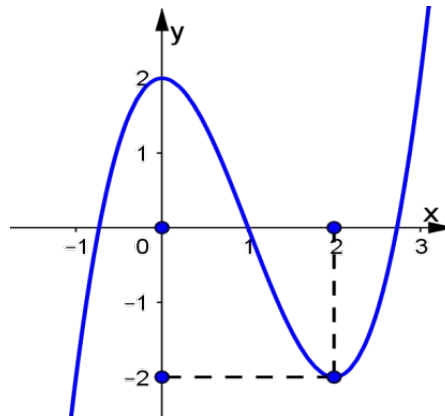
- A. $(-6; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $(-10; 1)$. **D. $(-7; -6)$.**

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy với mọi $x \in (-7; -6)$, $f'(x) > 0$.

Nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-7; -6)$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại:

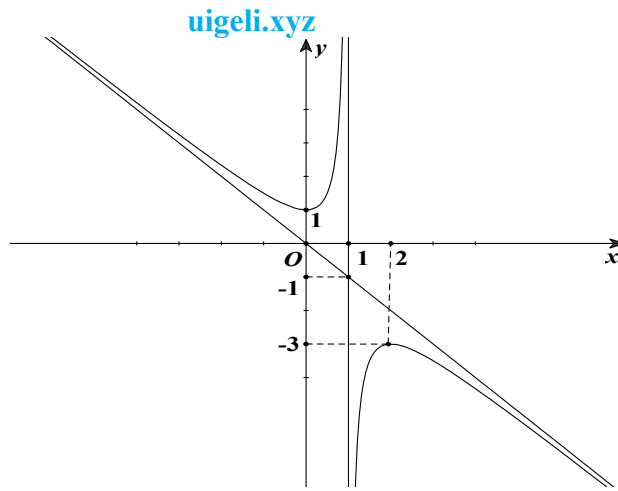


- A. $y = 0$. **B. $x = 2$.** C. $x = 0$. D. $y = -2$.

Lời giải

Ta có: Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $(2; -3)$. D. $(0; 1)$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; -3)$

Câu 4: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

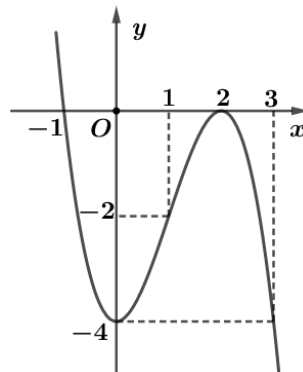
- A. 3. B. -3. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-4}{(x-3)^2} < 0 \forall x \in [0; 2]$, do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên đoạn

$[0; 2]$ bằng $y(0) = \frac{-1}{3}$

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\square$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như bên dưới



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là

- A. $f(0)$. B. 0. C. -4. D. $f(2)$.

Lời giải

Lập bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 3]$ là $f(0)$

Câu 6: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ là

A. $y = -x + 1$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = -x$.

D. $y = x$.

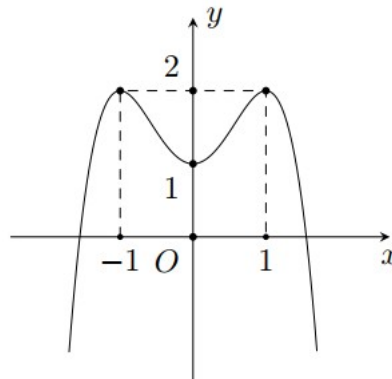
Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} = x + \frac{1}{x + 1}$.

Do đó $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + x + 1}{x + 1} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x + 1} = 0$

Suy ra tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x$

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$

B. $y = x^4 - 2x^2 + 1$

C. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$

D. $y = 2x^4 - x^2 + 1$

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy,

+) Hình dáng đồ thị cho ta hệ số $a < 0$.

+) Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$.

Như vậy, hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 8: Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 2,92.

B. 2,93.

C. 3,92.

D. 3,93.

Lời giải

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2; 4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1 \cdot 146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3 \cdot 146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$ và $C(x+2; y; -2)$ thẳng hàng. Tổng $x+y$ bằng

- A. $\frac{7}{3}$. B. $-\frac{8}{3}$. C. $-\frac{2}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (x+3; y-1; -4)$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{1} = \frac{-4}{-3} \\ y-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy $x+y = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

A. $(-20; 6; 9)$. B. $(20; 6; 9)$. C. $(-20; 6; 0)$. D. $(20; 6; 0)$.

Lời giải

Do $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$ nên tọa độ vector $\vec{u} = (-20; 6; 9)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 1); B(5; 1; -2); C(-1; -6; 3)$ và điểm D thỏa mãn $ABCD$ là hình hình hành. Tọa độ vector $\overrightarrow{CD}$ là:

- A. $(2; 1; -2)$. B. $(-2; 1; 3)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(3; 1; -3)$.

Lời giải

Do $ABCD$ là hình hình hành, nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = (3; 1; -3)$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

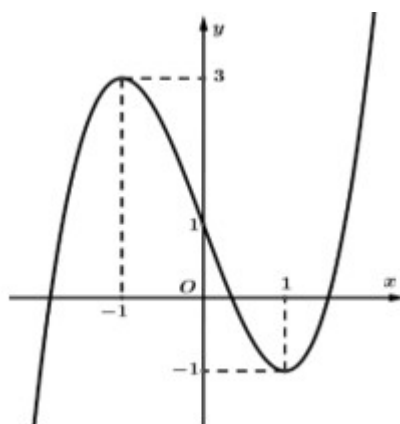
- A. $(0; 0; 3)$. B. $(-1; 2; 0)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; -2; -3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(-1; 2; 0)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ



Khi đó:

- a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.
 c) Phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.
 d) $f(5) = 111$.

Lời giải

a) Sai

Từ đồ thị ta có $x_{CT} = 1$.

b) Đúng

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 1)$.

c) Đúng

Ta có $2f(x) + 1 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \frac{-1}{2}$.

Do đường thẳng $y = \frac{-1}{2}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $2f(x) + 1 = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$.

Vì đồ thị hàm số có điểm cực đại $(-1; 3)$ và điểm cực tiểu $(1; -1)$ nên:

$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(1) = -1 \\ f'(-1) = 0 \\ f'(1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b - c + d = 3 \\ a + b + c + d = -1 \\ 3a - 2b + c = 0 \\ 3a + 2b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

Hay: $f(x) = x^3 - 3x + 1$.

d) Đúng

$$f(5) = 111$$

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2}$. Khi đó

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và $(-2; 3)$.

c) Hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 3$

d) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$

Lời giải

Ta có $y = \frac{x^2 + 4x + 5}{x + 2} = x + 2 + \frac{1}{x + 2}$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$

$$y' = \frac{x^2 + 4x + 3}{(x + 2)^2}$$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = -3 \end{cases}$

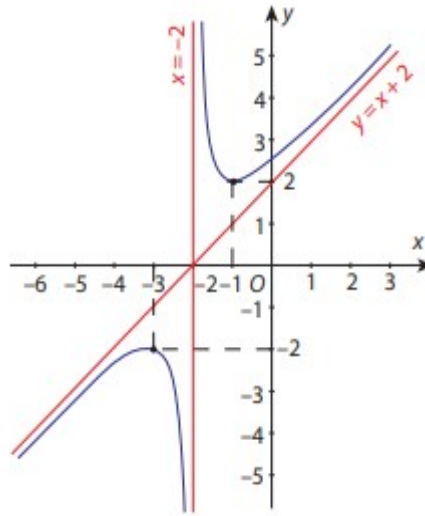
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-3	-2	-1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Ta thấy hàm số có tiệm cận đứng là $x = -2$ và tiệm cận xiên là $y = x + 2$.

Và có tâm đối xứng $I(-2; 0)$

Đồ thị hàm số:



Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

$\Rightarrow$ a) Đúng

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -3)$ và $(-1; 3)$

$\Rightarrow$ b) Sai

Ta thấy hàm số có tiệm cận xiên là $y = x + 2$

$\Rightarrow$ c) Sai

Thay tọa độ điểm $I(-2; 0)$ vào phương trình đường thẳng $2x - y + 4 = 0$; ta có $2(-2) - 0 + 4 = 0$

Vậy đồ thị hàm số có tâm đối xứng $I(-2; 0)$ nằm trên đường thẳng $2x - y + 4 = 0$

$\Rightarrow$ Đúng

Câu 3: Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25 .

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$.

c) Số trung bình của thống kê là 10 .

d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10 .

Lời giải

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

Sai: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 30 - 0 = 30$.

Đúng: Vì $16 < \frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = \frac{90}{4} = 22,5 < 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15; 20)$

Sai: Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của học sinh là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2,5 + 6 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 9 \cdot 17,5 + 3 \cdot 22,5 + 2 \cdot 27,5}{30} = \frac{43}{3} \approx 14,3$$

Sai: Ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} \cdot 5 = 9,58; Q_3 = 15 + \frac{\frac{90}{4} - 16}{9} \cdot 5 = \frac{335}{18} \approx 18,61 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 9,03 < 10$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1)$, $B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$

c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1 - 4; -1 - 2; 2 + 1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2 - y; 3 - z)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2 - y = -3 \\ 3 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$$

Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x-4; y-2; 1); \overrightarrow{BN}(x-1; y+1; -2)$

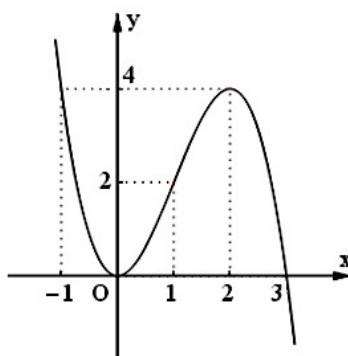
Để A, B, N thẳng hàng thì hai vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k \overrightarrow{BN}$

$$\text{Suy ra, } \begin{cases} x-4 = k(x-1) \\ y-2 = k(y+1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 = -\frac{1}{2}(x-1) \\ y-2 = -\frac{1}{2}(y+1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow N(3; 1; 0)$$

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ. Phương trình a. $f(x) = f(3)$ có bao nhiêu nghiệm?



Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$, ta suy ra dạng bảng biến thiên của hàm $y = f(x)$ như sau:

x	$-\infty$	0	3	$-\infty$
$f'(x)$	+	0	+	-
$f(x)$			$f(3)$	

Từ đây, ta suy ra số nghiệm của phương trình $f(x) = f(3)$ là 1 nghiệm.

Đáp số: 1

Câu 2: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 30.000 đồng.

Gọi x là số lần giảm 2 nghìn đồng giá vé. Khi đó:

Giá vé lúc này là: $p(x) = 40 - 2x$, với $0 < x < 20$.

Số khách tăng thêm là $100x$.

Do đó, tổng số khách là $1000 + 100x$.

Hàm doanh thu thu được:

$$R(x) = (1000 + 100x)p(x) = (1000 + 100x)(40 - 2x) = -200x^2 + 2000x + 40000$$

Xét hàm $R = R(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ trên $(0; 20)$

$$R' = -400x + 2000$$

$$R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Vì $R = R(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$, nên: $\underset{(1;20)}{Max} R = R(5)$

Vậy doanh thu đạt tối đa khi: $x = 5$. Điều này tương ứng với 5 lần giảm 2000, tức là giá vé cần bán ra là $40000 - 5.2000 = 30000$

Câu 3: Có ba lực cùng tác động vào một vật. Trong đó, có hai lực hợp với nhau một góc 60° và có độ lớn đều bằng $4\sqrt{3}N$. Lực còn lại có phương vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn bằng $5N$. Tính độ lớn lực tổng hợp đã tác dụng vào vật.

Lời giải

Đáp án: 13.

Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ là hai lực hợp với nhau một góc 60° và $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = 4\sqrt{3}$. Gọi $\vec{F}_3$ là lực có phương vuông góc

với mặt phẳng tạo bởi hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ và $|\vec{F}_3| = 5$. Độ lớn của lực tổng hợp là

$$|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = \sqrt{(\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3)^2} = \sqrt{\vec{F}_1^2 + \vec{F}_2^2 + \vec{F}_3^2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_2 + 2\vec{F}_1 \cdot \vec{F}_3 + 2\vec{F}_2 \cdot \vec{F}_3}$$

$$\sqrt{2(4\sqrt{3})^2 + 5^2 + 2|\vec{F}_1||\vec{F}_2|\cos 60^\circ} = 13.$$

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;3)$, $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

Trả lời: 7.

Lời giải

$$\text{Vì } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABC \text{ nên ta có } \begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2+a=3 \\ -3-4-2=3c \\ 3+5+b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=10 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=7$$

Câu 5: Một chiếc máy bay đang bay trong không gian $Oxyz$, với tọa độ hiện tại là $M(40;10;40)$.

Đường bay mong muốn của máy bay đi qua hai điểm $A(0;10;0)$ và $B(20;0;10)$. Hãy tìm khoảng cách ngắn nhất từ vị trí hiện tại của máy bay đến đường bay mong muốn này.

Trả lời: 28,3.

Lời giải

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của M trên đường thẳng AB . Khi đó $\min d(M; AB) = MH$.

Có $\overrightarrow{MH} = (x-40; y-10; z-40)$, $\overrightarrow{AH} = (x; y-10; z)$, $\overrightarrow{AB} = (20; -10; 10)$.

$$\text{Vì } MH \perp AB \text{ và vector } \overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB} \text{ cùng phương nên } \begin{cases} 20(x-40) - 10(y-10) + 10(z-40) = 0 \\ \frac{x}{20} = \frac{y-10}{-10} = \frac{z}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y + z - 110 = 0 \\ x = 2z \\ y = 10 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = -10 \\ z = 20 \end{cases} \Rightarrow H(40; -10; 20) \Rightarrow MH = 20\sqrt{2} \approx 28,3$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$.

Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm O, A, B, C

và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

Đáp án: 6.

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$ vì $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$? nên
$$\begin{cases} \overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \\ \overline{CM} \cdot \overline{BM} = 0 \quad (*) \\ \overline{AM} \cdot \overline{CM} = 0 \end{cases}$$

$$\overline{AM} = (a-3; b; c), \overline{BM} = (a; b-3; c), \overline{CM} = (a; b; c-3)$$

Từ biểu thức $(*)$ ta có biểu thức tọa độ

$$\begin{cases} (a-3)a + b(b-3) + c^2 = 0 \\ a^2 + (b-3)b + c(c-3) = 0 \\ (a-3)a + b^2 + (c-3)c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3b = 0 \quad (1) \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3b - 3c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3a + 3b = 3b + 3c = 3c + 3a$$

$$\Leftrightarrow a = b = c. \text{ Thay vào biểu thức } (1) \text{ ta có } 3a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0; 0; 0) (I) \\ M(2; 2; 2) (TM). \end{cases}$$

Vậy $a + b + c = 6$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 2</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	2	1	2	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$ B. $(-1; 0)$ C. $(-1; 1)$ D. $(0; 1)$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$

Câu 2: Hàm số $y = -x^3 + 2x^2 + 4x$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 . Khi đó giá trị của

biểu thức $S = x_1^2 + x_2^2$ bằng:

A. $\frac{10}{9}$.

B. $\frac{40}{9}$.

C. $\frac{10}{3}$.

D. $\frac{20}{3}$.

Lời giải

+) TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = -3x^2 + 4x + 4$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$.

Lập bảng xét dấu của $y' = -3x^2 + 4x + 4$:

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	2	$+\infty$		
y'		-	0	+	0	-

Suy ra hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1 = 2; x_2 = -\frac{2}{3}$, do đó biểu thức

$$S = x_1^2 + x_2^2 = 4 + \frac{4}{9} = \frac{40}{9}.$$

Câu 3: Tổng hai giá trị cực trị của hàm số $y = \frac{2x^2 - x + 1}{1 - x}$ bằng

A. 5.

B. -4.

C. -6.

D. 7.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-2x^2 + 4x}{(1 - x)^2}$

Vậy $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 1 \\ x = 2 \Rightarrow y = -7 \end{cases}$.

Đây chính là hai giá trị cực trị của hàm số vậy tổng của chúng bằng -6.

Câu 4: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = \frac{3x - 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0; 2]$

A. $M = \frac{1}{3}$.

B. $M = -\frac{1}{3}$.

C. $M = 5$.

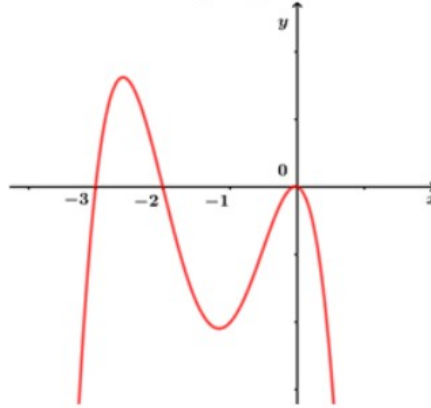
D. $M = -5$

Lời giải

Trên đoạn $[0; 2]$ ta luôn có $y' = -\frac{8}{(x - 3)^2} < 0, \forall x \in (0; 2)$.

Do đó hàm số y nghịch biến trên đoạn $[0; 2]$. Vậy $M = \max_{[0; 2]} y = y(0) = \frac{1}{3}$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y = f'(x)$. Biết rằng hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 1]$ là

- A.** $f(-2)$. **B.** $f(-3)$. **C.** $f(0)$. **D.** $f(x_0)$ với $-3 < x_0 < -2$.

Lời giải

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$$

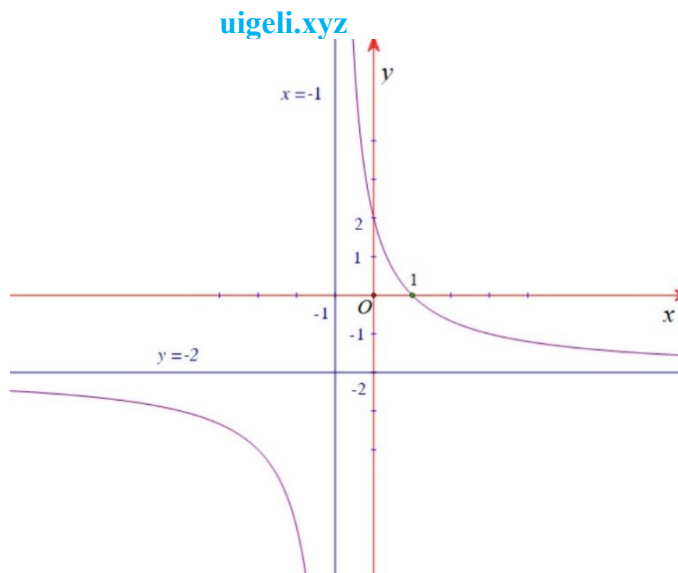
Ta có , với $x = -3$ và $x = -2$ là nghiệm bội lẻ, $x = 0$ là nghiệm bội chẵn.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-2	0	$+\infty$			
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	
y								

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 1]$ là $f(-2)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình sau



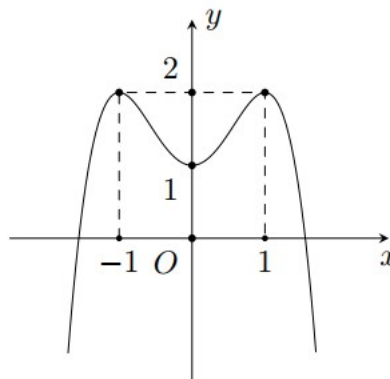
Đồ thị hàm số trên có đường tiệm cận đứng là

- A.** $x = -1$. **B.** $x = -2$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị của hàm số, đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x = -1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình dưới?



- A.** $y = x^4 - 3x^2 + 1$ **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 - x^2 + 1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy,

+) Hình dáng đồ thị cho ta hệ số $a < 0$.

+) Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1 = -1$; $x_2 = 0$; $x_3 = 1$.

Như vậy, hàm số cần tìm là $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 8: Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A.** 2,92 . **B.** 2,93 . **C.** 3,92 . **D.** 3,93 .

Lời giải

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2; 4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}$$

Khoảng tứ phân vị $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 1; 2)$, $B(0; 1; -1)$ và $C(x+2; y; -2)$

thẳng hàng. Tổng $x + y$ bằng

- A.** $\frac{7}{3}$. **B.** $-\frac{8}{3}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$, $\overrightarrow{AC} = (x+3; y-1; -4)$.

Vì A, B, C thẳng hàng nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{1} = \frac{-4}{-3} \\ y-1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ y = 1. \end{cases}$$

Vậy $x + y = -\frac{5}{3} + 1 = -\frac{2}{3}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là:

- A.** $(-20; 6; 9)$. **B.** $(20; 6; 9)$. **C.** $(-20; 6; 0)$. **D.** $(20; 6; 0)$.

Lời giải

Do $\vec{u} = -20\vec{i} + 6\vec{j} + 9\vec{k}$ nên tọa độ vector $\vec{u} = (-20; 6; 9)$.

Câu 11: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 0; 1); B(5; 1; -2); C(-1; -6; 3)$ và điểm

D thỏa mãn $ABCD$ là hình hình hành. Tọa độ vector $\overrightarrow{CD}$ là:

- A. $(2; 1; -2)$. B. $(-2; 1; 3)$. C. $(2; 1; -3)$. D. $(3; 1; -3)$.

Lời giải

Do $ABCD$ là hình hình hành, nên $\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BA} = (3; 1; -3)$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là

- A. $(0; 0; 3)$. B. $(-1; 2; 0)$. C. $(-1; 2; 3)$. D. $(1; -2; -3)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc điểm $A(-1; 2; 3)$ lên mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(-1; 2; 0)$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

a) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Hàm có cực tiểu $x = 2$.

c) Bảng biến thiên của hàm số là

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y			1		-3		$+\infty$
	$-\infty$						

d) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -2)$ làm tâm đối xứng.

Lời giải

a) Đúng

Ta có Tập xác định: $D = \mathbb{R}$

$$y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Bảng xét dấu y' :

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$ và đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Sai

Từ bảng xét dấu suy ra hàm số đạt cực tiểu $y = -3$ tại $x = 2$

c) Đúng

Bảng biến thiên của hàm số là:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	-3	$+\infty$	

d) Sai

Ta có $y'' = 6x - 6$, $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ làm tâm đối xứng.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ có đồ thị (C) .

a) Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đồ thị hàm số (C) có đường tiệm cận xiên là $y = 2x + 1$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\frac{25}{4}$.

Lời giải

a) Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

Đúng

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} = +\infty \Rightarrow x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

b) Sai:

Ta có $y = 2x + 5 + \frac{4}{x - 1}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [y - (2x + 5)] = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - (2x + 5)] = 0 \Rightarrow y = 2x + 5$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

c) Sai

$$y = \frac{2x^2 + 3x - 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{2x^2 - 4x - 2}{(x - 1)^2}$$

Ta có

$$y' = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ x = 1 + \sqrt{2} \end{cases}$$

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 1 - \sqrt{2})$ và $(1 + \sqrt{2}; +\infty)$.

d) Đúng

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y = 2x + 5$
Đ

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với trục $Ox \Rightarrow A\left(-\frac{5}{2}; 0\right) \Rightarrow OA = \frac{5}{2}$

B là giao điểm của tiếp tuyến với trục $Oy \Rightarrow B(0; 5) \Rightarrow OB = 5$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot 5 = \frac{25}{4}$$

Khi đó, diện tích tam giác

x	$-\infty$	$1 - \sqrt{2}$	1	$1 + \sqrt{2}$	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Câu 3: Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25.

- b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15;20)$.
- c) Số trung bình của thống kê là 10.
- d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10.

Lời giải

Thời gian (giờ)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30]$
Số học sinh	2	6	8	9	3	2
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

a) Sai: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 30 - 0 = 30$.

b) Đúng: Vì $16 < \frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = \frac{90}{4} = 22,5 < 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là $[15;20)$

c) Sai: Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của học sinh là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 2,5 + 6 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 9 \cdot 17,5 + 3 \cdot 22,5 + 2 \cdot 27,5}{30} = \frac{43}{3} \approx 14,3$$

d) Sai: Ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} \cdot 5 = 9,58; Q_3 = 15 + \frac{\frac{90}{4} - 16}{9} \cdot 5 = \frac{335}{18} \approx 18,61 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 9,03 < 10$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;3)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

b) $|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$

c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

a) $\overrightarrow{AB} = (1-4; -1-2; 2+1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$

Gọi $M(x; y; z)$ thì $\overrightarrow{MC} = (-x; -2-y; 3-z)$.

$$\text{Vì } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2-y = -3 \\ 3-z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$$

Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\overrightarrow{AN}(x-4; y-2; 1); \overrightarrow{BN}(x-1; y+1; -2)$

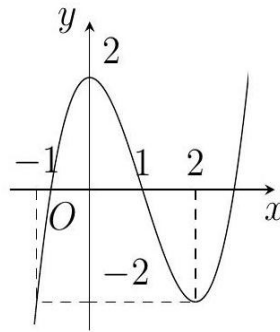
Để A, B, N thẳng hàng thì hai vector $\overrightarrow{AN}, \overrightarrow{BN}$ cùng phương. Do đó, $\overrightarrow{AN} = k \overrightarrow{BN}$

$$\begin{cases} x-4 = k(x-1) \\ y-2 = k(y+1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 = -\frac{1}{2}(x-1) \\ y-2 = -\frac{1}{2}(y+1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=1 \end{cases}$$

Suy ra, $N(3; 1; 0)$. Vậy $N(3; 1; 0)$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Tính $a + 2b$.



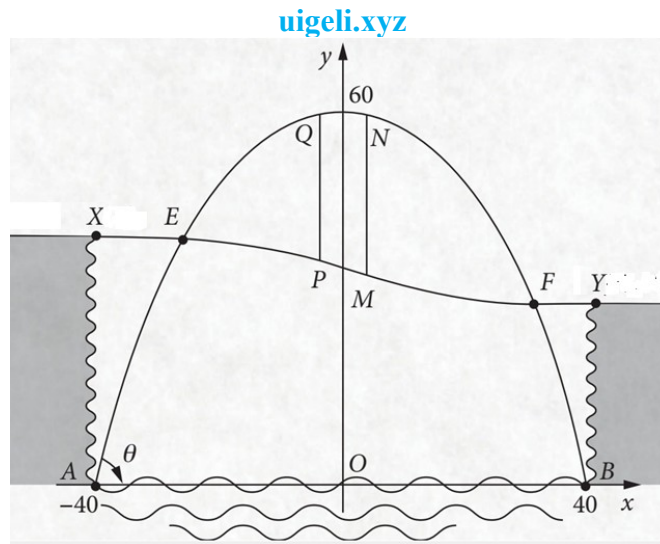
Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(0; 2)$.

Suy ra $a = 0, b = 2$.

Vậy $a + 2b = 4$.

Câu 2: Một thành phố nằm bên cạnh một con sông chảy qua hẻm núi. Hẻm núi có chiều ngang 80m, một bên cao 40 m và một bên cao 30 m. Một cây cầu sẽ được xây dựng bắc qua sông và hẻm núi. Sơ đồ của cây cầu được thiết kế và gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây.



Con đường XY xuyên qua hẻm núi được mô hình hóa bằng phương trình: $y = \frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35$.

Hai cột đỡ dọc MN và PQ là đoạn nối giữa khung của Parabol và đường XY . Tính tổng độ dài đoạn MN và PQ biết rằng N và Q là hai điểm đối xứng qua Oy ; MN là đoạn có độ dài lớn nhất.

Lời giải

Theo bài ra ta có: phương trình của Parabol là $y = 60 - \frac{3}{80}x^2$.

Độ cao chênh lệch giữa khung parabol và đường xuyên núi tại các vị trí có cùng hoành độ là

$$d = 60 - \frac{3}{80}x^2 - \left(\frac{x^3}{25600} - \frac{3x}{16} + 35 \right) \quad \text{với } x \in (-23,71; 28)$$

Xét $d' = -\frac{3}{40}x - \frac{3x^2}{25600} + \frac{3}{16} = 0 \Leftrightarrow x = 2,490309932 = x_0$.

Tra có bảng biến thiên như sau:

x	-23,71	x_0	27,99
d'	+	0	-
d	0	25,23	0

Dựa vào bảng biến thiên, độ dài đoạn MN lớn nhất khi $x = 2,49$

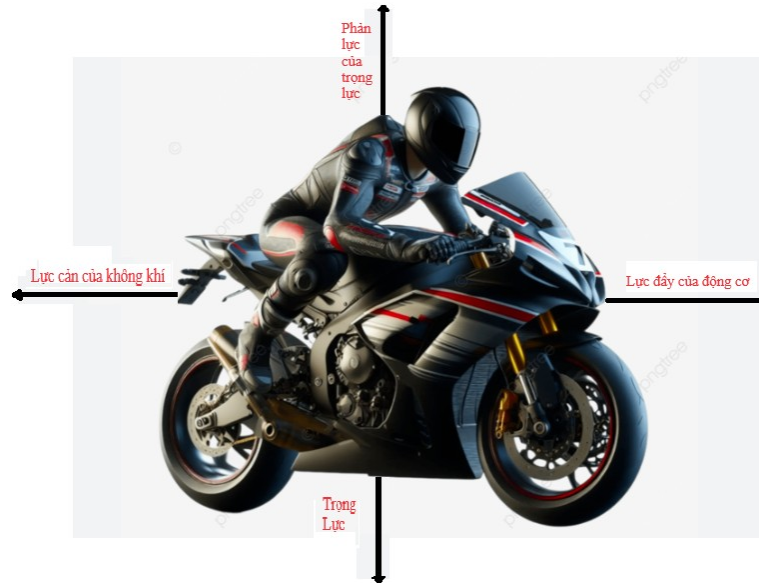
$$\Rightarrow MN_{\max} = d(2,49) = 60 - \frac{3}{80} \cdot 2,49^2 - \left(\frac{2,49^3}{25600} - \frac{3 \cdot 2,49}{16} + 35 \right) \approx 25,23$$

Vì N và Q là hai điểm đối xứng qua $Oy \Rightarrow x_P = x_Q = -2,490309932$.

$$\Rightarrow PQ = d(-2, 49) = 60 - \frac{3}{80} \cdot (-2, 49)^2 - \left(\frac{(-2, 49)^3}{25600} - \frac{3 \cdot (-2, 49)}{16} + 35 \right) \approx 24,3$$

Tổng độ dài $MN + PQ = 49,5$.

Câu 3: Khi di chuyển, một vận động viên đua xe motor thường chịu tác động của 4 lực: trọng lực, phản lực của trọng lực, lực cản của không khí và lực đẩy của động cơ.



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc xe. Một vận động viên đua xe tăng vận tốc từ $250(km/h)$ lên $300(km/h)$, trong quá trình tăng tốc, xe giữ nguyên hướng di chuyển. Lực cản của không khí khi xe đạt vận tốc $250(km/h)$ và $300(km/h)$ lần lượt biểu diễn bởi hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 + \frac{a}{b} \vec{F}_2 = \vec{0}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$). Tính giá trị của biểu thức $T = a + b$.

Lời giải

Vì trong quá trình vận động viên tăng vận tốc từ $250(km/h)$ lên $300(km/h)$, xe giữ nguyên hướng di chuyển nên hai vector $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng hướng và $\vec{F}_1 + \frac{a}{b} \vec{F}_2 = \vec{0}$ ($a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$).

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình

phương vận tốc xe motor nên $\left| \frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} \right| = \frac{250^2}{300^2} = \frac{25}{36} \Rightarrow \left| \vec{F}_1 \right| = \frac{25}{36} \left| \vec{F}_2 \right| \Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{25}{36} \vec{F}_2 \Rightarrow \vec{F}_1 - \frac{25}{36} \vec{F}_2 = \vec{0}$.

Vậy $\frac{a}{b} = \frac{-25}{36} \Rightarrow a + b = 11$.

Câu 4: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-3;3)$; $B(2;-4;5)$, $C(a;-2;b)$ nhận điểm $G(1;c;6)$ làm trọng tâm của nó thì giá trị của tổng $a+b+c$ bằng

Lời giải

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên ta có

$$\begin{cases} x_A + x_B + x_C = 3x_G \\ y_A + y_B + y_C = 3y_G \\ z_A + z_B + z_C = 3z_G \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1+2+a=3 \\ -3-4-2=3c \\ 3+5+b=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=10 \\ c=-3 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=7$$

Câu 5: Một chiếc máy bay đang bay trong không gian $Oxyz$, với tọa độ hiện tại là $M(40;10;40)$.

Đường bay mong muốn của máy bay đi qua hai điểm $A(0;10;0)$ và $B(20;0;10)$. Hãy tìm khoảng cách ngắn nhất từ vị trí hiện tại của máy bay đến đường bay mong muốn này.

Lời giải

Gọi $H(x; y; z)$ là hình chiếu của M trên đường thẳng AB . Khi đó $\min d(M; AB) = MH$.

Có $\overrightarrow{MH} = (x-40; y-10; z-40)$, $\overrightarrow{AH} = (x; y-10; z)$, $\overrightarrow{AB} = (20; -10; 10)$

Vì $MH \perp AB$ và vectơ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương nên

$$\begin{cases} 20(x-40) - 10(y-10) + 10(z-40) = 0 \\ \frac{x}{20} = \frac{y-10}{-10} = \frac{z}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x - y + z - 110 = 0 \\ x = 2z \\ y = 10 - z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 40 \\ y = -10 \\ z = 20 \end{cases} \Rightarrow H(40; -10; 20) \Rightarrow MH = 20\sqrt{2} \approx 28,3$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$.

Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian thỏa mãn M không trùng với các điểm O, A, B, C

và $\angle AMB = \angle BMC = \angle CMA = 90^\circ$. Khi đó tổng $a+b+c$ bằng

Đáp án: 6.

Lời giải

Gọi $M(a; b; c)$ vì $\square AMB = \square BMC = \square CMA = 90^\circ$ nên $\begin{cases} \overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0 \\ \overline{CM} \cdot \overline{BM} = 0 \quad (*) \\ \overline{AM} \cdot \overline{CM} = 0 \end{cases}$

$\overline{AM} = (a-3; b; c)$, $\overline{BM} = (a; b-3; c)$, $\overline{CM} = (a; b; c-3)$

Từ biểu thức $(*)$ ta có biểu thức tọa độ

$$\begin{cases} (a-3)a + b(b-3) + c^2 = 0 \\ a^2 + (b-3)b + c(c-3) = 0 \\ (a-3)a + b^2 + (c-3)c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3b = 0 \quad (1) \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3b - 3c = 0 \\ a^2 + b^2 + c^2 - 3a - 3c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow 3a + 3b = 3b + 3c = 3c + 3a$$

$\Leftrightarrow a = b = c$. Thay vào biểu thức (1) ta có $3a^2 - 6a = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M(0; 0; 0)(I) \\ M(2; 2; 2)(TM). \end{cases}$

Vậy $a + b + c = 6$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 3</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Hỏi hàm số đồng biến trên khoảng nào

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$		-1		-1			
	$-\infty$		-2		$-\infty$		

A. $(0; 1)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(-\infty; 1)$.

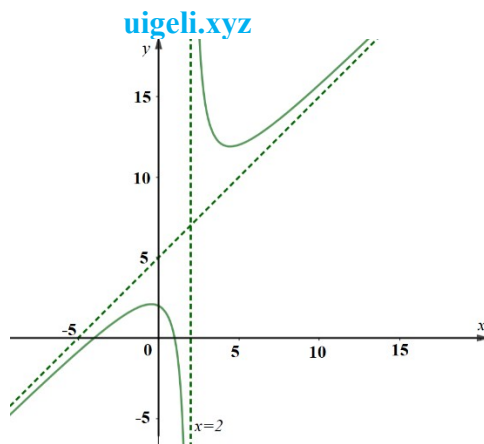
D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$; $(0; 1)$ và nghịch biến trên $(-1; 0)$; $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho đồ thị của hàm $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 0)$. C. $(2; 3)$. D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số thấy rằng hàm số đồng biến trên khoảng $(2; 3)$.

Câu 3: Hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
y'	+		+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	1	-1	0		

- A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.
 B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1 .
C. Hàm số có đúng hai cực trị.
 D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $x = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta có kết luận sau:

Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$, $y_{CD} = 1$ nên D sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -1$ nên A sai.

Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 1 và hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$ nên B sai.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-3; 2]$ và có bảng biến thiên như sau. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 1]$. Tính $M + m$.

x	-3	-1	0	1	2
$f(x)$	-2	3	0	2	1

- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

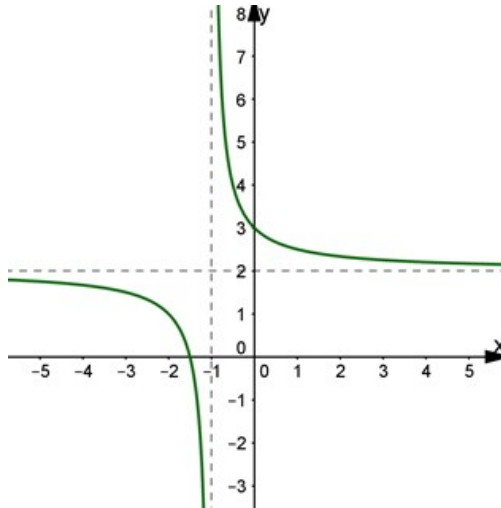
Lời giải

Chọn B

Trên đoạn $[-1;1]$ ta có giá trị lớn nhất $M = 3$ khi $x = -1$ và giá trị nhỏ nhất $m = 0$ khi $x = 0$.

Khi đó $M + m = 3 + 0 = 3$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

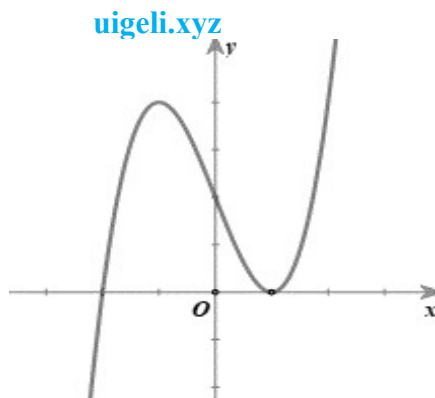
- A. $x = 2$. B. $y = 2$. C. $x = -1$. D. $y = -1$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ nên đường thẳng $y = 2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 6: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



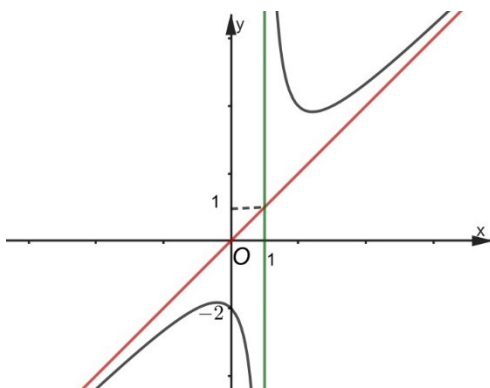
- A. $y = \frac{x-2}{x-1}$. B. $y = x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy đường cong trên là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ nên chọn đáp án **B**

Câu 7: Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 - x + 2}{-x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x - 2}{x - 1}$. D. $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

Lời giải

Vì đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$ và đường tiệm cận xiên là $y = x$ nên hàm

số có thể viết được dưới dạng: $y = x + \frac{c}{x-1}$.

Vì đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0; -2)$ nên ta có: $\frac{c}{-1} = -2 \Leftrightarrow c = 2$

Suy ra $y = x + \frac{2}{x-1}$ hay $y = \frac{x^2 - x + 2}{x - 1}$.

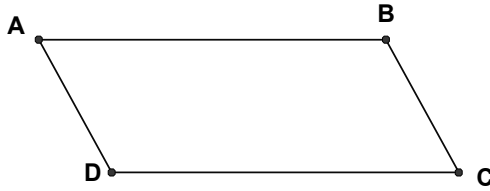
Câu 8: Trong không gian cho điểm O và bốn điểm A, B, C, D không thẳng hàng. Điều kiện cần và đủ để A, B, C, D tạo thành hình bình hành là:

- A. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OC} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OD}$. B. $\overrightarrow{OA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{OD}$.

C. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}$.

D. $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$.

Lời giải



$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Câu 9: Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD ; Đẳng thức nào **sai**?

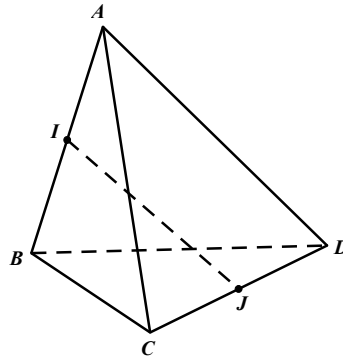
A. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD})$

B. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$

C. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BD})$

D. $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{AJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AD})$

$$= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BC}) = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + 2\overrightarrow{BC})$$

Vậy đẳng thức **sai** là $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD})$

Câu 10: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai vector $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{B'D'}$.

A. 90° .

B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{B'D'} = \overrightarrow{BD}$ nên $(\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{BC}) = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BC}) = \angle DBC = 45^\circ$

Câu 11: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó bằng

A. $Q_2 - Q_1$.

B. $Q_3 - Q_1$.

C. $Q_3 - Q_2$.

D. $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

Lời giải

Chọn B

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đó là $Q_3 - Q_1$

Câu 12: Cho mẫu số liệu thống kê $\{2, 4, 6, 8, 10\}$. Phương sai của mẫu số liệu trên là:

A. 40.

B. 10.

C. 6.

D. 8.

Lời giải

Chọn D

Có: $\bar{x} = \frac{1}{5}(2 + 4 + 6 + 8 + 10) = 6$

Phương sai là: $s^2 = \frac{1}{5}[(2-6)^2 + (4-6)^2 + (6-6)^2 + (8-6)^2 + (10-6)^2] = 8$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 + 3x^2 - 9x + 15$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 + 6x + 9$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 1)$.

c) Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên

a) Hàm số $h(x) = f(x) + \frac{3}{2x - x^2 - 4}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$

Lời giải

a) Sai :

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x - 9$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3 \end{cases}$$

b) Sai :

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3		1		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
			42			$+\infty$
y	$-\infty$			10		

Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

c) Đúng: Khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $f(x)$ chứa đúng 3 số nguyên là $-2;1;0$

d) Đúng: Ta có $h(x)$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Dựa vào bảng biến thiên: $f(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

$g(x) = 2x - x^2 - 4$ nghịch biến trên $(1;+\infty)$ suy ra $\frac{3}{g(x)}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

Vậy $h(x)$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)\dots(x-10) \forall x \in \mathbb{R}$.

- a) Hàm số $f(x)$ có 10 điểm cực trị.
- b) Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực đại.
- c) Hàm số $f(x)$ có 5 điểm cực tiểu.
- d) Hàm số $f(|x|)$ có 11 điểm cực trị.

Lời giải

a) SAI

Phương trình $f'(x) = 0$ có 11 nghiệm phân biệt nên hàm số $y = f(x)$ có 11 điểm cực trị.

Vậy khẳng định nêu ra là sai.

b) ĐÚNG

Hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức, $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ nên số điểm cực tiểu nhiều hơn số điểm cực đại là 1.

Mà tổng số điểm cực trị là 11 nên số điểm cực đại là 5 và số điểm cực tiểu là 6.

Vậy khẳng định nêu ra là đúng.

c) SAI.

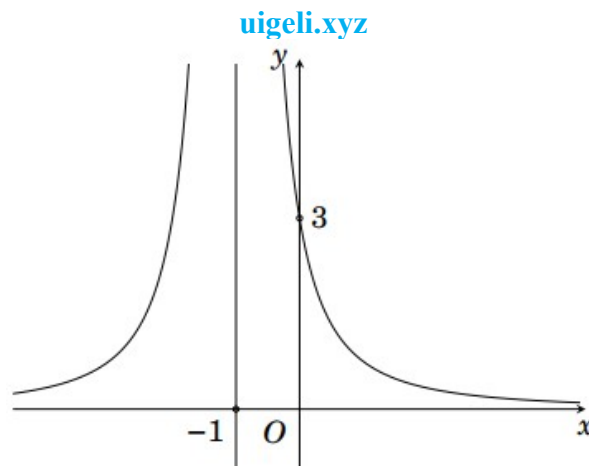
d) SAI

Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng $2 \cdot 10 + 1 = 21$, (vì hàm số có 10 điểm cực trị dương)

Vậy khẳng định nêu ra là sai.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ nhận $x = -1$ làm tiệm

cận đứng như hình vẽ bên. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;-2]$ bằng 8



- a) $f'(0) = 3$
- b) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$
- c) Giá trị của $f(-3)$ bằng 8
- d) Giá trị của $f(2)$ bằng 4

Lời giải

- a) **Đúng:** Theo hình vẽ, đồ thị $f'(x)$ qua điểm $(0; 3)$ nên $f'(0) = 3$
- b) **Sai:** Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1$ nên hàm số đã cho $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.
- c) **Sai:** Do $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8$ suy ra $f(-3) \neq 8$

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

- d) **Đúng:** Ta có

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 3)$ nên $f'(0) = 3 \Leftrightarrow \frac{ad - bc}{d^2} = 3$

Mặt khác, đồ thị hàm số $y = f'(x)$ có tiệm cận đứng $x = -1$ nên $-c + d = 0$

Vì $f'(x) > 0, \forall x \neq -1 \Rightarrow \max_{[-3; -2]} f(x) = f(-2) = 8 \Leftrightarrow \frac{-2a + b}{-2c + d} = 8$

Vậy ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} ad - bc = 3d^2 \\ -c + d = 0 \\ b - 2a = 8(d - 2c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = d \\ a - b = 3d \\ b - 2a = -8d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 5d \\ b = 2d \\ c = d \end{cases}$$

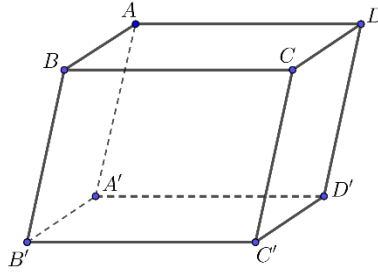
Từ đó suy ra $f(x) = \frac{5dx + 2d}{dx + d} = \frac{5x + 2}{x + 1} \Rightarrow f(2) = 4$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;0)$, $B(3;0;0)$, $D(0;3;0)$, $D'(0;3;-3)$. Gọi $G = (a;b;c)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C'$.

- a) $\overrightarrow{BD} = (3; -3; 0)$.
b) $\overrightarrow{AC} = (3; 3; 0)$.
c) $\overrightarrow{AC'} = (3; 3; -3)$.
d) $a + 2b + c = 2$.

Lời giải

- a) Sai vì $\overrightarrow{BD} = (-3; 3; 0)$.
b) Đúng vì $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0) \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} = (3; 3; 0)$.
c) Đúng vì $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$, $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$, $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = (0; 0; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'} = (3; 3; -3)$.
d) Đúng vì



Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; 0; 0)$. Gọi $C(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (x; y - 3; z)$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \\ z = 0 \end{cases} \text{ Suy ra } C(3; 3; 0).$$

$ABCD$ là hình bình hành

Ta lại có $\overrightarrow{AD} = (0; 3; 0)$. Gọi $A'(x'; y'; z') \Rightarrow \overrightarrow{A'D'} = (-x'; 3 - y'; -3 - z')$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 0 \\ y' = 0 \\ z' = -3 \end{cases} \text{ Suy ra } A'(0; 0; -3).$$

$ADD'A'$ là hình bình hành

Gọi $B'(x_0; y_0; z_0) \Rightarrow \overrightarrow{A'B'} = (x_0; y_0; z_0 + 3)$

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{A'B'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 3 \\ y_0 = 0 \\ z_0 = -3 \end{cases} \text{ Suy ra } B'(3; 0; -3).$$

$ABB'A'$ là hình bình hành

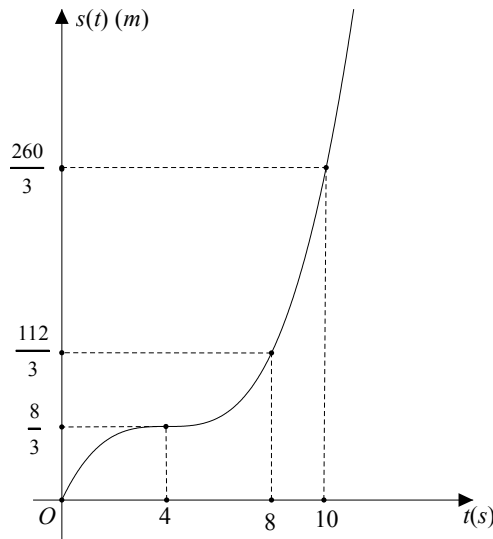
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_G = \frac{0+3+3}{3} = 2 \\ y_G = \frac{0+0+3}{3} = 1 \\ z_G = \frac{-3-3+0}{3} = -2 \end{cases}$$

$G(x_G; y_G; z_G)$ là trọng tâm tam giác $A'B'C$. Suy ra $G(2; 1; -2)$.

Vậy $S = a + 2b + c = 2 + 2 \cdot 1 - 2 = 2$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Một vật chuyển động. Quãng đường $s(t)$ (tính theo mét) vật đi được sau khoảng thời gian t (tính theo giây), $t \geq 0$, được mô tả là một hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hỏi trong 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài bao nhiêu giây?

Đáp án: 8

Lời giải

Theo đề bài, vật chuyển động với quãng đường đi sau t giây có phương trình dạng

$s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$, trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét.

Vì đồ thị hàm số $s(t)$ đi qua 4 điểm $O(0; 0), A(4; \frac{8}{3}), B(8; \frac{112}{3}), C(10; \frac{260}{3})$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} d = 0 \\ 64a + 16b + 4c + d = \frac{8}{3} \\ 512a + 64b + 8c + d = \frac{112}{3} \\ 1000a + 100b + 10c + d = \frac{260}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{260}{3} \\ b = \frac{1}{6} \\ c = -1 \\ d = 0 \end{cases} \Rightarrow s(t) = \frac{1}{6}t^3 - t^2 + 2t$$

$$v(t) = s'(t) = \frac{1}{2}t^2 - 2t$$

Khi đó, vận tốc tức thời của chất điểm là

Gia tốc tức thời của chất điểm là $a(t) = v'(t) = t - 2$.

Vật chuyển động nhanh dần nghĩa là $a(t) > 0 \Leftrightarrow t - 2 > 0 \Leftrightarrow t > 2$.

Như vậy 10 giây đầu tiên, khoảng thời gian vật chuyển động nhanh dần kéo dài 8 giây.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tổng giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y' = f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	1	$-\infty$	9	$+\infty$	

Dựa vào BBT ta thấy:

Giá trị cực đại của hàm số $y = f(-1) = 1$

Giá trị cực tiểu của hàm số $y = f(3) = 9$

Khi đó tổng giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số: $f(-1) + f(3) = 10$.

Câu 3: Gọi M , N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{9 - x^2}$. Giá trị của biểu thức $M + 2N$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp án: $-1,8$.

Tập xác định của hàm số: $D = [-3; 3]$.

Ta có $y' = 1 - \frac{x}{\sqrt{9-x^2}} = \frac{\sqrt{9-x^2} - x}{\sqrt{9-x^2}}$

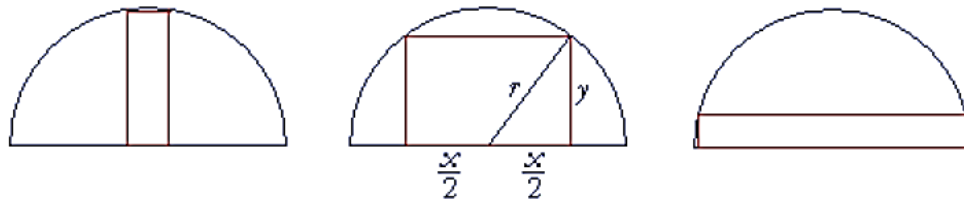
$$y' = 0 \Rightarrow \sqrt{9-x^2} - x = 0 \Leftrightarrow \sqrt{9-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 9-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \in (-3; 3)$$

Ta lại có $y(-3) = -3$, $y\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right) = 3\sqrt{2}$, $y(3) = 3$.

Từ đó suy ra $M = 3\sqrt{2}$, $N = -3$.

Vậy $(M + 2N) = 3\sqrt{2} + 2 \cdot (-3) = 3\sqrt{2} - 6 \approx -1,8$.

Câu 4: Ông An có một tấm tôn có dạng nửa đường tròn bán kính $r = 3$ m. Ông muốn cắt ra một hình chữ nhật nội tiếp nửa đường tròn đó để làm biển quảng cáo (Tham khảo hình vẽ). Khi biển quảng cáo đó có diện tích lớn nhất thì chiều dài của tấm biển bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải:

Ký hiệu các kích thước của hình chữ nhật như hình vẽ.

Ta có $\left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2 = r^2 \Rightarrow y^2 = r^2 - \frac{x^2}{4} = 9 - \frac{x^2}{4}$. ĐK: $0 < x < 6$.

Diện tích của tấm biển hình chữ nhật là $S = xy$.

Ta có $S^2 = x^2 y^2 = x^2 \left(9 - \frac{x^2}{4}\right) = -\frac{1}{4}x^4 + 9x^2 = f(x)$.

$f'(x) = -x^3 + 18x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 3\sqrt{2}$ (vì $0 < x < 6$).

BBT:

x	0	$3\sqrt{2}$	6
$f'(x)$		+	-
$f(x)$	<div style="text-align: center;"> $\nearrow$ 81 $\searrow$ </div>		

Suy ra $S^2 \leq 81$. Hay $\max S = 9$, đạt được khi $x = 3\sqrt{2}$ và $y = \frac{3}{\sqrt{2}}$.

Khi đó, chiều dài của hình chữ nhật là $x = 3\sqrt{2} \approx 4,24$.

Câu 5: Một cái ao có hình $ABCDE$ (như hình vẽ), ở giữa ao có một mảnh vườn trồng hoa hình tròn bán

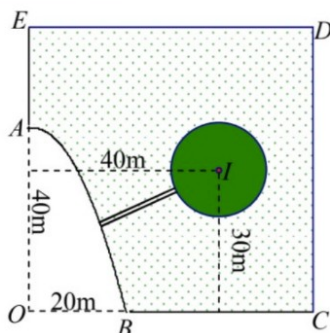
kính $10m$, người ta muốn bắc một cây cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Hãy tính độ dài ngắn nhất
Có thể của cây cầu (làm tròn đến hàng thập phân)

Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O ;

Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA ;

Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là $40m$ và $20m$;

Tâm I của mảnh vườn cách đường thẳng AE và BC lần lượt là $40m$ và $30m$.



Lời giải

Đáp án: 17,7

Chọn gốc tọa độ Descartes với gốc O , chiều dương trục hoành là tia OC , chiều dương trục tung là tia OE , đơn vị hai trục là đơn vị độ dài $1m$. Khi đó, phần mảnh vườn hoa có phương trình là phương trình đường tròn với tâm $I(40;30)$, với bán kính là 10 : $(x-40)^2 + (y-30)^2 = 100$. Phần bờ AB thuộc

parabol đi qua các điểm $A(0;40), B(20;0)$ có phương trình $y = \frac{-1}{10}x^2 + 40$. Gọi

$M\left(t; \frac{-1}{10}t^2 + 40\right), 0 \leq t \leq 20$ là điểm thuộc bờ AB thỏa mãn khoảng cách từ bờ đến vườn hoa là nhỏ nhất hay độ dài đoạn $MI - R$ nhỏ nhất. Mà

$$MI - R = \sqrt{\left(40-t\right)^2 + \left(\frac{1}{10}t^2 - 10\right)^2} - 10 = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10$$

Đặt $f(t) = \sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700} - 10, 0 \leq t \leq 20$

Ta có $f'(t) = \frac{\frac{1}{25}t^3 - 2t - 80}{2\sqrt{\frac{1}{100}t^4 - t^2 - 80t + 1700}}, \forall 0 \leq t \leq 20$
 $; f'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 13,917$

Mà $\begin{cases} f(0) = -10 + 10\sqrt{17} \\ f(20) = -10 + 10\sqrt{13} \\ f(13,917) \approx 17,71 \end{cases}$. Vậy hàm $f(t)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $t \approx 13,917$ hay độ dài cầu ngắn nhất có thể là $17,7$.

Câu 6: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

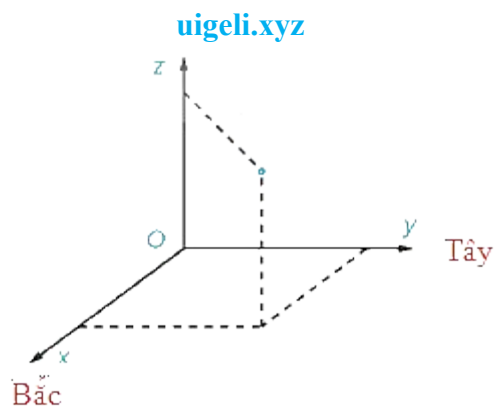


Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó. (Kết quả làm tròn 1 chữ số thập phân sau dấu phẩy).

Lời giải

Đáp án: 11,6

Chọn hệ trục tọa độ O_{xyz} , với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc (Ox nằm trên mặt đất), trục Oy hướng về phía Tây (Oy nằm trên mặt đất), trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét.



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-60; -40; 2)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$.

Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí tArung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ

$$\left(\frac{-60+80}{2}; \frac{-40+50}{2}; \frac{2+4}{2} \right) = (10; 5; 3)$$

Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là:

$$\sqrt{10^2 + 5^2 + 3^2} \approx 11,6(km)$$

-----Hết-----

uigeli.xyz ĐỀ 4	ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I NĂM HỌC 2024-2025 MÔN: TOÁN 12 KNTT
----------------------------------	--

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.
- D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$

Câu 2: Hàm số $y = |x-1|$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 1)$.
- B. $(0; 2)$.
- C. $(2; +\infty)$.
- D. $(0; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y = \begin{cases} x-1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 1-x & \text{khi } x < 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 1 & \text{khi } x > 1 \\ -1 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

y' không xác định khi $x = 1$

BBT:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$+$
$y = f(x)$	$+\infty$	0	$+\infty$

Vậy hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$. Lại có $(2; +\infty) \subset (1; +\infty)$ nên chọn đáp án C.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
y'	$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	5	-2	$+\infty$	

Điểm cực đại của hàm số là

A. $y = 5$.

B. $x = 1$.

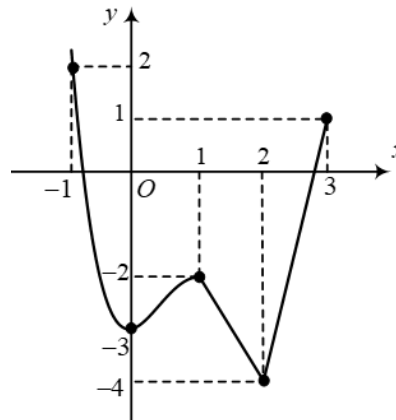
C. $x = 2$.

D. $y = -2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tại $x = 1$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ nên hàm số có điểm cực đại là $x = 1$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Khi đó, tổng $M + m$ bằng



A. -6 .

B. -2 .

C. -5 .

D. 2 .

Lời giải

Theo đồ thị, ta có : $M = 2$ và $m = -4 \Rightarrow M + m = -2$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'			
y	5	$+\infty$	2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.
 B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
 C. Đồ thị hàm số có hai TCN $y = 2$, $y = 5$ và một TCD $x = -1$.
 D. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'			
y	5	$+\infty$	2

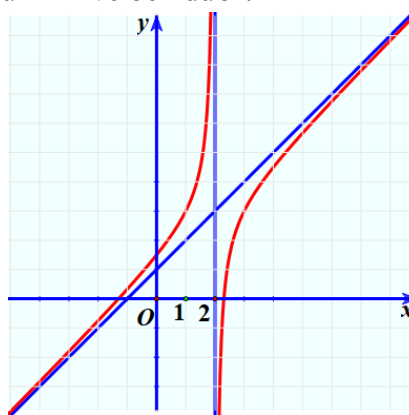
$$\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = -\infty$$

là TCD.

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5 \Rightarrow y = 5 \text{ là TCN và } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2 \Rightarrow y = 2 \text{ là TCN.}$$

Câu 6: Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ bên dưới?



- A. $y = \frac{x^2 - x - 3}{x - 2}$.
 B. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.
 C. $y = \frac{x - 1}{x - 2}$.
 D. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra hàm số tương ứng là hàm phân thức hữu tỉ bậc 2/bậc một và không có cực trị.

Suy ra loại C và D.

Xét A. Ta có $y' = \frac{x^2 - 4x + 5}{(x-2)^2}$; $y' = 0$ vô nghiệm.

Xét B. Ta có $y' = \frac{x^2 - 4x + 1}{(x-2)^2}$; $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

Suy ra chọn A.

Câu 7: Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3 - \frac{x}{40}\right)^2$. Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách

A. 35 B. 40 C. 45 D. 50

Lời giải

Số tiền thu được khi chở x hành khách là

$$f(x) = 20x \cdot \left(3 - \frac{x}{40}\right)^2 = 20 \left(9x - \frac{3x^2}{20} + \frac{x^3}{1600}\right), \quad 0 < x \leq 50$$

$$\Rightarrow f'(x) = 20 \left(9 - \frac{3x}{10} + \frac{3x^2}{1600}\right) \Leftrightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 40 \\ x = 120 \end{cases}$$

x	0	40	50
$f'(x)$		+	0
$f(x)$			-

Vậy cần chở 40 khách.

Câu 8: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ trong không gian với các đỉnh $A, B, C, D, A', B', C', D'$ sao cho $AB = \vec{u}$, $AD = \vec{v}$, và $AA' = \vec{w}$. Biết rằng $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ đôi một vuông góc với nhau và có độ dài lần lượt là $|\vec{u}| = 2$, $|\vec{v}| = 3$, và $|\vec{w}| = 4$. Độ dài của đường chéo từ A đến C' là:

A. $\sqrt{13}$ B. $\sqrt{29}$ C. 9 D. $\sqrt{20}$

Lời giải

Độ dài của đường chéo từ A đến C' được tính bằng công thức khoảng cách trong không gian.

$$|\overline{AC'}| = \sqrt{|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 + |\vec{w}|^2} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 4^2} = \sqrt{4 + 9 + 16} = \sqrt{29}.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, tọa độ của $\vec{a} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} - 2\vec{k}) + 4\vec{j}$ là:

A. $(5; -6; 4)$ B. $(2; 3; 4)$ C. $(5; 5; -6)$ D. $(2; -6; 4)$

Lời giải

$$\vec{a} = 2\vec{i} + 3(\vec{i} - 2\vec{k}) + 4\vec{j} = 5\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k} = (5; 4; -6)$$

Câu 10: Trong không gian Oxyz, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vector $\vec{u} - \vec{v}$ là

A. $(3; 4; -3)$

B. $(-1; 2; -3)$

C. $(-1; 2; -1)$

D. $(1; -2; 1)$

Lời giải

Ta có $\vec{u} - \vec{v} = (1 - 2; 3 - 1; -2 - (-1)) = (-1; 2; -1)$

Câu 11: Kết quả kiểm tra điểm môn Toán của học sinh lớp 12A1 được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm điểm	Tần số
$[0; 2)$	5
$[2; 4)$	5
$[4; 6)$	5
$[6; 8)$	25
$[8; 10]$	10
	$n = 50$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là

A. 7,56

B. 6,57

C. 5,76

D. 7,56

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là

$$\bar{x} = \frac{1 \cdot 5 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 5 + 7 \cdot 25 + 9 \cdot 10}{50} = \frac{31}{5} = 6,2$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$s^2 = \frac{5(1 - 6,2)^2 + 5(3 - 6,2)^2 + 5(5 - 6,2)^2 + 25(7 - 6,2)^2 + 10(9 - 6,2)^2}{50} = 5,76$$

Câu 12: Tốc độ của 20 xe hơi khi đi qua một trạm kiểm soát vận tốc được thống kê lại theo lớp như sau:

Tốc độ (km/h)	$[42; 46)$	$[46; 50)$	$[50; 54)$	$[54; 60)$	$[60; 64)$
Tần số	3	7	4	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\frac{\sqrt{663}}{5}$

B. $\frac{\sqrt{664}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{665}}{5}$

D. $\frac{\sqrt{666}}{5}$

Lời giải

Ta có bảng sau:

Tốc độ (km/h)	$[42; 46)$	$[46; 50)$	$[50; 54)$	$[54; 58)$	$[58; 62)$
Vận tốc (km/h)	44	48	52	56	60
Tần số	3	7	4	3	3

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 44 + 7 \cdot 48 + 4 \cdot 52 + 3 \cdot 56 + 3 \cdot 60}{20} = \frac{256}{5}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{20} (3.44^2 + 7.48^2 + 4.52^2 + 3.56^2 + 3.60^2) - \left(\frac{256}{5} \right)^2 = \frac{664}{25}$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm

$$S = \frac{\sqrt{664}}{5}$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.
 b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
 c) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $\Delta: y = x + 4$.
 d) Khi $m > 9$ thì phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Điều kiện: $x \neq 1$, nên TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $f(x) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$ $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$+\infty$
				9	

Nhìn vào Bảng biến thiên ta có: hàm số đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$ nên cũng đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$. **a) đúng.**

b) Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x = -1$ và đạt cực tiểu tại điểm $x = 3$.

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. **b) đúng.**

c) Xét $f(x) - (x + 4) = \frac{x^2 + 3x}{x - 1} - (x + 4) = \frac{4}{x - 1}$.

Nên $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 4)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4}{x - 1} = 0$

Do đó: Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y = x + 4$ là đường tiệm cận xiên. **c) đúng.**

d) Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: với $m > 9$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

Do đó phương trình $f(x) = m$ có hai nghiệm phân biệt. **d) đúng.**

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

c) Số giao điểm của đồ thị (C) với trục hoành là 2 giao điểm.

d) Có 3 giá trị nguyên của m để phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	-1		1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

a) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị $x = 1; x = -1$

Vậy a) đúng.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

Vậy b) đúng.

c) Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - 3x = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{3} \\ x = 0 \\ x = \sqrt{3} \end{cases}$$

Số giao điểm của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là số nghiệm của phương trình $x^3 - 3x = 0$

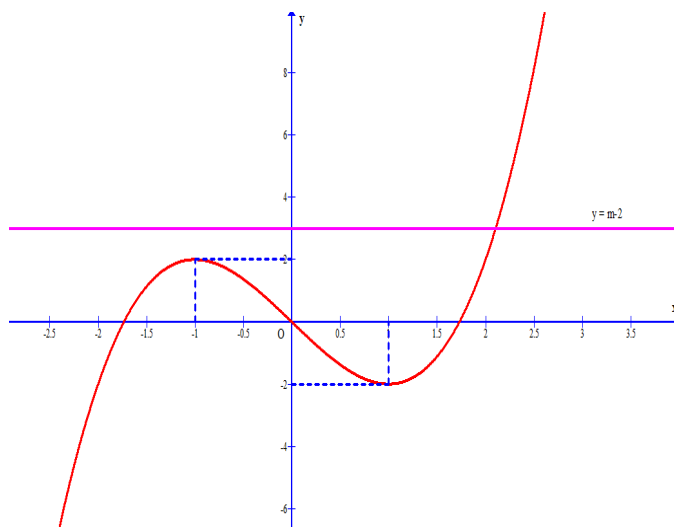
Do đó, số giao điểm của của đồ thị hàm số (C) với trục hoành là 3 giao điểm.

Vậy c) sai.

d) Xét phương trình $x^3 - 3x + 2 - m = 0$

Hay $x^3 - 3x = m - 2 \quad (1)$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị (C) với đường thẳng $y = m - 2$.



Từ đồ thị hàm số, để phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y = m - 2$ phải cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $-2 < m - 2 < 2 \Leftrightarrow 0 < m < 4$.

Vì $m \in \mathbb{Q} \Rightarrow m \in \{1; 2; 3\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy d) Đúng.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$ có đồ thị (C) . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$.

c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

d) Hai đường tiệm cận của (C) tạo với trục Ox một tam giác có diện tích bằng $4,5$ (đvdt).

Lời giải

Ta có : Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$. Vậy **a) đúng**.

Ta có : $f'(x) = 1 - \frac{3}{(x-2)^2}, \forall x \neq 2; f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \sqrt{3} \\ x = 2 + \sqrt{3} \end{cases}$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$	$2 - \sqrt{3}$	2	$2 + \sqrt{3}$	$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	+

+) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x = 2 - \sqrt{3}$. Vậy **b) đúng**.

+) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi khoảng $(2 - \sqrt{3}; 2)$ và $(2; 2 + \sqrt{3})$ mà $0 < 2 - \sqrt{3}$.

Vậy **c) sai**.

Ta có:

(C) có tiệm cận đứng là $x = 2$, tiệm cận xiên là $y = x + 1$;

Gọi giao điểm của hai tiệm cận là I thì tọa độ của I là $I(2; 3)$;

Gọi $A; B$ lần lượt là giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên với trục tọa độ Ox thì:

$A(2; 0); B(-1; 0)$. Tam giác ABI vuông tại A , có diện tích $S = \frac{1}{2} AI \cdot AB = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5 (dvd)$.

Vậy **d) đúng**.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$) cho hình hộp $OABC.O'A'B'C'$ có $A(1; 1; -1), B(0; 3; 0)$, $\overrightarrow{BC'} = (2; -6; 6)$. Gọi H, K lần lượt là trọng tâm của tam giác $OA'O'$ và $CB'C'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

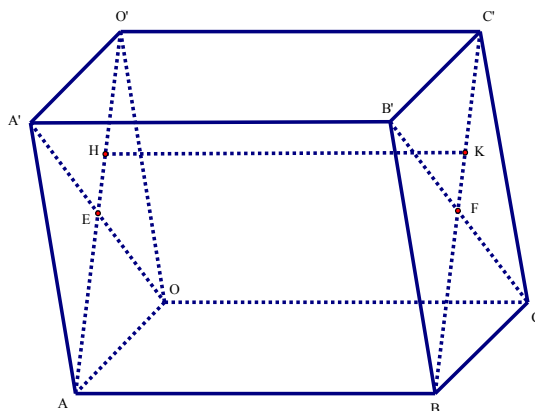
a) $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$.

b) Tọa độ điểm C' là $(2; -3; 6)$.

c) Cho điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) . Khi độ dài đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(0; 0; -1)$.

d) Tọa độ véc tơ $\overrightarrow{HK} = (-1; 2; -1)$.

Lời giải



a) Trong không gian $Oxyz$) $A(1;1;-1)$ nên $\overrightarrow{OA} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$) suy ra mệnh đề a) **đúng**.

$$\overrightarrow{BC'} = (2; -6; 6) \Rightarrow \begin{cases} x-0=2 \\ y-3=-6 \\ z-0=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-3 \\ z=6 \end{cases}$$

b) Gọi $C'(x; y; z)$. Ta có

Do đó $C(2; -3; 6)$) suy ra mệnh đề b) **đúng**.

c) Vì M thuộc mặt phẳng (Oxy) nên độ dài đoạn AM ngắn nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu của A trên mặt phẳng (Oxy)) suy ra $M(1;1;0)$. Vậy mệnh đề c) **sai**.

d) Ta có: $O'H \parallel C'K$ và $O'H = \frac{2}{3}O'E = \frac{1}{3}O'A = \frac{1}{3}C'B = C'K$ nên $O'HKC'$ là hình bình hành. Do đó $\overrightarrow{HK} = \overrightarrow{O'C'} = \overrightarrow{AB} = (-1; 2; 1)$) suy ra mệnh đề d) **sai**.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Độ cao (tính bằng mét) của tàu lượn siêu tốc so với mặt đất sau t (giây) ($0 \leq t \leq 20$) từ lúc bắt đầu được cho bởi công thức $h(t) = -\frac{4}{255}t^3 + \frac{49}{85}t^2 - \frac{98}{17}t + 20$. Trong các khoảng thời gian $(a; b)$ tàu lượn đi lên. Tính $a + 2b$.

Lời giải

Ta có: $h'(t) = -\frac{4}{85}t^2 + \frac{98}{85}t - \frac{98}{17}$.

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow -\frac{4}{85}t^2 + \frac{98}{85}t - \frac{98}{17} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 17,5 \\ t = 7 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

t	0	7	17,5	20		
$h'(t)$		+	0	-	0	+
$h(t)$						

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy tàu lượn chuyển động đi xuống ($h(t)$ giảm) trong khoảng $(7; 17,5)$.
 Khi đó $a = 7; b = 17,5$. Vậy $a + 2b = 7 + 17,5 \cdot 2 = 42$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ để hàm số

$$y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m} \text{ đồng biến trên } (4; +\infty)?$$

Lời giải

Đáp án: 2027.

Hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ có TXĐ $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$.

Ta có $y' = \frac{2m^2+m-3}{(x+m)^2}$

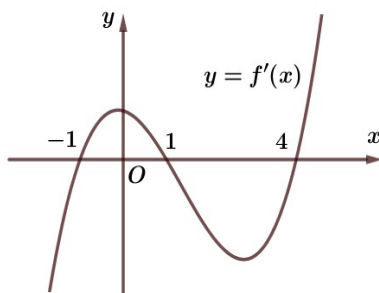
Hàm số $y = \frac{(2m+1)x+3}{x+m}$ đồng biến trên $(4; +\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} y' > 0 \\ -m \notin (4; +\infty) \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2+m-3 > 0 \\ -m \leq 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ -4 \leq m < -\frac{3}{2} \end{cases}$$

Các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2024; 2025]$ là $\{-4; -3; -2; 2; 3; \dots; 2025\}$.

Vậy có tất cả 2027 giá trị cần tìm.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



Trên đoạn $[-1; 4]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại x bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4)$$

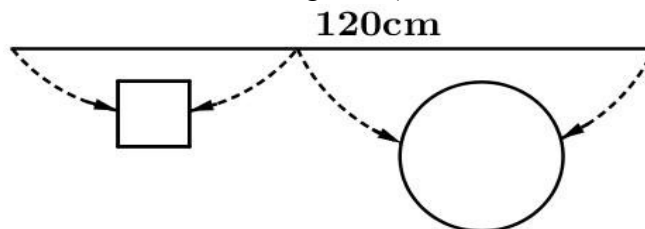
$$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$					

Trên đoạn $[-1; 4]$, hàm số $y = f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại 1.

Câu 4: Một sợi dây kim loại dài 120cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất được uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai được uốn thành vòng tròn (tham khảo hình bên dưới).



Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn đạt giá trị nhỏ nhất là (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Đáp án: 504

Gọi độ dài của đoạn dây thứ hai là x cm.

Khi đó, độ dài của đoạn dây thứ nhất là $(120 - x)$ cm ($0 < x < 120$).

Diện tích của hình vuông bằng $\left(\frac{120 - x}{4}\right)^2$ và diện tích của hình tròn bằng $\pi \left(\frac{x}{2\pi}\right)^2 = \frac{x^2}{4\pi}$.

Tổng diện tích của hình vuông và hình tròn:

$$S(x) = \left(\frac{120 - x}{4}\right)^2 + \frac{x^2}{4\pi} = \left(\frac{1}{4\pi} + \frac{1}{16}\right)x^2 - 15x + 900 \quad (0 < x < 120)$$

Ta có $S(x)$ là một hàm số bậc hai, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{120\pi}{4 + \pi} \in (0; 120)$.

$$\min S(x) = S\left(\frac{120\pi}{4 + \pi}\right) \approx 504 \text{ cm}^2$$

Câu 5: Doanh số bán hệ thống âm thanh mới đưa ra thị trường trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ

tuân theo đường cong logistic $R(x) = \frac{5000e^x}{e^x + 5}, x \geq 0$, trong đó thời gian x tính bằng năm. Biết tốc độ bán hàng đạt tối đa vào năm thứ bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 2

$$R'(x) = \frac{25000e^x}{(e^x + 5)^2}$$

Hàm số biểu thị tốc độ bán hàng là

$$\Rightarrow R''(x) = \frac{25000e^x(5-e^x)}{(e^x+5)^3}$$

$$R''(x) = 0 \Leftrightarrow x = \ln 5 \approx 1,61$$

Bảng biến thiên

x	0	$\ln 5$	$+\infty$	
$R'(x)$		+	0	-
$R(x)$			1250	

Suy ra tốc độ bán hàng tối đa vào thời điểm năm thứ hai.

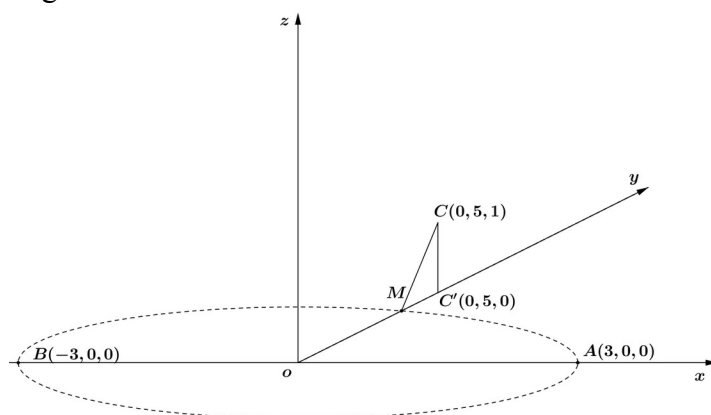
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(3;0;0)$, $B(-3;0;0)$, $C(0;5;1)$ và M là một điểm nằm trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA+MB=2\sqrt{34}$. Tính giá trị nhỏ nhất của MC ?

Lời giải

Đáp số: 1.

M là điểm trong mặt phẳng (Oxy) thỏa $MA+MB=2\sqrt{34}$ và $AB=6$.

Suy ra $M \in (E)$ có phương trình $\frac{x^2}{34} + \frac{y^2}{25} = 1$.



Gọi C' là hình chiếu của $C(0;5;1)$ lên Oy suy ra $C'(0;5;0)$.

Khi đó $MC^2 = MC'^2 + CC'^2 = MC'^2 + 1$, do đó $MC_{\min} \Leftrightarrow MC'^2_{\min} \Leftrightarrow MC'^2_{\min}$.

Gọi $M(x_0; y_0; 0) \in (E): \frac{x_0^2}{34} + \frac{y_0^2}{25} = 1 \Rightarrow \frac{x_0^2}{34} + \frac{y_0^2}{25} = 1$

$$MC'^2 = x_0^2 + (5 - y_0)^2 = 34 \left(1 - \frac{y_0^2}{25} \right) + (5 - y_0)^2 = f(y_0), y_0 \in [-5; 5]$$

Ta có

$$f'(y_0) = -\frac{18}{25}y_0 - 10$$

$$f'(y_0) = 0 \Leftrightarrow y_0 = \frac{-125}{9} \notin [-5; 5]$$

Hàm số $f(y_0)$ nghịch biến trên $[-5; 5]$, suy ra $\min_{[-5; 5]} f(y_0) = f(5) = 0$.

Do đó ta có: $MC'_{\min} = f(5) = 0$, suy ra $MC_{\min} = 1$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 5</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$	3	1	3	$-\infty$

Hàm số đã đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(-\infty; 3)$ B. $(-\infty; -3)$ C. $(-1; 0)$ D. $(-1; 1)$

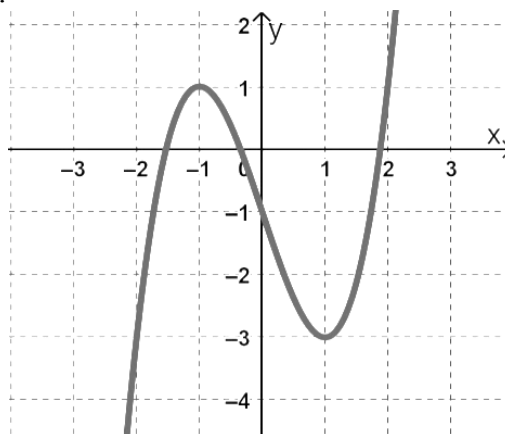
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	-2	-1	2	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-2; 1]$.



- A. -2. B. -3. C. 1. D. 4.

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = -x^4 + 12x^2 + 1$, khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ bằng

A. 28.

B. 12.

C. 33.

D. 2.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		-		-	0	+	
y	2		$+\infty$		-2		$+\infty$

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

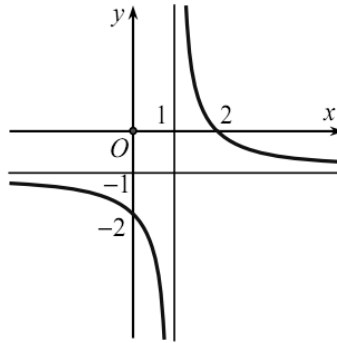
A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Khẳng định nào sau đây đúng?

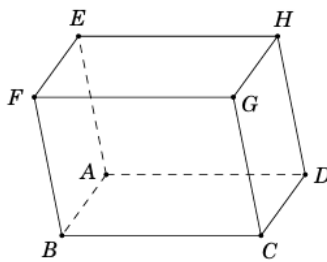
A. $b < a < 0$.

B. $a < b < 0$.

C. $b > a$ và $a < 0$.

D. $a < 0 < b$.

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$, các vector có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp và bằng vector $\overrightarrow{DC}$ là các vector nào sau đây?



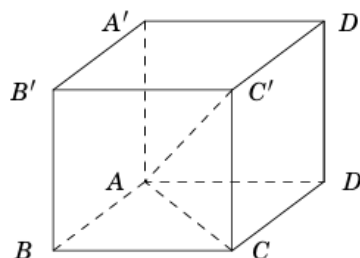
A. $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}$.

B. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{EF}$.

C. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{HG}, \overrightarrow{FE}$.

D. $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{GH}, \overrightarrow{EF}$.

Câu 8: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?



- A. $|\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$. B. $|\overrightarrow{AC'}| = a\sqrt{3}$.
C. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{D'B'} = \overrightarrow{BB'}$. D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x_1; y_1; z_1)$ và $\vec{v} = (x_2; y_2; z_2)$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $\vec{u} + \vec{v} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$.
B. $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$; với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các vector đơn vị.
C. $\vec{u} - \vec{v} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$.
D. $k\vec{u} = (kx_1; ky_1; kz_1), k \in \mathbb{R}$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$.

Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$ B. $(-2; 2; -7)$ C. $(-2; -2; 7)$ D. $(-2; 2; 7)$.

Câu 11: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng số liệu đã cho là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 12: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 10 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20) B. [20; 40) C. [40; 60) D. [60; 80).

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 4x + 2$ có đồ thị (C) .

a) Hàm số đồng biến trên $(2; +\infty)$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[1; 4]$ là $f(1)$.

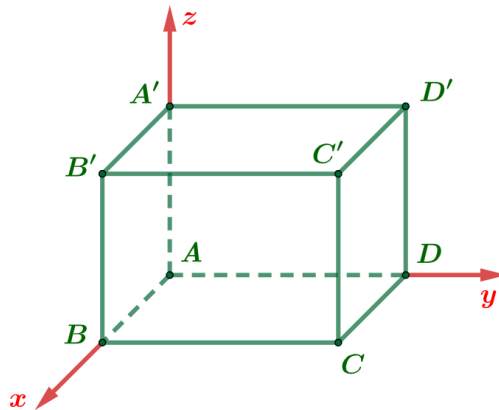
c) Tâm đối xứng của đồ thị (C) là $I(1; 4)$.

d) Lấy $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị và không trùng với I , gọi M' là điểm đối xứng của M qua I thì tiếp tuyến của đồ thị tại M và M' song song với nhau.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, (a \neq 0)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x+2)$

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 1$.
- c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hoành độ là $x = -1$.
- d) Hàm số $y = f(x^2 - 2024) + 2025$ có 5 điểm cực trị.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật có $AB = 3; AD = 4; AA' = 5$. Biết A trùng với gốc tọa độ O , B thuộc tia Ox , D thuộc tia Oy , A' thuộc tia Oz như hình vẽ:



Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng BC , N là điểm trên cạnh DD' sao cho $ND = 2ND'$.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.
- b) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}| = 7$.
- c) $|\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{MC'}| = 2\sqrt{15}$.
- d) Giao điểm của đường thẳng MN với mặt phẳng (Oxz) là điểm $P\left(6; 0; -\frac{8}{3}\right)$.

Câu 4: Thống kê số ngày trong tháng 6 năm 2021 và năm 2022 theo nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội, người ta thu được bảng sau:

Nhiệt độ ($^{\circ}\text{C}$)	[28;30)	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)	[38;40)
Số ngày trong tháng 6/2021	0	2	8	5	6	9
Số ngày trong tháng 6/2022	2	3	4	11	8	2

a) Gọi R_1, R_2 lần lượt là khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội trong tháng 6 năm 2021 và trong tháng 6 năm 2022. Khi đó $R_2 > R_1$.

b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trong tháng 6 năm 2021 là $Q_1 = 31$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trong tháng 6 năm 2022 là $\Delta_Q = 3,375$.

d) Gọi S_1^2 và S_2^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu trong tháng 6 năm 2021 và trong tháng 6 năm 2022. Khi đó $S_1^2 - S_2^2 = \frac{112}{225}$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Đường thẳng D có phương trình $y = 2x + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = x^3 - x + 3$ tại hai điểm

A và B với tọa độ được kí hiệu lần lượt là $A(x_A; y_A)$ và $B(x_B; y_B)$ trong đó $x_A < x_B$. Tìm $x_B - y_B^2$.

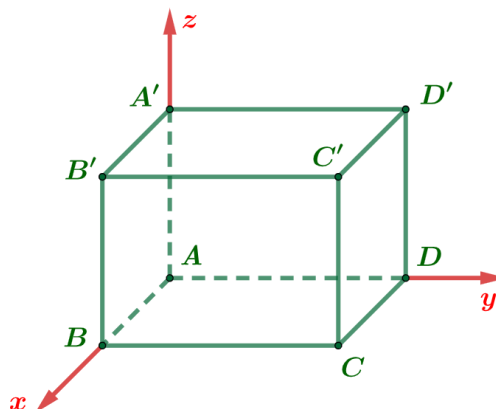
Câu 2: Giáo viên thống kê lại điểm kiểm tra định kì lần 1 của các học sinh lớp 12A ở bảng sau:

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	
Số học sinh	1	6	12	8	5	$n = 32$

Phương sai của mẫu số liệu lớp 12A là bao nhiêu? (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$. Biết $A = (-1; 0; 2)$, $B(1; -1; 3)$, $C(1; 4; 2)$. Giả sử tọa độ điểm $D(x; y; z)$. Khi đó là $x + y + z = ?$

Câu 4: Ông An muốn xây một cái bể chứa không có nắp dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với đáy là hình vuông có thể tích là 32 m^3 . Với giá vật liệu xây bể là 600.000 đồng/ m^2 thì chi phí tiết kiệm nhất để xây bể là bao nhiêu tiền (làm tròn đến triệu đồng)



Câu 5: Người quản lí của một khu chung cư có 200 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 10 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho

thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghìn đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Hỏi tổng doanh thu một tháng nhiều nhất là bao nhiêu? (Đơn vị triệu đồng)

Câu 6: Trong một trò chơi điện tử, nhân vật chính phải xuất phát từ vị trí A để nhặt vật phẩm ở vị trí M di động trên mặt đất và trở lại vị trí B . Chọn hệ trục tọa độ sao cho $A(1;1;2)$, $B(2;3;4)$ và mặt đất trùng với mặt phẳng (Oxy) . Gọi $M_0(a;b;c)$ là tọa độ của vật phẩm sao cho quãng đường di chuyển của nhân vật chính là ngắn nhất. Tính tổng $T = a + b + c$.

Vậy $M_0\left(\frac{4}{3}; \frac{5}{3}; 0\right)$ nên $T = \frac{4}{3} + \frac{5}{3} + 0 = 3$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 6</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$		
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$			3			$+\infty$
	$-\infty$			-1		

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R có đạo hàm $f'(x) = (3-x)^3(x-2)^2x$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 2.
- B. 3.
- C. 0.
- D. 1.

Lời giải

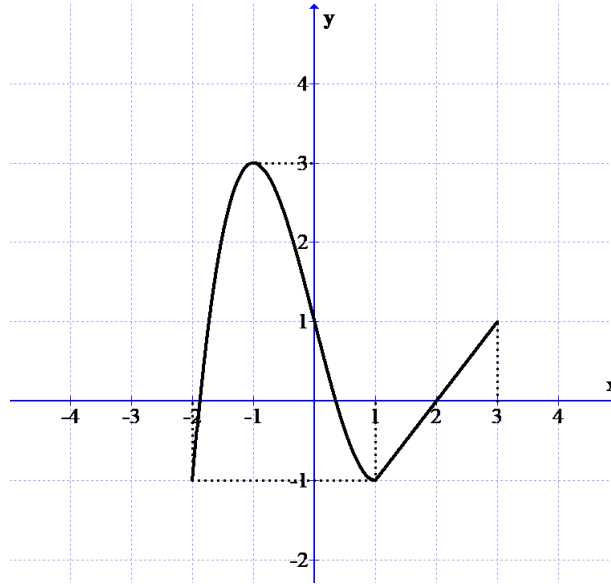
$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow (3-x)^3(x-2)^2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	2	3	$+\infty$	
y'		-	0	+	0	-
y						

Dựa vào bảng xét dấu, hàm số có một điểm cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2; 3]$.

Giá trị của $2M + m$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 7. D. 5.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có: $M = 3, m = -1 \Rightarrow 2M + m = 5$

Câu 4: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$.

- A. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = -1$. B. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = \frac{5}{3}$.
- C. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min } y = \frac{5}{3}$. D. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max } y = 1$.

Lời giải

$$y' = -x^2 + 1.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

uigeli.xyz

x	0	1	$+\infty$
y'	+	0	-
y	1	$\frac{5}{3}$	$-\infty$

Vậy giá trị lớn nhất trên $(0; +\infty)$ của hàm số $y = -\frac{1}{3}x^3 + x + 1$ là $\text{Max } y = \frac{5}{3}$.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x-2}{4-x}$ là:

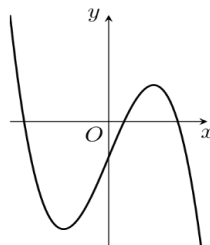
- A. $y = \frac{3}{4}$. B. $x = 4$. C. $y = -\frac{1}{2}$. D. $y = -3$.

Lời giải

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x-2}{4-x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x\left(3-\frac{2}{x}\right)}{x\left(\frac{4}{x}-1\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(3-\frac{2}{x}\right)}{\left(\frac{4}{x}-1\right)} = -3 \Rightarrow$$

Tiệm cận ngang: $y = -3$

Câu 6: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình dưới?



- A. $y = x^4 - 2x^2 - 1$. B. $y = -x^4 + 2x^2 - 1$.
C. $y = x^3 - 3x - 1$. D. $y = -x^3 + 3x - 1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm bậc 3 với $a < 0$ nên $y = -x^3 + 3x - 1$.

Câu 7: Chọn mệnh đề đúng

- A. Vector trong không gian là một đoạn thẳng có hướng.
B. Cho đoạn thẳng AB trong không gian. Nếu chọn điểm đầu là B , điểm cuối là A thì ta có một vector, kí hiệu là $\overrightarrow{AB}$.
C. Hai vector bằng nhau trong không gian là hai vector có độ dài bằng nhau và ngược hướng.
D. Hai vector đối nhau trong không gian là hai vector có độ dài bằng nhau và cùng hướng.

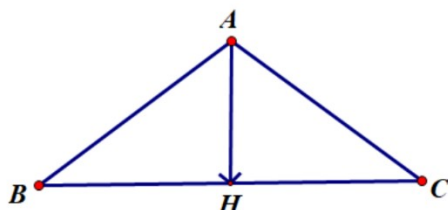
Lời giải

Theo định nghĩa về vector thì đáp án A đúng.

Câu 8: Cho $\triangle ABC$ có $AB = AC = 5a$ và $\angle BAC = 120^\circ$. Độ dài của vector tổng $\vec{AB} + \vec{AC}$ bằng

- A. $10a$. B. $\frac{5a\sqrt{3}}{2}$. C. $5a$. D. $5a\sqrt{3}$.

Lời giải

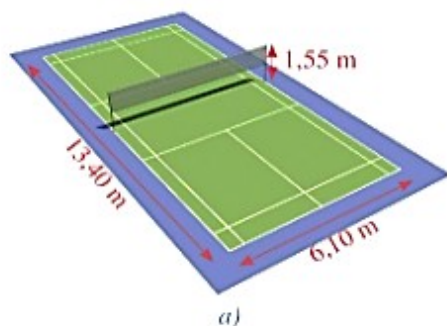
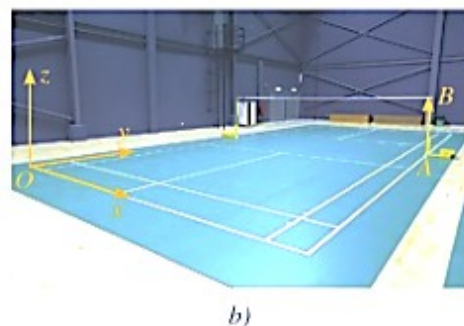


Gọi H là trung điểm của BC, suy ra $\vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AH} \Rightarrow |\vec{AB} + \vec{AC}| = 2|\vec{AH}| = 2AH$.

Trong $\triangle ABC$ có $\angle B = \angle C = 30^\circ \Rightarrow AH = AC \cdot \sin 30^\circ = \frac{5a}{2}$.

Vậy $|\vec{AB} + \vec{AC}| = 5a$.

Câu 9: Hình 33a mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục Oxyz cho sân đó như ở Hình 33b (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Hãy xác định tọa độ của vector $\vec{AB}$.



Hình 33

- A. $\vec{AB} = (0; 0; 1,55)$ B. $\vec{AB} = (0,5; 8; 155)$ C. $\vec{AB} = (0; 0; 155)$ D. $\vec{AB} = (9; 0; 1,55)$

Lời giải:

Gọi tọa độ điểm A là $(x_A; y_A; z_A)$. Vì chiều rộng của sân là 6,1 m nên $x_A = 6,1$.

Do một nửa chiều dài của sân là 6,7 m nên $y_A = 6,7$. Điểm A thuộc mặt phẳng (Oxy) nên $z_A = 0$.

Vì vậy, điểm A có tọa độ là $(6,1; 6,7; 0)$.

Độ dài đoạn thẳng AB là 1,55 m nên điểm B có tọa độ là $(6,1; 6,7; 1,55)$.

Vậy ta có: $\overrightarrow{AB} = (6,1-6,1; 6,7-6,7; 1,55-0)$, tức là $\overrightarrow{AB} = (0; 0; 1,55)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho véc-tơ $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tọa độ của điểm A là:

- A. $(3; 17; -2)$. B. $(-3; -17; 2)$. C. $(3; -2; 5)$. D. $(3; 5; -2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 12\vec{j} - 2\vec{k} + 5\vec{j} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k}$

Suy ra $\overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k}$ nên $A(-3; -17; 2)$.

Câu 11: Thời gian chạy ^{100} m (đơn vị: giây) của ^{40} học sinh lớp ^{12} được cho trong bảng sau

Nhóm	Tần số
[11;12)	4
[12;13)	12
[13;14)	16
[14;15)	5
[15;16)	3

Giá trị trung bình của mẫu số liệu trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai) là

- A. 13,75 . B. 13,88 . C. 13,76 . D. 13,89 .

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[11;12)	11,5	4
[12;13)	12,5	12
[13;14)	13,5	16
[14;15)	14,5	5
[15;16)	15,5	3

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\bar{x} = \frac{11,5.4 + 12,5.12 + 13,5.16 + 14,5.5 + 15,5.3}{40} = 13,8875 \approx 13,89.$$

Câu 12: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tần số tích lũy của nhóm $[18, 5; 21, 5)$ là

A. 24.

B. 39.

C. 30.

D. 54.

Lời giải

Tần số tích lũy của nhóm $[18, 5; 21, 5)$ là $3 + 12 + 15 + 24 = 54$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + m}{x + 1}$ có đồ thị là (C). Xét tính đúng sai của các nhận xét sau?

a) Khi $m = -2$, hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

b) Khi $m = -4$, $\min_{[2; 10]} f(x) = f(10)$.

c) Khi $m = 0$, đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(-1; -4)$.

d) Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành thì điều kiện của tham số m là $m > -3$.

Lời giải

a) S

Xét hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x + m}{x + 1}$ (C). TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Khi $m = -2$, $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x + 1}$, $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

BBT:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$					$+\infty$

dựa vào BBT, nhận xét hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$ là SAI.

b) S

Khi $m = -4$, $y = f(x) = \frac{x^2 - 2x - 4}{x+1}$, $y' = \frac{x^2 + 2x + 2}{(x+1)^2} > 0 \forall x \in [2; 10]$

BBT:

x	$-\infty$	-1	2	10	$+\infty$
$f'(x)$	+		+		
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$f(10)$	$+\infty$

Khi đó $\min_{[2;10]} f(x) = f(2)$. Vậy nhận xét $\min_{[2;10]} f(x) = f(10)$ là **SAI**.

c) Đ

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x^2 - 2x}{x+1} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 2x}{x+1} = -\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x-3)] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x-1} = 0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x-3)] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x-1} = 0 \Rightarrow y = x-3$ là tiệm cận xiên

của đồ thị hàm số, suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1; -4)$. Vậy nhận xét: đồ thị hàm số có tâm đối xứng là $I(-1; -4)$ là **ĐÚNG**

d) S

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành thì điều kiện của tham số m là $m > -3$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì $y' = \frac{x^2 + 2x - 2 - m}{(x+1)^2} = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $-1 \Rightarrow m > -3$ (a).

Để hai cực trị nằm về hai phía của trục hoành thì đồ thị ^(C) và trục hoành phải không có điểm chung,

suy ra phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x^2 - 2x + m}{x+1} = 0$ (1) vô nghiệm.

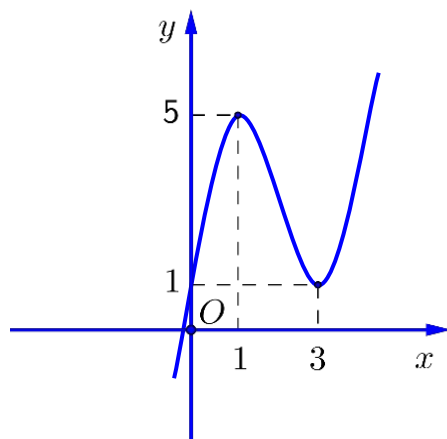
TH1: Phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ có nghiệm kép $x = -1$ (không thỏa mãn).

TH2: Phương trình $x^2 - 2x + m = 0$ vô nghiệm $\Delta' = 1 - m < 0 \Leftrightarrow m > 1$ (b).

kết hợp $(a), (b) \Rightarrow m > 1$.

Vậy $m > 1$ là điều kiện cần tìm nên kết luận trên là **SAI**.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

b) Hàm số có hai điểm cực trị dương.

c) Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có hai đường tiệm cận ngang.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(\cos 2x - \cos x)$ bằng 5.

Lời giải

a) S

Từ đồ thị ta suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 3)$; đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

b) Đ

Từ đồ thị ta suy ra hàm số đạt cực đại tại $x_1 = 1$ và đạt cực tiểu tại $x_2 = 3$.

c) S

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$ do $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$.

Suy ra đồ thị hàm số $y = \frac{1}{f(x)}$ có một đường tiệm cận ngang duy nhất là đường thẳng $y = 0$.

d) Đ

Ta có: $u = \cos 2x - 2 \cos x = 2 \cos^2 x - 2 \cos x - 1$.

Đặt $t = \cos x$; $t \in [-1; 1] \rightarrow u = 2t^2 - 2t - 1$.

Suy ra: $u' = 4t - 2; u' = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2} \in [-1; 1]$.

Do $u(-1) = 3; u\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}; u(1) = -1$ nên $u \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Vậy $y = f(\cos 2x - \cos x) = f(u)$ với $u \in \left[-\frac{3}{2}; 3\right]$.

Từ đồ thị suy ra $\max_{\left[-\frac{3}{2}; 3\right]} f(u) = f(1) = 5$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x) = x^3 \ln x$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.
- b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên $[1; e]$ là e^3 .
- c) Hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị.
- d) Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{3e}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai
---------	---------	---------	--------

a) Đúng.

Hàm số xác định khi $x > 0$. Do đó tập xác định của hàm số $f(x)$ là $D = (0; +\infty)$.

b) Đúng.

Ta có $f'(x) = 3x^2 \ln x + x^2 = x^2(3 \ln x + 1) > 0$ khi $x \in [1; e]$.

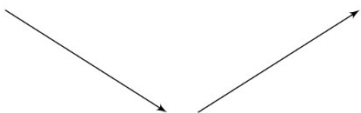
Suy ra hàm số đồng biến trên $[1; e]$.

Vậy $\max_{[1; e]} f(x) = f(e) = e^3$.

c) Đúng.

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (loại) hoặc $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$.

Bảng biến thiên hàm số $f(x)$

x	0	$\frac{1}{\sqrt[3]{e}}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$			

Suy ra hàm số $f'(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Sai.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}$.

Câu 4: Kết quả điều tra về điểm trung bình năm học của học sinh hai lớp 12A và 12B được ghi lại ở bảng sau:

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 12A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 12B	0	6	8	14	12

- a) Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 12B là 4.
 b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12B là 2.
 c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với lớp 12B là $1,06$.
 d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 12B có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 12A.

Lời giải

a) Đ

Khoảng biến thiên của điểm trung bình của học sinh lớp 12B là $10 - 6 = 4$.

b) s

Xét mẫu số liệu của lớp 12B

Cỡ mẫu là 40 .

Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 7 + \frac{\frac{40}{4} - 6}{8}(8 - 7) = 7,5$.

Tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (6 + 8 + 14)}{12}(10 - 9) = \frac{55}{6}$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{5}{3}$.

c) Đ

Xét mẫu số liệu của lớp 12B

Cỡ mẫu là $n_2 = 6 + 8 + 14 + 12 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x}_2 = 8,3$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_2^2 = 1,06$

d) s

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_2 = \sqrt{1,06}$

Xét mẫu số liệu của lớp 12A

Cỡ mẫu là $n_1 = 1 + 11 + 22 + 6 = 40$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x}_1 = 8,3$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_1^2 = 0,61$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $s_1 = \sqrt{0,61}$

Do $s_1 < s_2$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 12A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 12B.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 + 3x + 4}{x - 1}$ có đồ thị (C) . Biết rằng (C) cắt $d: y = 3x + 2$ tại hai điểm phân biệt M, N có hoành độ lần lượt là m, n . Tính giá trị của $K = m^2 + n^2$.

Lời giải

Đáp án: 28.

Điều kiện xác định của hàm số là $x \neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d là

$$\frac{2x^2 + 3x + 4}{x - 1} = 3x + 2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2 + \sqrt{10} \text{ hay } x = 2 - \sqrt{10}$$

Ta thấy hai nghiệm trên đều thỏa mãn điều kiện xác định, tức là ta có $m = 2 + \sqrt{10}$ và $n = 2 - \sqrt{10}$ (hoặc ngược lại).

Vậy $K = m^2 + n^2 = (2 + \sqrt{10})^2 + (2 - \sqrt{10})^2 = 28$.

Câu 2: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của 60 nhân viên công ty A (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây.

Nhóm	Số nhân viên
[10;15)	15
[15;20)	18
[20;25)	10
[25;30)	10
[30;35)	5
[35;40)	2
	$n = 60$

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu?

Đáp số 7,01

Lời giải

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{15.12,5 + 18.17,5 + 10.22,5 + 10.27,5 + 5.32,5 + 2.37,5}{60} = \frac{62}{3} \text{ (triệu đồng)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{60} \left[15.(12,5 - \frac{62}{3})^2 + 18.(17,5 - \frac{62}{3})^2 + 10.(22,5 - \frac{62}{3})^2 + \right. \\ \left. + 10.(27,5 - \frac{62}{3})^2 + 5.(32,5 - \frac{62}{3})^2 + 2.(37,5 - \frac{62}{3})^2 \right] = \frac{1769}{36} = 49,14.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\sqrt{49,14} \approx 7,01$

Câu 3: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(-1; 3; 0)$, $B(1; 5; -1)$, $C(x; 1; y)$. Tìm $x + y$ để ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

Đáp án: -2

Phần giải chi tiết:

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2; 2; -1)$, $\overrightarrow{AC} = (x+1; -2; y)$.

$$A, B, C \text{ thẳng hàng} \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = \frac{-2}{2} = \frac{y}{-1} \Leftrightarrow x = -3; y = 1.$$

Vậy $x + y = -2$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;6)$ và $B(4;-1;2)$. Điểm $M(a,b,c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của $a+b+c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi I là trung điểm AB . Suy ra $I(3;1;4)$ và $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

$$\begin{aligned} \text{C\acute{o}} \quad MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 \\ &= 2MI^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}) + IA^2 + IB^2 \\ &= 2MI^2 + IA^2 + IB^2. \end{aligned}$$

$MA^2 + MB^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MI đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (Oxy) . Nên $M(3;1;0) \Rightarrow a=3; b=1; c=0 \Rightarrow a+b+c=4$.

Câu 5: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá x triệu đồng mỗi tháng thì lợi nhuận của công ty sẽ được biểu diễn bởi hàm số $F(x) = -\frac{x^2}{50.000} + 90x$ (đồng). Vậy công ty cần cho thuê căn hộ với giá bao nhiêu để lợi nhuận của công ty cao nhất?

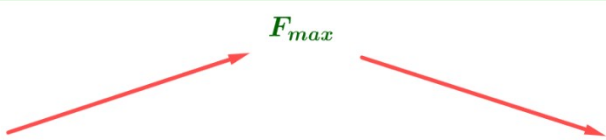
Lời giải

$$F(x) = -\frac{x^2}{50.000} + 90x$$

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

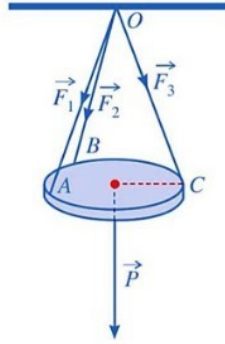
Bảng biến thiên:

x	2.000.000	2.250.000	$+\infty$
$F'(x)$	+	0	-
$F(x)$			

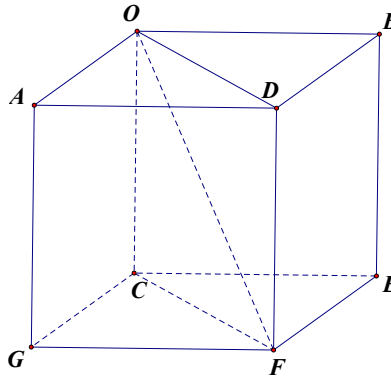
Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2.250.000$

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng hay 2,25 triệu đồng mỗi căn hộ thì được có lợi nhuận cao nhất.

Câu 6: Một chiếc đèn trang trí hình tròn được treo song song với mặt phẳng trần nhà nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn OA, OB, OC đôi một vuông góc (như hình vẽ dưới đây). Biết lực căng dây tương ứng trên mỗi dây OA, OB, OC lần lượt là $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ thỏa mãn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 20$ (N). Tính trọng lượng (đơn vị: N) của chiếc đèn đó. (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải



Dựng hình lập phương $OADB.CGFE$

Ta có: $P = |\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3| = |\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}|$.

Quy tắc hình bình hành $OADB$, ta có $\vec{OA} + \vec{OB} = \vec{OD}$.

Quy tắc hình bình hành $OCFD$, ta có $\vec{OC} + \vec{OD} = \vec{OF}$.

Suy ra: $P = |\vec{OF}| = OF$.

Xét hình vuông $OADB$, cạnh 20 , có đường chéo $OD = 20\sqrt{2}$.

Xét tam giác vuông ODF , vuông tại E , có

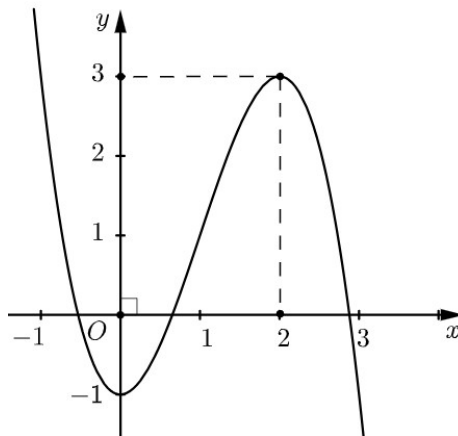
$$OF = \sqrt{OD^2 + DF^2} = \sqrt{(20\sqrt{2})^2 + 20^2} = 20\sqrt{3} \approx 34,6$$

Vậy $P \approx 34,6$ (N).

-----Hết-----

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 3$. D. $x = 0$.

Lời giải

Từ đồ thị suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là $x = 0$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	-2	$+\infty$	2	$+\infty$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-\infty; -2)$. C. $(-1; 0)$. D. $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là điểm có tọa độ

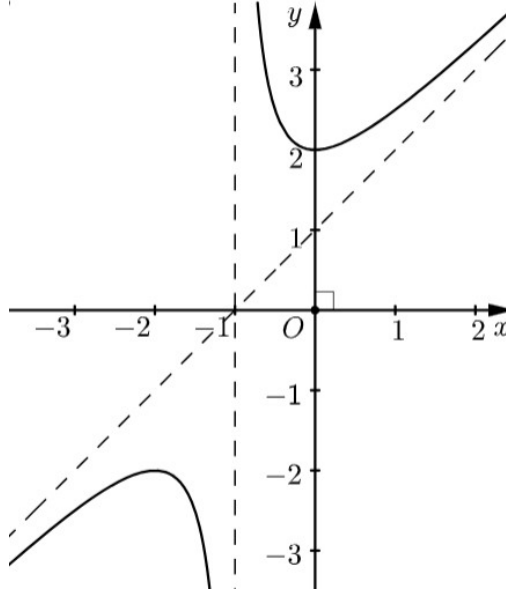
- A. $(2; 3)$. B. $(2; -3)$. C. $(-3; 2)$. D. $(3; 2)$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có đường tiệm cận đứng là $x = -3$ và đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

Suy ra tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+3}$ có tọa độ $(-3; 2)$.

Câu 4: Hàm số nào trong các hàm số sau có đồ thị như hình vẽ bên dưới



A. $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$

B. $y = \frac{x^2 + 2x}{x + 1}$

C. $y = \frac{x + 2}{x + 1}$

D. $y = x^3 - 3x + 2$

Lời giải

Từ đồ thị suy ra hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.

Cũng từ đồ thị suy ra giao điểm của đồ thị hàm số với trục Oy là điểm có tọa độ $(0; 2)$.

Vậy hàm số có đồ thị như hình trên là $y = \frac{x^2 + x + 2}{x + 1}$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào dưới đây cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$?

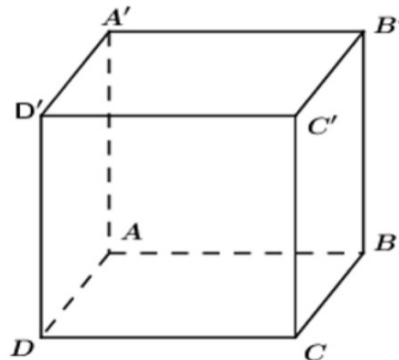
A. $\overrightarrow{CD}$

B. $\overrightarrow{B'C'}$

C. $\overrightarrow{AD}$

D. $\overrightarrow{AC'}$

Lời giải



Vector cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{CD}$, vì hai vector này có giá song song với nhau.

Câu 6: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai.

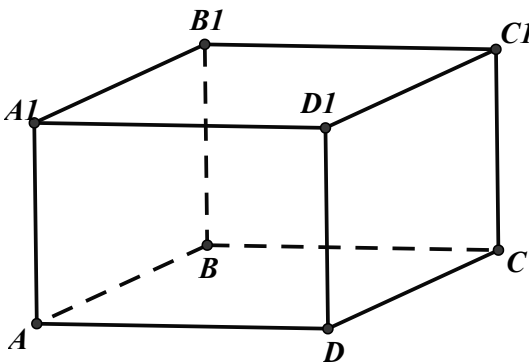
A. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$

B. $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$

C. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD_1}$

D. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BC}$

Lời giải



Ta có: $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DD_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} + \overrightarrow{BD_1} = \overrightarrow{BA_1} + \overrightarrow{BD_1} \neq \overrightarrow{BC}$ nên D sai.

Do $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{B_1C_1}$ và $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1A_1}$ nên $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{B_1C_1} + \overrightarrow{B_1A_1}$, nên A đúng

Do $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1D_1} + \overrightarrow{D_1B_1} = \overrightarrow{A_1B_1} = \overrightarrow{DC}$ nên

$\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{D_1C_1} + \overrightarrow{D_1A_1} = \overrightarrow{DC}$ nên B đúng.

Do $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BB_1} = \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DD_1} = \overrightarrow{BD_1}$ nên C đúng.

Câu 7: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vector $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$. Do đó,

$$(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = (\overrightarrow{B'D'}, \overrightarrow{B'C}) = \angle B'D'C'$$

Vì $B'C' = CD' = D'B'$ nên tam giác $B'CD'$ là tam giác đều.

Suy ra $\angle B'D'C' = 60^\circ$

Vậy $(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{B'C}) = 60^\circ$

Câu 8: Cho $|\vec{a}| = 2$; $|\vec{b}| = 6$, góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120° . Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 40$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -6$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6\sqrt{3}$.

Lời giải

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 6 \cdot \cos 120^\circ = 2 \cdot 6 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -6$$

Câu 9: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho điểm $M(1; -\sqrt{2}; \sqrt{3})$. Tìm điểm $M' \in Ox$ sao cho độ dài đoạn thẳng MM' ngắn nhất.

- A.** $M'(-1; 0; 0)$ **B.** $M'(1; 0; 0)$ **C.** $M'(1; 0; \sqrt{3})$ **D.** $M'(1; -\sqrt{2}; 0)$

Lời giải

MM' ngắn nhất khi điểm M' là hình chiếu điểm M trên trục $Ox \Rightarrow M'(1; 0; 0)$.

Câu 10: Số đo cân nặng của một số học sinh lớp 12D được cho trong bảng sau:

Cân nặng(kg)	[40,5; 45,5)	[45,5; 50,5)	[50,5; 55,5)	[55,5; 60,5)	[60,5; 65,5)	[65,5; 70,5)
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 5 **B.** 30 **C.** 16 **D.** 10

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $70,5 - 40,5 = 30$.

Câu 11: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	0	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần trăm).

- A.** 6,03 **B.** 6,00 **C.** 6,02 **D.** 6,05

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 2 + 7 + 12 + 3 + 0 + 1 = 25$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của 25 học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; x_2 \in [155; 160), \quad x_3; \dots; x_9 \in [160; 165), \quad x_{10}; \dots; x_{21} \in [165; 170), \quad x_{22}; x_{23}; x_{24} \in [170; 175)$$

$$x_{25} \in [180; 185)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_6 + x_7}{2} \in [160; 165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{25}{4} - 2}{7} (165 - 160) = \frac{4565}{28}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{19} + x_{20}}{2} \in [165; 170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3 \cdot 25}{4} - (2 + 7)}{12} (170 - 165) = \frac{2705}{16}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C

là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{2705}{16} - \frac{4565}{28} \approx 6,03$

Câu 12: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn)?

A. 0,526

B. 0,500

C. 0,531

D. 0,600

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13 \cdot (19,25)^2 + 45 \cdot (19,75)^2 + 24 \cdot (20,25)^2 + 12 \cdot (20,75)^2 + 6 \cdot (21,25)^2 \right] - (20,015)^2 \approx 0,277$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{0,277} \approx 0,526$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
- b) Hàm số có hai điểm cực trị.
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $[0;1]$ là -1 .
- d) Giá trị lớn nhất của hàm số là 2 .

Lời giải

a) S

Chọn SAI.

Xét hàm số $f(x) = x^3 - 3x$ có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 3$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$

Bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y							



Từ BBT, ta thấy hàm số thì hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$

b) Đ

Chọn ĐÚNG.

Từ BBT, hàm số có hai điểm cực trị

c) S

Chọn SAI.

Ta có: $y' = 3x^2 - 3 \leq 0 (\forall x \in [0;1])$

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $[0;1]$

Vậy $\min_{[0;1]} y = y(1) = -2$

d) S

Chọn Sai

Hàm số không có giá trị lớn nhất vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có các đỉnh thỏa mãn

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \quad \overrightarrow{OB} = 3\vec{j} - \vec{k}, \quad \overrightarrow{OC} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}. \text{ Khi đó:}$$

a) $A(2; 1; 1), B(0; 3; -1), C(1; 1; 2).$

$$AB \text{ là điểm } E(1; 1; 0).$$

b) Trung điểm của đoạn thẳng

c) Tam giác ABC là tam giác vuông cân tại A .

d) Đỉnh tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì điểm $D(2; -1; 4)$.

Lời giải

a) Đ

Chọn ĐÚNG.

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \Rightarrow A(2; 1; 1)$$

$$\overrightarrow{OB} = 3\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow B(0; 3; -1)$$

$$\overrightarrow{OC} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow C(1; 1; 2)$$

b) S

Chọn SAI.

$$E \text{ là trung điểm } AB \text{ nên: } x_E = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2+0}{2} = 1, y_E = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{1+3}{2} = 2, z_E = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{1-1}{2} = 0.$$

Vậy $E(1; 2; 0)$

c) S

Chọn SAI.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-2; 2; -2) \\ \overrightarrow{AC} = (-1; 0; 1) \\ \overrightarrow{BC} = (1; -2; 3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = 2\sqrt{3} \\ AC = \sqrt{2} \\ BC = \sqrt{14} \end{cases} \Rightarrow AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB \perp AC$$

Tam giác ABC là tam giác vuông tại A .

d) S

Chọn SAI.

Ta có: $ABCD$ là hình bình hành

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - x_A = x_C - x_B \\ y_D - y_A = y_C - y_B \\ z_D - z_A = z_C - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 2 = 1 - 0 \\ y_D - 1 = 1 - 3 \\ z_D - 1 = 2 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -1 \\ z_D = 4 \end{cases}$$

Vậy $D(3; -1; 4)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\vec{b} = m\vec{i} + 2\vec{j} + n\vec{k}$ với m và n là hai số thực.

a) Vec tơ $\vec{a}$ có tọa độ là $\vec{a} = (1; 2; -3)$.

b) Khi $m = 1, n = 0$ thì tọa độ của vec tơ $\vec{b} = (1; 2)$.

c) Khi $m = 1, n = 0$ thì tọa độ vec tơ $\vec{a} + \vec{b} = (2; 4; -3)$.

d) Khi $m = 1, n = 0$ thì tọa độ vec tơ $2\vec{a} - \vec{b} = (1; 2; -3)$.

Lời giải

a) Đ

Vì theo định nghĩa vec tơ $\vec{a}$ có tọa độ là $\vec{a} = (1; 2; -3)$.

b) S

Vì khi $m = 1, n = 0$ thì $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$ nên tọa độ của vec tơ $\vec{b} = (1; 2; 0)$.

c) Đ

Vì khi $m = 1, n = 0$ thì $\vec{a} + \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} + \vec{i} + 2\vec{j} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$

nên $\vec{a} + \vec{b} = (2; 4; -3)$

d) S

Vì khi $m = 1, n = 0$ thì $2\vec{a} - \vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 6\vec{k} - \vec{i} - 2\vec{j} = \vec{i} + 2\vec{j} - 6\vec{k}$

nên $2\vec{a} - \vec{b} = (1; 2; -6)$

Câu 4: Tìm hiểu thời gian xem ti vi trong tuần trước (đơn vị: giờ) của một số học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2

a) Giá trị đại diện nhóm $[5; 10)$ là 5.

b) Thời gian xem tivi trung bình của học sinh là $\bar{x} = 8,4375$ (giờ).

c) Phương sai của mẫu số liệu đã cho bằng $28,81$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớn hơn 5.

Lời giải

a) S

Trong mỗi khoảng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút

nên ta có bảng sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)
Số học sinh	8	16	4	2	2
Giá trị đại diện	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5

Do đó khẳng định a) sai.

b) Đ

Thời gian xem ti vi trung bình trong tuần trước của các bạn học sinh này là:

$$\bar{x} = \frac{8 \times 2,5 + 16 \times 7,5 + 4 \times 12,5 + 2 \times 17,5 + 2 \times 22,5}{8 + 16 + 4 + 2 + 2} = 8,4375 \quad (\text{giờ}).$$

Do đó khẳng định b) đúng.

c) Đ

Phương sai của mẫu số liệu đã cho bằng:

$$s^2 = \frac{8 \cdot (2,5 - 8,4375)^2 + 16 \cdot (7,5 - 8,4375)^2 + 4 \cdot (12,5 - 8,4375)^2 + 2 \cdot (17,5 - 8,4375)^2 + 2 \cdot (22,5 - 8,4375)^2}{32} \approx 28,81$$

Do đó khẳng định c) đúng.

d) Đ

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu $s \approx \sqrt{28,81} \approx 5,37 > 5$. Do đó khẳng định d) đúng

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Giả sử chi phí để xuất bản x cuốn tạp chí (gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in,...) được

cho bởi công thức: $C(x) = 0,0001x^2 - 0,1x + 10000$, trong đó $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng

(1 vạn đồng = 10000 đồng). Chi phí phát hành cho mỗi cuốn tạp chí là 3 nghìn đồng. Ta gọi $T(x)$ là

tổng chi phí bao gồm chi phí xuất bản và chi phí phát hành cho x cuốn tạp chí. Tỉ số $M(x) = \frac{T(x)}{x}$

được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Tìm chi phí trung bình thấp nhất cho một cuốn tạp chí là bao nhiêu vạn đồng (làm tròn đến hàng phần chục), biết rằng nhu cầu hiện tại xuất bản không quá 30000 cuốn?

Lời giải

Đáp án: 2,2.

Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 3 nghìn đồng, tức là $0,3$ vạn đồng.

Suy ra chi phí phát hành cho x cuốn là $0,3x$ (vạn đồng).

Theo đề bài, ta có tổng chi phí xuất bản và phát hành cho x cuốn tạp chí là:

$$T(x) = C(x) + 0,3x = 0,0001x^2 + 0,2x + 10000 \quad \text{với } 0 < x \leq 30000.$$

$$\text{Xét hàm số } f(x) = M(x) = \frac{T(x)}{x} = 0,0001x + 0,2 + \frac{10000}{x}, \quad \text{với } 0 < x \leq 30000.$$

$$f'(x) = 0,0001 - \frac{10000}{x^2} = \frac{0,0001x^2 - 10000}{x^2};$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 10000 \text{ (do } x > 0 \text{)}.$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty.$$

Bảng biến thiên:

x	0	10000	30000
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$f(10000)$	$f(30000)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $M(x)$ nhỏ nhất khi $x = 10000$.

Do đó, số lượng tạp chí cần xuất bản sao cho chi phí trung bình thấp nhất là $x = 10000$ (cuốn).

Vậy chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản 10000 cuốn là: $M(10000) = 2,2$ (vạn đồng).

Câu 2: Một công ty bất động sản có 20 phòng cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi phòng với giá 2 triệu đồng một tháng thì tất cả các phòng đều có người thuê. Nhưng cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi phòng thêm 200 nghìn đồng một tháng thì có thêm một phòng bị bỏ trống. Hỏi công ty nên cho thuê mỗi phòng bao nhiêu triệu đồng một tháng để tổng số tiền thu được là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 3.

Cứ tăng thêm 200 nghìn đồng vào giá thuê một phòng trên một tháng thì có một phòng bị bỏ trống.

Gọi số lần tăng 200 nghìn đồng vào giá thuê một phòng trên một tháng là $x (x \in \mathbb{N}^*)$.

Khi đó x cũng là số phòng bị bỏ trống.

Tổng số tiền ông A thu được lúc này là:

$$T(x) = (2000 + 200x)(20 - x) = -200x^2 + 2000x + 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Xét hàm số $T(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ với $x > 0$.

$$\Rightarrow T'(x) = -400x + 2000$$

$$T'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow -400x + 2000 = 0$$

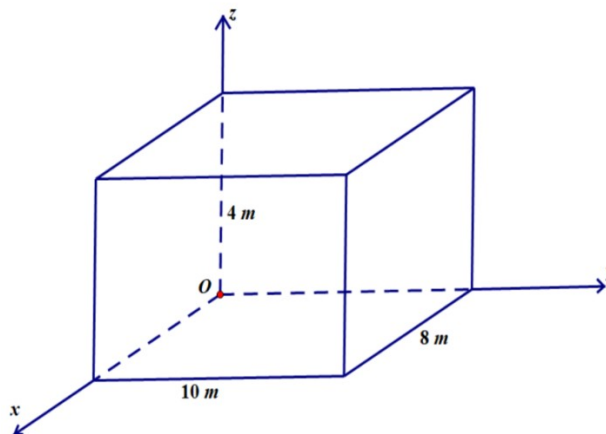
$$\Leftrightarrow x = 5 (TM)$$

Bảng biến thiên của hàm số $T(x)$ như sau:

x	0	5	$+\infty$
$T'(x)$	+	0	-
$T(x)$	40 000	45 000	$-\infty$

Căn cứ vào bảng biến thiên trên, ta thấy hàm số $T(x)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 45 000 khi $x = 5$. Khi đó, số tiền tăng lên khi cho thuê một phòng là $200.5 = 1000$ (nghìn đồng) = 1 (triệu đồng). Vậy công ty nên cho thuê mỗi căn hộ 3 triệu đồng một tháng thì tổng số tiền thu được là lớn nhất.

Câu 3: Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 10 m, chiều rộng là 8 m và chiều cao là 4 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét (Hình vẽ).

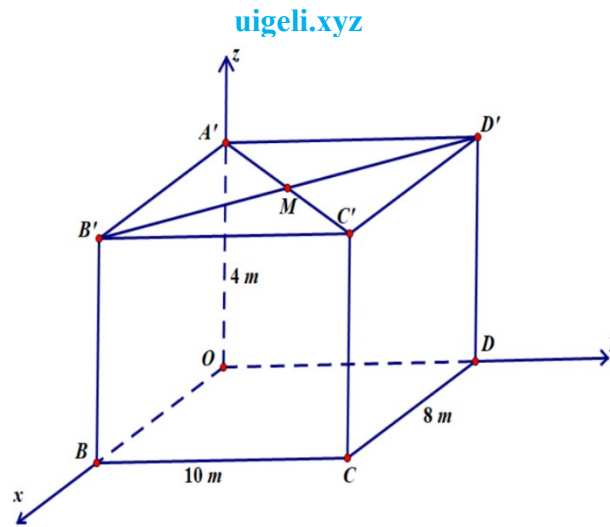


Tính khoảng cách từ điểm treo bóng đèn đến góc phòng học (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 7,55.

Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét.



Phòng học thiết kế dạng hình hộp chữ nhật $OBCD.A'B'C'D'$ với $A'B'C'D'$ là hình chữ nhật. Gọi M là giao điểm của hai đường chéo $A'C'$ và $B'D'$ nên M là trung điểm của $A'C'$ với $A'(0;0;4)$, $C'(8;10;4)$.

Vì đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học nên điểm treo bóng đèn trùng với điểm M .

$$\begin{cases} x_M = \frac{x_{A'} + x_{C'}}{2} = 4 \\ y_M = \frac{y_{A'} + y_{C'}}{2} = 5 \\ z_M = \frac{z_{A'} + z_{C'}}{2} = 4 \end{cases}$$

Có nên $M(4;5;4)$, khoảng cách từ điểm treo bóng đèn đến góc phòng học là $OM = \sqrt{4^2 + 5^2 + 4^2} = \sqrt{57} \approx 7,55$.

Câu 4: Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây.

Khối lượng (gam)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120]
Tần số	3	6	12	6	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 15.

Cỡ mẫu $n = 3 + 6 + 12 + 6 + 3 = 30$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{30}$ là khối lượng của 30 củ khoai tây được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{30}{4} = 7,5$ là nhóm [80;90), do đó tứ phân vị thứ

nhất nằm trong nhóm [80;90). Ta có:

$$Q_1 = 80 + \frac{\frac{30}{4} - 3}{6} (90 - 80) = 87,5$$

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3.30}{4} = 22,5$ là nhóm $[100;110)$, do đó tứ phân vị

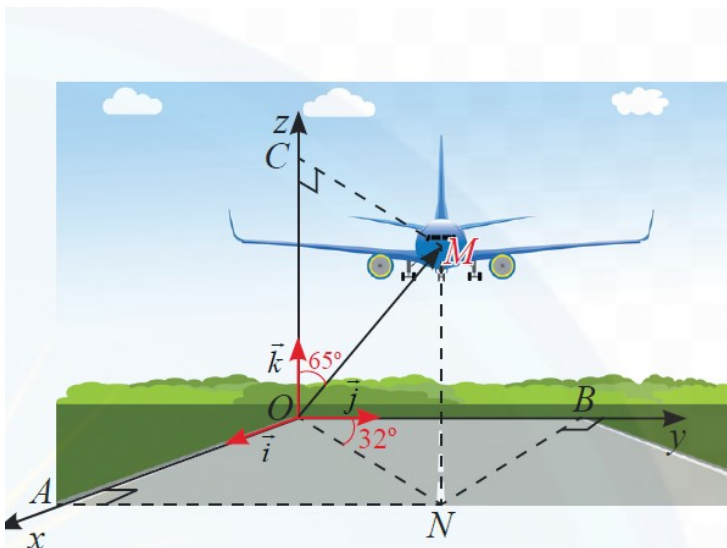
thứ ba nằm trong nhóm $[100;110)$. Ta có:

$$Q_3 = 100 + \frac{\frac{3}{4} \cdot 30 - (3 + 6 + 12)}{6} (110 - 100) = 102,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 102,5 - 87,5 = 15$

Câu 5: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới (đơn vị trên các trục tọa độ là km), cho biết máy bay cất cánh theo đường thẳng với tốc độ không đổi khoảng $200km/h$, bắt đầu tại điểm O , sau 3 phút ở tại vị trí điểm M , biết

$\angle NOB = 32^\circ$, $\angle MOC = 65^\circ$. Tọa độ của điểm M là $(a; b; c)$. Tính giá trị của biểu thức $a + b - c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đáp số: 8

Quãng đường máy bay bay được là:

$$OM = 200 \cdot \frac{1}{20} = 10(km)$$

Xét tam giác OCM vuông tại C , ta có

$$c = OC = OM \cdot \cos 65^\circ = 10 \cdot \cos 65^\circ \text{ và } ON = CM = OM \cdot \sin 65^\circ = 10 \cdot \sin 65^\circ$$

Ta có: $\angle AON = 90^\circ - \angle BON = 58^\circ$

Xét tam giác OAN vuông tại A , ta có

$$a = OA = ON \cdot \cos \angle AON = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ$$

$$\text{và } b = AN = ON \cdot \sin \angle AON = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ$$

$$\text{Vậy } a + b - c = 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \cos 58^\circ + 10 \cdot \sin 65^\circ \cdot \sin 58^\circ - 10 \cdot \cos 65^\circ \approx 8$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, một máy bay đang bay ở tại vị trí $A(400; 200; 10)$. Theo hành trình dự định, máy bay sẽ phải bay qua vị trí $B(700; 200; 10)$. Tuy nhiên do thời tiết xấu, máy bay phải chuyển hướng bay đến vị trí $C(800; 400; 8)$. Hỏi trong quãng thời gian tránh vùng thời tiết xấu, máy bay đã phải bay chệch hướng dự định một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 26,6.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (300; 0; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (400; 200; -2)$.

Khi đó, góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ là góc mà máy bay đã phải bay chệch hướng dự định.

$$\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{120000}{300 \cdot \sqrt{400^2 + 200^2 + (-2)^2}}$$

Ta có

Suy ra $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \approx 26,6^\circ$.

Vậy góc mà máy bay đã phải bay chệch hướng dự định là khoảng $26,6^\circ$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 8</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = x \cdot \ln x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên $(0; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; +\infty)$.

Ta có: $y' = \ln x + 1$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	0	$\frac{1}{e}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y	↘	↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x + \frac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(-1; 2)$. B. $\left(3; \frac{2}{3}\right)$. C. $(1; -2)$. D. $(1; 2)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Tính $y' = x^2 - 4x + 3$.

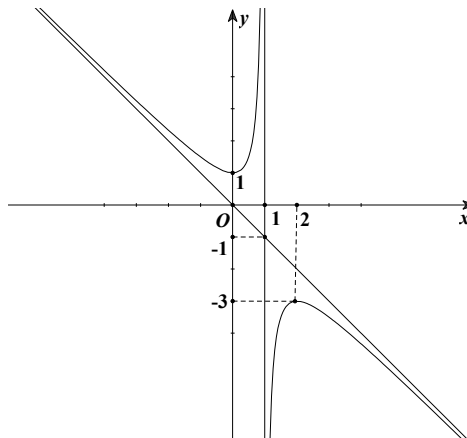
Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	 2	 $\frac{2}{3}$	 $+\infty$	

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1; 2)$.

Câu 3: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



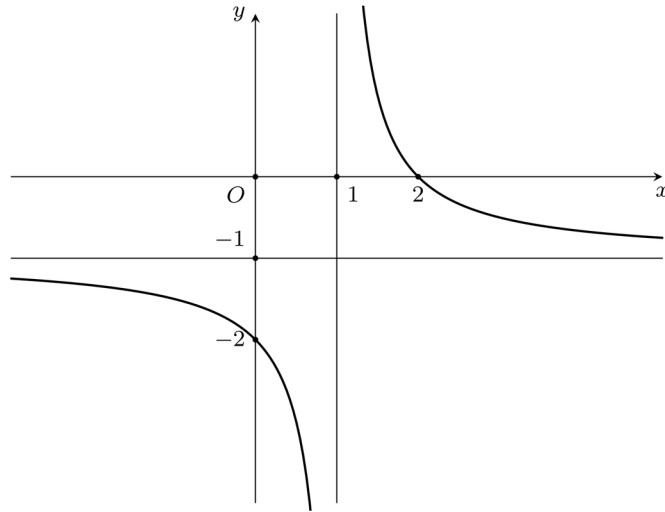
- A. $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$. B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{-x + 1}$. C. $y = \frac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$. D. $y = \frac{-x^2 - x - 1}{2x - 1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$ nên loại A, D.

Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = -x$ nên loại B.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Trong các hệ số a, b, c có bao nhiêu số dương?



- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Lời giải

$$x = \frac{1}{c} = 1 \Leftrightarrow c = 1$$

Tiệm cận đứng:

$$y = \frac{a}{c} = -1 \Leftrightarrow a = -c \Rightarrow a = -1$$

Tiệm cận ngang:

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x = 2$ nên $2a + b = 0$ hay $b = -2a = 2$.

Vậy có hai số dương.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$. B. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'}$.
C. $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'D}|$. D. $\overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải

Theo quy tắc hình hộp ta có $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{BD'}$

Câu 6: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AC} - 2\overrightarrow{AA'}$. B. $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. D. $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$

Câu 7: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng $a\sqrt{3}$. Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB}$

- A.** $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $a\sqrt{6}$. **D.** $2a\sqrt{2}$.

Lời giải

$$|\vec{u}| = |\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB}| = |\overrightarrow{BA}| = BA = a\sqrt{3}$$

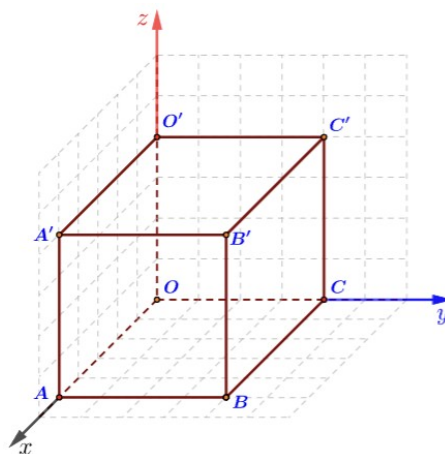
Câu 8: Cho G là trọng tâm tam giác ABC . Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{CG} = \vec{0}$.
C. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = \overrightarrow{GC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \frac{3}{5}\overrightarrow{AG}$

Lời giải

Theo tính chất trọng tâm tam giác ta có $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình vẽ bên dưới với điểm $B'(5;4;4)$. Hãy xác định tọa độ vector $\overrightarrow{A'C}$.



- A.** $\overrightarrow{A'C} = (5; -4; 4)$. **B.** $\overrightarrow{A'C} = (5; 4; 4)$.
C. $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; 0)$. **D.** $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; -4)$.

Lời giải

Vì A' là hình chiếu của điểm B' lên (Oxz) nên $A'(5;0;4)$.

Vì C là hình chiếu của điểm B' lên Oy nên $C(0;4;0)$.

Suy ra tọa độ của vector $\overrightarrow{A'C} = (-5; 4; -4)$.

Câu 10: Thời gian hoàn thành bài khảo sát của các học sinh lớp 10C1, 10C2 được cho ở bảng sau

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh	8	12	5	15	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 12. B. 5. C. 4. D. 6.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 11 - 6 = 5$.

Câu 11: Thống kê lương một số công nhân tại xí nghiệp thu được kết quả sau:

Lương (triệu)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12]
Số công nhân	6	20	31	4

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

- A. 0,25. B. 2,35. C. 0,26. D. 2,34.

Lời giải

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{61}{4} = 15,25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [6;8)

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.61}{4} = \frac{138}{4} \approx 45,75$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là [8;10)

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \left(8 + \frac{3 \cdot \frac{61}{4} - 26}{31} \cdot 2 \right) - \left(6 + \frac{\frac{61}{4} - 6}{20} \cdot 2 \right) \approx 2,35$$

Câu 12: Khảo sát về chiều cao các mẫu trang trí tượng đã bán của một cửa hàng như sau:

Chiều cao (mm)	[100;200)	[200;300)	[300;400)	[400;500)
Số lượng	35	30	20	15

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

- A. 206. B. 160,1. C. 106,2. D. 260,12.

Lời giải

Ta có:

Chiều cao (mm)	[100;200)	[200;300)	[300;400)	[400;500)
Số lượng	35	30	20	15
Giá trị đại diện	150	250	350	450

Cỡ mẫu là $n = 35 + 30 + 20 + 15 = 100$

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{35 \cdot 150 + 30 \cdot 250 + 20 \cdot 350 + 15 \cdot 450}{100} = 265$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} [35 \cdot 150^2 + 30 \cdot 250^2 + 20 \cdot 350^2 + 15 \cdot 450^2] - 265^2 = 11275$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S = \sqrt{11275} \approx 106,2$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2$

a) Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; +\infty)$.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) $\max_{[-1;2]} f(x) = 0$

d) $\max_{[1;3]} f(x) = 0$

Lời giải

a	b	c	d
S	Đ	Đ	Đ

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	0	+
y	$-\infty$	0	-4	$+\infty$	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy

a) Sai

b) Đúng

c) Đúng

d) Do $f(1) = -2, f(2) = -4, f(3) = 0$ nên $\max_{[1;3]} f(x) = 0$ Đúng

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vector $\vec{a} = (1; 2; 3), \vec{b} = (2; 3; 1)$.

a) Hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương.

b) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 5; 4)$

c) $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

d) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 5\sqrt{2}$

Lời giải

a	b	c	d
S	Đ	Đ	S

a) Sai

b) $\vec{a} + \vec{b} = (3; 5; 4)$ Đúng

c) $|\vec{a}| = \sqrt{14} = |\vec{b}|$ Đúng

d) $\vec{a} + 2\vec{b} = (5; 8; 5)$ suy ra $|\vec{a} + 2\vec{b}| = \sqrt{114}$ Sai

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(1; 3; 2), B(0; 4; -2), C(4; -1; 1)$.

a) $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = (7; -9; 2)$

b) Trung điểm của BC là $I\left(2; \frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = \left(4; \frac{9}{2}; \frac{-15}{2}\right)$

d) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

Lời giải

a	b	c	d
Đ	Đ	S	S

a) Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1; 1; -4), \overrightarrow{BC} = (4; -5; 3) \Rightarrow 2\overrightarrow{BC} = (8; -10; 6)$ nên $\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} = (7; -9; 2)$

b) Vì I là trung điểm của BC nên $I\left(\frac{0+4}{2}; \frac{4+(-1)}{2}; \frac{-2+1}{2}\right)$ hay $I\left(2; \frac{3}{2}; \frac{-1}{2}\right)$.

c) $\overrightarrow{AI} = \left(1; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$, $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = 1.4 + (-5) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) + 3 \cdot \left(-\frac{5}{2}\right) = 4$.

d) Ta có $\frac{-1}{4} \neq \frac{1}{-5} \neq \frac{-4}{3}$ nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ không cùng phương. Do đó ba điểm không A, B, C thẳng hàng.

Câu 4: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

a) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A ta có phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là $7,5216$.

b) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $115,28$.

c) Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B ta có độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $2,743$.

d) Cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Lời giải

a	b	c	d
Đ	S	S	Đ

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện:

Giá đóng cửa	121	123	125	127	129
Cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Xét mẫu số liệu A :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_1 = \frac{8.121 + 9.123 + 12.125 + 10.127 + 11.129}{50} = 125,28.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_1^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_1 = \sqrt{S_1^2} = \sqrt{7,5216} = 2,743$.

Xét mẫu số liệu B :

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_2 = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,48.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

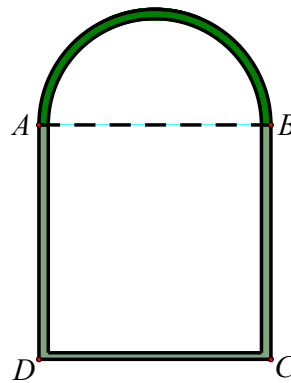
$$S_2^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,48)^2 = 12,4096.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_2 = \sqrt{S_2^2} = \sqrt{12,4096} = 3,523$.

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Do đó cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B .

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Ông An muốn làm một cánh cổng cho ngôi nhà của mình. Ông dự định thiết kế cổng gồm hai phần: Phần dưới là một hình chữ nhật và phần trên có hình bán nguyệt (như hình vẽ). Biết chu vi của cổng (không tính đoạn AB) là 8m. Tính diện tích lớn nhất của cánh cổng đó (kết quả tính theo đơn vị m^2 và làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đáp án: 4,48

Đặt $AB = 2x$ ($x > 0$). Suy ra bán kính của hình bán nguyệt là: $r = x$.

Chu vi hình bán nguyệt là: $\frac{1}{2} \cdot 2\pi x = \pi x$.

Điều kiện: $\pi x + 2x \leq 8 \Rightarrow x \leq \frac{8}{\pi + 2}$.

Do đó chu vi cổng là: $8 = AD + DC + CB + \pi x = 2AD + 2x + \pi x \Rightarrow AD = CB = \frac{8 - (2 + \pi)x}{2}$.

Diện tích cánh cổng là: $S(x) = S_{ABCD} + S_{\text{bán nguyệt}} = AD \cdot CD + \frac{1}{2} \pi x^2$

Hay $S(x) = 2x \cdot \frac{8 - (2 + \pi)x}{2} + \frac{1}{2} \pi x^2 = -\left(\frac{1}{2} \pi + 2\right)x^2 + 8x$

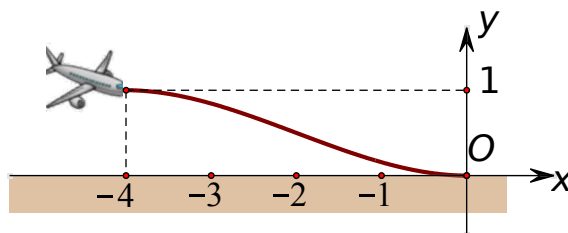
Ta có $S'(x) = -(\pi + 4)x + 8$. Suy ra $S'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8}{\pi + 4}$

Bảng biến thiên

x	0	$\frac{8}{\pi+4}$	$\frac{8}{\pi+2}$
$S'(x)$	+	0	-
$S(x)$	0	4,48	3,8

Vậy diện tích lớn nhất của cánh cổng là $4,48 \text{ m}^2$.

Câu 2: Một máy bay loại nhỏ bắt đầu hạ cánh, đường bay của nó khi gắn với hệ trục tọa độ Oxy được mô phỏng như hình vẽ (đơn vị trên các trục tọa độ là dặm, 1 dặm bằng 1,60934km). Biết đường bay của nó có dạng đồ thị hàm số bậc ba; vị trí bắt đầu hạ cánh có tọa độ $(-4; 1)$ là điểm cực đại và máy bay tiếp đất tại vị trí gốc tọa độ O là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.



Tính chiều cao của máy bay so với mặt đất khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương nằm ngang 3,5 dặm (kết quả tính theo đơn vị dặm và làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 0,96

Đặt $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) là hàm số bậc ba mô phỏng đường bay của máy bay.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

Vì đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị là $A(-4; 1)$ và $O(0; 0)$ nên ta có hệ phương trình:

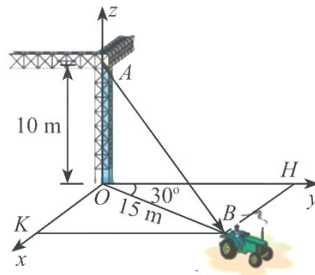
$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(-4) = 0 \\ f(0) = 0 \\ f(-4) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ d = 0 \\ 48a - 8b = 0 \\ -64a + 16b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{32} \\ b = \frac{3}{16} \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

Suy ra: $f(x) = \frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{16}x^2$

Khi máy bay cách vị trí hạ cánh theo phương nằm ngang 3,5 dặm thì $x = -3,5$.

Khi đó $f(-3,5) = \frac{245}{256} \approx 0,96$. Vậy máy bay cách mặt đất khoảng 0,96 dặm.

Câu 3: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c = ?$



Lời giải

Ta có K, H là hình chiếu vuông góc của điểm B lên trục.

Vì $A \in Oz$ và $OA = 10$ nên $A(0; 0; 10)$.

Xét tam giác OHB vuông tại H .

$$\cos 30^\circ = \frac{OH}{OB} \Rightarrow OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow H\left(0; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

Xét tam giác OKB vuông tại K .

Vì góc $\angle BOH = 30^\circ \Rightarrow \angle BOK = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$

$$\cos \angle BOK = \frac{OK}{OB} \Rightarrow OK = OB \cdot \cos \angle BOK = \frac{15}{2}$$

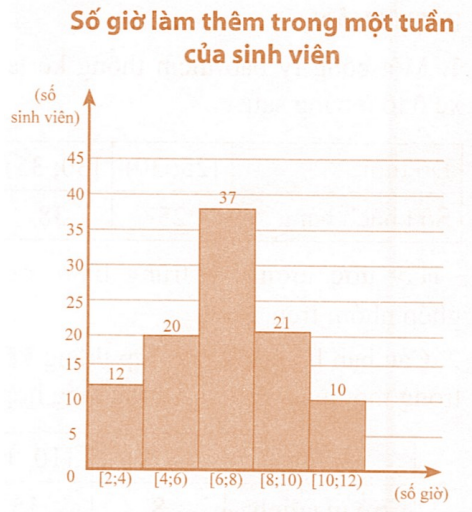
$$\Rightarrow K\left(\frac{15}{2}; 0; 0\right)$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \overline{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Vậy $a + c = -2,5$.

Câu 4: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm [6;8) nên $Q_2 = 6 + \frac{\frac{2 \cdot 100}{4} - 32}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm $[4;6)$ nên

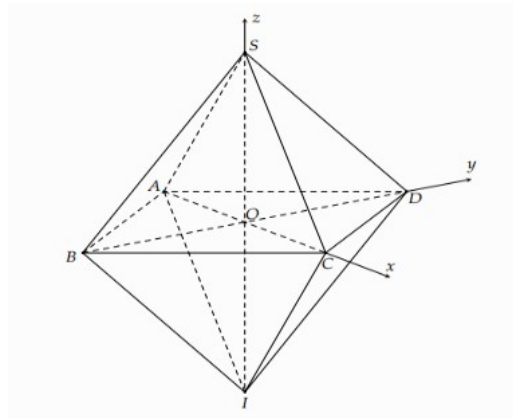
$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm $[8;10)$ nên

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 69}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57$$

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 8,57 - 5,3 = 3,27$

Câu 5: Một chi tiết trong bộ trang sức được gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sau:



Các hình chóp $S.ABCD$ và $I.ABCD$ là các hình chóp đều cạnh 1 cm. Tính số đo góc nhị diện $[S, CD, I]$ theo đơn vị độ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Đáp án: 109°

Phân giải chi tiết

Gọi E là trung điểm của CD . Ta có

$$\left. \begin{array}{l} SE \perp CD \\ IE \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow \angle SEI \text{ là góc phẳng nhị diện của góc nhị diện } [S, CD, I].$$

$$SO = IO = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

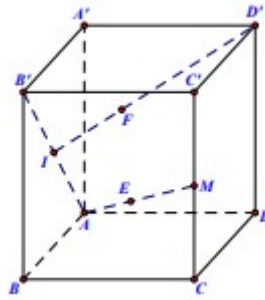
Ta có $S\left(0; 0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right), I\left(0; 0; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right); E\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$

$$\overrightarrow{ES} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{4}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right); \overrightarrow{EI} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{4}; -\frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$\cos(\overrightarrow{ES}, \overrightarrow{EI}) = \frac{\overrightarrow{ES} \cdot \overrightarrow{EI}}{|\overrightarrow{ES}| \cdot |\overrightarrow{EI}|} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = -\frac{1}{3} \Rightarrow \angle SEI \approx 109^\circ$$

Vậy $[S, CD, I] = 109^\circ$.

Câu 6: Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà.



Lời giải

Đáp án: 1,6m

Phần giải chi tiết

Gắn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O; AB \equiv Ox; AD \equiv Oy; AA' \equiv Oz$.

Ta có $A(0;0;0); A'(0;0;3,2); M(4;4;1,6); D'(0;4;3,2); I(2;0;1,6)$.

Gọi $E(x, y, z), F(m, n, p)$

$$\overrightarrow{AE} = a \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4a \\ y = 4a \\ z = 1,6a \end{cases} \Rightarrow E(4a; 4a; 1,6a)$$

Giả sử

$$\overrightarrow{D'F} = b \overrightarrow{D'I} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n - 4 = -4b \\ p - 3,2 = -1,6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n = 4 - 4b \\ p = 3,2 - 1,6b \end{cases} \Rightarrow F(2b; 4 - 4b; 3,2 - 1,6b)$$

Ta có

$$\overrightarrow{EF} = (2b - 4a; 4 - 4b - 4a; 3, 2 - 1, 6b - 1, 6a)$$

$$\overrightarrow{AA'} = (0; 0; 3, 2)$$

Để đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà thì $\overrightarrow{EF}$ cùng phương với $\overrightarrow{AA'}$

$$\begin{cases} 2b - 4a = 0 \\ 4 - 4b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Nên

$$\text{Khi đó } \overrightarrow{EF} = (0; 0; 1, 6) \Rightarrow EF = 1,6$$

Vậy khoảng cách giữa hai con nhện bằng 1,6 m.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 9</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

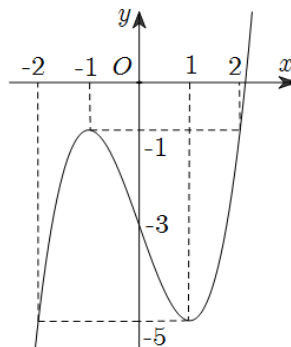
Câu 1: Hàm số $y = \frac{x+3}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1 B. 3 C. 0 D. 2

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-2}{(x+1)^2} < 0, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Nên hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là.

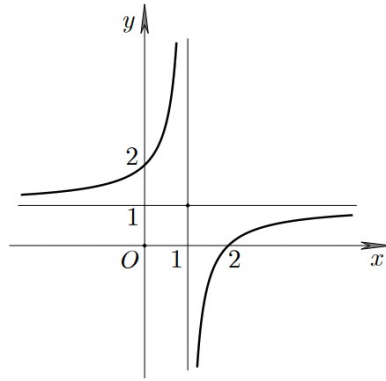


- A. 1 B. -5 C. 0 D. -1

Lời giải

Chọn B

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0; ac \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



- A. $x = -1, y = 1$. B. $x = 1, y = 1$. C. $x = 1, y = 2$. D. $x = 2, y = 1$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	-2	2	$-\infty$	

- A. $y = x^3 - 3x$. B. $y = -x^3 + 3x$. C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = -x^2 + 2x$.

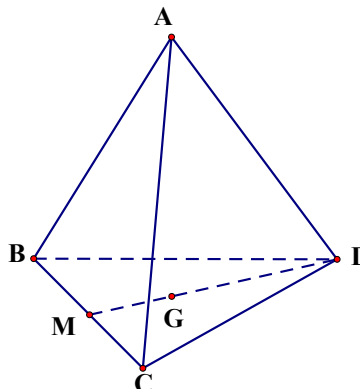
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho là hàm số bậc 3 và có hệ số $a < 0$.

Câu 5: Cho tứ diện $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC , G là trọng tâm của tam giác BCD . Hệ thức nào dưới đây là **sai**?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. B. $\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. C. $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM}$.

Lời giải

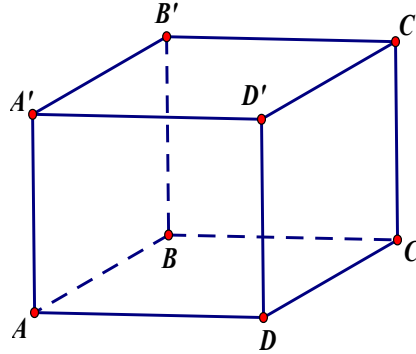


D sai vì M là trung điểm của cạnh BC thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM}$.

Câu 6: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Vector nào dưới đây bằng vector $\overrightarrow{AB}$

- A. $\overrightarrow{CD}$. B. $\overrightarrow{DC}$ C. $\overrightarrow{BC}$. D. $\overrightarrow{C'D'}$.

Lời giải



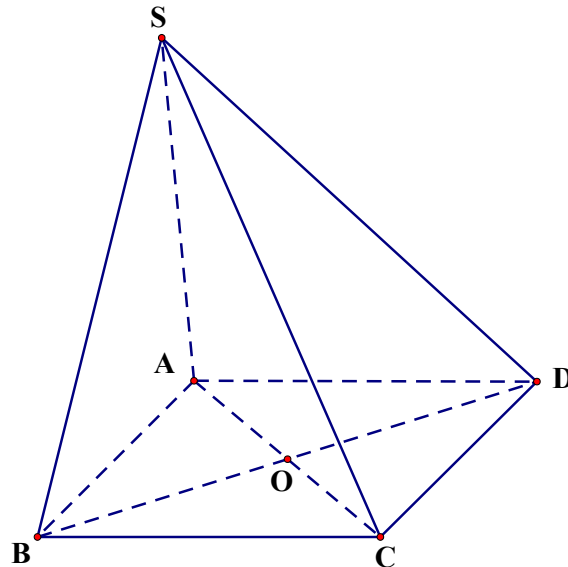
Từ hình vẽ ta thấy cặp vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{DC}$ cùng phương, cùng chiều và có độ lớn bằng nhau nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

Câu 7: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O . Biết $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = k.\overrightarrow{SO}$.

Giá trị của k bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Lời giải



Do O là tâm của hình vuông $ABCD$, nên O là trung điểm của các cạnh AC và BD

$$\Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0} \text{ và } \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0}$$

Ta có:
$$\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OA}) + (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OB}) + (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{SO} + \overrightarrow{OD})$$

$$= 4\overrightarrow{SO} + (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) = 4\overrightarrow{SO}$$

Vậy giá trị của $k = 4$.

Câu 8: Cho $\vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k} + \vec{i}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; 1)$ B. $(1; 2; -3)$ C. $(2; 1; -3)$ D. $(-3; 2; 1)$

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k} + \vec{i} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (1; 2; -3)$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-2; 3; 3)$.

Điểm $D(a; b; c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$, khi đó $P = a^2 + b^2 + c^2$ có giá trị bằng

- A. 46 B. 43 C. 44 D. 45

Lời giải

Ta có: $D(a; b; c)$, $ABCD$ là hình bình hành thì

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow \begin{cases} a - 1 = -2 - 2 \\ b - 2 = 3 + 1 \\ c + 1 = 3 - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 6 \\ c = -1 \end{cases}$$

$$\text{Vậy: } D(-3; 6; -1) \Rightarrow P = 46$$

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; 3); B(-1; 1; 2); C(2; 1; 1)$. Tính cosin của góc tạo bởi $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$.

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{6}$ D. $\frac{1}{4}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (-2; -1; -1); \overrightarrow{AC} = (1; -1; -2)$$

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -2 + 1 + 2 = 1$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{6}; |\overrightarrow{AC}| = \sqrt{6}$$

Câu 11: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75.

B. 4,75.

C. 4,63.

D. 4,38.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12, 5; 15, 5)$ nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó, $p = 2; a_2 = 12, 5; m_2 = 12; m_1 = 3, a_3 - a_2 = 3$ và ta có

$$Q_1 = 12, 5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15, 25$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18, 5; 21, 5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó, $p = 4; a_4 = 18, 5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta

$$\text{có } Q_3 = 18, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 4, 75$

Câu 12: Thời gian dây nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Hà được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Giá trị đại diện của nhóm $[35; 40)$ là

A. 35.

B. 40.

C. 37.

D. 37,5.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm $[35; 40)$ là $\frac{35 + 40}{2} = 37, 5$.

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + 3x^2 - 3x + 1$. Xét tính đúng sai các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

b) Đạo hàm của $f(x)$ là $y' = x^2 + 2x - 1$.

c) Hàm số trên có hai cực trị gồm một cực tiểu và một cực đại.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

a) Sai. Tập xác định của hàm số trên là $D = \mathbb{R}$.

b) Sai. Ta có $y = 3x^2 + 6x - 3$.

c) Đúng. Xét $y = 3x^2 + 6x - 3 = 0 \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{2}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số

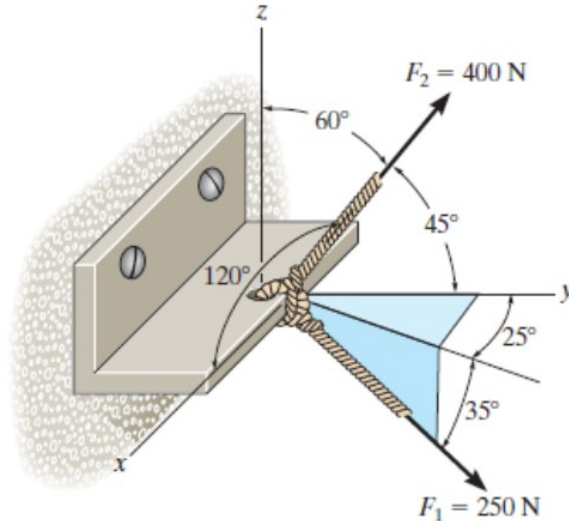
x	$-\infty$	$-1-\sqrt{2}$	$-1+\sqrt{2}$	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$				$+\infty$

Vậy hàm số có 2 cực trị gồm 1 cực tiểu và 1 cực đại

d) Đúng. Ta có $(-2; -1) \subset (-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$

Mà hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2})$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; -1)$.

Câu 2: Dưới đây là một giá đỡ chịu hai lực. Biểu diễn từng lực dưới dạng vector Descartes



a) $\vec{F}_2 = -200\vec{i} + 281\vec{j} + 200\vec{k}$

b) $\vec{F}_1 = 86,547\vec{i} + 185,601\vec{j} - 143,394\vec{k}$

c) Độ lớn lực tổng hợp lên giá đỡ bằng $485,297\text{ N}$

d) Góc tạo bởi lực tổng hợp lên trục Oy là $16,145^\circ$

Lời giải

a) Sai

Độ lớn lực F_2 tác dụng lên trục tọa độ Descartes như sau:

$$F_x = -400 \cos 60^\circ = -200 \text{ N}$$

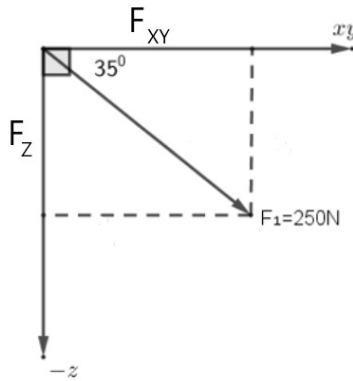
$$F_y = 400 \cos 45^\circ = 282,84 \text{ N}$$

$$F_z = 400 \cos 60^\circ = 200 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \vec{F}_2 = -200\vec{i} + 282,84\vec{j} + 200\vec{k}$$

b) Đúng

Cắt mặt phẳng tọa độ lực F_1 tác dụng lên trục tọa độ là xy là chiều ngang và $-z$ là chiều dọc như hình vẽ

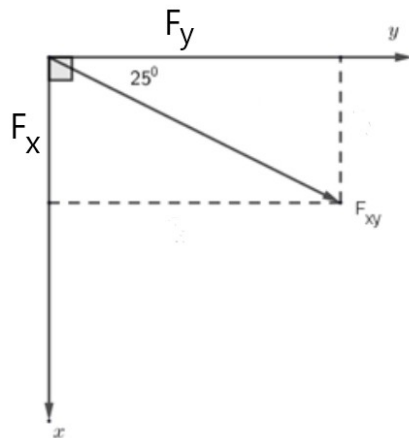


Độ lớn lực F_1 tác dụng lên trục tọa độ xy và $-z$ bằng

$$F_{xy} = 250 \cos 35^\circ = 204,788 \text{ N}$$

$$F_z = -250 \sin 35^\circ = -143,394 \text{ N}$$

Cắt mặt phẳng tọa độ lực F_{xy} tác dụng lên trục tọa độ là y là chiều ngang và x là chiều dọc như hình vẽ



$$F_x = 204,788 \cdot \sin 25^\circ = 86,547 \text{ N}$$

$$F_y = 204,788 \cdot \cos 25^\circ = 185,601 \text{ N}$$

Vậy $\vec{F}_1 = 86,547\vec{i} + 185,601\vec{j} - 143,394\vec{k}$

c) Đúng

Lực tổng hợp tác dụng lên giá đỡ là :

$$\vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = -113,453\vec{i} + 468,441\vec{j} + 56,606\vec{k}$$

$$F_R = \sqrt{113,453^2 + 468,441^2 + 56,606^2} \approx 485,297 \text{ N}$$

d) Sai

Gọi α là góc tạo bởi lực tổng hợp lên trục Oy

$$\cos \alpha = \frac{468,441}{485,297} \Rightarrow \alpha \approx 15,145^\circ$$

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(1;1;-2)$.

a) $\vec{AB} = (3; -1; -1)$

b) Tọa độ trọng tâm G là $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$.

c) $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 8$.

d) Gọi $I(a; b; c)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Giá trị biểu thức $P = 15a + 30b + 75c$ bằng 50.

Lời giải

a) Sai

Ta có $\vec{AB} = (-3; -1; -1)$.

b) Đúng

Tọa độ trọng tâm G là $G\left(\frac{2}{3}; 2; -\frac{1}{3}\right)$.

c) Đúng

Ta có $\vec{AB} = (-3; -1; -1)$ và $\vec{AC} = (-1; -2; -3)$ nên

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-3) \cdot (-1) + (-1) \cdot (-2) + (-1) \cdot (-3) = 3 + 2 + 3 = 8$$

d) Đúng

Ta có $I(x; y; z)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $ABC \Leftrightarrow AI = BI = CI, I \in (ABC)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ CI^2 = BI^2 \\ [\vec{AB}, \vec{AC}] \cdot \vec{AI} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{15} \\ y = \frac{61}{30} \\ z = -\frac{1}{3} \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{14}{15}; \frac{61}{30}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow P = 50.$$

Câu 4: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4;8,6)	[8,6;8,8)	[8,8;9,0)	[9,0;9,2)	[9,2;9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: 1 m.
b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 9,15$.
c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 0,286$.
d) Trong 100 cây keo trên có 1 cây cao $8,4$ m. Thì chiều cao của cây keo này là giá trị ngoại lệ.

Lời giải

a) Đúng

Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $9,4 - 8,4 = 1(m)$

b) Đúng

Cỡ mẫu $n = 100$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1; \dots; x_5 \in [8,4;8,6); x_6; \dots; x_{17} \in [8,6;8,8); x_{18}; \dots; x_{42} \in [8,8;9,0); x_{43}; \dots; x_{86} \in [9,0;9,2); x_{87}; \dots; x_{100} \in [9,2;9,4)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [8,8;9,0)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$mẫu số liệu ghép nhóm là: Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{25}(9,0 - 8,8) = 8,864$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [9,0;9,2)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$liệu ghép nhóm là: Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+12+25)}{44}(9,2 - 9,0) = 9,15$$

c) Đúng

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,286$

d) Đúng

Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$

Hay $x > 9,15 + 1,5 \cdot 0,286 = 9,579$ hoặc $x < 8,864 - 1,5 \cdot 0,286 = 8,485$

Vậy cây cao 8,4 m là giá trị ngoại lệ.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = (3x^2 - 10x + 3)(3x^2 - 25x + 48)$. Giả sử hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Trong khoảng $(a; b)$ có nhiều nhất bao nhiêu giá trị nguyên nhỏ hơn 2024.

Lời giải

Đáp số: 5.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 10x + 3 = 0 \\ 3x^2 - 25x + 48 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{1}{3} \\ x = \frac{16}{3} \end{cases}$$

Cho

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	3	$\frac{16}{3}$	$+\infty$			
$f'(x)$		+	0	-	0	-	0	+

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{1}{3}; \frac{16}{3}\right)$.

Trong khoảng $\left(\frac{1}{3}; \frac{16}{3}\right)$ có các giá trị nguyên nhỏ hơn 2024 là 1; 2; 3; 4; 5.

Vậy có nhiều nhất 5 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: Một công ty ước tính rằng tổng lợi nhuận P cho một sản phẩm có thể được mô hình hoá bằng hàm số $P(x) = -x^3 + 450x^2 + 52500x$, trong đó x là số lượng đơn vị sản phẩm đó được sản xuất và bán ra. Mức sản xuất nào sẽ mang lại lợi nhuận lớn nhất?

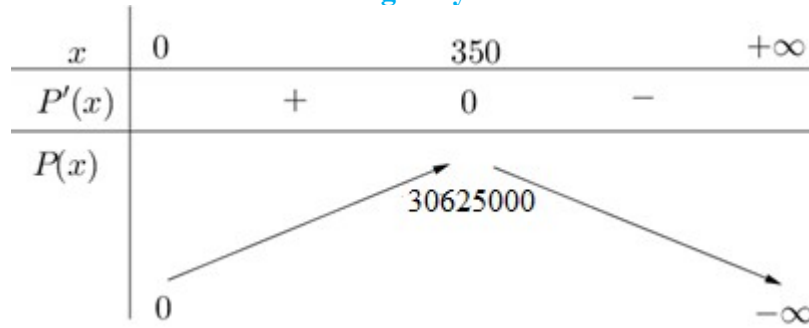
Lời giải

Đáp số: 350.

Ta có $P'(x) = -3x^2 + 900x + 52500$, với $x \geq 0$.

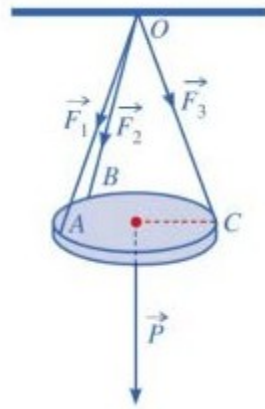
Cho $P'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 900x + 52500 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 350 \\ x = -50 < 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên



Vậy mức sản xuất $x = 350$ sẽ mang lại lợi nhuận lớn nhất.

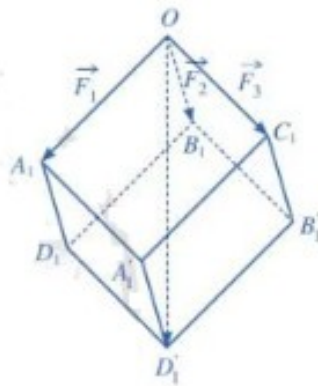
Câu 3: Một tấm gỗ tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không giãn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên tấm gỗ tròn sao cho các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 15(N)$ (xem hình vẽ).



Tính trọng lượng P của tấm gỗ tròn đó? (làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Đáp số: 26



Gọi A_1, B_1, C_1 lần lượt là các điểm sao cho $\vec{OA}_1 = \vec{F}_1, \vec{OB}_1 = \vec{F}_2, \vec{OC}_1 = \vec{F}_3$

Lấy các điểm $D_1; A_1; B_1; D_1'$ sao cho $OA_1D_1B_1.C_1A_1D_1B_1'$ là hình hộp.

Theo quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OB_1} + \overrightarrow{OC_1} = \overrightarrow{OD_1}$

Do lực căng $\overrightarrow{F_1}; \overrightarrow{F_2}; \overrightarrow{F_3}$ đôi một vuông góc với nhau và có độ lớn: $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 14(N)$ nên hình hộp

$OA_1D_1B_1.C_1A_1D_1B_1'$ có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và bằng nhau.

Vì vậy $OA_1D_1B_1.C_1A_1D_1B_1'$ là hình lập phương có độ dài cạnh bằng 15, suy ra độ dài đường chéo bằng $15\sqrt{3}$.

Vì tấm gỗ ở vị trí cân bằng nên $\overrightarrow{P} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3}$

Suy ra trọng lượng tấm gỗ tròn: $|\overrightarrow{P}| = |\overrightarrow{OD_1}| = 15\sqrt{3}(N) \approx 26(N)$

Câu 4: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(3; -4; 7), B(-5; 3; -2), C(1; 2; 1)$. Biết

$\cos \angle ABC = \frac{m}{\sqrt{n}}$ với $\frac{m}{n}$ tối giản. Tính $m + n$.

Lời giải

Đáp số: 9006

Ta có: $\overrightarrow{BA} = (8; -7; 9), \overrightarrow{BC} = (6; -1; 3)$

$$\cos \angle ABC = \cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| |\overrightarrow{BC}|} = \frac{8 \cdot 6 + (-7) \cdot (-1) + 9 \cdot 3}{\sqrt{8^2 + (-7)^2 + 9^2} \cdot \sqrt{6^2 + (-1)^2 + 3^2}} = \frac{82}{\sqrt{194} \cdot \sqrt{46}} = \frac{82}{\sqrt{8924}}$$

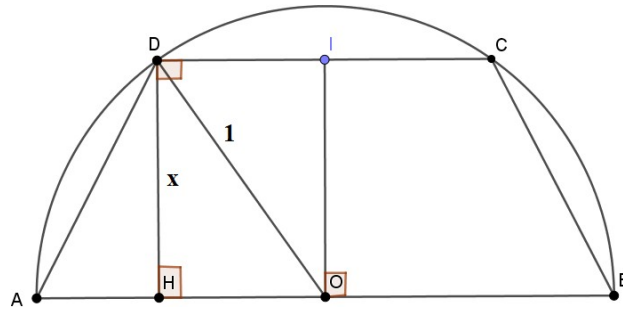
Suy ra: $m = 82; n = 8924$.

Vậy $m + n = 82 + 8924 = 9006$

Câu 5: Cho nửa đường tròn đường kính $AB = 2$ và hai điểm C, D thay đổi trên nửa đường tròn đó sao cho $ABCD$ là hình thang. Tìm diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Đáp án: 1,3



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D lên AB , I là trung điểm của đoạn CD và O là trung điểm của AB . Đặt $DH = x$, $0 < x < 1$. Ta có $DC = 2DI = 2OH = 2\sqrt{OD^2 - DH^2} = 2\sqrt{1 - x^2}$.

Diện tích của hình thang $ABCD$ là $S = f(x) = \frac{(AB + CD)DH}{2} = (1 + \sqrt{1 - x^2})x$.

Ta có $f'(x) = \frac{\sqrt{1 - x^2} + 1 - 2x^2}{\sqrt{1 - x^2}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1 - x^2} + 1 - 2x^2 = 0$

Đặt $t = \sqrt{1 - x^2}$ ($0 \leq t \leq 1$), khi đó phương trình trở thành $2t^2 + t - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1(L) \\ t = \frac{1}{2}(TM) \end{cases}$.

$t = \frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{1 - x^2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{3}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. Do $x > 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

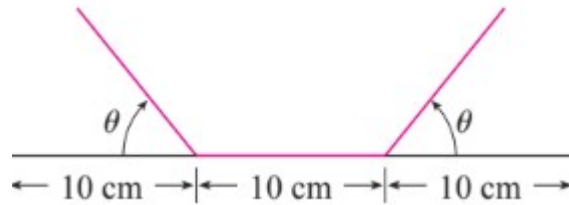
Bảng biến thiên

x	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	$\frac{3\sqrt{3}}{4}$	1

Vậy diện tích lớn nhất của hình thang $ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{3}}{4} \approx 1,3$.

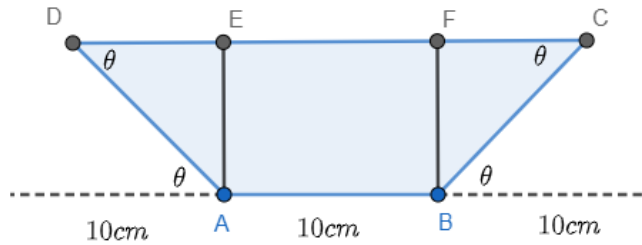
Câu 6: Một miếng nhôm có bề ngang 30 cm được uốn cong tạo thành máng dẫn nước bằng cách chia

tám nhôm thành 3 phần bằng nhau rồi gấp 2 bên lại theo một góc θ ($0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$) như hình vẽ dưới. Hỏi θ bằng bao nhiêu để tạo ra máng có diện tích mặt ngang S lớn nhất để có thể cho nước đi qua nhiều nhất? (θ tính theo radian và làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Đáp số: 1,05



Gọi tên các đỉnh như hình vẽ dưới đây, khi đó để diện tích mặt ngang lớn nhất thì diện tích của hình thang cân $ABCD$ lớn nhất

Trước hết ta dễ thấy $\angle ADE = \angle BCF = \theta$ và $AD = AB = BC = 10 \text{ (cm)}$

Ta có $S_{ABCD} = 2S_{\triangle AED} + S_{ABFE}$

$$= AE \cdot DE + AE \cdot AB$$

$$= AE \cdot DE + 10AE \quad (1)$$

Có $AE = 10 \cdot \sin \theta$ và $DE = 10 \cdot \cos \theta$, thay vào ⁽¹⁾ ta được

$$S_{ABCD} = 100 \sin \theta \cdot \cos \theta + 100 \sin \theta = 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta, \text{ đây là một hàm số theo biến } \theta$$

Xét hàm $S(\theta) = 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta$

$$\text{Có } S'(\theta) = 100 \cos 2\theta + 100 \cos \theta$$

$$\text{Suy ra } S'(\theta) = 0$$

$$\Leftrightarrow 100 \cos 2\theta + 100 \cos \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 2\theta = -\cos \theta$$

$$\Leftrightarrow \cos 2\theta = \cos(\pi + \theta)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2\theta = \pi + \theta + k2\pi \\ 2\theta = -\pi - \theta + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \theta = \pi + k2\pi \\ \theta = \frac{-\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{Vì } 0 < \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ nên } (2) \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$$

Lập bảng biến thiên của hàm $S(\theta) = 50 \sin 2\theta + 100 \sin \theta$ trên nửa khoảng $0 < \theta \leq \frac{\pi}{2}$ để thấy

$$\max_{\left(0; \frac{\pi}{2}\right]} S(\theta) = S\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Vậy để diện tích mặt ngang S lớn nhất khi $\theta = \frac{\pi}{3} \approx 1,05$.

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 1</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
--------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Hàm số $y = f(x) = 2x^3 - 9x^2 - 24x + 1$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 4)$. C. $(-\infty; 4)$. D. $(4; +\infty)$.

Lời giải

Đáp án đúng là: B

Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

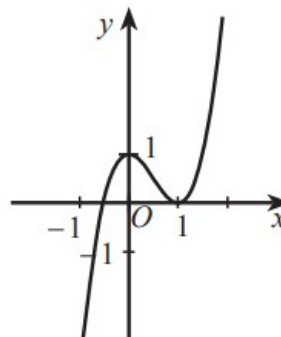
Ta có $f'(x) = 6x^2 - 18x - 24$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = 4$.

Bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$	-1	4	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	14	-111	$+\infty$	

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là:

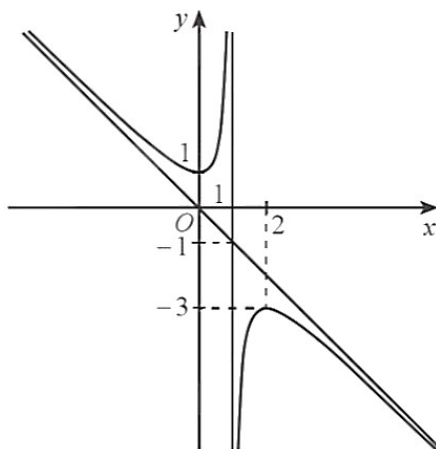
- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. 2 .

Lời giải

Đáp án đúng là: C

Căn cứ vào đồ thị trên, ta thấy $\max_{[-1;1]} f(x) = f(0) = 1$.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và có đồ thị như hình dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận đứng và phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị đã cho là

- A. $x = 1$; $y = -x$. B. $x = -1$; $y = x$. C. $x = 1$; $y = x$. D. $x = 1$; $y = -2x$.

Lời giải

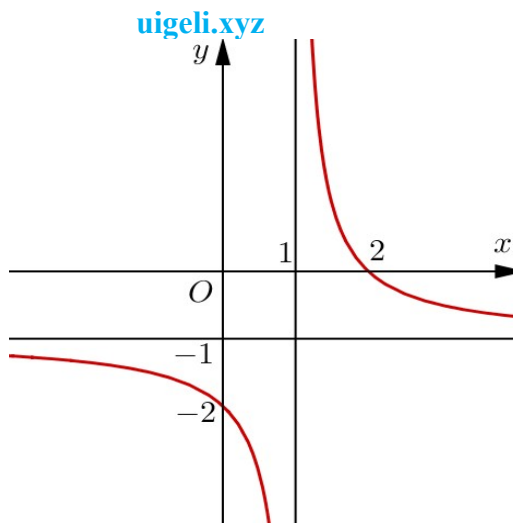
Đáp án đúng là: A

Quan sát hình vẽ, ta thấy:

Đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Đường thẳng $y = -x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho ($y = -x$ là đường thẳng đi qua gốc tọa độ và đi qua điểm có tọa độ $(1; -1)$).

Câu 4: Đồ thị hình dưới đây là của hàm số $y = \frac{ax+2}{x+b}$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khi đó tổng $a+b$ bằng



A. -2 .

B. -1 .

C. 0 .

D. 1 .

Lời giải

Chọn A

Đồ thị có đường tiệm cận đứng $x = 1$. Suy ra $b = -1$.

Đồ thị có đường tiệm cận ngang $y = -1$. Suy ra $a = -1$.

Vậy $a + b = -2$.

Câu 5: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vector $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CC'}$.

A. $\vec{u} = \vec{AC}$.

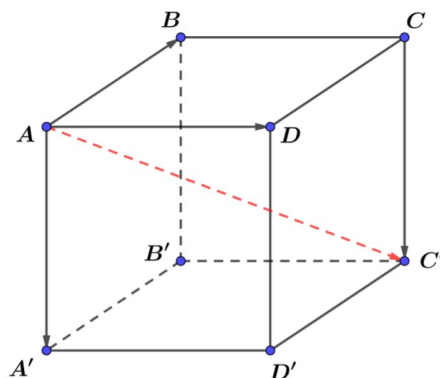
B. $\vec{u} = \vec{AC'}$.

C. $\vec{u} = \vec{A'C}$.

D. $\vec{u} = \vec{C'A}$.

Lời giải

Chọn B



Theo tính chất hình hộp, ta có: $\vec{CC'} = \vec{AA'}$.

Suy ra: $\vec{u} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{CC'} = \vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.

Câu 6: Cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn điều kiện $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = 4$. Độ dài vector $4\vec{a} - \vec{b}$ bằng:

A. 64 .

B. 6 .

C. 8 .

D. 36 .

Lời giải

Chọn B

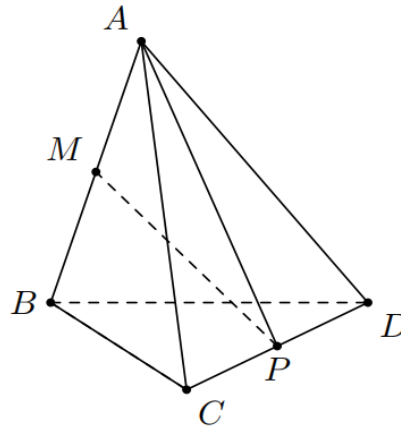
Ta có: $\left|4\vec{a} - \vec{b}\right|^2 = \left(4\vec{a} - \vec{b}\right)^2 = 16\vec{a}^2 - 8\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b}^2 = 16\left|\vec{a}\right|^2 - 8\vec{a} \cdot \vec{b} + \left|\vec{b}\right|^2 = 16 \cdot 2^2 - 8 \cdot 4 + 2^2 = 36$
 $\Rightarrow \left|4\vec{a} - \vec{b}\right| = \sqrt{36} = 6$

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . Đặt $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$ B. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{b} - \vec{c})$
 C. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$ D. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$

Lời giải

Chọn D



Vì M, P lần lượt là trung điểm của $AB, CD \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{AM} = \vec{AB} \\ \vec{AC} + \vec{AD} = 2\vec{AP} \end{cases}$

Ta

có:

$$\vec{MP} = \vec{MA} + \vec{AP} = -\vec{AM} + \vec{AP} = -\frac{1}{2}\vec{AB} + \frac{1}{2}(\vec{AC} + \vec{AD}) = -\frac{1}{2}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c} + \frac{1}{2}\vec{d} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$$

Câu 8: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vector $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

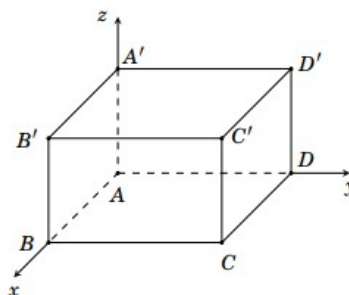
- A. $(-2; -1; -3)$ B. $(-3; 2; -1)$ C. $(2; -3; -1)$ D. $(-1; 2; -3)$

Lời giải

Chọn D

Do đó, $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} = (-1; 2; -3)$

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, tọa độ điểm B' là



- A. $B'(0;2;0)$ B. $B'(2;2;2)$ C. $B'(2;2;0)$ D. $B'(2;0;2)$

Lời giải

Chọn D

Với $B'(2;0;2)$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-1;3)$, $B(0;2;0)$ và $C(5;-2;1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

- A. $(-4;-5;4)$ B. $(4;-5;4)$ C. $(4;5;-4)$ D. $(-4;-5;-4)$

Lời giải

Chọn B

Gọi $D = (x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (5-x; -2-y; 1-z)$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -3)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} 5-x=1 \\ -2-y=3 \\ 1-z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow D(4;-5;4)$$

$ABCD$ là hình bình hành nên

Câu 11: Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 4$, $Q_2 = 6$, $Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu?

- A. 5 B. 4 C. 6 D. 9

Lời giải

Chọn A

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $Q_3 - Q_1 = 9 - 4 = 5$

Câu 12: Một siêu thị thống kê số tiền mà 44 khách hàng mua hàng ở siêu thị đó trong một ngày. Số liệu được cho ở bảng sau:

Nhóm	Tần số
[40; 45)	4
[45; 50)	14
[50; 55)	8
[55; 60)	10
[60; 65)	6
[65; 70)	2
	$n = 44$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 53,2

B. 46,1

C. 30

D. 11

Lời giải

Chọn B

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{4.42,5 + 14.47,5 + 8.52,5 + 10.57,5 + 6.62,5 + 2.67,5}{44} = \frac{585}{11}$$

Ta có:

$$\begin{aligned} & 4.\left(42,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 14.\left(47,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 8.\left(52,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 10.\left(57,5 - \frac{585}{11}\right)^2 + 6.\left(62,5 - \frac{585}{11}\right)^2 \\ & \quad + 2.\left(67,5 - \frac{585}{11}\right)^2 \\ & = 2029, (54) \end{aligned}$$

Khi đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s^2 = \frac{2029, (54)}{44} \approx 46,1$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Khi đó:

a) $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{BC'}$.

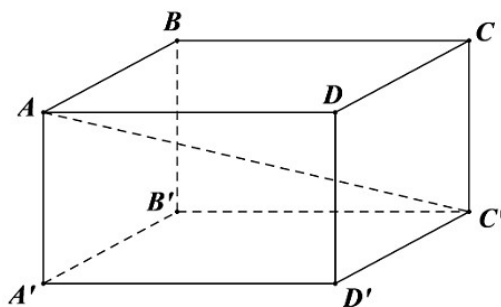
b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

c) $\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$.

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AD}$ và $\overrightarrow{A'B'}$ bằng 45° .

Lời giải

a) Sai	b) Sai	c) Đúng	d) Sai
--------	--------	---------	--------



– Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên $A'DCB'$ là hình bình hành.

Do đó, $\overrightarrow{A'D} = \overrightarrow{B'C}$.

Mà hai vectơ $\overrightarrow{B'C}$ và $\overrightarrow{BC'}$ không cùng phương nên hai vectơ $\overrightarrow{A'D}$ và $\overrightarrow{BC'}$ cũng không cùng phương.

Vậy ý a) sai.

– Theo quy tắc ba điểm, ta có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} \neq \overrightarrow{DA}$ nên ý b) sai.

– Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên ta có $\overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{C'C}$.

Áp dụng quy tắc hình hộp cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$, ta có:

$\overrightarrow{C'A} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{C'B'} + \overrightarrow{C'D'} + \overrightarrow{A'A}$. Vậy ý c) đúng.

– Ta có $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{A'B'}) = (\overrightarrow{A'D'}, \overrightarrow{A'B'}) = \angle B'A'D' = 90^\circ$. Vậy ý d) sai.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = \vec{i} + 3\vec{k} - 4\vec{j}$ và

$\vec{b} = (m - n; 4m - 6n; n^2 - 3m + 2)$, với m, n là tham số.

a) Tọa độ $\vec{a} = (1; 3; -4)$.

b) Dựng điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ thì điểm A có tọa độ $(1; -4; 3)$.

c) Tồn tại giá trị của m và n để $\vec{b} = \vec{0}$.

d) Nếu $\vec{a} = \vec{b}$ thì $m + n = 9$.

Lời giải

a) Sai	b) Đúng	c) Sai	d) Đúng
--------	---------	--------	---------

a) Sai: Tọa độ $\vec{a} = (1; -4; 3)$.

b) Đúng: Khi $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ thì tọa độ $\vec{a}$ cũng là tọa độ điểm A . Suy ra $A(1; -4; 3)$.

$$\vec{b} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} m - n = 0 \\ 4m - 6n = 0 \\ n^2 - 3m + 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ n = 0 \\ n^2 - 3m + 2 = 0 \end{cases}$$

c) Sai: . (vô nghiệm).

Vậy không tồn tại m, n để $\vec{b} = \vec{0}$.

$$\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} m - n = 1 \\ 4m - 6n = -4 \\ n^2 - 3m + 2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ n = 4 \end{cases}$$

d) Đúng: . Suy ra $m + n = 9$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-2; 0; -3), B(-4; 1; -1), C(-4; -4; 1)$.

a) Góc A là góc nhọn.

b) Toạ độ điểm E đối xứng với A qua B là $(-6; 2; 1)$.

c) Độ dài đường phân giác trong góc A là $\frac{\sqrt{26}}{3}$.

d) Gọi $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó

$$a + b + c = -\frac{4}{3}.$$

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Sai	d) Sai
---------	---------	--------	--------

a) Đúng

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (-2; 1; 2), \overrightarrow{AC} = (-2; -4; 4)$

$$\Rightarrow \cos A = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{4}{9} > 0 \Rightarrow A \text{ là góc nhọn.}$$

b) Đúng

E đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AE

$$\Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_E}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_E}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_E}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_E = 2x_B - x_A \\ y_E = 2y_B - y_A \\ z_E = 2z_B - z_A \end{cases} \Rightarrow E(-6; 2; 1)$$

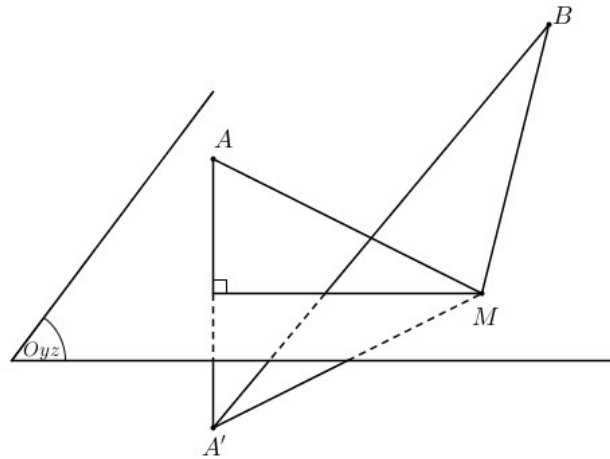
c) Sai

Gọi AD là đường phân giác trong góc A

Ta có: $AB = 3; AC = 6 \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \overrightarrow{DC} = -2\overrightarrow{DB}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_C - x_D = -2(x_B - x_D) \\ y_C - y_D = -2(y_B - y_D) \\ z_C - z_D = -2(z_B - z_D) \end{cases} \Rightarrow D\left(-4; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) \Rightarrow AD = \frac{2\sqrt{26}}{3}$$

d) Sai



Vì $M \in (Oyz) \Rightarrow a = 0 \Rightarrow M(0; b; c)$

Ta có: A, B nằm cùng phía đối với (Oyz) .

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua $(Oyz) \Rightarrow A'(2; 0; -3)$

Khi đó: $MA + MB = MA' + MB \geq A'B$

Do đó: $MA + MB$ đạt GTNN khi A', M, B thẳng hàng.

$$\overrightarrow{A'B} = (-6; 1; 2), \overrightarrow{A'M} = (-2; b; c+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2}{-6} = \frac{b}{1} = \frac{c+3}{2} \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{3} \\ c = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

A', B, M thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{A'B}, \overrightarrow{A'M}$ cùng phương

$$\text{Vậy } M\left(0; \frac{1}{3}; -\frac{7}{3}\right) \Rightarrow a + b + c = -2$$

Câu 4: Một cửa hàng thống kê về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 50 khách hàng mua nước giải khát trong một ngày. Số liệu được cho ở bảng sau:

Nhóm	Tần số
[15; 20)	4
[20; 25)	15
[25; 30)	19
[30; 35)	7
[35; 40)	5
	$n = 50$

Xét tính đúng, sai của các khẳng định dưới đây:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 20.

b) $Q_1 = \frac{137}{6}$ (nghìn đồng).

c) $Q_3 = 29$ (nghìn đồng).

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\frac{401}{57}$ (nghìn đồng).

Lời giải

a) Sai. Vì khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $40 - 15 = 25$

b) Đúng. Vì:

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là: [20; 25)

Khi đó:
$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{50}{4} - 4}{15} (25 - 20) = \frac{137}{6}$$

c) Sai. Vì:

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: [25; 30)

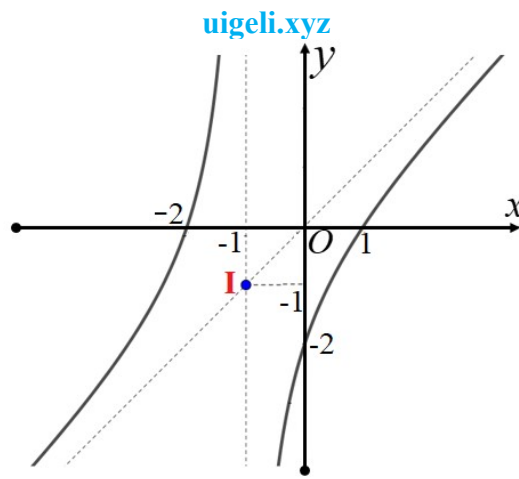
Khi đó:
$$Q_3 = 25 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (4 + 15)}{19} (30 - 25) = \frac{1135}{28} \neq 29$$

d) Đúng. Vì khoảng chứa tứ phân vị là:
$$Q_3 - Q_1 = \frac{1135}{28} - \frac{137}{6} = \frac{401}{57}$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Cho hàm số $y = ax + \frac{b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Biết tâm đối xứng của đồ thị là $I(-1; -1)$.

Hỏi giá trị của biểu thức $S = 4a + b$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 2

Đồ thị hàm số $y = ax + \frac{b}{x+1}$ đi qua các điểm $(0; -2), (1; 0) \Rightarrow \begin{cases} b = -2 \\ a + \frac{b}{2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \end{cases}$
 $\Rightarrow 4a + b = 4.1 - 2 = 2$.

Câu 2: Hai sinh viên Thành và Linh rủ nhau mở một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Hai bạn Thành và Linh dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D(x) = x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe. bình

quân cho mỗi xe là $C(x) = 3x + 300 + \frac{30000}{x}$

(triệu đồng). Hai bạn Thành và Linh cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?

Lời giải

Trả lời: 5

Chi phí hoạt động cho x xe điện là: $x.C(x) = x \cdot \left(3x + 300 + \frac{30000}{x} \right) = 3x^2 + 300x + 30000$
 (triệu đồng).

Lợi nhuận của công ty được tính bằng doanh thu trừ cho chi phí đầu tư.

Suy ra, lợi nhuận của công ty là: $T(x) = D(x) - x.C(x), 1 \leq x \leq 10, x \in \mathbb{N}$ (triệu đồng).

$$T(x) = (x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000) - (3x^2 + 300x + 30000) = x^3 - 4600x^2 + 50000x$$

$$T'(x) = 3x^2 - 9200x + 50000$$

$$T'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 9200x + 50000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 \approx 3061,222218 \notin [1;10] \\ x_2 \approx 5,444448485 \in [1;10] \end{cases}$$

BBT:

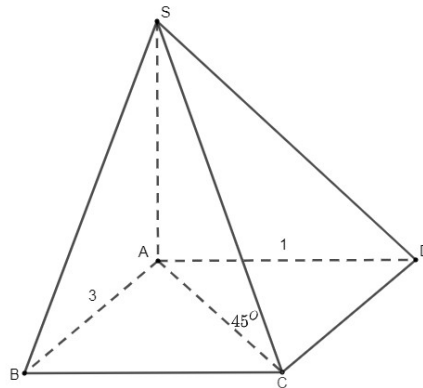
x	1	5	5,444448485	6	10
$T'(x)$	+		+	0	-
$T(x)$		135125	136030,5	134616	

Từ BBT, kết hợp với $x \in \square$ suy ra để lợi nhuận của công ty thu được là lớn nhất thì cần ưu tiên tối đa cho 5 chiếc xe điện hoạt động thường xuyên.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB = 3$, $AD = 1$, $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CA}$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: -10.



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC trên $mp(ABCD)$ là AC suy ra góc giữa SC và mặt đáy là $\square SCA = 45^\circ$.

Ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{10}$; $SA = \tan 45^\circ \cdot AC = \sqrt{10}$; $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = 2\sqrt{5}$.

$(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - (\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = 180^\circ - \square SCA = 135^\circ$.

$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{CA} = SC \cdot CA \cdot \cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{CA}) = 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos 135^\circ = -10$.

Câu 4: Một công ty xây dựng cần xác định chiều dài của một sợi dây cáp nối giữa hai điểm cao trên hai tòa nhà để lắp đặt hệ thống điện. Tòa nhà thứ nhất có đỉnh ở vị trí $A(3;5;12)$ và tòa nhà thứ hai có

đỉnh ở vị trí $B(8; 2; 20)$ trong không gian với hệ tọa độ O_{xyz} (các tọa độ tính bằng mét). Hỏi công ty cần chuẩn bị sợi dây cáp có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu mét để nối hai đỉnh tòa nhà (làm tròn đến hàng đơn vị)?

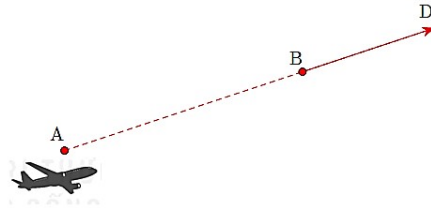
Lời giải

Trả lời: 10

Chiều dài tối thiểu sợi dây cáp tương ứng với độ dài của vector $\overrightarrow{AB}$, được tính theo công thức:

$$AB = \sqrt{(8-3)^2 + (2-5)^2 + (20-12)^2} = \sqrt{98} \approx 10$$

Câu 5: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước, Radar phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $D(x; y; z)$. Giá trị $x + y + z$ bằng bao nhiêu?



Lời giải

Trả lời: 1689

Gọi $D(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB = BD$. Do đó, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} = (140; 50; 1)$.

Mặt khác: $\overrightarrow{BD} = (x - 940; y - 550; z - 8)$ nên
$$\begin{cases} x - 940 = 140 \\ y - 550 = 50 \\ z - 8 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1080 \\ y = 600 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow D(1080; 600; 9)$$
. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $D(1080; 600; 9)$. Suy ra $x + y + z = 1689$.

Câu 6: Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả như sau:

Thời gian (giờ)	$[5; 5,5)$	$[5,5; 6)$	$[6; 6,5)$	$[6,5; 7)$	$[7; 7,5)$
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	8

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (giờ)	[5;5,5)	[5,5;6)	[6;6,5)	[6,5;7)	[7;7,5)
Giá trị đại diện	5,25	5,75	6,25	6,75	7,25
Số chiếc điện thoại (tần số)	2	8	15	10	5

Thời gian trung bình nghe nhạc liên tục của điện thoại là:

$$\bar{x} = \frac{1}{40} (5,25 \cdot 2 + 5,75 \cdot 8 + 6,25 \cdot 15 + 6,75 \cdot 10 + 7,25 \cdot 5) = 6,35$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{1}{40} (5,25^2 \cdot 2 + 5,75^2 \cdot 8 + 6,25^2 \cdot 15 + 6,75^2 \cdot 10 + 7,25^2 \cdot 5) - 6,35^2 = 0,2775$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là: $\sqrt{0,2775} = \frac{\sqrt{111}}{20} \approx 0,53$

-----Hết-----

<p>uigeli.xyz</p> <p>ĐỀ 11</p>	<p>ĐỀ ÔN TẬP CUỐI HỌC KỲ I</p> <p>NĂM HỌC 2024-2025</p> <p>MÔN: TOÁN 12 KNTT</p>
---------------------------------------	---

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	3	0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

- A. $(-2;1)$. B. $(0;1)$. C. $(0;3)$. D. $(1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-1;1)$ và $(0;1) \subset (-1;1)$

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (2x-1)(x+1)(x^2-1)$. Hàm số $y = f(x)$ có giá trị lớn nhất trên $[-2;1]$ bằng

- A. $f(-2)$. B. $f(-1)$. C. $f\left(\frac{1}{2}\right)$. D. $f(1)$.

Lời giải

x	-2	-1		$\frac{1}{2}$	1
$f'(x)$	+	0	+	0	-
$f(x)$					

Từ bảng biến thiên của $y = f(x)$ ta thấy có giá trị lớn nhất của trên $[-2; 1]$ bằng $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

Câu 3: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình là

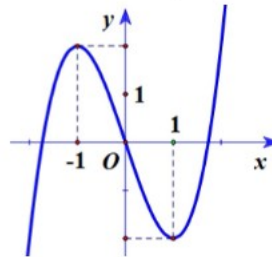
- A. $y = x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $y = 2x - 1$. D. $x = 1$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [y - (2x + 1)] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x-1} = 0$.

Vậy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = 2x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có phương trình $y = 2x + 1$.

Câu 4: Hình vẽ sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các đáp án A, B, C, D . Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x$. B. $y = x^3 + 2x + 1$. C. $y = x^3 - 3x$. D. $y = x^3 + 3x^2$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hệ số $a > 0$ nên loại đáp án A.

Mặt khác ta thấy đồ thị đi qua điểm $O(0; 0)$ nên loại B.

Lại có đồ thị nhận $x = 1$ là điểm cực trị nên đáp án là C

Câu 5: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{OG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$.
- C. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$. D. $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$.

Lời giải

Có G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$ nên:

$$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{AG} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD})$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$.

Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(4;2;9)$ B. $D(-2;4;-5)$ C. $D(-4;-2;9)$ D. $D(6;2;-3)$

Lời giải

Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x+3; y-1; z-2)$ và $\overrightarrow{BA} = (-1; -3; 7)$.

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = -1 \\ y-1 = -3 \\ z-2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases}$$

Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi:

$$\Rightarrow C(-4; -2; 9)$$

Câu 7: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(3; 0; -2)$. Tính độ dài AB .

- A. 26 B. 22 C. $\sqrt{22}$ D. $\sqrt{26}$

Lời giải

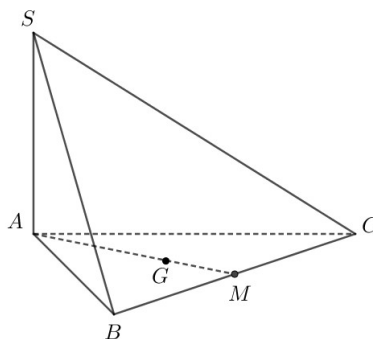
$$\overrightarrow{AB} = (2; 3; -3) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 3^2 + (-3)^2} = \sqrt{22}.$$

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , SA vuông góc với mặt đáy.

Biết $AB = SA = 2$. Gọi M là trung điểm BC . Tính $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}|$?

- A. 3 B. 9 C. 4 D. 6

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác ABC .

Ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{SG} + \overrightarrow{GC} = 3\overrightarrow{SG}$.

Suy ra:

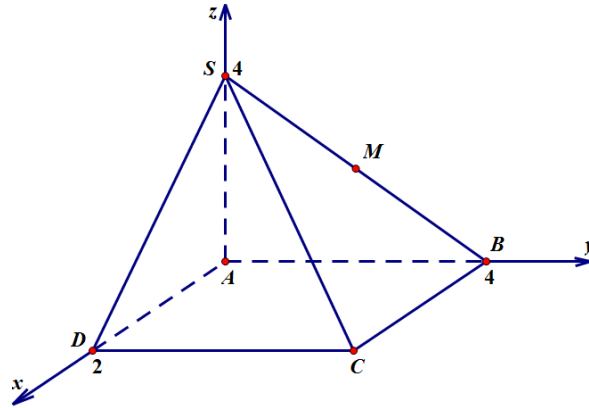
$$|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{AM}| = |3\overrightarrow{SG} + 3\overrightarrow{GM}| = |3\overrightarrow{SM}| = 3SM = 3\sqrt{SA^2 + AM^2} = 3\sqrt{SA^2 + AB^2 + BM^2} = 9.$$

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật.

Biết $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$. Gọi M là trung điểm của SB và G là trọng tâm của tam giác SCD . Độ dài MG là

- A. $MG = \frac{\sqrt{6}}{3}$. B. $MG = \frac{\sqrt{6}}{2}$. C. $MG = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $MG = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ: $A(0;0;0)$, $D(2;0;0)$, $B(0;4;0)$, $S(0;0;4)$.

M là trung điểm của $SB \Rightarrow M(0;2;2)$.

Tứ giác $ABCD$ là hình chữ nhật nên $\begin{cases} x_A + x_C = x_B + x_D \\ y_A + y_C = y_B + y_D \\ z_A + z_C = z_B + z_D \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 4 \\ z_C = 0 \end{cases} \Rightarrow C(2;4;0)$.

G là trọng tâm của tam giác $SCD \Rightarrow G\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$

Độ dài MG là $MG = \sqrt{\left(\frac{4}{3} - 0\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - 2\right)^2} = \frac{2\sqrt{6}}{3}$.

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho các vec tơ $\vec{a} = (5; 3; -2)$ và $\vec{b} = (m; -1; m+3)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù?

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 5.

Lời giải

Ta có $\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{3m-9}{\sqrt{38} \cdot \sqrt{2m^2+6m+10}}$

Góc giữa hai vec tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là góc tù khi và chỉ khi $\cos(\vec{a}; \vec{b}) < 0 \Leftrightarrow 3m-9 < 0 \Leftrightarrow m < 3$

Vì m nguyên dương nên $m \in \{1; 2\}$. Vậy có 2 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 11: Điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành 5 nhóm căn cứ vào số lượng học sinh của mỗi lớp (đơn vị: học sinh) và lập bảng tần số ghép nhóm bao gồm cả tần số tích lũy như sau

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[36;38)	9	9
[38;40)	15	24
[40;42)	25	49
[42;44)	30	79
[44;46)	21	100
	$n = 100$	

Tứ phân vị Q_2 bằng

- A. 42,01 B. 41,75 C. 42,07 D. 41,85

Lời giải

Ta có $\frac{n}{2} = \frac{100}{2} = 50$. Nhóm [42;44) là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 50

$$Q_2 = r + \left(\frac{50 - cf_3}{n_4} \right) \cdot d = 42 + \left(\frac{50 - 49}{30} \right) \cdot 2 = 42,07$$

Câu 12: Điểm kiểm tra 15 phút của 36 học sinh lớp 11A được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm điểm	Tần số
[1; 3)	3
[3; 5)	2
[5; 7)	10
[7; 9)	14
[9; 11)	7
	$n = 36$

Độ lệch chuẩn bảng ghép lớp trên là giá trị nào sau?

- A. 4,45 B. 3,61 C. 4,29 D. 3,85

Lời giải

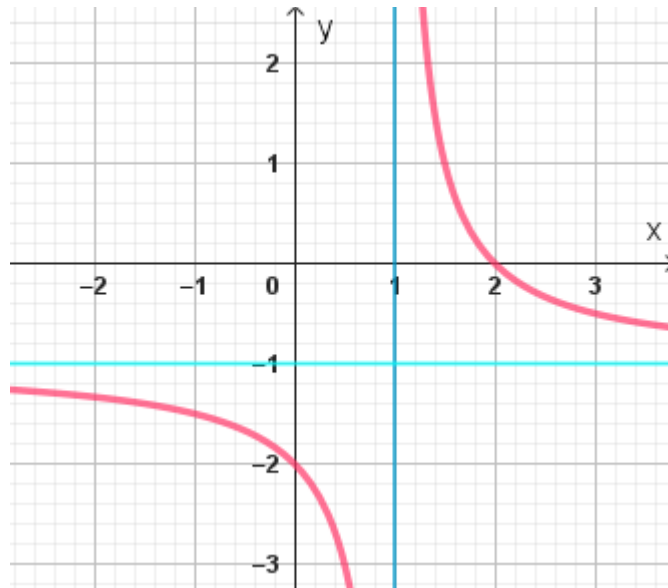
Nhóm điểm	Tần số	Giá trị đại diện
[1; 3)	3	2
[3; 5)	2	4
[5; 7)	10	6
[7; 9)	14	8
[9; 11)	7	10
	$n = 36$	

Ta có
$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + \dots + 7 \cdot 10}{36} \approx 7,11$$

$$s = \sqrt{\frac{n_1(x_1 - \bar{x})^2 + n_2(x_2 - \bar{x})^2 + \dots + n_m(x_m - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{3 \cdot (2 - 7,11)^2 + \dots + 7 \cdot (10 - 7,11)^2}{36}} \approx 4,45$$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có đồ thị như hình dưới.



- a) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.
- c) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -2 trên đoạn $[-2; 0]$.
- d) Các số a, b, c đều âm.

Lời giải

a) Đúng.

Từ đồ thị ta thấy $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

b) Sai.

Từ đồ thị ta thấy đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

c) Đúng.

Do hàm số nghịch biến trên đoạn $[-2; 0]$ nên $\min_{[-2; 0]} y = y(0) = -2$.

d) Sai.

Từ đồ thị ta có TCD là đường thẳng $x = 1 \Rightarrow 1 + c = 0 \Rightarrow c = -1$.

TCN là đường thẳng $y = -1 \Rightarrow a = -1$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; -2) \Rightarrow b = -2c = 2$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$.

a) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 3x^2 - 6x$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $\square$ bằng 2.

d) Với mỗi giá trị của $m \in (-2; 2)$ phương trình $f(x) = m$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Đúng.

Tập xác định: $D = \square$.

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \pm\infty$.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

b) Đúng.

Ta có $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 6x$.

c) Sai.

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$.

d) Đúng.

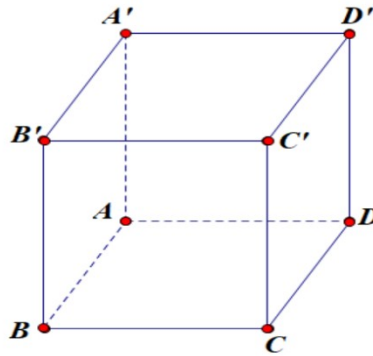
Ta có

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

$y = m$

Số giao điểm của đường thẳng $y = m$ với đồ thị hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ là số nghiệm của phương trình $f(x) = m$. Vậy từ bảng biến thiên ta thấy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-2 < m < 2$.

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 2a$, $AD = 3a$, $A'A = 4a$.



a) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

b) $\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 12a^2$.

c) $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = a\sqrt{29}$.

d) Gọi H là trung điểm của $A'C$. Khi đó $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DB} = \frac{5}{2}a^2$.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có: $\overrightarrow{VT} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$.

b) Sai.

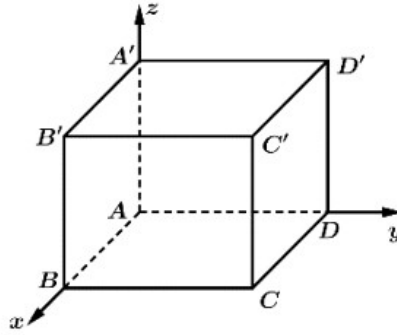
$\overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$ vì hai véc tơ vuông góc nhau

c) Đúng

$|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'}| = |\overrightarrow{AC'}| = AC' = \sqrt{AC^2 + CC'^2} = \sqrt{4a^2 + 9a^2 + 16a^2} = a\sqrt{29}$

d) Đúng

Thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ



Khi đó ta có $A(0;0;0)$; $A'(0;0;4a)$; $C(2a;3a;0)$; $B(2a;0;0)$; $D(0;3a;0)$; $H\left(a; \frac{3a}{2}; 2a\right)$

Ta có: $\overrightarrow{AH} = \left(a; \frac{3a}{2}; 2a\right)$; $\overrightarrow{BD} = (-2a; 3a; 0)$. Vậy $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{DB} = -2a^2 + \frac{9}{2}a^2 = \frac{5}{2}a^2$

Câu 4: Thống kê thời gian (đơn vị: phút) tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của An cho kết quả như sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Số ngày	5	4	10	7	4

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là 25.

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[25; 30)$.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là $9,375$.

d) Phương sai của mẫu số liệu là $36,14$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An là $40 - 15 = 25$.

b) Sai.

Cỡ mẫu là: 30.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 4 năm 2024 của bạn An đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_8 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[20; 25)$.

c) Đúng.

$$\text{Ta có: } Q_1 = 20 + \frac{\left(\frac{1.30}{4} - 5\right)}{4} \cdot 5 = 23,125$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{22} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[30; 35)$ và ta

$$\text{có } Q_3 = 30 + \frac{\left(\frac{3.30}{4} - 19\right)}{7} \cdot 5 = 32,5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 32,5 - 23,125 = 9,375$

d) Sai.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu, ta có:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Giá trị đại diện	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5
Số ngày	5	4	10	7	4

Thời gian trung bình tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của An là:

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 4 + 27,5 \cdot 10 + 32,5 \cdot 7 + 37,5 \cdot 4) = \frac{83}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{1}{30} (17,5^2 \cdot 5 + 22,5^2 \cdot 4 + 27,5^2 \cdot 10 + 32,5^2 \cdot 7 + 37,5^2 \cdot 4) - \left(\frac{83}{3}\right)^2 = \frac{1409}{36} \approx 39,14$$

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1: Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình

$$s(t) = \frac{1}{6}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + 5t^2 - 7, \text{ trong đó } t > 0 \text{ với } t \text{ tính bằng giây (s), } s(t) \text{ tính bằng mét (m)}. \text{ Vận tốc}$$

chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$

và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a - 3b$.

Lời giải

Đáp số: 47.

$$\text{Ta có vận tốc } v(t) = s'(t) = \frac{2}{3}t^3 - 4t^2 + 10t$$

$$\text{Gia tốc } a(t) = v'(t) = 2t^2 - 8t + 10 = 2(t - 2)^2 + 2 \geq 2$$

Gia tốc nhỏ nhất bằng 2 khi $t = 2$. Khi đó $v(2) = \frac{28}{3}$

$$\Rightarrow T = 2a - 3b = 2 \cdot 28 - 3 \cdot 3 = 47.$$

Câu 2: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến nơi làm việc của các nhân viên một công ty như sau:

Thời gian	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)	[45; 50)
Số nhân viên	6	14	30	25	22	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Đáp số: 11,7.

Cỡ mẫu: $n = 6 + 14 + 30 + 25 + 22 + 15 + 8 = 120$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{120}$ là mẫu số liệu gốc gồm số nhân viên của công ty được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_6 \in [15; 20)$; $x_7; \dots; x_{20} \in [20; 25)$; $x_{21}; \dots; x_{50} \in [25; 30)$; $x_{51}; \dots; x_{75} \in [30; 35)$; $x_{76}; \dots; x_{97} \in [35; 40)$; $x_{98}; \dots; x_{112} \in [40; 45)$; $x_{113}; \dots; x_{120} \in [45; 50)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{30}; x_{31} \in [25; 30)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 25 + \frac{30 - 20}{30} \cdot 5 = \frac{80}{3}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{90}; x_{91} \in [35; 40)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là: $Q_3 = 35 + \frac{90 - 75}{22} \cdot 5 = \frac{845}{22}$.

Ta có khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{845}{22} - \frac{80}{3} \approx 11,7$.

Câu 3: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đáp số: $31,3$.

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{6 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5 + 4 \cdot 32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$

$$S^2 = \frac{6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$$

Phương sai:

Câu 4: Để thiết kế một bể cá hình hộp chữ nhật, không có nắp, có độ dài một cạnh ở đáy bằng 80 cm , thể tích 16000 cm^3 , người thợ dùng loại kính để sử dụng mặt bên có giá thành $80000\text{ đồng}/\text{m}^2$ và loại kính để làm mặt đáy có giá thành $100000\text{ đồng}/\text{m}^2$. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (kết quả được làm tròn đến hàng nghìn).

Lời giải

Đổi đơn vị $80000\text{ đồng}/\text{m}^2 = 8\text{ đồng}/\text{cm}^2$; $100000\text{ đồng}/\text{m}^2 = 10\text{ đồng}/\text{cm}^2$.

Gọi x là độ dài của một cạnh đáy còn lại của hình hộp, $h(\text{cm})$ là chiều cao của hình hộp, ($x > 0, h > 0$)

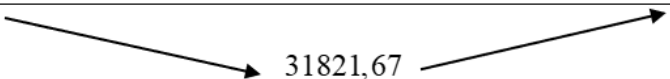
Thể tích của khối hộp $V = x.80.h = 16.000 \Rightarrow h = \frac{16000}{80.x} = \frac{200}{x}$.

Do đó chi phí làm bể cá là

$$f(x) = 80x.10 + \left(2.80. \frac{200}{x} + 2.x. \frac{200}{x} \right).8 = 800x + \frac{256000}{x} + 3200 \quad (\text{đồng})$$

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = 800x + \frac{256000}{x} + 3200$ trên $(0; +\infty)$.

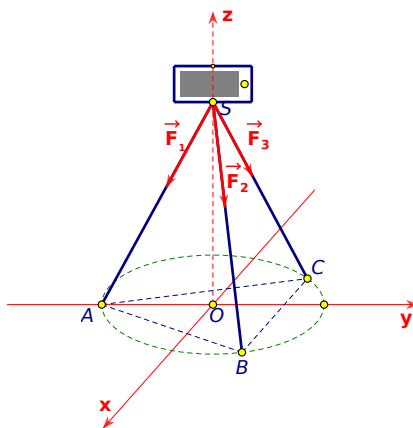
$$f'(x) = 800 - \frac{256000}{x^2} \quad f'(x) = 0 \Leftrightarrow 800 - \frac{256000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8\sqrt{5} \\ x = -8\sqrt{5} \text{ (loại)} \end{cases}$$

x	0	$8\sqrt{5}$	$+\infty$
$f'(x)$		0	+
$f(x)$			

Vậy chi phí ít nhất để làm bể cá như yêu cầu đề bài là 32 nghìn đồng.

Câu 5: Một chiếc điện thoại iphone được đặt trên một giá đỡ có ba chân với điểm đặt $S(0;0;20)$ và các điểm chạm mặt đất của ba chân lần lượt là $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$ (đơn vị cm).

Cho biết điện thoại có trọng lượng là 2 N và ba lực tác dụng lên giá đỡ được phân bố như hình vẽ là ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau. Biết tọa độ của lực $\vec{F}_1 = (a;b;c)$, khi đó $T = 2a + 5b + 6c$ bằng?



Lời giải

Theo giả thiết, ta có các điểm $S(0;0;20)$, $A(0;-6;0)$, $B(3\sqrt{3};3;0)$, $C(-3\sqrt{3};3;0)$

Suy ra $\vec{SA} = (0; -6; -20)$; $\vec{SB} = (3\sqrt{3}; 3; -20)$; $\vec{SC} = (-3\sqrt{3}; 3; -20)$

Suy ra $SA = SB = SC = \sqrt{436}$ mà $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| \Rightarrow \exists k \in \mathbb{R}$ sao cho

$$\begin{cases} \vec{F}_1 = k \vec{SA} = (0; -6k; -20k) \\ \vec{F}_2 = k \vec{SB} = (3\sqrt{3}k; 3k; -20k) \\ \vec{F}_3 = k \vec{SC} = (-3\sqrt{3}k; 3k; -20k) \end{cases}$$

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = (0; 0; -60k)$. Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên điện thoại $\Rightarrow \vec{F} = (0; 0; -2)$

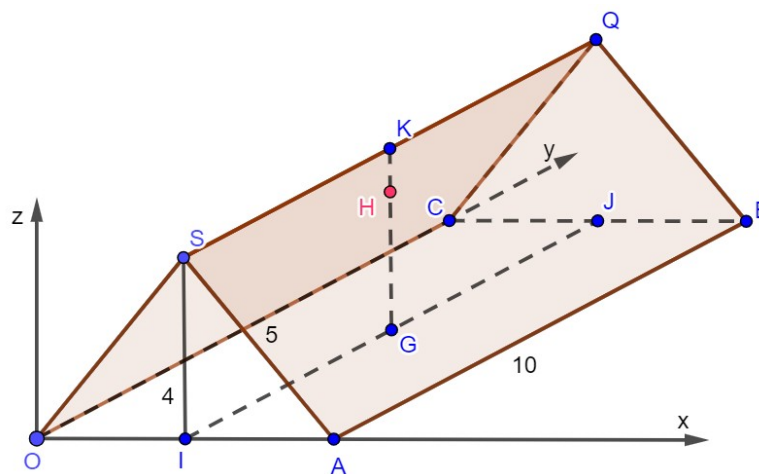
Mặt khác, ta có: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{F}$ suy ra $-60k = -2 \Rightarrow k = \frac{1}{30}$.

$$\vec{F}_1 = \left(0; -\frac{1}{5}; -\frac{2}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -\frac{1}{5} \Rightarrow T = 2a + 5b + 6c = 0 - 1 - 4 = -5 \\ c = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vậy

Câu 6: Hình bên dưới minh họa một cái lều hai mái là hai hình chữ nhật giống nhau trong không gian $Oxyz$. Biết các kích thước của mái lều là $SA = 5m$, $AB = 10m$, độ cao từ S xuống mặt đất là $4m$. Bạn An muốn trang trí chiếc lều bằng cách treo các sợi dây cờ trang trí từ các góc lều O, A, B, C đến đuôi một chiếc đèn treo từ vị trí chính giữa của SQ , cách SQ $30cm$. Hỏi tổng chiều dài sợi dây cờ trang trí tối thiểu bạn An cần mua là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Đáp số: 27,6


$$OA = 2IA = 2\sqrt{5^2 - 4^2} = 6$$

Ta thấy: $OH = AH = CH = BH$ nên tổng chiều dài sợi dây màu xanh tối thiểu bạn An cần mua là $4OH$

Ta có: $\overline{OH} = (3; 5; 3, 7) \Rightarrow 4OH = 4\sqrt{3^2 + 5^2 + (3, 7)^2} \approx 27,6 \text{ (m)}$

-----Hết-----