

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Câu 1. Ba số tự nhiên a, b, c đồng thời thỏa mãn các điều kiện $a < b < c$, $11 < a < 15$ và $12 < c < 15$. Tính $a + b - c$.

- A. 10. B. 11. C. 12. D. 13.

Câu 2. Số tự nhiên x thỏa mãn $x.(x+1) = 2 + 4 + 6 + 8 + \dots + 2500$ là

- A. 625. B. 1249. C. 1250. D. 1251.

Câu 3. Cho $(x-1) + (x-2) + (x-3) + (x-4) + \dots + (x-2021) + (x-2022) + (x-2023) = 0$. Giá trị của x là

- A. 1012. B. 1013. C. 2012. D. 2013.

Câu 4. Tìm $n \in \mathbb{Z}$, biết $(2n-3):(n+2)$

- A. $n \in \{\pm 3; \pm 5; \pm 9\}$. B. $n \in \{-9; -3; -1; 5\}$. C. $n \in \{9; 1; 3\}$. D. $n \in \{\pm 1; \pm 7\}$.

Câu 5. Biết x là số tự nhiên thỏa mãn $5.3^x - 135 = 0$. Giá trị của $P = 18x^2 + 4x + 2023$ bằng

- A. 2197. B. 2179. C. 2127. D. 2023.

Câu 6. Cho $a, b \in \mathbb{Z}; a > 0, -b > 0$.

Câu trả lời **sai** là

- A. $\frac{a}{b} < 0$. B. $\frac{-a}{b} < 0$. C. $\frac{-b}{a} > 0$. D. $-\frac{a^2}{b} > 0$.

Câu 7. Tìm các số nguyên x, y biết $\frac{x+3}{y+4} = \frac{3}{4}$ và $x+2y=22$

- A. $x = -8; y = -6$. B. $x = 8; y = 6$. C. $x = -6; y = -8$. D. $x = 6; y = 8$.

Câu 8. Người ta mở rộng một cái ao hình vuông để được một cái ao hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Sau khi mở rộng, diện tích ao tăng thêm $600m^2$ và diện tích ao mới gấp 4 lần diện tích ao cũ. Hỏi phải dùng bao nhiêu chiếc cọc để đủ rào xung quanh ao mới? Biết rằng cọc nọ cách cọc kia $1m$.

- A. 400 cọc. B. 800 cọc. C. 120 cọc. D. 60 cọc.

Câu 9. Vẽ n tia chung gốc, chúng tạo ra 253 góc. Giá trị của n là

- A. 20. B. 21. C. 22. D. 23.

Câu 10. Cho đoạn thẳng $CD = 20cm$. Gọi M là trung điểm của CD , I là trung điểm của MC , K là trung điểm của MD , khi đó IK có độ dài là

- A. $10cm$. B. $5cm$. C. $6cm$. D. $2,5cm$.

Câu 11. Cho 2023 điểm phân biệt trong đó có đúng 18 điểm thẳng hàng, còn lại không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có thể kẻ được bao nhiêu đường thẳng đi qua hai trong 2023 điểm đã cho?

- A. 2045253. B. 2045101. C. 2045100. D. 4056115.

Câu 12. Một bình đựng 6 viên bi xanh và 3 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 viên bi. Xác suất để thu được 2 bi cùng màu là

- A. $\frac{2}{9}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu 1. (4,0 điểm)

1.1. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$

1.2. Tìm x biết: $(5 - 3x)^7 = (5 - 3x)^3$

1.3. Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số, biết số đó chia hết cho mỗi hiệu $a - b$, $c - d$, $e - f$

và $\frac{a}{b} = \frac{25}{7}$; $\frac{c}{d} = \frac{76}{20}$; $\frac{e}{f} = \frac{112}{48}$.

Câu 2. (4,0 điểm)

2.1. Cho biểu thức $P = \frac{3n - 2}{n + 1}$ với $(n \neq -1)$

a) Tìm số nguyên n để biểu thức P nhận giá trị nguyên.

b) Tìm số nguyên n để P là phân số tối giản.

2.2. Tìm các số nguyên x, y biết: $\frac{1}{y} - \frac{x - 2}{3} = \frac{-1}{2}$.

Câu 3. (4,0 điểm)

3.1. Trên đường thẳng xy lấy ba điểm O, A, B sao cho $OA = 7\text{ cm}$; $OB = 11\text{ cm}$. Lấy điểm M, N trên xy sao cho A là trung điểm của OM , B là trung điểm của ON . Tính độ dài đoạn thẳng MN .

3.2. Vẽ $\angle xOy = 60^\circ$ và đường thẳng d cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B . Trên đường thẳng d lấy 2023 điểm phân biệt khác A, B . Tính số góc có đỉnh O và có hai cạnh đi qua hai điểm bất kì trên đường thẳng d .

Câu 4. (2,0 điểm)

a) Tìm các số nguyên tố a, b, c sao cho $a^{c-b} + c$ và $c^a + b$ đều là các số nguyên tố.

b) Cho 2023 số tự nhiên bất kì: $a_1; a_2; a_3; \dots; a_{2022}; a_{2023}$. Chứng minh rằng tồn tại một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 2023.

----- Hết -----

- Họ và tên thí sinh : Số báo danh

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

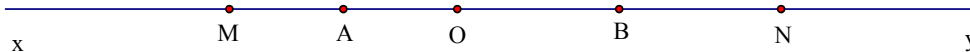
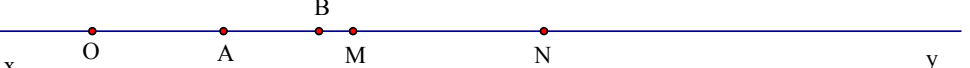
I. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm)

Mỗi câu đúng được 0,5 điểm

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	B	A	B	D	C	D	A	B	D

II. TỰ LUẬN (14,0 điểm)

Câu	Nội dung	Điểm
1 (4,0đ)	1.1. Tính giá trị biểu thức: $A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6}$	1,0
	$A = \frac{5.4^{15}.9^9 - 4.3^{20}.8^9}{5.2^{10}.6^{19} - 7.2^{29}.27^6} = \frac{5.2^{2.15}.3^{2.9} - 2^2.3^{20}.2^{3.9}}{5.2^{10}.2^{19}.3^{19} - 7.2^{29}.3^{3.6}}$	0,5
	$= \frac{2^{29}.3^{18}(5.2 - 3^2)}{2^{29}.3^{18}(5.3 - 7)} = \frac{10 - 9}{15 - 7} = \frac{1}{8}$	0,5
	1.2. Tìm x biết: $(5 - 3x)^7 = (5 - 3x)^3$	1,5
	$\Rightarrow (5 - 3x)^7 - (5 - 3x)^3 = 0 \Rightarrow (5 - 3x)^3 [(5 - 3x)^4 - 1] = 0$	0,5
	$\Rightarrow \begin{cases} (5 - 3x)^3 = 0 \\ (5 - 3x)^4 - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5 - 3x = 0 \\ (5 - 3x)^4 = 1 \end{cases}$	0,5
	$\Rightarrow \begin{cases} 5 = 3x \\ 5 - 3x = 1 \\ 5 - 3x = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ x = \frac{4}{3} \\ x = 2 \end{cases}$	0,5
	Vậy	
	1.3. Tìm số tự nhiên lớn nhất có 3 chữ số sao cho số đó chia hết cho mỗi	1,5
	hiệu $a - b, c - d, e - f$ và $\frac{a}{b} = \frac{25}{7}; \frac{c}{d} = \frac{76}{20}; \frac{e}{f} = \frac{112}{48}$.	
	Ta có: $\frac{a}{b} = \frac{25}{7} \Rightarrow a = 25k, b = 7k; a - b = 18k \quad (k \in \mathbb{N}^*)$ $\frac{c}{d} = \frac{19}{5} \Rightarrow c = 19m, d = 5m; c - d = 14m \quad (m \in \mathbb{N}^*)$ $\frac{e}{f} = \frac{7}{3} \Rightarrow e = 7n, f = 3n; e - f = 4n \quad (n \in \mathbb{N}^*)$	0,5
	Gọi x là số phải tìm ($100 \leq x \leq 999$) $\begin{cases} x : 18k \\ x : 14m \\ x : 4n \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x : 18 \\ x : 14 \\ x : 4 \end{cases} \Rightarrow x \in BC(18; 14; 4)$	0,5
	Theo bài ra ta có:	
	Suy ra $x = 252p \quad (p \in \mathbb{N})$	0,5

	Vì x là số lớn nhất có 3 chữ số $\Rightarrow$ tìm được $p = 3$, khi đó $x = 756$																
2 (4,0đ)	<p>2.1. Cho biểu thức $P = \frac{3n-2}{n+1}$ với $(n \neq -1)$</p> <p>a) Tìm số nguyên n để biểu thức P nhận giá trị nguyên.</p> <p>b) Tìm số nguyên n để P là phân số tối giản.</p>	2,0															
	<p>$P = \frac{3n-2}{n+1} = 3 - \frac{5}{n+1}$</p> <p>a) Ta có:</p> <p>Để P nguyên thì $5 \vdots n+1 \Rightarrow n+1 \in \{-5; -1; 1; 5\} \Rightarrow n \in \{-6; -2; 0; 4\}$</p>	1,0															
	<p>b) Gọi $d \in UC(3n-2, n+1)$ (với $d \in \mathbb{Z}; d \neq 0$) $\Rightarrow (3n-2) \vdots d$ và $(n+1) \vdots d$</p> <p>$\Rightarrow (3n+3) - (3n-2) \vdots d \Rightarrow 5 \vdots d \Rightarrow d \in \{-5; -1; 1; 5\}$</p> <p>Để P là phân số tối giản thì $(n+1) \nmid 5 \Rightarrow n+1 \neq 5k$ (với $k \in \mathbb{Z}; k \neq 0$)</p> <p>$\Rightarrow n \neq 5k-1$</p> <p>Hoặc từ phần a) $\Rightarrow (n+1) \nmid 5$</p>	1,0															
	<p>2.2. Tìm các số nguyên x, y biết: $\frac{1}{y} - \frac{x-2}{3} = \frac{-1}{2}$.</p>	2,0															
	<p>$\Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{x-2}{3} - \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{y} = \frac{2x-7}{6} \Rightarrow (2x-7).y = 6$</p>	1,0															
	<p>Vì $2x-7$ lẻ nên</p> <p>Lập bảng</p> <table><tr><td>$2x-7$</td><td>-3</td><td>-1</td><td>1</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>-2</td><td>-6</td><td>6</td><td>2</td></tr><tr><td>x</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr></table> <p>Vậy $(x; y)$</p>	$2x-7$	-3	-1	1	3	y	-2	-6	6	2	x	2	3	4	5	1,0
$2x-7$	-3	-1	1	3													
y	-2	-6	6	2													
x	2	3	4	5													
3 (4,0đ)	<p>3.1. Trên đường thẳng xy lấy ba điểm O, A, B sao cho $OA = 7cm; OB = 11cm$. Lấy điểm M, N trên xy sao cho A là trung điểm của OM, B là trung điểm của ON. Tính độ dài đoạn thẳng MN.</p>	2,0															
	<p>Trường hợp 1: O nằm giữa A và B</p> 	1,0															
	<p>Tính được $OM = 14cm; ON = 22cm$</p> <p>Tính $MN = 36cm$</p>																
	<p>Trường hợp 2: A nằm giữa O và B</p> 	1,0															
	<p>Tính được $OM = 14cm; ON = 22cm$</p> <p>Tính $MN = 8cm$</p>																
	<p>3.2. Vẽ $\angle xOy = 60^\circ$ và đường thẳng d cắt Ox, Oy lần lượt tại A, B. Trên đường thẳng d lấy 2023 điểm phân biệt khác A, B. Tính số góc có đỉnh O và có hai cạnh đi qua hai điểm bất kì trên đường thẳng d.</p>	2,0															

		0,5
	<p>Tổng số tia gốc O là 2025 Lập luận đưa ra công thức và Số góc đỉnh O là: $2025 \cdot 2024 : 2 = 2\,049\,300$ (góc)</p>	1,5
4 (2,0đ)	<p>a) Tìm các số nguyên tố a, b, c sao cho $a^{c-b} + c$ và $c^a + b$ đều là các số nguyên tố.</p>	1,0
	<p>Vì $a^{c-b} + c$ là số nguyên tố $\Rightarrow c > b$ mà $c^a + b$ là số nguyên tố lẻ (do $c^a + b \geq 2^2 + 2 = 6$) c và b khác tính chẵn lẻ mà $c > b \Rightarrow b = 2$ và c là số nguyên tố lẻ mà $a^{c-b} + c$ cũng là số nguyên tố lẻ (do $a^{c-b} + c \geq 2 + 2 = 4$) $\Rightarrow a$ và c khác tính chẵn lẻ mà c lẻ (ở trên) $\Rightarrow a$ chẵn $\Rightarrow a = 2$ $\Rightarrow c^2 + 2$ là số nguyên tố Vì c^2 là số chính phương khi chia 3 chỉ dư 0 hoặc 1 Nếu c^2 chia 3 dư 0 $\Rightarrow c = 3$ (do c là số nguyên tố) Nếu c^2 chia 3 dư 1 thì $(c^2 + 2) : 3$ mà $c^2 + 2 > 3$ (do c là số nguyên tố) $\Rightarrow c^2 + 2$ là hợp số (loại, do trái với đề bài) Do đó $a = b = 2$ và $c = 3$ Thử lại: $a^{c-b} + c = 2^{3-2} + 3 = 5$ và $c^a + b = 3^2 + 2 = 11$ đều là số nguyên tố</p>	
	<p>b) Cho 2023 số tự nhiên bất kì: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2022}, a_{2023}$. Chứng minh rằng tồn tại một số hoặc tổng một số các số liên tiếp nhau trong dãy trên chia hết cho 2023.</p>	1,0
	<p>Ta lập 2023 số sau: $B_1 = a_1$ $B_2 = a_1 + a_2$ $B_3 = a_1 + a_2 + a_3$ $B_{2023} = a_1 + a_2 + \dots + a_{2023}$ + Nếu tồn tại B_i nào đó ($i = 1; 2; 3; \dots; 2023$) chia hết cho 2023 thì bài toán được chứng minh.</p>	0,5
	<p>+ Nếu không tồn tại B_i nào chia hết cho 2023 ta làm như sau: - Lấy các B_i chia cho 2023 sẽ được 2022 số dư (các số dư $\in \{1; 2; 3; \dots; 2022\}$). - Theo nguyên lí Diriclé, phải có ít nhất 2 số dư bằng nhau. $\Rightarrow B_m - B_n$ chia hết cho 2023 ($2024 > m > n > 0$) $\Rightarrow$ tồn tại tổng một số các số liên tiếp trong dãy: $a_1, a_2, \dots, a_{2023}$ chia hết cho 2023.</p>	0,5

Lưu ý: Học sinh có cách làm khác đúng vẫn cho điểm tối đa

