

**TRẢ LỜI NGẮN CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN
CỦA MẪU SỐ LIỆU GHEP NHÓM**

Câu 1: Cho bảng số liệu về khối lượng của 30 củ khoai tây thu hoạch từ một thửa ruộng như dưới đây.

Khối lượng	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Tần số	3	6	12	6	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là bao nhiêu?

Lời giải

Trả lời: 15.

Cỡ mẫu $n = 3 + 6 + 12 + 6 + 3 = 30$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là khối lượng của 30 củ khoai tây được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_8 thuộc nhóm Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 10, ta có kết quả sau:

Nhóm	Chiều cao (cm)	Số học sinh
1	[150;152)	5
2	[152;154)	18
3	[154;156)	40
4	[156;158)	26
5	[158;160)	8
6	[160;162)	3
		$N = 100$

Tính tổng tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 .

Lời giải

Đáp án: $\frac{40433}{130}$

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[154;156)$, nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[156;158)$
Ta có

$$Q_1 = 154 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - (5+18)}{40} \cdot (156 - 154) = \frac{1541}{10},$$

$$Q_3 = 156 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+18+40)}{26} \cdot (158 - 156) = \frac{2040}{13}.$$

Vậy $Q_1 + Q_3 = \frac{1541}{10} + \frac{2040}{13} = \frac{40433}{130}.$

Câu 2: Thời gian tập luyện trong một ngày của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian tập luyện	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số vận động viên	3	8	12	12	4

Hãy tìm khoảng biến thiên cho thời gian tập luyện của các vận động viên.

Lời giải

Gọi R là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập luyện trong ngày của các vận động viên. Ta có: $R = 10 - 0 = 10$

Câu 3: Một trang báo điện tử thống kê thời gian người sử dụng đọc thông tin trên trang trong mỗi lần truy cập ở bảng sau:

Thời gian đọc	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Số lượt truy cập	45	34	23	18	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Cỡ mẫu là $n = 45 + 34 + 23 + 18 + 5 = 125$. Gọi $x_1, \dots, x_{125}$ là thời gian đọc thông tin trên trang báo điện tử của 125 lượt truy cập và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{31} + x_{32})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [0; 2) và ta có:

$$Q_1 = 0 + \left[\frac{\frac{1 \cdot 125}{4} - 0}{45} \right] \cdot (2 - 0) \approx 1,39$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{94} + x_{95})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [4; 6) và ta có:

$$Q_3 = 4 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 125}{4} - (45 + 34)}{23} \right] \cdot (6 - 4) \approx 5,28$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 5,28 - 1,39 = 3,89$

Câu 4: Kết quả đo chiều cao của 250 cây dừa đột biến 3 năm tuổi ở một viện nghiên cứu được tổng hợp ở bảng sau:

Chiều cao (m ²)	[8,5;8,8)	[8,8;9,1)	[9,1;9,4)	[9,4;9,7)	[9,7;10)
Số cây	36	45	83	65	21

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

Lời giải

Đáp án: 1,5.

$$R = 10 - 8,5 = 1,5$$

Câu 5: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Tần số
[150;155)	5
[155;160)	10
[160;165)	12
[165;170)	9
[170;175)	4
[175;180)	3
	$n = 43$

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

Trả lời:

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 43$. Ta có $\frac{n}{2} = 21,5$ mà $5 + 10 < 21,5 < 5 + 10 + 12$. Suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $21,5$. Xét nhóm 3 là nhóm $[160; 165)$ có $s = 160$; $h = 165 - 160 = 5$; $n_3 = 12$, $cf_2 = 5 + 10 = 15$.

$$Q_2 = 160 + \left(\frac{21,5 - 15}{12} \right) \cdot 5 \approx 162,71 \text{ (cm)}$$

Từ đó ta có tứ phân vị thứ 2 là:

Câu 6: Chỉ số AQI là chỉ số thể hiện chất lượng không khí. Có 5 thông số ảnh hưởng đến chỉ số AQI là Ozone mặt đất, ô nhiễm phân tử, CO , NO_2 , SO_2 . Chỉ số AQI từ 0-50 là mức tốt, từ 51-100 là trung bình, từ 101-150 là không tốt cho các nhóm nhạy cảm, từ 151-200 là không lành mạnh, từ 201-300 là rất không tốt, và trên 301 là rất nguy hiểm. Hà Nội của chúng ta là một trong những thành phố ô nhiễm nhất thế giới. Ngày 5/3/2024 chỉ số AQI của Hà Nội đạt mức 241 và là thành phố ô nhiễm nhất thế giới ngày hôm đó. Chỉ số AQI của một số các thành phố ngày 24/6/2024 được cho trong bảng sau

Chỉ số AQI	$[0; 50)$	$[50; 100)$	$[100; 150)$	$[150; 200)$
Số thành phố	73	47	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $200 - 0 = 200$.

Câu 7: Thống kê lượng khách du lịch đến tỉnh Quảng Ninh từ năm 2007 đến năm 2023 cho kết quả như sau.

3,4	4,2	5,0	5,4	6,2	7	7,5	7,5	7,8
8,3	9,87	12,2	14	8,8	4,4	9,5	15,5	

Ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau đầu tiên là $[1; 5)$ rồi cho biết khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số lượng khách du lịch đến tỉnh Quảng Ninh được cho dưới bảng sau

Lượng khách	$[1; 5)$	$[5; 9)$	$[9; 13)$	$[13; 17)$
Số năm	3	9	3	2

Cỡ mẫu là $n = 3 + 9 + 3 + 2 = 17$. Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{17}$ là số khách đến Quảng Ninh du lịch và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc này là x_5 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[5; 9)$ và ta có

$$Q_1 = 5 + \left[\frac{\frac{19}{4} - 3}{9} \right] \cdot 4 \approx 5,78$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{13} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[9; 13)$ và ta có

$$Q_3 = 9 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 19}{4} - 12}{3} \right] \cdot 4 = 12$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 12 - 5,78 = 6,22$.

Câu 8: Chiều dài của 40 bé sơ sinh 12 ngày tuổi được chọn ngẫu nhiên ở viện nhi trung ương được nghiên cứu thống kê ở bảng dưới đây:

Chiều dài	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2

Tìm phương sai của 40 bé sơ sinh ở bảng thống kê trên

Lời giải

Ta có bảng phân bố của mẫu ghép nhóm 40 bé sơ sinh

Chiều dài	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)
Số trẻ	3	3	10	15	7	2
Chiều dài đại diện	45	47	49	51	53	55

Chiều dài trung bình của 40 trẻ là:

$$\bar{x} = \frac{45.3 + 47.3 + 49.10 + 51.15 + 53.7 + 55.2}{40} = 50,3$$

Phương sai của 40 bé sơ sinh ở bảng thống kê trên là:

$$s^2 = \frac{3.(50,3 - 45)^2 + 3.(50,3 - 47)^2 + \dots + 2.(55 - 50,3)^2}{40} = 5,9$$

Câu 9: Một công ty bất động sản Đất Vàng thực hiện cuộc khảo sát khách hàng xem họ có nhu cầu mua nhà ở mức giá nào để tiến hành dự án xây nhà ở Thăng Long group sắp tới. Kết quả khảo sát 500 khách hàng được ghi lại ở bảng sau:

Mức giá	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45

Độ lệch chuẩn của mức giá đất là bao nhiêu ?

Lời giải

Bảng phân bố tần số tần suất của bảng số liệu của công ty bất động sản Đất Vàng

Mức giá	[10; 14)	[14; 18)	[18; 22)	[22; 26)	[26; 30)
Số khách hàng	75	105	179	96	45
Mức giá đại diện	12	16	20	24	28

Mức giá trung bình của công ty là $\bar{x} = 19,448$

Phương sai của mức giá là: $s^2 = 21,5$

Độ lệch chuẩn của mức giá $\sqrt{s^2} = 4,6$

Câu 10: Người ta ghi lại tiền lãi của một số nhà đầu tư, khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tính hiệu phương sai $s_B^2 - s_A^2$ cho các mẫu số liệu về tiền lãi của các nhà đầu tư ở hai lĩnh vực này.

Lời giải

Ta có mẫu số liệu ghép nhóm với giá trị đại diện là:

Tiền lãi	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực A là:

$$\bar{x}_A = \frac{7,5 \cdot 2 + 12,5 \cdot 5 + 17,5 \cdot 8 + 22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 4}{2 + 5 + 8 + 6 + 4} = 18,5$$

Tiền lãi trung bình khi đầu tư vào lĩnh vực B là:

$$\bar{x}_B = \frac{7,5 \cdot 8 + 12,5 \cdot 4 + 17,5 \cdot 2 + 22,5 \cdot 5 + 27,5 \cdot 6}{8 + 4 + 2 + 5 + 6} = 16,9$$

Phương sai của mẫu số liệu về tiền lãi khi đầu tư vào lĩnh vực A :

$$s_A^2 = \frac{1}{25} (7,5^2 \cdot 2 + 12,5^2 \cdot 5 + 17,5^2 \cdot 8 + 22,5^2 \cdot 6 + 27,5^2 \cdot 4) - 18,5^2 = 34$$

Phương sai của mẫu số liệu về tiền lãi khi đầu tư vào lĩnh vực B :

$$s_B^2 = \frac{1}{25} (7,5^2 \cdot 8 + 12,5^2 \cdot 4 + 17,5^2 \cdot 2 + 22,5^2 \cdot 5 + 27,5^2 \cdot 6) - 16,9^2 = 64,64$$

Do đó $s_B^2 - s_A^2 \approx 64,64 - 34 = 30,64$

Câu 11: Thời gian hoàn thành một bài kiểm tra trắc nghiệm của một số học sinh lớp ^{10}A của hai lớp ^{10}A và ^{10}B được ghi lại ở bảng sau:

Thời gian	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Học sinh lớp ^{10}A	8	10	13	10	9
Học sinh lớp ^{10}B	4	12	17	14	3

Tính hiệu độ lệch chuẩn $\sigma_{^{10}A} - \sigma_{^{10}B}$.

Lời giải

Lập lại mẫu số liệu ghép nhóm theo giá trị đại diện, ta được:

Giá trị đại diện	6,5	7,5	8,5	9,5	10,5
Học sinh lớp ^{10}A	8	10	13	10	9
Học sinh lớp ^{10}B	4	12	17	14	3

Ta có:

Cỡ mẫu: $n = 50$

Xét số liệu của lớp ^{10}A :

$$\bar{x}_{^{10}A} = \frac{8 \cdot 6,5 + 10 \cdot 7,5 + 13 \cdot 8,5 + 10 \cdot 9,5 + 9 \cdot 10,5}{50} = 8,54$$

Số trung bình:

$$\sigma_{^{10}A} = \sqrt{\frac{8 \cdot 6,5^2 + 10 \cdot 7,5^2 + 13 \cdot 8,5^2 + 10 \cdot 9,5^2 + 9 \cdot 10,5^2}{50} - 8,54^2} \approx 1,33$$

Độ lệch chuẩn:

Xét số liệu của lớp ^{10}B :

$$\bar{x}_{^{10}B} = \frac{4 \cdot 6,5 + 12 \cdot 7,5 + 17 \cdot 8,5 + 14 \cdot 9,5 + 3 \cdot 10,5}{50} = 8,5$$

Số trung bình:

$$\sigma_{10B} = \sqrt{\frac{4.6,5^2 + 12.7,5^2 + 17.8,5^2 + 14.9,5^2 + 3.10,5^2}{50}} - 8,5^2 \approx 1,04$$

Độ lệch chuẩn:

$$\text{Do đó } \sigma_{10A} - \sigma_{10B} \approx 1,33 - 1,04 = 0,29$$

Câu 12: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[120;122)	[122;124)	[124;126)	[126;128)	[128;130)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên và so sánh độ rủi ro của cổ phiếu A và cổ phiếu B.

Lời giải

Ta có bảng thống kê giá đóng cửa theo giá trị đại diện

Giá trị đại diện	121	123	125	127	129
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	8	9	12	10	11
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	16	4	3	6	21

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu A:

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{8.121 + 9.123 + 12.125 + 10.127 + 11.129}{50} = 125,28$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_A^2 = \frac{1}{50} (8.121^2 + 9.123^2 + 12.125^2 + 10.127^2 + 11.129^2) - (125,28)^2 = 7,5216$$

Xét mẫu số liệu của cổ phiếu B:

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{16.121 + 4.123 + 3.125 + 6.127 + 21.129}{50} = 125,28$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B^2 = \frac{1}{50} (16.121^2 + 4.123^2 + 3.125^2 + 6.127^2 + 21.129^2) - (125,28)^2 = 12,4096$$

Do $S_A^2 < S_B^2$ nên nếu so sánh theo phương sai thì cổ phiếu A có độ rủi ro thấp hơn cổ phiếu B.

Câu 13: Thầy Niên thống kê lại điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 10A và 10B ở bảng sau.

Điểm trung bình	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 10A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 10B	0	6	8	14	12

Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp nào có điểm trung bình ít phân tán hơn?

Lời giải

Ta có bảng thống kê điểm trung bình theo giá trị đại diện

Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5
Số học sinh lớp 10A	1	0	11	22	6
Số học sinh lớp 10B	0	6	8	14	12

Xét mẫu số liệu của lớp 10A:

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_A = \frac{1.5,5 + 0.6,5 + 11.7,5 + 22.8,5 + 6.9,5}{40} = 8,3$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_A^2 = \frac{1}{40} (1.5,5^2 + 0.6,5^2 + 11.7,5^2 + 22.8,5^2 + 6.9,5^2) - 8,3^2 = 0,61$$

+ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_A = \sqrt{0,61}$

Xét mẫu số liệu của lớp 10B:

+ Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x}_B = \frac{0.5,5 + 6.6,5 + 8.7,5 + 14.8,5 + 12.9,5}{40} = 8,3$$

+ Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S_B^2 = \frac{1}{40} (0.5,5^2 + 6.6,5^2 + 8.7,5^2 + 14.8,5^2 + 12.9,5^2) - 8,3^2 = 1,06$$

+ Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là $S_B = \sqrt{1,06}$

Do $S_A < S_B$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì học sinh lớp 10A có điểm trung bình ít phân tán hơn học sinh lớp 10B.

Câu 14: Bảng thống kê cân nặng của 50 quả xoài được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở nông trường như sau

Cân nặng	[250 ; 290)	[290 ; 330)	[330 ; 370)	[370 ; 410)	[410 ; 450)
Số quả xoài	2	12	19	12	5

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 60

Cỡ mẫu là: 50. Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được sắp xếp theo thứ tự không giảm. Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{13} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[290; 330)$ và ta có

$$Q_1 = 290 + \frac{\left(\frac{1.50}{4} - 2\right)}{12} \cdot (330 - 290) = 325$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{38} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[370; 410)$ và ta có

$$Q_3 = 370 + \frac{\left(\frac{3.50}{4} - 33\right)}{12} \cdot 40 = 385$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 385 - 325 = 60$

Câu 15: Bảng sau đây cho biết chiều cao của học sinh lớp 5A

Chiều cao	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	4
[95; 100)	8
[100; 105)	12
[105; 110)	3

[110; 115)	2
------------	---

Tìm k hoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 5A.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = 115 - 85 = 30$.

Câu 16: Bảng sau đây cho biết chiều cao của học sinh lớp 5A

Chiều cao	Tần số
[85; 90)	1
[90; 95)	4
[95; 100)	8
[100; 105)	12
[105; 110)	3
[110; 115)	2

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 5A.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 1 + 4 + 8 + 12 + 3 + 2 = 30$.

$$Q_1 = 95 + \left[\frac{\frac{30}{4} - 5}{8} \right] \cdot (100 - 95) \approx 96,56$$

Tứ phân vị thứ nhất

$$Q_3 = 100 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 13}{12} \right] \cdot (105 - 100) \approx 103,96$$

Tứ phân vị thứ ba

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 103,96 - 96,56 = 7,4$.

Câu 17: Số người xem trong 60 buổi chiếu phim của một rạp chiếu phim nhỏ

Lớp người xem	Tần số
	5
	9
	11
	15
	12
	8
Cộng	60

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Trả lời:

Lời giải

Lớp người xem	Giá trị đại diện	Tần số
	5	5
	15	9
	25	11
	35	15
	45	12
	55	8
Cộng		60

Số trung bình:
$$\bar{x} = \frac{n_1c_1 + n_2c_2 + n_3c_3 + n_4c_4 + n_5c_5 + n_6c_6}{n} = \frac{5.5 + 9.15 + 11.25 + 15.35 + 12.45 + 8.55}{60} \approx 32,3$$

+ Phương sai:
$$s^2 = \frac{n_1(c_1 - \bar{x})^2 + n_2(c_2 - \bar{x})^2 + n_3(c_3 - \bar{x})^2 + n_4(c_4 - \bar{x})^2 + n_5(c_5 - \bar{x})^2 + n_6(c_6 - \bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{5(5 - 32,3)^2 + 9(15 - 32,3)^2 + 11(25 - 32,3)^2 + 15(35 - 32,3)^2 + 12(45 - 32,3)^2 + 8(55 - 32,3)^2}{60}$$

$\approx 219,6$

Câu 18: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li	[19;19,5)	[19,5;20)	[20;20,5)	[20,5;21)	[21;21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Hãy tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên

Trả lời:

Lời giải

Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu: $n = 100$

$$\bar{x} = \frac{13.19,25 + 45.19,75 + 24.20,25 + 12.20,75 + 6.21,25}{100} = 20,015$$

Số trung bình:

Phương

sai:

$$s^2 = \frac{13.(19,25 - 20,015)^2 + 45.(19,75 - 20,015)^2 + 24.(20,25 - 20,015)^2 + 12.(20,75 - 20,015)^2 + 6.(21,25 - 20,015)^2}{100}$$

$\approx 0,28$

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{0,28} \approx 0,53$

Câu 19: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[150;155)	152,5	5
[155;160)	157,5	10
[160;165)	162,5	12
[165;170)	167,5	9
[170;175)	172,5	4
[175;180)	177,5	3
		$n = 43$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

Trả lời:

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{5.152,5 + 10.157,5 + 12.162,5 + 9.167,5 + 4.172,5 + 3.177,5}{43} \approx 163,2 \text{ (cm)}$$

Câu 20: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 43 học sinh trong một lớp học khối 11 của một trường phổ thông

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
------	------------------	--------

[150;155)	152,5	5
[155;160)	157,5	10
[160;165)	162,5	12
[165;170)	167,5	9
[170;175)	172,5	4
[175;180)	177,5	3
		$n = 43$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

Trả lời:

Lời giải

+) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 152,5 + 10 \cdot 157,5 + 12 \cdot 162,5 + 9 \cdot 167,5 + 4 \cdot 172,5 + 3 \cdot 177,5}{43} \approx 163,2 \text{ (cm)}$$

+) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$s^2 = \frac{1}{43} \left[5 \cdot (152,5 - 163,2)^2 + 10 \cdot (157,5 - 163,2)^2 + 12 \cdot (162,5 - 163,2)^2 + 9 \cdot (167,5 - 163,2)^2 + 4 \cdot (172,5 - 163,2)^2 + 3 \cdot (177,5 - 163,2)^2 \right]$$

$$= 47,19$$

Câu 21: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là một số thập phân xấp xỉ có dạng $\overline{a,b77}$. Tính $a+b$.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

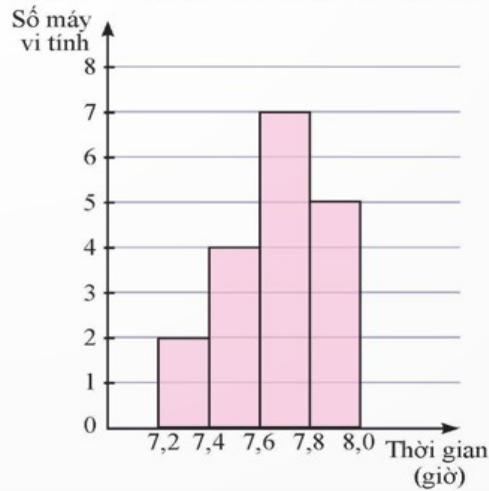
$$s^2 = \frac{1}{100} \left[13 \cdot (19,25 - 20,015)^2 + 45 \cdot (19,75 - 20,015)^2 + 24 \cdot (20,25 - 20,015)^2 + 12 \cdot (20,75 - 20,015)^2 + 6 \cdot (21,25 - 20,015)^2 \right]$$

$$\approx 0,277.$$

Suy ra $a = 0; b = 2 \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 22: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin .

Lời giải

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{1}{18} \left[2 \cdot \left(7,3 - \frac{23}{3} \right)^2 + 4 \cdot \left(7,5 - \frac{23}{3} \right)^2 + 7 \cdot \left(7,7 - \frac{23}{3} \right)^2 + 5 \cdot \left(7,9 - \frac{23}{3} \right)^2 \right] \approx 0,03.$$

Câu 23: Sau khi điều tra về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A ở một trường THPT X thu được kết quả trong mẫu ghép nhóm sau:

Nhóm	Tần số
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2
	$n = 40$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên .

Lời giải

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30; 40)	35	2
[40; 50)	45	10
[50; 60)	55	16
[60; 70)	65	8

[70;80)	75	2
[80;90)	85	2
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{35.2 + 45.10 + 55.16 + 65.8 + 75.2 + 85.2}{40} = 56$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{\frac{1}{40} \left[2.(35-56)^2 + 10.(45-56)^2 + 16.(55-56)^2 + 8.(65-56)^2 + 2.(75-56)^2 + 2.(85-56)^2 \right]}$$

$$= 11,4$$

Câu 24: Sau khi điều tra về số học sinh trong 100 lớp học, người ta chia mẫu số liệu đó thành 5 nhóm như sau:

Nhóm	Tần số
[36;38)	9
[38;40)	15
[40;42)	25
[42;44)	30
[44;46)	21
	$n = 100$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên .

Lời giải

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[36;38)	37	9
[38;40)	39	15
[40;42)	41	25
[42;44)	43	30
[44;46)	45	21
		$n = 100$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{37.9 + 39.15 + 41.25 + 43.30 + 45.21}{100} = 41,78$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{\frac{1}{100} \left[9.(37-41,78)^2 + 15.(39-41,78)^2 + 25.(41-41,78)^2 + 30.(43-41,78)^2 + 21.(45-41,78)^2 \right]}$$

$$= 2,45$$

Câu 25: Bảng 21 biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về độ tuổi của cư dân trong một khu phố. Tính phương sai và độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó.

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[20; 30)	25	25
[30; 40)	35	20
[40; 50)	45	20
[50; 60)	55	15
[60; 70)	65	14
[70; 80)	75	6
		n = 100

Bảng 21

Lời giải

Ta có trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 21 là:

$$\bar{x} = \frac{25 \cdot 25 + 20 \cdot 35 + 20 \cdot 45 + 15 \cdot 55 + 14 \cdot 65 + 6 \cdot 75}{100} = \frac{4410}{100} \approx 44$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi Bảng 21 là:

$$S^2 = \frac{1}{100} [25 \cdot (25 - 44)^2 + 20 \cdot (35 - 44)^2 + 20 \cdot (45 - 44)^2 + 15 \cdot (55 - 44)^2 + 14 \cdot (65 - 44)^2 + 6 \cdot (75 - 44)^2]$$

$$= \frac{24420}{100} = 244,2.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $S = \sqrt{S^2} \approx \sqrt{244,2} \approx 15,6$.

Câu 26: Điểm thi TN THPT môn Toán của hai lớp 12A và 12B có kết quả cho bởi bảng như sau:

Điểm	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
Số học sinh lớp 12A	0	2	16	14	8	6
Số học sinh lớp 12B	1	3	13	14	10	5

Tính phương sai và độ lệch chuẩn cho các mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi môn Toán của học sinh lớp 12A và 12B.

Lời giải

Ta có số học sinh của hai lớp cùng bằng 46 học sinh, tức là cỡ mẫu đều bằng 46.

Ta có các giá trị đại diện cho từng nhóm của cả hai lớp là:

$$x_1 = \frac{4+5}{2} = 4,5; \quad x_2 = \frac{5+6}{2} = 5,5; \quad x_3 = \frac{6+7}{2} = 6,5;$$

$$x_4 = \frac{7+8}{2} = 7,5; \quad x_5 = \frac{8+9}{2} = 8,5; \quad x_6 = \frac{9+10}{2} = 9,5.$$

* Đối với lớp 12A:

+ Ta có số liệu trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{0 \cdot 4,5 + 2 \cdot 5,5 + 16 \cdot 6,5 + 14 \cdot 7,5 + 8 \cdot 8,5 + 6 \cdot 9,5}{46} = 7,5$$

+ Khi đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s^2 = \frac{0 \cdot (7,5 - 4,5)^2 + 2 \cdot (7,5 - 5,5)^2 + 16 \cdot (7,5 - 6,5)^2 + 14 \cdot (7,5 - 7,5)^2 + 8 \cdot (7,5 - 8,5)^2 + 6 \cdot (7,5 - 9,5)^2}{46} +$$

$$+ \frac{8.(7,5-8,5)^2 + 6.(7,5-9,5)^2}{46} = \frac{28}{23} = 1,217391... \approx 1,217$$

$$\sigma_A = \sqrt{\sigma_A^2} = \sqrt{\frac{28}{23}} = 1,103354569... \approx 1.103$$

+ Độ lệch chuẩn là:

* Đối với lớp 12B:

+ Ta có số liệu trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{y} = \frac{1.4,5 + 3.5,5 + 13.6,5 + 14.7,5 + 10.8,5 + 5.9,5}{46} = \frac{343}{46} = 7,4565217... \approx 7.46$$

+ Khi đó phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\sigma_B^2 = \frac{1.(7,46-4,5)^2 + 3.(7,46-5,5)^2 + 13.(7,46-6,5)^2 + 14.(7,46-7,5)^2}{46} + \frac{10.(7,46-8,5)^2 + 5.(7,46-9,5)^2}{46} = 1,389426087... \approx 1,39$$

+ Độ lệch chuẩn là: $\sigma_B = \sqrt{\sigma_B^2} \approx 1.179$

Câu 27: Bảng dưới đây cho biết chiều cao tổ 1 lớp 12A, 12B

Chiều cao	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)
Số học sinh 12A	3	2	1	4	2	1
Số học sinh 12B	2	3	1	4	0	0

a) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 12A, 12B

Trả lời: 9,41

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay tứ phân vị? Vì sao?

Lời giải

a)

Với số liệu về chiều cao của học sinh lớp 12A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu tổ 1 lớp 12A là $175 - 145 = 30$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 167,25 - 158,25 = 8,875$$

Với số liệu về chiều cao của học sinh lớp 12B

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu tổ 1 lớp 12B là $165 - 145 = 20$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 167,5 - 168,09 = 9,41$$

b) Ta nên dùng khoảng tứ phân vị vì khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi các giá trị quá lớn, quá bé.

Câu 28: An tìm hiểu hàm lượng chất béo có trong 100 g mỗi loại thực phẩm. Sau khi thu thập dữ liệu về 60 loại thực phẩm, An lập được bảng thống kê

Hàm lượng chất béo	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
Tần số	2	6	10	13	16	13

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu?

Lời giải

Trả lời: 8,7

Hàm lượng chất	[2;6)	[6;10)	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)
----------------	-------	--------	---------	---------	---------	---------

béo						
Tần số	2	6	10	13	16	13
Tần số tích lũy	2	8	18	31	47	60

Trung vị thứ nhất và thứ ba:

$$Q_1 = 10 + \frac{15-8}{10} \cdot 4 = 12,8$$

$$Q_3 = 18 + \frac{45-31}{16} \cdot 4 = 21,5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 21,5 - 12,8 = 8,7$

Câu 29: Tổng lượng mưa trong tháng 8 đo được tại một trạm quan trắc đặt tại Vũng Tàu từ năm 2002 đến năm 2020 được ghi lại như dưới đây :

121,8	158,3	334,9	200,9	165,6	161,5	194,3	220,7	189,8	234,2
165,9	165,9	134	173	169	189	254	168	255	

Hãy ước lượng số trung bình, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ở bảng tần số ghép nhóm trên.

Lời giải

$$\frac{147,5 \cdot 10 + 202,5 \cdot 5 + 257,5 \cdot 3 + 312,5 \cdot 1}{19} \approx 188,03$$

Số trung bình: 19

Số trung vị là $x_{10} \in [120; 175)$ nên số trung vị của mẫu ghép nhóm bằng

$$Q_2 = 120 + \frac{19}{10} \cdot (175 - 120) = 172,25$$

Tứ phân vị thứ nhất là $x_5 = 165,6 \in [120; 175)$ nên $Q_1 = 120 + \frac{19}{4} \cdot (175 - 120) = 146,125$

Tứ phân vị thứ ba là $x_{15} = 220,7 \in [175; 230)$ nên $Q_3 = 175 + \frac{3 \cdot \frac{19}{4} - 10}{5} \cdot (230 - 175) = 221,75$

Mốt bằng $M_0 = 120 + \frac{10}{10 + 10 - 5} \cdot (175 - 120) \approx 156,7$

Câu 30: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 40 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông.

Nhóm	Tần số
[160;163)	8
[163;166)	10
[166;169)	12
[169;172)	8
[172;175)	2
	$n = 40$

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu?

Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 160$, đầu mút phải của nhóm là $a_6 = 175$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

$$R = a_6 - a_1 = 175 - 160 = 15$$

Câu 31: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau là bao nhiêu?

Nhóm	[15; 22)	[22; 29)	[29; 36)	[36; 43)	[43; 50)
Tần số	1	6	21	21	11

Trả lời:.....

Lời giải

Trả lời: 35.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm ở bảng trên là $R = a_6 - a_1 = 50 - 15 = 35$

Câu 32: Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau là bao nhiêu?.

Nhóm	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Tần số	2	17	10	25

Trả lời:.....

Lời giải

Trả lời: 8,92.

Cỡ mẫu $n = 2 + 17 + 10 + 25 = 54$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là x_{14} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[30; 35)$.

$$Q_1 = 30 + \frac{\frac{54}{4} - 2}{17} \cdot 5 = \frac{1135}{34}.$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là x_{41} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[40; 45)$.

$$Q_3 = 40 + \frac{\frac{3 \cdot 54}{4} - 29}{25} \cdot 5 = \frac{423}{10}.$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{758}{85} \approx 8,92.$$

Vậy khoảng tứ phân vị là

Câu 33: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh lớp 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 10)	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50]
Số học sinh	11	10	13	9	7

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 11 + 10 + 13 + 9 + 7 = 50$.

Thời gian (phút)	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 10)	11	11
[10; 20)	10	21
[20; 30)	13	34
[30; 40)	9	43
[40; 50]	7	50
	$n = 50$	

Ta có $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$ mà $11 < 12,5 < 21$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $12,5$. Nhóm 2 là nhóm $[10; 20)$ có $s = 10; h = 10; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[0; 10)$ có tần số tích lũy là $cf_1 = 11$.

$$Q_1 = 10 + \left(\frac{12,5 - 11}{10} \right) \cdot 10 = 11,5$$

Áp dụng công thức ta có tứ phân vị thứ nhất là

Ta có $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5$ mà $34 < 37,5 < 43$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $37,5$. Nhóm 4 là nhóm $[30; 40)$ có $t = 30; h = 10; n_4 = 9$ và nhóm 3 là nhóm $[20; 30)$ có tần số tích lũy là $cf_3 = 34$.

$$Q_3 = 30 + \left(\frac{37,5 - 34}{9} \right) \cdot 10 \approx 33,9$$

Áp dụng công thức ta có tứ phân vị thứ ba là

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 33,9 - 11,5 = 22,4$$

Câu 34: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh lớp 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50]$
Số học sinh	11	10	13	9	7

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Thời gian (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$	$[40; 50]$
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45
Tần số	11	10	13	9	7

Số phần tử của mẫu là $n = 11 + 10 + 13 + 9 + 7 = 50$.

Thời gian tập thể dục trung bình của một học sinh là

$$\bar{x} = \frac{1}{50} (11 \cdot 5 + 10 \cdot 15 + 13 \cdot 25 + 9 \cdot 35 + 7 \cdot 45) = 23,2$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$s^2 = \frac{1}{50} [11 \cdot (5 - 23,2)^2 + 10 \cdot (15 - 23,2)^2 + 13 \cdot (25 - 23,2)^2 + 9 \cdot (35 - 23,2)^2 + 7 \cdot (45 - 23,2)^2] \approx 179,99.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $s \approx \sqrt{179,99} \approx 13,4$.

Câu 35: Số tiền mà 60 khách hàng mua sách ở hai cửa hàng A, B trong một ngày được cho trong 2 bảng sau:

Số tiền	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$
Số khách hàng cửa hàng A	3	6	19	23	9

Số tiền	$[40; 50)$	$[50; 60)$	$[60; 70)$	$[70; 80)$	$[80; 90)$
Số khách hàng cửa hàng B	5	9	15	20	11

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của cửa hàng A là s_A^2 , cửa hàng B là s_B^2 . Khi đó $s_A^2 - s_B^2$ là:

Lời giải

Trả lời: $-35,3$

Số tiền trung bình của 60 khách hàng mua sách trong một ngày ở cửa hàng A là:

$$\bar{x}_A = \frac{3.45 + 6.55 + 19.65 + 23.75 + 9.85}{60} \approx 69,8$$

Phương sai của mẫu số liệu về số tiền khách hàng mua sách trong một ngày ở cửa

$$s_A^2 = \frac{3.(45 - 69,8)^2 + 6.(55 - 69,8)^2 + 19.(65 - 69,8)^2 + 23.(75 - 69,8)^2 + 9.(85 - 69,8)^2}{60} \approx 105$$

hàng A là:

Số tiền trung bình của 60 khách hàng mua sách trong một ngày ở cửa hàng B là:

$$\bar{x}_B = \frac{5.45 + 9.55 + 15.65 + 20.75 + 11.85}{60} \approx 68,8$$

Phương sai của mẫu số liệu về số tiền khách hàng mua sách trong một ngày ở cửa hàng B là:

$$s_B^2 = \frac{5.(45 - 68,8)^2 + 9.(55 - 68,8)^2 + 15.(65 - 68,8)^2 + 20.(75 - 68,8)^2 + 11.(85 - 68,8)^2}{60} \approx 140,3$$

Ta có $s_A^2 - s_B^2 = 105 - 140,3 = -35,3$

Câu 36: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 40 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông.

Nhóm	Tần số
[160;163)	8
[163;166)	10
[166;169)	12
[169;172)	8
[172;175)	2
	$n = 40$

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu?

Lời giải

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 160$, đầu mút phải của nhóm là $a_0 = 175$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là

$$R = a_0 - a_1 = 175 - 160 = 15$$

Câu 37: Bảng dưới đây biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 36 học sinh nam lớp 12 ở một trường trung học phổ thông. Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số
[160;163)	6
[163;166)	11
[166;169)	9
[169;172)	7
[172;175)	3
	$n = 36$

Trong mẫu số liệu ghép nhóm đó, ta có: đầu mút trái của nhóm 1 là $a_1 = 160$, đầu mút phải của nhóm 5 là $a_6 = 175$. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đó là:

$$R = a_6 - a_1 = 175 - 160 = 15 (cm).$$

Câu 38: Bảng dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật. Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
[40 ; 45)	5	5
[45 ; 50)	10	15
[50 ; 55)	7	22
[55 ; 60)	9	31
[60 ; 65)	7	38
[65 ; 70)	4	42
	$n = 42$	

Bảng 7

Lời giải

Số phần tử của mẫu là $n = 42$.

- Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{42}{4} = 10,5$ mà $5 < 10,5 < 15$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5. Xét nhóm 2 là nhóm $[45; 50)$ có $s = 45; h = 5; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[40; 45)$ có $cf_1 = 5$. Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là:

$$Q_1 = 45 + \left(\frac{10,5 - 5}{10} \right) \cdot 5 = 47,75 (cm).$$

- Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 42}{4} = 31,5$ mà $31 < 31,5 < 38$. Suy ra nhóm 5 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5. Xét nhóm 5 là nhóm $[60; 65)$ có $t = 60; l = 5; n_5 = 7$ và nhóm 4 là nhóm $[55; 60)$ có $cf_4 = 31$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là:

$$Q_3 = 60 + \left(\frac{31,5 - 31}{7} \right) \cdot 5 \approx 60,4 (cm).$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 60,4 - 47,75 = 12,65 (cm).$$

Câu 39: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian	[0; 60)	[60; 120)	[120; 180)	[180; 240)	[240; 300)	[300; 360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Số lần thực hiện cuộc gọi là: $n = 8 + 10 + 7 + 5 + 2 + 1 = 33$

Gọi $x_1^*, x_2^*, x_3^*, \dots, x_{33}^*$ lần lượt là thời gian thực hiện cuộc gọi theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_8 \in [0; 60); x_9, \dots, x_{18} \in [60; 120); x_{19}, \dots, x_{25} \in [120; 180); x_{26}, \dots, x_{30} \in [180; 240); \dots$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{16} + x_{17})$ thuộc nhóm $[60; 120)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_2 = 60 + \frac{\frac{33}{2} - 8}{10}(120 - 60) = 111$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_8 + x_9)$ thuộc nhóm $[60; 120)$ nên tứ phân vị thứ nhất của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_1 = 60 + \frac{\frac{33}{4} - 8}{10}(120 - 60) = 61,5$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{24} + x_{25})$ thuộc nhóm $[120; 180)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu số

$$\text{liệu là } Q_3 = 120 + \frac{\frac{3.33}{4} - 18}{7}(180 - 120) = 177,8$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 116,3$

Câu 40: Số điểm một cầu thủ bóng rổ ghi được trong 20 trận đấu được cho ở bảng sau:

Điểm số	$[5, 5; 10, 5)$	$[10, 5; 15, 5)$	$[15, 5; 20, 5)$	$[20, 5; 25, 5)$
Số trận	3	9	2	6

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ lần lượt là số trận theo thứ tự không gian

Do $x_1, \dots, x_3 \in [5, 5; 10, 5); x_4, \dots, x_{12} \in [10, 5; 15, 5); x_{13}, x_{14} \in [15, 5; 20, 5); x_{15}, \dots, x_{20} \in [20, 5; 25, 5)$

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11})$ thuộc nhóm $[10, 5; 15, 5)$ nên tứ phân vị thứ hai của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_2 = 10,5 + \frac{\frac{20}{2} - 3}{9}(15,5 - 10,5) = 14,4$$

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_5 + x_6)$ thuộc nhóm $[10, 5; 15, 5)$ nên tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu là } Q_1 = 10,5 + \frac{\frac{20}{4} - 3}{9}(15,5 - 10,5) = 11,6$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu là $\frac{1}{2}(x_{15} + x_{16})$ thuộc nhóm $[20, 5; 25, 5)$ nên tứ phân vị thứ ba của mẫu

$$\text{số liệu là } Q_3 = 20,5 + \frac{\frac{3.20}{4} - 14}{6}(25,5 - 20,5) = 21,3$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 9,7$

Câu 41: Điểm thi môn Toán của 60 thí sinh được cho mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Điểm	$[0; 9, 5)$	$[9, 5; 19, 5)$	$[19, 5; 29, 5)$	$[29, 5; 39, 5)$	$[39, 5; 49, 5)$
Số thí sinh	1	2	4	6	15

Điểm	[49, 5; 59, 5)	[59, 5; 69, 5)	[69, 5; 79, 5)	[79, 5; 89, 5)	[89, 5; 99, 5)
Số thí sinh	12	10	6	3	1

Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 60$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{60}$ là điểm thi môn Toán của 60 thí sinh và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15} và x_{16} đều thuộc nhóm $[39, 5; 49, 5)$ nên nhóm này chứa Q_1 .
Do đó, $p = 5$; $a_5 = 39, 5$; $m_5 = 15$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 13$; $a_6 - a_5 = 10$ và ta có

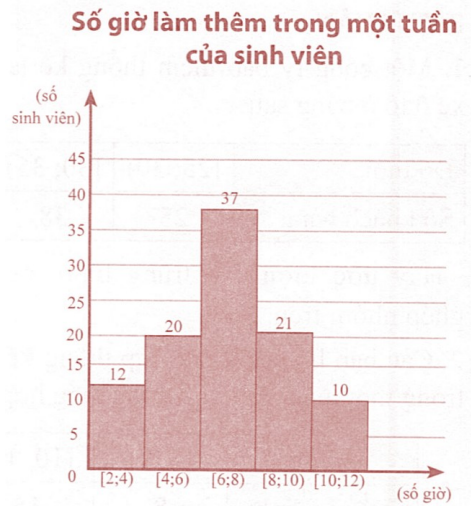
$$Q_1 = 39, 5 + \frac{\frac{60}{4} - 13}{15} \cdot 10 \approx 40, 83$$

Tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{45} + x_{46}}{2}$. Do x_{45} và x_{46} đều thuộc nhóm $[59, 5; 69, 5)$ nên nhóm này chứa Q_3 .
Do đó, $p = 7$; $a_7 = 59, 5$; $m_7 = 10$; $m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 = 40$; $a_6 - a_5 = 10$ và ta có

$$Q_3 = 59, 5 + \frac{\frac{3 \cdot 60}{4} - 40}{10} \cdot 10 = 64, 5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = 23, 67$

Câu 42: Kết quả điều tra về số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên được cho ở biểu đồ bên.



Tìm khoảng tứ phân vị của số liệu đó.

Lời giải

Từ mẫu số liệu ghép nhóm, ta có bảng thống kê số giờ làm thêm trong một tuần của 100 sinh viên như sau:

Số giờ làm thêm	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số giờ làm thêm đại diện	3	5	7	9	11
Số sinh viên	12	20	37	21	10

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Tứ phân vị thứ hai của dãy số liệu $x_1, x_2, \dots, x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{50} + x_{51})$.

Do x_{50} và x_{51} thuộc nhóm $[6; 8)$ nên $Q_2 = 6 + \frac{\frac{2 \cdot 100}{4} - 32}{37} \cdot (8 - 6) \approx 6,97$.

Tứ phân vị thứ nhất của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26})$. Do x_{25} và x_{26} thuộc nhóm $[4; 6)$ nên

$$Q_1 = 4 + \frac{\frac{1 \cdot 100}{4} - 12}{20} \cdot (6 - 4) = 5,3$$

Tứ phân vị thứ ba của dãy số liệu $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76})$. Do x_{75} và x_{76} thuộc nhóm $[8; 10)$ nên

$$Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - 69}{21} \cdot (10 - 8) \approx 8,57$$

Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 3,27$

Câu 43: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về khối lượng của 30 củ khoai tây như sau:

Khối lượng	$[70; 80)$	$[80; 90)$	$[90; 100)$	$[100; 110)$	$[110; 120)$
Tần số	3	6	12	6	3

Giá trị đại diện của nhóm $[90; 100)$

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm $[90; 100)$ là: $\frac{90 + 100}{2} = 95$.

Câu 44: Trong bài thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, bạn Minh tiến hành đo 12 lần, kết quả như sau:

Hiệu điện thế đo được	$[3, 85; 3, 90)$	$[3, 90; 3, 95)$	$[3, 95; 4, 00)$	$[4, 00; 4, 05)$
Số lần đo	2	3	5	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 0,048.

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	3,875	3,925	3,975	4,025
Số lần đo	2	3	5	2

Hiệu điện thế trung bình của mạch điện là

$$\bar{x} = \frac{1}{12} (2 \cdot 3,875 + 3 \cdot 3,925 + 5 \cdot 3,975 + 2 \cdot 4,025) \approx 3,954 \text{ (V)}$$

Độ lệch chuẩn của hiệu điện thế của mạch điện là

$$s = \sqrt{\frac{1}{12} (2 \cdot 3,875^2 + 3 \cdot 3,925^2 + 5 \cdot 3,975^2 + 2 \cdot 4,025^2) - 3,954^2} \approx 0,05$$

Câu 45: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 m của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian	$[10; 10,4)$	$[10,4; 10,8)$	$[10,8; 11,2)$	$[11,2; 11,6)$	$[11,6; 12,0)$
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Trả lời: 0,17 .

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	10,2	10,6	11	11,4	11,8
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Thời gian trung bình mỗi lần chạy của vận động viên trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(3 \cdot 10,2 + 8 \cdot 10,6 + 6 \cdot 11 + 2 \cdot 11,4 + 1 \cdot 11,8) = 10,8$$

Phương sai của thời gian chạy của vận động viên trên là

$$s^2 = \frac{1}{20}(3 \cdot 10,2^2 + 8 \cdot 10,6^2 + 6 \cdot 11^2 + 2 \cdot 11,4^2 + 1 \cdot 11,8^2) - 10,8^2 = 0,17$$

Câu 46: Thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường được kết quả như bảng sau:

Cân nặng	[250;290)	[290;330)	[330;370)	[370;410)	[410;450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên .

Lời giải

Đáp số: 63,5 .

Cỡ mẫu $n = 50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là cân nặng của 50 quả xoài và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có:

$$x_1, x_2, x_3 \in [250; 290); x_4, \dots, x_{16} \in [290; 330); x_{17}, \dots, x_{34} \in [330; 370); x_{35}, \dots, x_{45} \in [370; 410); x_{46}, \dots, x_{50} \in [410; 450).$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{13} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[290; 330)$.

Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13}(330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{38} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[370; 410)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11}(410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

$$\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} \approx 63,5.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

Câu 47: Đo chiều cao của 500 học sinh trong một trường THPT ta thu được kết quả như sau:

Chiều cao	[150;154)	[154;158)	[158;162)	[162;166)	[166;170)
Tần số	25	50	200	175	50

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên .

Lời giải

Đáp số: 3,85 .

Ta có bảng sau

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150;154)	152	25
[154;158)	156	50
[158;162)	160	200
[162;166)	164	175
[166;170)	168	50

Ta có chiều cao trung bình:

$$\bar{x} = \frac{1}{500}(152.25 + 156.50 + 160.200 + 164.175 + 168.50) = 161,4$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{1}{500} [25.(-9,4)^2 + 50.(-5,4)^2 + 200.(-1,4)^2 + 175.(2,6)^2 + 50.(6,6)^2] = 14,84$$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{14,84} \approx 3,85$.

Câu 48: Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối mỗi phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa của hai mã cổ phiếu A và B trong 30 ngày giao dịch liên tiếp.

Giá đóng cửa	[100;102)	[102;104)	[104;106)	[106;108)	[108;110)	[110;112)
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	3	5	10	8	3	1
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	3	12	4	3	3	5

Người ta dùng phương sai độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau. Cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro cao hơn. Gọi phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của cổ phiếu A và cổ phiếu B lần lượt là a và b . Giá trị của $T = |a - b|$ là:

Lời giải

Đáp số: 5,07

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ghép nhóm ta có:

Giá trị đại diện	101	103	105	107	109	111
Số ngày giao dịch của cổ phiếu A	3	5	10	8	3	1
Số ngày giao dịch của cổ phiếu B	3	12	4	3	3	5

Giá đóng cửa trung bình của hai loại cổ phiếu A, B tương ứng là:

$$\bar{x}_A = \frac{1}{30}(101.3 + 103.5 + 105.10 + 107.8 + 109.3 + 111.1) = 105,4$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{30}(101.3 + 103.12 + 105.4 + 107.3 + 109.3 + 111.5) = 105,4$$

Phương sai của giá đóng cửa của hai loại cổ phiếu A, B tương ứng là:

$$s_A^2 = \frac{1}{30}(3.101^2 + 5.103^2 + 10.105^2 + 8.107^2 + 3.109^2 + 1.111^2) - (105,4)^2 \approx 5,97$$

$$s_B^2 = \frac{1}{30} (3 \cdot 101^2 + 12 \cdot 103^2 + 4 \cdot 105^2 + 3 \cdot 107^2 + 3 \cdot 109^2 + 5 \cdot 111^2) - (105,4)^2 = 11,04$$

Suy ra: $T = |a - b| = |5,97 - 11,04| = 5,07$

Câu 49: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Đáp số: 2,93.

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ghép nhóm ta có:

Giá trị đại diện	11	14	17	20	23
Số học sinh	3	12	15	24	2

Thời gian truy cập Internet trung bình của nhóm học sinh trên là:

$$\bar{x} = \frac{1}{56} (3 \cdot 11 + 12 \cdot 14 + 15 \cdot 17 + 24 \cdot 20 + 2 \cdot 23) \approx 17,54$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là

$$s = \sqrt{\frac{1}{56} (3 \cdot 11^2 + 12 \cdot 14^2 + 15 \cdot 17^2 + 24 \cdot 20^2 + 2 \cdot 23^2) - (17,54)^2} \approx 2,93$$

Câu 50: Chị Lan đầu tư số tiền bằng nhau vào hai lĩnh vực kinh doanh A, B. Chị Lan thống kê số tiền thu được mỗi tháng trong vòng 60 tháng theo mỗi lĩnh vực cho kết quả như sau:

Số tiền (triệu đồng)	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Hãy tính độ lệch chuẩn mà chị Lan đầu tư vào hai lĩnh vực A và B ít bị rủi ro hơn.

Lời giải

Đáp số: 5.

Chọn giá trị đại diện cho các nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực A	5	10	30	10	5
Số tháng đầu tư vào lĩnh vực B	20	5	10	5	20

Số tiền trung bình thu được khi đầu tư vào các lĩnh vực A, B tương ứng là:

$$\bar{x}_A \approx \frac{1}{60} (5 \cdot 7,5 + 10 \cdot 12,5 + 30 \cdot 17,5 + 10 \cdot 22,5 + 5 \cdot 27,5) = 17,5.$$

$$\bar{x}_B \approx \frac{1}{60} (20 \cdot 7,5 + 5 \cdot 12,5 + 10 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 20 \cdot 27,5) = 17,5.$$

Độ lệch chuẩn của số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào các lĩnh vực A, B lần lượt là:

$$s_A \approx \sqrt{\frac{1}{60} (5 \cdot 7,5^2 + 10 \cdot 12,5^2 + 30 \cdot 17,5^2 + 10 \cdot 22,5^2 + 5 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} = 5.$$

$$s_B \approx \sqrt{\frac{1}{60} (20 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 12,5^2 + 10 \cdot 17,5^2 + 5 \cdot 22,5^2 + 20 \cdot 27,5^2) - 17,5^2} \approx 8,42.$$

Như vậy, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu về số tiền thu được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn khi đầu tư vào lĩnh vực A. Nên đầu tư vào lĩnh vực A ít rủi ro hơn.

Câu 51: Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thống kê số giờ học của các học sinh lớp 10 như sau :

Thời gian	[4;5)	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)
Số học sinh	6	10	13	9	7

Biết thời gian học của học sinh học ít nhất là 4 giờ 20 phút, thời gian học của học sinh học nhiều nhất là 8

giờ 50 phút. Giả sử khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $\frac{a}{b}$ lần khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $a^3 + b^3$.

Lời giải

Đáp số: 1729.

Ta có :

$$4 \text{ giờ } 20 \text{ phút} = \frac{13}{3} \text{ giờ}$$

$$8 \text{ giờ } 50 \text{ phút} = \frac{53}{6} \text{ giờ}$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 9 - 4 = 5$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là $R_0 = \frac{53}{6} - \frac{13}{3} = 4,5$

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $\frac{5}{4,5} = \frac{10}{9}$ lần khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.

Suy ra $a = 10, b = 9 \Rightarrow a^3 + b^3 = 1729$.