

|                                                                               |                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>ĐẠI HỌC QUỐC GIA<br/>THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH</b><br><br><b>ĐỀ CHÍNH THỨC</b> | <b>KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 NĂM 2025</b><br><b>TRƯỜNG PHỔ THÔNG NĂNG KHIẾU</b><br><b>Môn thi: TOÁN (Không chuyên)</b><br><b>Thời gian: 120 phút</b> |
|-------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Gọi  $(a; b)$  là nghiệm của hệ phương trình  $\begin{cases} x - 2y = 1 \\ x + 4y = m \end{cases}$  ( $m$  là tham số). Biết  $a + b = 1$ , giá trị của  $m$  là

- A. 2                      B.  $\frac{3}{2}$                       C.  $\frac{1}{2}$                       D. 1

Câu 2. Tập xác định của biểu thức  $\frac{1}{x - |x|}$  là

A.  $x \geq 0$                       B.  $x \neq 0$                       C.  $x < 0$                       D.  $x \neq 0, x \neq 1$

Câu 3. Số nghiệm của phương trình  $\frac{x^4 - 1}{x + 1} = 0$  là

A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

Câu 4. Biểu thức  $\sqrt{6 - 2(\sqrt{3} + 1)}$  bằng

A.  $\sqrt{3} + 1$                       B.  $\sqrt{3} - 1$                       C.  $\sqrt{3} + 2$                       D.  $2 - \sqrt{3}$

Câu 5. Biết phương trình  $x^2 - mx - 2 = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Giá trị của  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$  là

- A.  $\frac{m}{2}$                       B.  $m$                       C.  $\frac{-m}{2}$                       D.  $-m$

Câu 6. Cho hình thang ABCD có đáy nhỏ  $AB = 2$  và đáy lớn  $CD = 5$ . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các đường chéo AC, BD. Khi đó, MN bằng

- A. 1                      B.  $\frac{3}{2}$                       C. 2                      D.  $\frac{5}{2}$

Câu 7. Ký hiệu  $R, r$  lần lượt là bán kính đường tròn ngoại, nội tiếp tam giác đều ABC. Tỷ số  $\frac{R}{r}$  bằng:

- A. 2                      B. 3                      C.  $\frac{2}{\sqrt{3}}$                       D.  $\sqrt{3}$

Câu 8. Tổng  $\frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{8}}$  bằng

- A.  $2 - \sqrt{3}$       B.  $\frac{\sqrt{2}}{2 + \sqrt{3}}$       C.  $\sqrt{2} - 1$       D.  $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho hai đường thẳng  $d_1: y = x + 1, d_2: y = 2x - 2$ . Gọi M là giao điểm của  $d_1, d_2$ . Đoạn OM bằng

- A.  $3\sqrt{2}$       B. 4      C.  $\sqrt{13}$       D. 5

Câu 10. Cho tam giác ABC vuông tại A có D là chân đường cao kẻ từ A ( $D \in BC$ ) và I là trung điểm của BC. Đẳng thức nào sau đây không đúng?

- A.  $BA^2 = 2BD \cdot BI$       B.  $DA^2 = 2DB \cdot DC$   
C.  $AB \cdot AC = AD \cdot BC$       D.  $IA^2 = IB \cdot IA$

## B. PHẦN TỰ LUẬN

Câu 1. Cho  $A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$  và  $B = \frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2}$  với  $x > 0, x \neq 4$ .

a) Chứng minh  $A \cdot (\sqrt{x} - 2)$  không phụ thuộc vào giá trị của x

b) Tìm x để  $A \cdot B = \sqrt{x} + 1$

Câu 2.

a) Cho  $f(x) = x^2 + ax + b$ . Biết đồ thị  $y = f(x)$  đi qua hai điểm (2; 10) và (5; 25). Tính  $f(0)$ .

b) Cho tam giác ABC vuông tại A có  $AB = 3, AC = 4$ . Lấy điểm E trên cạnh AC và gọi F là hình chiếu của E lên BC. Xác định độ dài EC để diện tích tứ giác ABFE

bằng  $\frac{2}{3}$  diện tích tam giác ABC.

Câu 3.

a) Giải phương trình:  $2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$

b) Tìm m để phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $\sqrt{m+2x_1-x_1^2} + \sqrt{m+2x_2-x_2^2} = 2$

Câu 4. Hằng năm, Trường X tổ chức một kỳ thi học sinh giỏi gồm hai môn Toán và Văn. Mỗi học sinh tham gia kỳ thi có thể dự thi một trong hai môn hoặc cả hai môn. Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn. So với năm ngoái, năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% và số học sinh dự thi môn Toán tăng 20%. Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn.

- a) Tìm số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay.  
 b) Biết năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi. Tìm số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay.

Câu 5. Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O) có  $AB < AC$ . Gọi H là trực tâm; D, E, F lần lượt là chân các đường cao trên BC, CA, AB; I là trung điểm BC và K là giao điểm của AD với (O) ( $K \neq A$ ).

a) Chứng minh tứ giác BCEF nội tiếp và  $\widehat{BIF} = 2\widehat{BCF}$ ,  $\widehat{CIE} = 2\widehat{CBE}$ .

b) Gọi S là giao điểm của EF và BC. Chứng minh tứ giác DIEF nội tiếp và  $SD.SI = SB.SC$

c) Gọi R là giao điểm của SK với (O) ( $R \neq K$ ) và L là giao điểm của RI với (O) ( $L \neq R$ ). Chứng minh AL song song với BC và  $AB.CR = AC.BR$ .

### ĐÁP ÁN

#### I. TRẮC NGHIỆM

|      |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| 1. D | 2. C | 3. A | 4. B | 5. C | 6. B | 7. A | 8. B | 9. B | 10. B |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|

#### II. TỰ LUẬN

Câu 1.

a) ĐK:  $x > 0, x \neq 4$

$$A = \frac{x+4}{x-4} - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}$$

$$A = \frac{x+4}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$A = \frac{x+4-x+2\sqrt{x}}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$A = \frac{2(2+\sqrt{x})}{(\sqrt{x}+2)(\sqrt{x}-2)}$$

$$A = \frac{2}{\sqrt{x}-2}$$

Khi đó:  $A \cdot (\sqrt{x}-2) = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot (\sqrt{x}-2) = 2$

Vậy  $A \cdot (\sqrt{x}-2)$  không phụ thuộc vào giá trị của x.

b) ĐK:  $x > 0, x \neq 4$

$$A.B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \left( \frac{\sqrt{x}+2}{x-2\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \right)$$

$$A.B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \left( \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} - \frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} + \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-4)}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)} \right)$$

$$A.B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{\sqrt{x}+2-\sqrt{x}+2+x-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$A.B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{4+x-4\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$A.B = \frac{2}{\sqrt{x}-2} \cdot \frac{(\sqrt{x}-2)^2}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-2)}$$

$$A.B = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$$

Ta có:  $AB = \sqrt{x} + 1$

$$\frac{2}{\sqrt{x}} = \sqrt{x} + 1$$

$$2 = \sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)$$

$$x + \sqrt{x} - 2 = 0$$

$$(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+2) = 0$$

$$\sqrt{x} - 1 = 0 \text{ (vì } x > 0 \text{ nên } \sqrt{x} + 2 > 0)$$

$$x = 1 \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy với  $x = 1$  thì  $AB = \sqrt{x} + 1$ .

Câu 2.

a) Đồ thị  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(2; 10)$  nên  $2a + b = 6$

Đồ thị  $y = f(x)$  đi qua điểm  $(5; 25)$  nên  $5a + b = 0$

$$\begin{cases} 2a + b = 6 \\ 5a + b = 0 \end{cases}$$

Ta có hệ phương trình

Trừ từng vế hai phương trình của hệ, ta có

$$(2a - 5a) + (b - b) = 6$$

$$-3a = 6$$

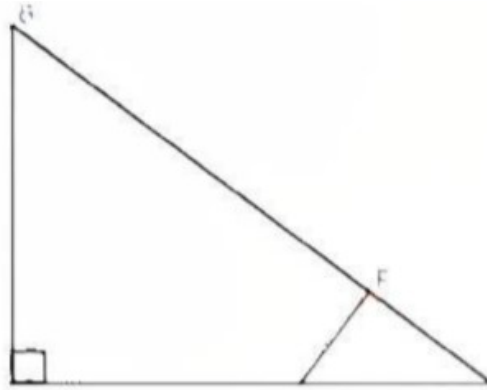
$$a = -2$$

Thế  $a = -2$  vào phương trình đầu tiên ta được  $b = 10$ .

Suy ra:  $f(x) = x^2 - 2x + 10$

Vậy  $f(0) = 10$

b)



Gọi  $x$  là độ dài EC. Vì E nằm trên AC nên  $0 \leq x \leq AC = 4$

Diện tích tam giác ABC là  $\frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$

Diện tích tứ giác ABFE bằng  $\frac{2}{3} \cdot S_{ABC} = \frac{2}{3} \cdot 6 = 4$

Ta có:  $S_{ABFE} = S_{ABC} - S_{EFC}$

Suy ra  $S_{EFC} = S_{ABC} - S_{ABFE} = 6 - 4 = 2$

Độ dài cạnh huyền BC của tam giác ABC được tính bằng định lý Pytago

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$$

Xét  $\triangle EFC$  và  $\triangle BAC$  có

C là góc chung

F là hình chiếu của E lên BC nên  $EF \perp BC$  suy ra  $\angle EFC = 90^\circ$

Tam giác ABC vuông tại A nên  $\angle BAC = 90^\circ$

Do đó:  $\triangle EFC \sim \triangle BAC$  (g-g)

Có tỉ số đồng dạng k giữa  $\triangle EFC$  và  $\triangle BAC$  là  $\frac{EC}{BC} = \frac{FC}{AC} = \frac{EF}{AB}$

$$\frac{EC}{BC} = \frac{x}{5}$$

Suy ra:  $\frac{EC}{BC} = \frac{x}{5}$

Tỉ số diện tích của hai tam giác đồng dạng bằng bình phương tỉ số đồng dạng

$$\frac{S_{EFC}}{S_{ABC}} = \left(\frac{x}{5}\right)^2 = \frac{x^2}{25}$$

Do đó:  $S_{EFC} = \frac{x^2}{25} \cdot S_{ABC}$

Ta có:  $S_{EFC} = 2, S_{ABC} = 6$

Thay vào phương trình trên:

$$2 = \frac{x^2}{25} \cdot 6$$

$$2 = \frac{6x^2}{25}$$

$$x = \frac{5\sqrt{3}}{3}$$

Vậy độ dài EC cần tìm là  $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ .

Câu 3.

a) ĐKXD:  $x \neq 1, x \neq 2$

$$2(x+1) + \frac{1}{x-1} + \frac{2}{x-2} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{x-2}{(x-1)(x-2)} + \frac{2(x-1)}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{x-2+2x-2}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$2(x+1) + \frac{3x-4}{(x-1)(x-2)} = 0$$

$$2(x^2-1)(x-2) + 3x-4 = 0$$

$$x(2x^2-4x+1) = 0$$

Để giải phương trình trên, ta giải hai phương trình sau

+)  $x = 0$  (thỏa mãn)

+)  $2x^2 - 4x + 1 = 0$

Ta có:  $\Delta' = (-2)^2 - 2 \cdot 1 = 2 > 0$  nên phương trình có hai nghiệm phân biệt

$$x_1 = \frac{2+\sqrt{2}}{2} \text{ (tm)}; x_2 = \frac{2-\sqrt{2}}{2} \text{ (tm)}$$

$$S = \left\{ 0; \frac{2+\sqrt{2}}{2}; \frac{2-\sqrt{2}}{2} \right\}$$

Vậy phương trình đã cho có tập nghiệm

b) Xét  $\Delta' = (-1)^2 - 2(-m) = 1 + 2m$

Phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  khi  $\Delta' > 0$

Hay  $1 + 2m > 0$  suy ra  $m > \frac{-1}{2}$

Theo định lý Viet ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{-m}{2} \end{cases}$$

Vì  $x_1, x_2$  là nghiệm của phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  nên ta có

$$2x_1^2 - 2x_1 - m = 0 \quad \text{hay} \quad -x_1^2 + 2x_1 + m = x_1^2$$

$$2x_2^2 - 2x_2 - m = 0 \quad \text{hay} \quad -x_2^2 + 2x_2 + m = x_2^2$$

Ta có:  $\sqrt{m + 2x_1 - x_1^2} + \sqrt{m + 2x_2 - x_2^2} = 2$

$$\sqrt{x_1^2} + \sqrt{x_2^2} = 2$$

$$|x_1| + |x_2| = 2$$

TH1:  $x_1 > 0, x_2 > 0$  ta có  $x_1 + x_2 = 2$

$$1 = 2 \text{ (vô lí)}$$

TH2:  $x_1 < 0, x_2 < 0$  ta có:  $-(x_1 + x_2) = 2$

$$-1 = 2 \text{ (vô lí)}$$

TH3:  $x_1 < 0 < x_2$  ta có  $-x_1 + x_2 = 2$

Mà  $x_1 + x_2 = 1$  nên  $2x_2 = 3$  hay  $x_2 = \frac{3}{2}$  suy ra  $x_1 = -\frac{1}{2}$

Lại có  $x_1 x_2 = \frac{-m}{2}$

$$m = \frac{3}{2} \text{ (tm)}$$

Vậy  $m = \frac{3}{2}$  thì phương trình  $2x^2 - 2x - m = 0$  có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn đề bài.

Câu 4.

a) Gọi số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn năm ngoài lần lượt là  $x$  và  $y$  (em,  $x, y > 0$ ).

Năm ngoái, số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 100 em so với số học sinh dự thi môn Văn nên ta có  $x - y = 100$  (1)

Năm nay số học sinh dự thi môn Văn tăng 10% nên số học sinh thi môn Văn năm nay là  $y + 10\%.y = 1,1y$ .

Năm nay số học sinh dự thi môn Toán tăng 20% nên số học sinh thi môn Toán năm nay là  $x + 20\%.x = 1,2x$ .

Năm nay số học sinh dự thi môn Toán nhiều hơn 150 em so với số học sinh dự thi môn Văn nên ta có  $1,2x - 1,1y = 150$  (2)

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình 
$$\begin{cases} x - y = 100 \\ 1,2x - 1,1y = 150 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình ta được 
$$\begin{cases} x = 400 \\ y = 300 \end{cases} \text{ (tmdk)} \quad \text{suy ra} \quad \begin{cases} 1,2x = 480 \\ 1,1y = 330 \end{cases}$$

Vậy số học sinh dự thi môn Toán và số học sinh dự thi môn Văn trong năm nay lần lượt là 480 em và 330 em.

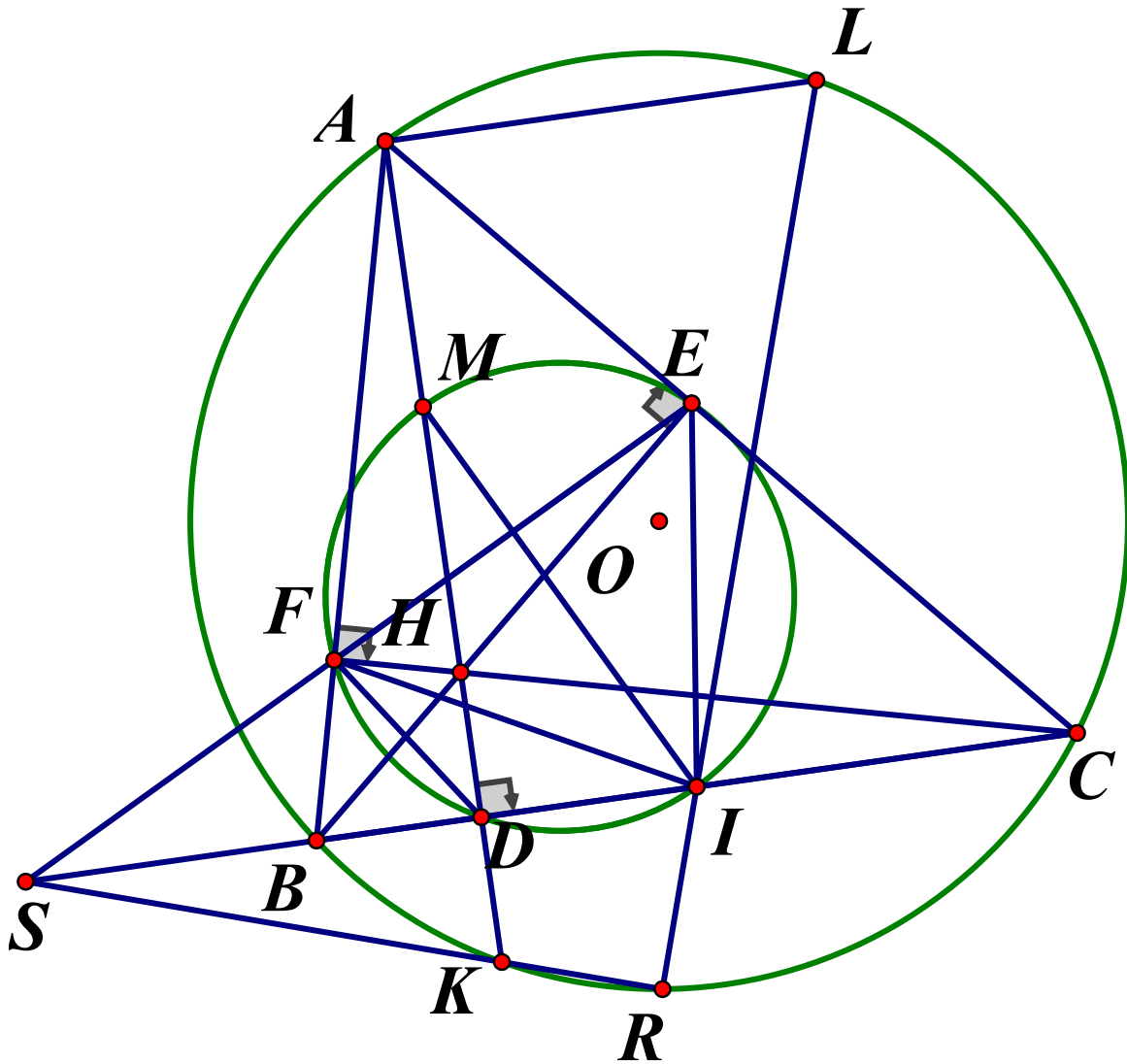
b) Năm nay số học sinh dự thi môn Toán bằng 60% tổng số học sinh tham gia kỳ thi

Suy ra tổng số học sinh tham gia kỳ thi là  $\frac{480}{60\%} - 800$

Số học sinh tham gia cả hai môn là  $480 + 330 - 800 = 10$  (em)

Vậy số học sinh dự thi cả hai môn trong năm nay là 10 em.

Câu 5.



a) Do  $CF \perp AB, BE \perp AC$  nên  $\triangle BEC, \triangle BCF$  vuông  
 Do  $\triangle BEC$  vuông tại E nên B, E, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC  
 Do  $\triangle BCF$  vuông tại F nên B, F, C cùng thuộc đường tròn đường kính BC  
 Vậy B, C, F, E cùng thuộc đường tròn đường kính BC hay BCEF nội tiếp.  
 Do I là trung điểm của BC nên B, C, F, E cùng thuộc đường tròn tâm (I; IB)

Khi đó:  $\angle BIF = 2\angle BCF, \angle CIE = 2\angle CBE$

b) Gọi M là trung điểm của AH

Do tam giác MDI vuông tại D nên M, D, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI

$$\angle MEI = 180^\circ - (\angle MEA + \angle IEC) = 180^\circ - (\angle MAE + \angle ICE) = 180^\circ - \angle ADC$$

Ta có:

Suy ra tam giác MEI vuông tại E nên M, E, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI

Tương tự  $\angle MFI = 90^\circ$  nên M, F, I cùng thuộc đường tròn đường kính MI.

Vậy M, E, I, D, F cùng thuộc đường tròn đường kính MI hay EFDI nội tiếp

Khi đó:  $\angle SED = \angle SIF$

Suy ra:  $\triangle SED \sim \triangle SIF$  (g.g)

Khi đó:  $\frac{SE}{SI} = \frac{SD}{SF}$  hay  $SE.SF = SI.SD$  (3)

Ta có:  $\triangle SEB \sim \triangle SCF$  (g.g) do góc S chung và  $\angle SEB = \angle SCF$

Nên  $\frac{SE}{SC} = \frac{SB}{SF}$  hay  $SE.SF = SB.SC$  (4)

Từ (3) và (4) suy ra  $SD.SI = SB.SC$

c) Ta có:  $\angle SCK = \angle SRB$

Kết hợp  $\angle CSR$  chung nên  $\triangle SCK \sim \triangle SRB$  (g.g)

Suy ra:  $\frac{SC}{SR} = \frac{SK}{SB}$  hay  $SB.SC = SK.SR$

Suy ra:  $SK.SR = SD.SI$  hay  $\frac{SK}{SI} = \frac{SD}{SR}$

Kết hợp  $\angle SKI$  chung suy ra  $\triangle SDK \sim \triangle SRI$  (c.g.c)

Suy ra:  $\angle SDK = \angle SRI = 90^\circ$

Suy ra  $\triangle KRL$  vuông tại R.

Mà  $\triangle KRL$  có K, R, L cùng thuộc (O) nên suy ra KL là đường kính hay K, O, L thẳng hàng.

Khi đó:  $\angle KAL = 90^\circ$  hay  $AL \perp AD$

Mà  $BC \perp AD$  nên  $AL \parallel BC$

Do  $AL \parallel BC$  nên  $\angle ALCB$  là hình thang và  $\angle ACB = \angle CAL$

Suy ra cung AB bằng cung LC suy ra cung BL bằng cung AC

Suy ra  $\angle ABC = \angle LCB$

Khi đó:  $\angle ALCB$  là hình thang cân

Xét  $\triangle RIC$  và  $\triangle RBA$  có

$$\angle BAR = \angle RCI, \angle IRC = \angle BRA$$

Suy ra:  $\triangle RIC \sim \triangle RBA$  (g.g)

Suy ra:  $\frac{RC}{RA} = \frac{IC}{AB}$  hay  $RC.AC = IB.RA$

Mà  $IB = IC$  nên  $RC.AC = RB.AC$