

I. PHẦN TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN: (6,0 điểm)**Câu 1.** Giá trị của x thỏa mãn $7^x + 7^{2x} = 2450$ là

- A. $x = 25$. B. $x = 2$. C. $x = 5$. D. $x = 35$.

Câu 2. Với $(x; y)$ là cặp số nguyên tố thỏa mãn $35x + 2y = 84$. Khi đó $9x + 4y$ có giá trị là

- A. 18. B. 28. C. 46. D. 71.

Câu 3. Tập hợp A gồm các số tự nhiên n để $\frac{4}{2n-1}$ có giá trị là số nguyên. Số phần tử của tập hợp A là

- A. 2. B. 1. C. 6. D. 4.

Câu 4. Tổng $S = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 2019 - 2020 + 2021 - 2022 + 2023 - 2024$ có giá trị bằng

- A. -2022. B. 1012. C. 0. D. -1012.

Câu 5. Số các giá trị nguyên của x thỏa mãn biểu thức $(2x - 11)^{2024} = (2x - 11)^{2022}$ là

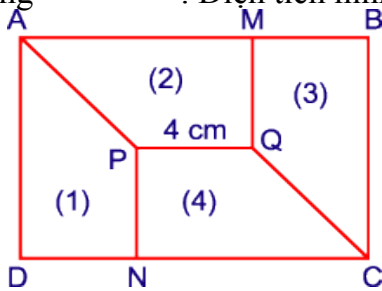
- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 6. Giá trị của biểu thức $C = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{4}{10} \cdot \frac{5}{12} \cdot \dots \cdot \frac{30}{62} \cdot \frac{31}{64}$ là

- A. $\frac{1}{2^{31}}$. B. $\frac{1}{2^{30}}$. C. $\frac{1}{2^{32}}$. D. $\frac{1}{2^{36}}$.

Câu 7. Cho phép toán $\otimes$ thỏa mãn với hai số a, b ta có: $a \otimes b = 2a + ab$. Giá trị của biểuthức $\left(\frac{1}{2} \otimes \frac{1}{3}\right) \otimes \frac{1}{4}$ là

- A. $\frac{7}{6}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{21}{8}$. D. $\frac{8}{21}$.

Câu 8. Cho (1), (2), (3), (4) là các hình thang vuông có kích thước bằng nhau (như hình vẽ), biết rằng $PQ = 4cm$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ bằng

- A. $12cm^2$. B. $24cm^2$. C. $48cm^2$. D. $96cm^2$.

Câu 9. Cho điểm M nằm giữa hai điểm A và B . Điểm I là trung điểm của đoạn thẳng AB và $5AB = 8BM$, biết $MI = 4cm$. Độ dài đoạn thẳng AB là
A. $32cm$. **B.** $26cm$. **C.** $16cm$. **D.** $8cm$.

Câu 10. Cho $\angle xOy = 90^\circ$, tia Ot nằm giữa 2 tia Ox và Oy . Biết $\angle xOt = 5\angle tOy$. Số đo của $\angle xOt$ là
A. 150° . **B.** 75° . **C.** 60° . **D.** 15° .

Câu 11. Cho đường thẳng xy và điểm O nằm ngoài đường thẳng xy . Trên xy lấy 2024 điểm phân biệt. Hỏi có thể vẽ được bao nhiêu góc đỉnh O , có 2 cạnh là 2 tia bất kì đi qua các điểm thuộc đường thẳng xy ?
A. 4049255. **B.** 2047726. **C.** 4094552. **D.** 2047276.

Câu 12. Bạn Hải tung đồng xu một số lần liên tiếp. Biết xác suất thực nghiệm xuất hiện mặt sấp là $\frac{3}{7}$ và tích của số lần xuất hiện mặt sấp với số lần xuất hiện mặt ngửa là 300. Hỏi bạn Hải đã tung đồng xu bao nhiêu lần?
A. 5. **B.** 9. **C.** 14. **D.** 35.

II. PHẦN TỰ LUẬN: (14,0 điểm)

Câu 1. (4,0 điểm)

$$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + (-12)^{10}} - \frac{202420242024}{607260726072}.$$

1.1. Rút gọn

1.2. Tìm các số tự nhiên x, y sao cho $UCLN(x, y) = 2a - 1$ và $BCNN(x, y) = 5a + 3$.

Câu 2. (4,0 điểm)

$$A = \frac{12n + 7}{4n + 3}.$$

2.1. Cho phân số

a) Chứng minh rằng A là một phân số tối giản với mọi $n \in \mathbb{Z}$.

b) Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để A đạt giá trị lớn nhất, tìm giá trị lớn nhất đó.

$$(x, y) \quad 6xy + 4x - 15y = 18.$$

2.2. Tìm các cặp số nguyên thỏa mãn

Câu 3. (4,0 điểm)

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ góc $\angle xOz = 60^\circ$; $\angle xOy = 100^\circ$.

a) Tính số đo $\angle yOz$.

b) Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2^{2024} cm$. Gọi A_1 là trung điểm của OA , A_2 là trung điểm của OA_1 , A_3 là trung điểm của $OA_2, \dots, A_{2024}$ là trung điểm của OA_{2023} . Tính độ dài đoạn thẳng A_1A_{2024} .

c) Cần phải vẽ thêm bao nhiêu tia gốc O nữa (không kể các tia Ox, Oy, Oz) để trên hình vẽ ta có tất cả 5356 góc đỉnh O được tạo thành.

Câu 4. (2,0 điểm)

4.1. Cho a là số tự nhiên và m là ước tự nhiên của $2a^2$. Chứng minh rằng $a^2 + m$ không là số chính phương.

4.2. Cho 100 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh rằng ta có thể chọn được ít nhất 15 số mà hiệu hai số tùy ý chia hết cho 7 .

----- Hết -----

- Họ và tên thí sinh : Số báo danh

- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

PHÒNG GD&ĐT LÂM THAO KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 6, 7, 8 CẤP HUYỆN
NĂM HỌC 2023- 2024
MÔN THI: TOÁN 6

HƯỚNG DẪN CHẤM

A. TRẮC NGHIỆM (6,0 điểm).

Mỗi câu đúng cho 0,5 điểm.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	A	D	B	D	C	D	A	B	D	D

B- TỰ LUẬN (14 điểm)

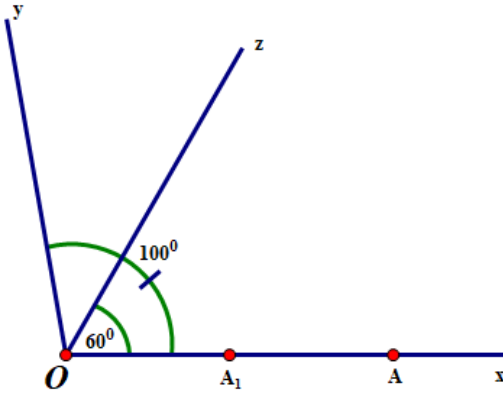
Câu/ý	Nội dung	Điểm
Câu 1. (4,0 điểm)		
	$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + (-12)^{10}} - \frac{202420242024}{607260726072}.$	
1.1.	Rút gọn	
1.2.	Tìm các số tự nhiên x, y sao cho $UCLN(x, y) = 2a - 1$ và $BCNN(x, y) = 5a + 3$.	
1.1.	$A = \frac{2^{19} \cdot 27^3 - 15 \cdot (-4)^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + (-12)^{10}} - \frac{202420242024}{607260726072}$ $= \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 3 \cdot 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^8}{2^9 \cdot 3^9 \cdot 2^{10} + (2^2 \cdot 3)^{10}} - \frac{1}{3}$ $= \frac{2^{19} \cdot 3^9 + 5 \cdot 2^{18} \cdot 3^9}{2^{19} \cdot 3^9 + 2^{20} \cdot 3^{10}} - \frac{1}{3}$ $= \frac{2^{18} \cdot 3^9 (2 + 5)}{2^{19} \cdot 3^9 (1 + 2 \cdot 3)} - \frac{1}{3}$ $= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$	<p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p>
1.2.	Ta có $5a + 3 \vdots 2a - 1 \Rightarrow 10a - 5 + 11 \vdots 2a - 1$	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox , vẽ góc $\widehat{xOz} = 60^\circ$; $\widehat{xOy} = 100^\circ$.

a) Tính số đo $\widehat{yOz}$.

b) Trên tia Ox lấy điểm A sao cho $OA = 2^{2024} \text{ cm}$. Gọi A_1 là trung điểm của OA , A_2 là trung điểm của OA_1 , A_3 là trung điểm của $OA_2, \dots, A_{2024}$ là trung điểm của OA_{2023} . Tính độ dài đoạn thẳng A_1A_{2024} .

c) Cần phải vẽ thêm bao nhiêu tia gốc O nữa (không kể các tia Ox, Oy, Oz) để trên hình vẽ ta có tất cả 5356 góc đỉnh O được tạo thành.

		0,25
a)	<p>Trên cùng 1 nửa mặt phẳng bờ chứa tia Ox, vì $\widehat{xOz} < \widehat{xOy}$ ($60^\circ < 100^\circ$) $\Rightarrow Oz$ nằm giữa Ox và Oy $\Rightarrow \widehat{xOz} + \widehat{yOz} = \widehat{xOy} \Rightarrow \widehat{yOz} = 100^\circ - 60^\circ = 40^\circ$</p>	<p>0,5 0,25 0,5</p>
b)	<p>Vì A_1 là trung điểm của OA nên $OA_1 = \frac{1}{2}OA$</p>	0,25
	<p>Vì A_2 là trung điểm của OA_1 nên $OA_2 = \frac{1}{2}OA_1 = \frac{1}{2^2}OA$</p>	0,25
	<p>Vì A_3 là trung điểm của OA_2 nên $OA_3 = \frac{1}{2}OA_2 = \frac{1}{2^3}OA$</p>	0,25
	<p>.....</p>	0,25
	<p>Vì A_{2024} là trung điểm của OA_{2023} nên $OA_{2024} = \frac{1}{2}OA_{2023} = \frac{1}{2^{2024}}OA$</p>	0,25
	<p>Trên tia Ox, vì $OA_{2024} < OA_1$ (do $\frac{1}{2^{2024}}OA < \frac{1}{2}OA$) $\Rightarrow A_{2024}$ nằm giữa hai điểm O và A_1 $\Rightarrow OA_{2024} + A_1A_{2024} = OA_1 \Rightarrow \frac{1}{2^{2024}}OA + A_1A_{2024} = \frac{1}{2}OA$ $\Rightarrow A_1A_{2024} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2^{2024}}\right) \cdot OA = \frac{2^{2023} - 1}{2^{2024}} \cdot 2^{2024} = 2^{2023} - 1$</p>	0,25
c)	<p>Giả sử cần vẽ thêm n tia gốc O (n là số tự nhiên khác 0) Tổng số tia gốc O là $n + 3$ (tia) Lấy 1 tia bất kì</p>	0,25

	<p>Vẽ góc tạo bởi tia đó với $n+2$ tia còn lại, ta được $n+2$ (góc)</p> <p>Làm tương tự như vậy với $n+3$ tia, ta được $(n+3)(n+2)$ (góc)</p> <p>Nhưng như thế mỗi góc đã được tính hai lần</p> <p>$\Rightarrow$ số góc tạo thành là $(n+3)(n+2):2$ (góc)</p> <p>Theo bài ra ta có:</p> <p>$(n+3)(n+2):2 = 5356 \Rightarrow (n+3)(n+2) = 10712 = 104.103 \Rightarrow n = 101$</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
<p>Câu 4. (2,0 điểm)</p> <p>4.1. Cho a là số tự nhiên và m là ước tự nhiên của $2a^2$. Chứng minh rằng $a^2 + m$ không là số chính phương.</p> <p>4.2. Cho 100 số tự nhiên bất kỳ. Chứng minh rằng ta có thể chọn được ít nhất 15 số mà hiệu hai số tùy ý chia hết cho 7.</p>		
4.1	<p>Giả sử $a^2 + m$ là số chính phương</p> <p>Đặt $a^2 + m = b^2 \ (b \in \mathbb{N}^*)$ (1)</p> <p>Theo bài ra ta có m là ước tự nhiên của $2a^2$</p> <p>$\Rightarrow 2a^2 = km \ (k \in \mathbb{N}^*) \Rightarrow m = \frac{2a^2}{k}$</p> <p>Thay vào (1) ta được:</p> <p>$a^2 + \frac{2a^2}{k} = b^2 \Rightarrow a^2 k^2 + 2ka^2 = k^2 b^2 \Rightarrow a^2 (k^2 + 2k) = (kb)^2$</p> <p>Do $a^2, (kb)^2$ là các số chính phương nên $k^2 + 2k$ cũng là số chính phương.</p> <p>Mà: $k^2 < k^2 + 2k < (k+1)^2 \Rightarrow k^2 + 2k$ không là số chính phương (Mâu thuẫn với giả sử).</p> <p>Vậy $a^2 + m$ không là số chính phương.</p>	<p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p> <p>0,25</p>
4.2	<p>Ta có 100 số khi đem chia cho 7 thì các số dư nhận được nhiều nhất là 7 giá trị khác nhau</p> <p>$100 = 7.14 + 2$</p> <p>Vì nên theo nguyên lý Dirichlet sẽ tìm được 15 số mà khi chia cho 7 có cùng số dư. Vậy hiệu của 2 số tùy ý trong 15 số này chia hết cho 7</p>	<p>0,5</p> <p>0,5</p>

.....Hết.....