

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 0105

PHẦN I. (3,0 đ) Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;1)$ và $B(-4;-1;5)$. Tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

- A. $M(-6;-4;4)$. B. $M(-2;2;6)$. C. $M(-1;1;3)$. D. $M(6;4;-4)$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2 \sin x$ là

- A. $x^3 - 2 \cos x + C$. B. $x^3 + 2 \cos x + C$. C. $3x^3 + 2 \cos x + C$. D. $3x^3 - 2 \cos x + C$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 6, u_3 = 12$. Công bội của cấp số nhân (u_n) bằng

- A. 6. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.

Câu 4. Cho hai biến cố A, B có $P(B) = 0,6$ và $P(A|B) = 0,5$. Khi đó $P(AB)$ bằng

- A. 0,5. B. 0,6. C. 0,3. D. 0,8.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_{-2}^1 f(x) dx = 2$. Tính $\int_{-2}^1 (1 + f(x)) dx$.

- A. -1. B. 1. C. -5. D. 5.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	3	-2	$+\infty$	

Giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ là

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 3.

Câu 7. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là

- A. $x = 9$. B. 8. C. $x = 7$. D. 5.

Câu 8. Một mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị là $Q_1 = 3, Q_2 = 5, Q_3 = 9$. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu này là

- A. 6. B. 2. C. 4. D. 5.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;-3;-4)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) . Bán kính của mặt cầu (S) bằng

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 16.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua $M(2;1;1)$ và có vector chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;3)$ là

- A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$. B. $\frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{1}$. C. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{3}$. D. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$.

Câu 11. Hàm số $y = \sin x$ tuần hoàn với chu kỳ

- A. $T = 2\pi$. B. $T = \frac{\pi}{2}$. C. $T = \pi$. D. $T = 3\pi$.

Câu 12. Gọi Δ là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x$ tại điểm có hoành độ bằng 1. Hệ số góc của Δ bằng

- A. 1. B. 6. C. 3. D. 4.

PHẦN II. (4,0đ) Câu trắc nghiệm đúng sai.

Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một xét nghiệm chẩn đoán bệnh X có độ nhạy (xác suất người mắc bệnh có kết quả dương tính) là 95% và độ đặc hiệu (xác suất người không mắc bệnh có kết quả âm tính) là 99%. Tỷ lệ mắc bệnh X trong cộng đồng là 0,5%. Chọn ngẫu nhiên một người trong cộng đồng để thực hiện xét nghiệm. Gọi biến cố A : “người được xét nghiệm mắc bệnh”; biến cố B : “kết quả xét nghiệm dương tính”.

- a) $P(A) = 0,005$.
 b) $P(B | \bar{A}) = 0,01$.
 c) $P(B) = 0,02$.
 d) Nếu xảy ra kết quả dương tính thì xác suất mắc bệnh lớn hơn 0,5.

Câu 2. Cho hàm số $y = x - 3 + \frac{1}{x-1}$ có đồ thị là (C) .

- a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.
 b) Tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = x - 3$.
 c) Điểm $I(1; -2)$ là tâm đối xứng của (C) .
 d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của (C) . Khi đó, ba điểm A, B và $M(3; -2)$ thẳng hàng.

Câu 3. Một hồ thủy lợi được tạo ra để điều hòa giữa lượng nước thu vào (từ các nguồn như nước sông, nước suối, nước mưa,...) và lượng nước xả ra (để tưới tiêu, nuôi trồng thủy sản,...), hồ vận hành an toàn khi thể tích nước bên trong nó nằm trong khoảng từ $20000, m^3$ đến $60000, m^3$. Sau một cơn mưa, người ta quan sát hồ trong 6 giờ liên tục và đo được lưu lượng nước (tức là tốc độ thay đổi của lượng nước theo thời gian) trong hồ là

$$Q(t) = 1000t^3 - 8000t^2 + 12000t$$

t có đơn vị là giờ, $Q(t)$ có đơn vị là m^3 /giờ.

Lưu ý: Tại cùng một thời điểm:

- $Q(t) > 0$ thể hiện lượng nước thu vào lớn hơn lượng nước xả ra;
- $Q(t) < 0$ thể hiện lượng nước thu vào nhỏ hơn lượng nước xả ra.

Biết rằng tại thời điểm bắt đầu quan sát, trong hồ có $50000, m^3$.

$$50000 + \int_0^2 Q(t) dt, m^3$$

- a) Sau 2 giờ quan sát, thể tích nước trong hồ là $\frac{170000}{3}, m^3$.
 b) Trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 giờ, thể tích nước trong hồ luôn tăng.
 c) Trong 6 giờ đầu quan sát, thể tích nước lớn nhất trong hồ là $\frac{170000}{3}, m^3$.
 d) Trong 6 giờ đầu quan sát, hồ luôn vận hành an toàn.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên các trục là mét), mặt sân quảng trường trùng với mặt phẳng (Oxy) . Một tác phẩm nghệ thuật hình cầu (S) có phương trình

$$(x+10\sqrt{3})^2 + y^2 + (z-30)^2 = 100$$

Xét tại thời điểm $14h$, lúc này phương của các tia nắng mặt trời được xác định bởi vector $\vec{u} = (1; 0; -\sqrt{3})$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-10\sqrt{3}; 0; 30)$ và bán kính $R = 10$ (m).

b) Phương trình đường thẳng chứa tia nắng đi qua tâm mặt cầu là
$$\begin{cases} x = -10\sqrt{3} + t \\ y = 0 \\ z = 30 - \sqrt{3}t \end{cases}$$

c) Gọi K là hình chiếu của tâm I theo phương tia nắng trên mặt sân, khi đó $K(10\sqrt{3}; 0; 0)$.

d) Biết rằng hình chiếu của mặt cầu lên mặt sân là một elip, tiêu cự của elip bằng $\frac{20}{\sqrt{3}}$.

PHẦN III. (3,0 đ) Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

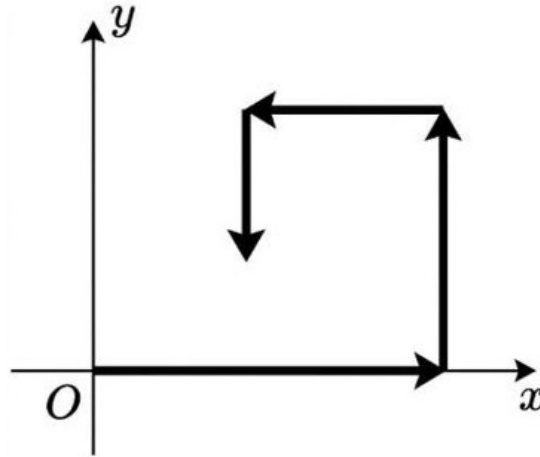
Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x - 4\sqrt{x}$ trên đoạn $[0; 9]$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Một Pikachu khám phá “mê cung kỳ lạ” trong mặt phẳng Oxy , xuất phát từ O và bước đi vô hạn bước theo quy luật sau:

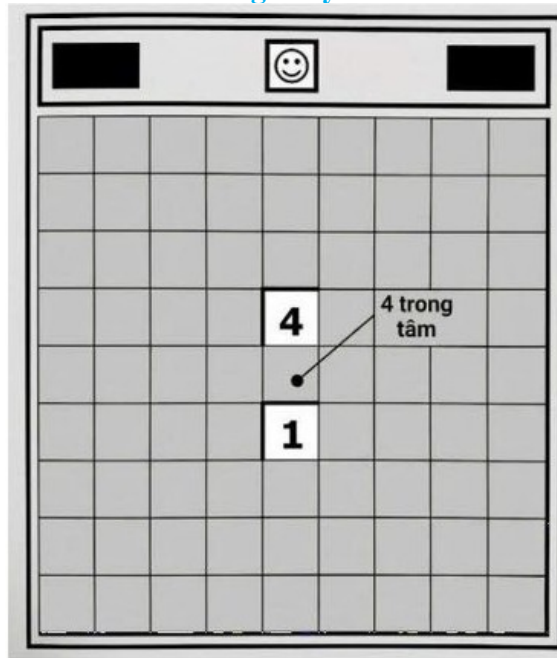
• Bước đầu tiên: Dài 8 đơn vị theo tia Ox .

• Các bước sau: Luôn rẽ trái 90° so với bước liền trước và dài bằng $\frac{3}{4}$ bước liền trước.



Biết rằng, với hành trình như trên thì Pikachu sẽ tiến đến điểm M . Độ dài đoạn thẳng OM bằng bao nhiêu đơn vị?

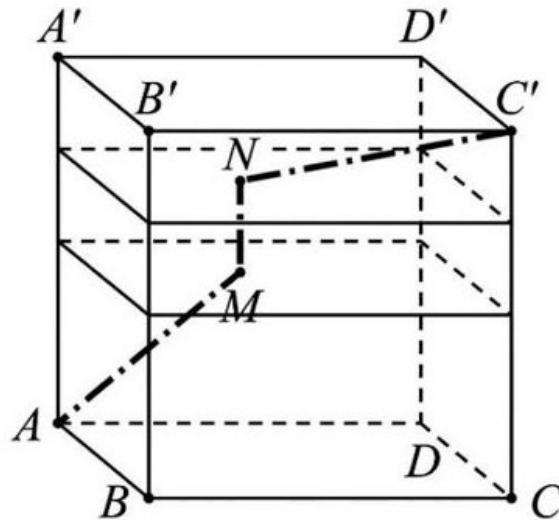
Câu 3. An chơi trò chơi Minesweeper (gỡ mìn), một trò chơi logic cổ điển, mục tiêu là mở toàn bộ các ô không chứa mìn trên một “bãi mìn” có 2^7 quả mìn ẩn dưới 2^7 ô vuông trong bảng 9×9 ô vuông như hình bên. Nếu mở ô chứa mìn thì An thua cuộc, nếu mở ô không chứa mìn thì trong ô này sẽ hiện số tự nhiên n với $1 \leq n \leq 8$ nhằm cảnh báo cho An rằng, trong số 8 ô kề quanh ô này có n ô chứa mìn. Hai ô đầu tiên An mở là ô ngay phía trên và ô ngay phía dưới ô trung tâm, hai số “cảnh báo” mà hai ô này đưa ra lần lượt là 4 và 1 .



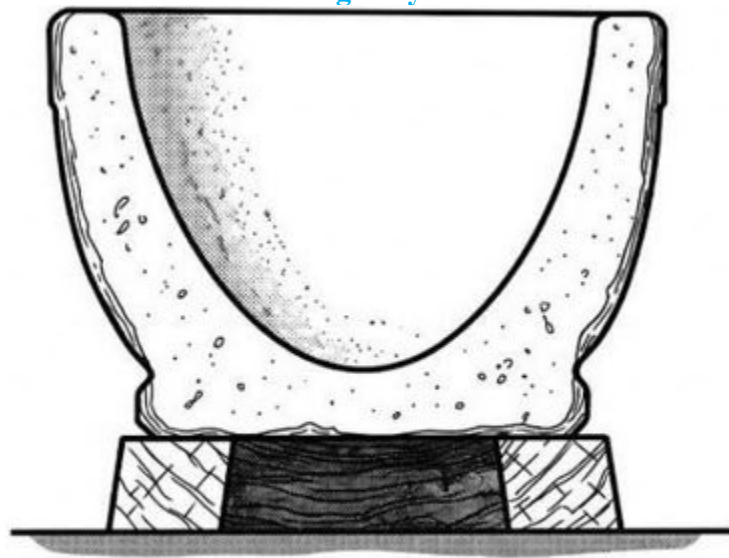
Nếu ô tiếp theo An mở là ô trung tâm thì xác suất An thua cuộc ngay sau khi mở ô trung tâm là bao nhiêu (không làm tròn các kết quả trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

Chú ý: Hai ô vuông đơn vị được gọi là kề nhau nếu chúng chung cạnh hoặc chung đỉnh.

Câu 4. Một thiết bị có dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 9$ dm, $AD = 12$ dm, $AA' = 11$ dm, bên trong thiết bị này có 2 vách ngăn có độ dày không đáng kể, chúng lần lượt có khoảng cách đến mặt $ABCD$ là 6 dm và 9 dm (tham khảo hình bên). Người ta làm một đường ống giải nhiệt thiết bị, gồm 3 đoạn ống thẳng nối tiếp nhau từ điểm A đến điểm C' . Do đặc thù của thiết bị, đoạn ống giữa 2 vách ngăn phải vuông góc với 2 vách ngăn. Độ dài nhỏ nhất của đường ống giải nhiệt thiết bị là bao nhiêu dm?



Câu 5. Một chiếc cối đá có lòng cối là một paraboloid tròn xoay (có mặt cắt qua trục là một parabol như hình bên), với miệng cối là đường tròn có đường kính 40 cm và chiều sâu lòng cối là 30 cm. Biết rằng thể tích của lòng cối bằng $a\pi$ (cm^3), giá trị a bằng bao nhiêu?



Mặt cắt qua trục

Câu 6. Sự tăng trưởng dân số được ước tính theo công thức tăng trưởng mũ $A = Pe^{rt}$. Trong đó: P là dân số của năm lấy làm mốc; A là dân số sau t năm; r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Sau khi thực hiện sắp xếp địa giới hành chính cấp tỉnh (sáp nhập), dân số của thành phố Đồng Nai đạt $4,5$ triệu người. Nếu tỉ lệ tăng dân số hằng năm của thành phố được duy trì ổn định ở mức $1,32\%$ thì sau 10 năm nữa dân số của thành phố Đồng Nai đạt bao nhiêu triệu người (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần trăm)?

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I. PHẦN TRẮC NGHIỆM

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
C	A	C	C	D	D	A	A	A	A	A	B

Phần II. PHẦN ĐÚNG SAI

1	2	3	4
ĐĐSS	ĐĐĐS	ĐSĐS	ĐĐSĐ

Phần III. PHẦN TRẢ LỜI NGẮN

1	2	3	4	5	6
-4	6.4	$\frac{0.2}{3}$	20	6000	5.13

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I

Câu 1

Trung điểm M của đoạn thẳng AB có tọa độ:

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

$$A(2; 3; 1) \quad B(-4; -1; 5)$$

Với , :

$$M\left(\frac{2 + (-4)}{2}; \frac{3 + (-1)}{2}; \frac{1 + 5}{2}\right) = M(-1; 1; 3)$$

Chọn **C**.

Câu 2

Ta có:

$$\int 3x^2 dx = x^3$$

$$\int 2 \sin x dx = -2 \cos x$$

Vậy họ nguyên hàm là:

$$F(x) = x^3 - 2 \cos x + C$$

Chọn **A**.

Câu 3

Cấp số nhân có công bội:

$$q = \frac{u_3}{u_2} = \frac{12}{6} = 2$$

Chọn **C**.

Câu 4

Theo công thức xác suất có điều kiện:

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

Chọn C.

Ta có:

$$\int_{-2}^1 (1 + f(x)) dx = \int_{-2}^1 1 dx + \int_{-2}^1 f(x) dx$$

$$\int_{-2}^1 1 dx = 1 - (-2) = 3 \qquad \int_{-2}^1 f(x) dx = 2$$

Mà: và

$$\int_{-2}^1 (1+f(x))\,dx = 3+2=5$$

Do đó:

Chọn **D**.

Từ bảng biến thiên:

- Hàm số tăng trên $(-\infty; -1)$.
- Hàm số giảm trên $(-1; 2)$.

$$x = -1$$

Vì vậy tại $x = 0$, hàm số đạt cực đại.

$$f(-1) = 3$$

Giá trị cực đại là:

Chọn **D**.

$$x-1 > 0 \Rightarrow x > 1$$

Điều kiện: _____.

$$\log_2(x-1) = 3$$

Ta có:

$$x - 1 = 2^3 = 8$$

Suy ra:

$$x = 9$$

Chọn **A**.

Câu 8

Khoảng tứ phân vị là:

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1$$

$$Q_1 = 3 \quad Q_3 = 9 \quad \Delta_Q = 9 - 3 = 6$$

Với , , ta có:

Chọn **A**.

Câu 9

$$(Oxy) \quad z = 0$$

Mặt phẳng có phương trình .

$$I(2; -3; -4) \quad (Oxy) \quad I$$

Mặt cầu tâm tiếp xúc với mặt phẳng nên bán kính bằng khoảng cách từ tâm đến mặt phẳng :

$$R = d(I, (Oxy)) = |-4| = 4$$

Chọn **A**.

Câu 10

$$M(2; 1; 1) \quad \vec{u} = (2; -1; 3)$$

Đường thẳng đi qua và có vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc:

$$\frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{3}$$

Chọn **A**.

Câu 11

$$y = \sin x$$

$$T = 2\pi$$

Hàm số tuần hoàn với chu kì:

Chọn **A**.

Câu 12

$$y = x^3 + 3x$$

Hàm số:

$$y' = 3x^2 + 3$$

Đạo hàm:

$$x = 1$$

Tại điểm có hoành độ :

$$y'(1) = 3 \cdot 1^2 + 3 = 6$$

6

Hệ số góc của tiếp tuyến là .

Chọn **B**.

PHẦN II

Câu 1

Gọi:

- A : người được xét nghiệm mắc bệnh.
- B : kết quả xét nghiệm dương tính.

$$P(A) = 0,5\% = 0,005$$

Theo đề bài:

$$95\% \quad P(B|A) = 0,95$$

Độ nhạy là nên:

$$99\% \quad P(\bar{B}|\bar{A}) = 0,99$$

Độ đặc hiệu là nên:

$$P(B|\bar{A}) = 1 - 0,99 = 0,01$$

Suy ra:

$$P(A) = 0,005$$

a)

Mệnh đề này **đúng**.

$$P(B|\bar{A}) = 0,01$$

b)

Mệnh đề này **đúng**.

c) Ta có:

$$P(B) = P(B|A)P(A) + P(B|\bar{A})P(\bar{A})$$

$$P(B) = 0,95 \cdot 0,005 + 0,01 \cdot 0,995$$

$$P(B) = 0,00475 + 0,00995 = 0,0147$$

$$P(B) \neq 0,02$$

Do đó

Mệnh đề này **sai**.

d) Xác suất mắc bệnh khi có kết quả dương tính là:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)P(A)}{P(B)}$$

$$P(A|B) = \frac{0,95 \cdot 0,005}{0,0147} = \frac{0,00475}{0,0147} \approx 0,323$$

$$0,323 < 0,5$$

Vì nên xác suất mắc bệnh không lớn hơn

Mệnh đề này **sai**.

Kết luận câu 1: ĐĐSS.

Câu 2

Cho hàm số:

$$y = x - 3 + \frac{1}{x-1}$$

a) Điều kiện xác định:

$$x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$$

Vậy tập xác định là:

$$D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$$

Mệnh đề này **đúng**.

b) Ta có:

$$y = x - 3 + \frac{1}{x-1}$$

$$x \rightarrow \pm\infty \quad \frac{1}{x-1} \rightarrow 0$$

Khi $x \rightarrow \pm\infty$ thì $y \rightarrow x - 3$.

$$y = x - 3$$

Vì vậy đồ thị có tiệm cận xiên:

Mệnh đề này **đúng**.

$$x = 1 \quad y = x - 3$$

c) Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận xiên $y = x - 3$.

$$x = 1 \Rightarrow y = 1 - 3 = -2$$

Giao điểm của hai tiệm cận là:

$$I(1; -2)$$

Vậy tâm đối xứng của đồ thị là $I(1; -2)$.

Mệnh đề này **đúng**.

d) Ta có:

$$y' = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$$

$$y' = 0$$

Cho :

$$1 - \frac{1}{(x-1)^2} = 0$$

$$(x-1)^2 = 1$$

$$x-1 = \pm 1$$

$$x = 0 \quad x = 2$$

Suy ra: hoặc

Tọa độ hai điểm cực trị:

$$x = 0$$

Với :

$$y = 0 - 3 + \frac{1}{0-1} = -3 - 1 = -4 \quad A(0; -4)$$

nên .

$$x = 2$$

Với :

$$y = 2 - 3 + \frac{1}{2-1} = -1 + 1 = 0 \quad B(2; 0)$$

nên .

$$k = \frac{0 - (-4)}{2 - 0} = 2$$

Đường thẳng AB có hệ số góc:

Phương trình đường thẳng AB :

$$y = 2x - 4$$

$$M(3; -2)$$

Thay vào:

$$2 \cdot 3 - 4 = 2 \neq -2$$

Vậy M không thuộc đường thẳng AB , nên ba điểm A, B, M không thẳng hàng.

Mệnh đề này **sai**.

Kết luận câu 2: ĐĐĐS.

Câu 3

Ta có lưu lượng nước:

$$Q(t) = 1000t^3 - 8000t^2 + 12000t$$

Phân tích:

$$Q(t) = 1000t(t^2 - 8t + 12)$$

$$Q(t) = 1000t(t - 2)(t - 6)$$

$$[0; 6]$$

Trên đoạn :

- $Q(t) > 0$ trên $(0; 2)$ nên thể tích nước tăng.
- $Q(t) < 0$ trên $(2; 6)$ nên thể tích nước giảm.
- $Q(t) = 0$ tại $t = 0, t = 2, t = 6$.
- tại .

$$V(t) \quad t$$

Gọi $V(t)$ là thể tích nước trong hồ sau t giờ. Khi đó:

$$V(t) = 50000 + \int_0^t Q(x) dx$$

2

a) Sau 2 giờ, thể tích nước là:

$$V(2) = 50000 + \int_0^2 Q(t) dt$$

Mệnh đề này **đúng**.

b) Trong khoảng từ 0 đến 4 giờ, ta có:

- Từ 0 đến 2 giờ: $Q(t) > 0$, thể tích tăng.
- Từ 2 đến 4 giờ: $Q(t) < 0$, thể tích giảm.

Vì vậy thể tích nước không luôn tăng trên khoảng thời gian từ 0 đến 4 giờ.

Mệnh đề này **sai**.

c) Vì thể tích tăng trên (0; 2) và giảm trên (2; 6) nên thể tích nước lớn nhất trong 6 giờ đầu đạt tại $t = 2$.

Ta tính:

$$\int_0^2 Q(t) dt = \int_0^2 (1000t^3 - 8000t^2 + 12000t) dt$$

$$= \left(250t^4 - \frac{8000}{3}t^3 + 6000t^2 \right) \Big|_0^2$$

$$= 250 \cdot 2^4 - \frac{8000}{3} \cdot 2^3 + 6000 \cdot 2^2$$

$$= 4000 - \frac{64000}{3} + 24000 = \frac{20000}{3}$$

Do đó:

$$V_{\max} = 50000 + \frac{20000}{3} = \frac{170000}{3}, m^3$$

Mệnh đề này **đúng**.

d) Hồ vận hành an toàn khi thể tích nước nằm trong khoảng từ $20000, m^3$ đến $60000, m^3$.

$$t = 6$$

Ta xét tại :

$$\int_0^6 Q(t) dt = \left(250t^4 - \frac{8000}{3}t^3 + 6000t^2 \right) \Big|_0^6$$

$$= 250 \cdot 6^4 - \frac{8000}{3} \cdot 6^3 + 6000 \cdot 6^2$$

$$= 324000 - 576000 + 216000 = -36000$$

$$V(6) = 50000 - 36000 = 14000, m^3$$

Suy ra:

$$14000 < 20000 \quad 6$$

Vì nên hồ không luôn vận hành an toàn trong giờ đầu.

Mệnh đề này **sai**.

Kết luận câu 3: ĐSĐS.

Câu 4

(S)

Mặt cầu có phương trình:

$$(x + 10\sqrt{3})^2 + y^2 + (z - 30)^2 = 100$$

So sánh với dạng:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 + (z - c)^2 = R^2$$

suy ra tâm và bán kính của mặt cầu là:

$$I(-10\sqrt{3}; 0; 30), \quad R = 10$$

$$I(-10\sqrt{3}; 0; 30) \quad R = 10$$

a) Mặt cầu có tâm và bán kính m.

Mệnh đề này **đúng**.

b) Phương tia nắng có vectơ chỉ phương:

$$\vec{u} = (1; 0; -\sqrt{3})$$

$$I(-10\sqrt{3}; 0; 30) \quad \begin{cases} x = -10\sqrt{3} + t \\ y = 0 \\ z = 30 - \sqrt{3}t \end{cases}$$

Đường thẳng chứa tia nắng đi qua tâm có phương trình:

Mệnh đề này **đúng**.

c) Gọi K là hình chiếu của I theo phương tia nắng lên mặt sân (Oxy) , tức là mặt phẳng $z = 0$.

Từ phương trình đường thẳng ở ý b), ta cho:

$$z = 0$$

$$30 - \sqrt{3}t = 0$$

$$t = 10\sqrt{3}$$

$$x = -10\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 0, \quad y = 0, \quad z = 0$$

Khi đó:

$$K(0; 0; 0)$$

Vậy:

$$K(10\sqrt{3}; 0; 0)$$

Do đó mệnh đề là **sai**.

d) Hình chiếu song song của mặt cầu lên mặt phẳng (Oxy) theo phương $\vec{u} = (1; 0; -\sqrt{3})$ là một elip.

$$|\vec{u}| = \sqrt{1^2 + 0^2 + (-\sqrt{3})^2} = 2$$

Ta có:

Gọi α là góc giữa phương chiếu và pháp tuyến của mặt phẳng (Oxy) . Pháp tuyến của (Oxy) là $\vec{n} = (0; 0; 1)$.

$$\cos \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b = R = 10$$

Bán trục nhỏ của elip bằng bán kính mặt cầu:

$$a = \frac{R}{\cos \alpha} = \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

Bán trục lớn của elip là:

$$c^2 = a^2 - b^2$$

Khi đó:

$$c^2 = \left(\frac{20}{\sqrt{3}} \right)^2 - 10^2$$

$$c^2 = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3}$$

$$c = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

$$2c = \frac{20}{\sqrt{3}}$$

Tiêu cự của elip là:

Mệnh đề này **đúng**.

Kết luận câu 4: ĐĐSD.

PHẦN III

Câu 1

$$y = x - 4\sqrt{x} \quad [0; 9]$$

Xét hàm số: trên đoạn .

$$t = \sqrt{x} \quad x \in [0; 9] \quad t \in [0; 3]$$

Đặt , với thì .

$$y = t^2 - 4t = (t - 2)^2 - 4$$

Khi đó:

$$(t - 2)^2 \geq 0 \quad y_{\min} = -4$$

Vì nên:

$$t = 2 \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow x = 4$$

Dấu bằng xảy ra khi:

-4

Vậy giá trị nhỏ nhất là .

Câu 2

Pikachu đi theo quy luật:

- Bước 1: sang phải, dài $8 \cdot \frac{3}{4}$.
- Bước 2: lên trên, dài $8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$.
- Bước 3: sang trái, dài $8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$.
- Bước 4: đi xuống, dài .
- Cứ tiếp tục như vậy.

$$r = \frac{3}{4}$$

Đặt .

Ox Oy

Ta tính riêng tổng độ dời theo trục và trục .

Ox

Theo phương , các bước lần lượt là:

$$8; -8r^2; 8r^4; -8r^6; \dots$$

$$x_M = 8 - 8r^2 + 8r^4 - 8r^6 + \dots$$

Do đó:

8 $-r^2$

Đây là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu , công bội .

$$x_M = \frac{8}{1+r^2}$$

Vậy:

$$r = \frac{3}{4}$$

Thay :

$$x_M = \frac{8}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{8}{1 + \frac{9}{16}} = \frac{8}{\frac{25}{16}} = \frac{128}{25}$$

$$Oy \quad 8r; -8r^3; 8r^5; -8r^7; \dots$$

Theo phương , các bước lần lượt là:

$$y_M = 8r - 8r^3 + 8r^5 - 8r^7 + \dots$$

Do đó:

$$8r \quad -r^2$$

Đây cũng là cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu , công bội .

$$y_M = \frac{8r}{1 + r^2}$$

Vậy:

$$r = \frac{3}{4} \quad y_M = \frac{8 \cdot \frac{3}{4}}{1 + \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{6}{\frac{25}{16}} = \frac{96}{25}$$

Thay :

$$M\left(\frac{128}{25}; \frac{96}{25}\right)$$

Suy ra:

$$OM \quad OM = \sqrt{\left(\frac{128}{25}\right)^2 + \left(\frac{96}{25}\right)^2}$$

Độ dài là: ;

$$OM = \frac{1}{25} \sqrt{128^2 + 96^2} \quad OM = \frac{1}{25} \sqrt{16384 + 9216}$$

$$;$$

$$OM = \frac{1}{25} \sqrt{25600} = \frac{160}{25} = \frac{32}{5} = 6,4$$

$$6,4$$

Vậy đáp án là:

Câu 3

C

Gọi ô trung tâm là C .

Hai ô đã mở là ô phía trên và ô phía dưới ô trung tâm, đều không có mìn. Hai ô này lần lượt báo số 4 và 1 .

Xét các ô có ảnh hưởng đến hai số này:

3

C

- Có 3 ô chung kề cả hai ô đã mở: ô bên trái trung tâm, ô trung tâm C , ô bên phải trung tâm.

5

- Có 5 ô chỉ kề ô phía trên.

5

- Có 5 ô chỉ kề ô phía dưới.

66

- Còn lại 66 ô không ảnh hưởng đến hai số đã biết.

c

3

u

5

d

5

Gọi c là số mìn trong 3 ô chung, u là số mìn trong 5 ô chỉ kề ô phía trên, d là số mìn trong 5 ô chỉ kề ô phía dưới.

Theo đề:

$$c + u = 4$$

$$c + d = 1$$

c

0

1

Suy ra c chỉ có thể bằng 0 hoặc 1 .

$$c = 0$$

Trường hợp 1:

Khi đó:

$$u = 4, \quad d = 1$$

Số cách chọn mìn là:

$$\binom{3}{0} \binom{5}{4} \binom{5}{1} \binom{66}{22} = 25 \binom{66}{22}$$

$$c = 1$$

Trường hợp 2:

Khi đó:

$$u = 3, \quad d = 0$$

Số cách chọn mình là:

$$\binom{3}{1} \binom{5}{3} \binom{5}{0} \binom{66}{23} = 30 \binom{66}{23}$$

C

Muốn An thua ngay khi mở ô trung tâm thì ô trung tâm phải có mình. Điều này chỉ xảy ra trong trường hợp $c = 1$.

$$\binom{5}{3} \binom{66}{23} = 10 \binom{66}{23}$$

Số cách để ô trung tâm có mình là:

$$P = \frac{10 \binom{66}{23}}{25 \binom{66}{22} + 30 \binom{66}{23}}$$

Vậy xác suất cần tìm là:

$$\frac{\binom{66}{23}}{\binom{66}{22}} = \frac{66 - 22}{23} = \frac{44}{23}$$

Ta có:

Do đó:

$$P = \frac{10 \cdot \frac{44}{23}}{25 + 30 \cdot \frac{44}{23}} = \frac{440}{1895} = \frac{88}{379} \approx 0,232$$

$$P \approx 0,23$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

$$0,23$$

Vậy xác suất An thua ngay là .

Câu 4

Đặt hệ trục tọa độ sao cho:

$$A(0;0;0), \quad C'(9;12;11)$$

$ABCD$

Mặt đáy có kích thước:

$$AB = 9, \quad AD = 12$$

A

C'

Nên khoảng cách theo phương ngang từ đến hình chiếu của lên mặt đáy là:

$$\sqrt{9^2 + 12^2} = 15$$

$ABCD$ 6 9

Hai vách ngăn lần lượt cách mặt đáy là dm và dm.

Đoạn ống giữa hai vách ngăn vuông góc với hai vách ngăn nên có độ dài:

$$9 - 6 = 3$$

dm.

Phần còn lại gồm:

A

6

- Đoạn từ đến vách thứ nhất, chênh cao dm.
- Đoạn từ vách thứ hai đến , chênh cao dm.

C'

$$11 - 9 = 2$$

Khi trải phẳng hai phần này, tổng độ dài nhỏ nhất của hai đoạn đó là đường thẳng có:

15

- Phương ngang dài dm.
- Phương đứng dài dm.

$$6 + 2 = 8$$

Do đó tổng nhỏ nhất của hai đoạn ngoài là:

$$\sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{225 + 64} = \sqrt{289} = 17$$

dm.

Vậy độ dài nhỏ nhất của toàn bộ đường ống là:

$$17 + 3 = 20$$

dm.

20

Đáp số: .

Câu 5

Lòng cối là một paraboloid tròn xoay.

40

Miệng cối có đường kính cm nên bán kính miệng cối là:

$$R = 20$$

cm.

 $h = 30$

Chiều sâu lòng cối là: cm.

$$V = \frac{1}{2} \pi R^2 h$$

Thể tích paraboloid tròn xoay là:

Thay số:

$$V = \frac{1}{2} \pi \cdot 20^2 \cdot 30$$

$$V = \frac{1}{2} \pi \cdot 400 \cdot 30 = 6000\pi$$

$$V = a\pi$$

Theo đề bài:

$$a = 6000$$

Suy ra:

6000

Đáp số: .

Câu 6

$$A = Pe^{rt}$$

Công thức tăng trưởng dân số:

Trong đó:

$$P = 4,5$$

triệu người

$$r = 1,32\% = 0,0132$$

$$t = 10$$

$$A = 4,5e^{0,0132 \cdot 10} = 4,5e^{0,132}$$

Suy ra:

$$A \approx 5,134987436$$

Tính được:

$$A \approx 5,13$$

Làm tròn đến hàng phần trăm:

10

5,13

Vậy sau 10 năm nữa, dân số thành phố Đồng Nai đạt khoảng 5,13 triệu người.