

A. LÝ THUYẾT**1. Khái niệm nguyên hàm**

+) Cho hàm số $f(x)$ xác định trên K (K là một khoảng, một đoạn hay nửa khoảng của $\mathbb{R}$).
Hàm số $F(x)$ được gọi là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K nếu $F'(x) = f(x)$ với mọi $x \in K$

+) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên K thì với mỗi hằng số C , hàm số $G(x) = F(x) + C$ cũng là một nguyên hàm của $f(x)$ trên K .

2. Nguyên hàm của một số hàm số thường gặp

$$\int 0 dx = C$$

$$\int dx = x + C \quad (n \neq -1)$$

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$$

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, (n \neq -1)$$

$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C$$

$$\int \cos x dx = \sin x + C$$

$$\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = \tan x + C$$

$$\int e^x dx = e^x + C$$

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

3. Tính chất: Nếu $f(x)$ và $g(x)$ là hai hàm số liên tục trên K thì

3.1. Tính chất 1: $\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx$, với k là số thực khác 0.

3.2. Tính chất 2: $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$

4. Khái niệm tích phân: Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[a; b]$. Hiệu số $F(b) - F(a)$ được gọi là **tích phân** từ a đến b

(hay tích phân xác định trên đoạn $[a; b]$) của hàm số $f(x)$, kí hiệu là $\int_a^b f(x) dx$. Vậy

$\int_a^b f(x) dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a)$. Ta gọi $\int_a^b$ là dấu tích phân, a là cận dưới, b là cận trên, $f(x) dx$ là biểu thức dưới dấu tích phân và $f(x)$ là hàm số dưới dấu tích phân.

Chú ý: Trong trường hợp $a = b$ hoặc $a > b$, ta quy ước $\int_a^a f(x) dx = 0$; $\int_a^b f(x) dx = -\int_b^a f(x) dx$

Nhận xét: Tích phân của hàm số f từ a đến b có thể kí hiệu bởi $\int_a^b f(x) dx$ hay $\int_a^b f(t) dt$. Tích phân đó chỉ phụ thuộc vào f và các cận a, b mà không phụ thuộc vào biến số x hay t .

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du$$

Tức là:

Ý nghĩa hình học của tích phân

Nếu hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$, thì tích phân $\int_a^b f(x) dx$ là diện tích S của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị của $f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$.

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

Vậy

5. Tính chất tích phân

$$\int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

Tính chất 1: (với k là hằng số)

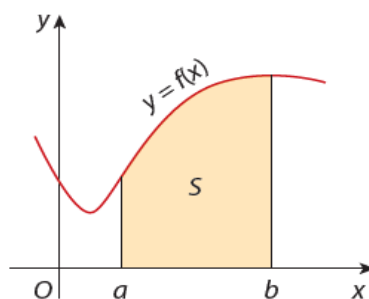
$$\int_a^b [f(x) \pm g(x)] dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

Tính chất 2:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx, (a < c < b)$$

Tính chất 3:

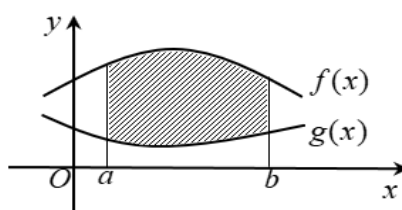
6. Hình phẳng giới hạn bởi một đồ thị hàm số, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$:



Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

7. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số và các đường thẳng $x = a, x = b$.



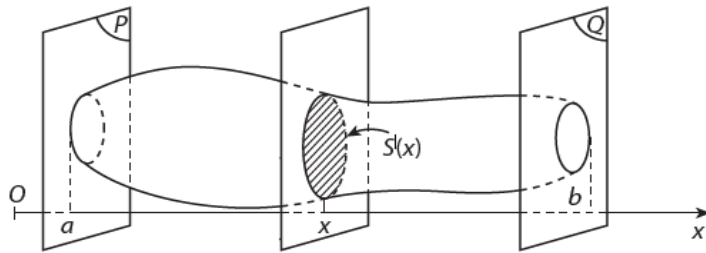
Cho các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = f(x), y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

công thức:

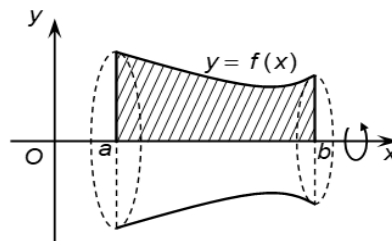
Chú ý: Nếu $f(x)$ không đổi dấu trên đoạn $[a; b]$ thì
$$S = \int_a^b |f(x)| dx = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$$

8. Thể tích vật thể.



Cho một vật thể trong không gian $Oxyz$. Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b . Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm $x (a \leq x \leq b)$ thì phần chung giữa mặt phẳng và vật thể có diện tích $S(x)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của B là:
$$V = \int_a^b S(x) dx$$

9. Thể tích khối tròn xoay.



Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$,

trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ quanh trục Ox :

$$V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$$

10. Vector pháp tuyến của mặt phẳng: Cho mặt phẳng (α) . Vector $\vec{n} \neq \vec{0}$ và có giá vuông góc với mặt phẳng (α) gọi là vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) .

Nhận xét:

+) Nếu $\vec{n}$ là một vector pháp tuyến của (α) thì $k \cdot \vec{n} (k \neq 0)$ cũng là một vector pháp tuyến của (α) .

+) Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và một vector pháp tuyến của nó.

11. Cặp vector chỉ phương của mặt phẳng: Cho mặt phẳng (α) . Nếu hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ không cùng phương và giá của chúng song song hoặc nằm trên mặt phẳng (α) thì $\vec{a}, \vec{b}$ là cặp vector chỉ phương của mặt phẳng (α) .

Nhận xét: Một mặt phẳng hoàn toàn được xác định khi biết một điểm và cặp vector chỉ phương của nó.

12. Vector pháp tuyến của mặt phẳng khi biết một cặp vector chỉ phương: Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng (α) nhận hai vector $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ và $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$ làm cặp vector chỉ phương thì (α) nhận $\vec{n} = [\vec{a}, \vec{b}]$ làm vector pháp tuyến.

$$[\vec{a}, \vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \right) = (a_2b_3 - a_3b_2; a_3b_1 - a_1b_3; a_1b_2 - a_2b_1)$$

Cách tính:

13. Phương trình tổng quát của mặt phẳng: Trong không gian $Oxyz$, phương trình có dạng $Ax + By + Cz + D = 0$, trong đó A, B, C không đồng thời bằng 0. Trong không gian $Oxyz$, nếu mặt phẳng đi qua điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (A; B; C)$ thì có phương trình là:

$$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0 \Leftrightarrow Ax + By + Cz + D = 0, \text{ với } D = -(Ax_0 + By_0 + Cz_0)$$

B. BÀI TẬP

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

A. $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$

B. $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$

C. $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$

D. $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

A. $x^4 + x^2 + C$

B. $3x^2 + 1 + C$

C. $x^3 + x + C$

D. $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

A. $x^4 + x + C$

B. $4x^3 + 1 + C$

C. $x^5 + x^2 + C$

D. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

A. $4x^3 + 2x + C$

B. $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$

C. $x^4 + x^2 + C$

D. $x^5 + x^3 + C$

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A. $e^x + x^2 + C$ B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$ D. $e^x + 1 + C$

Câu 7: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A. $x^2 + 5x + C$ B. $2x^2 + 5x + C$ C. $2x^2 + C$ D. $x^2 + C$

Câu 8: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

- A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$ B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$ D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$

Câu 9: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$ B. $F'(x) = \ln x$ C. $F'(x) = \frac{1}{x}$ D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Câu 10: $\int x^2 dx$ bằng

- A. $2x + C$ B. $\frac{1}{3}x^3 + C$ C. $x^3 + C$ D. $3x^3 + C$

Câu 11: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int (2 + f(x)) dx$ bằng

- A. $x + x^3 + C$ B. $x^2 + x^3 + C$ C. $2x + x^3 + C$ D. $2x + \frac{x^4}{4} + C$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$ B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$
C. $\int f(x) dx = e^x + C$ D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$

Câu 13: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là:

- A. $\int f(x) dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$ B. $\int f(x) dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$
C. $\int f(x) dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$ D. $\int f(x) dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = x - \cos x + C$ B. $\int f(x) dx = x + \sin x + C$
C. $\int f(x) dx = x + \cos x + C$ D. $\int f(x) dx = \cos x + C$

Câu 15: Cho $\int f(x) dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $f(x) = -\sin x$ B. $f(x) = -\cos x$ C. $f(x) = \sin x$ D. $f(x) = \cos x$

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$$

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số

A. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ là:

A. $3 \sin x - 4 \cos x$

B. $-3 \sin x + 4 \cos x$

C. $3 \sin x + 4 \cos x + C$

D. $-3 \sin x + 4 \cos x + C$

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

A. $-2 \cos x - 3 \cot x + C$

B. $2 \cos x - 3 \tan x + C$

C. $-2 \cos x + 3 \cot x + C$

D. $2 \cos x - 3 \cot x + C$

Câu 19: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $F(x) = 2 \cos x - \sin x - 1$

B. $F(x) = 2 \cos x + \sin x - 1 - \sqrt{3}$

C. $F(x) = -2 \cos x - \sin x + 1$

D. $F(x) = -2 \cos x - \sin x - 1$

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\int f(x) dx = \ln|x| + \tan x + C$

B. $\int f(x) dx = \ln x + \tan x + C$

C. $\int f(x) dx = \ln x + \tan|x| + C$

D. $\int f(x) dx = \ln|x| + \tan x$

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x-1}$ là

A. $\frac{1}{2} \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

B. $2 \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

C. $5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

D. $\frac{1}{2 \ln 5} \cdot 5^{2x-1} + C$

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = 3^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + 2 + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$

C. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + 2 + C$

D. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + x^2 + C$

Câu 23: Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

A. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$

B. $f(x) = 3x^2 + e^x$

C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$

D. $f(x) = x^2 + e^x$

$$f(x) = e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right)$$

Câu 24: Tìm nguyên hàm của hàm số

A. $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$

B. $F(x) = 2e^x - \tan x + C$

C. $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C$

D. $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C$

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Khi đó $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 3. **D.** $\frac{7}{2}$.

Câu 26: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

Câu 27: Biết $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 28: Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 29: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:

A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Câu 30: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:

A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 31: Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 32: Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 33: Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

- Câu 34:** Biết $\int_1^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 g(x)dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)]dx$ bằng
- A. 1. B. 5. C. -1. D. 6.
- Câu 35:** Nếu $\int_1^2 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 f(x)dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
- A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.
- Câu 36:** Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng
- A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.
- Câu 37:** Nếu $\int_1^3 [2f(x) + 1]dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x)dx$ bằng
- A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.
- Câu 38:** Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 3$ và $\int_1^4 g(x)dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x))dx$ bằng
- A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.
- Câu 39:** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1]dx$ bằng
- A. 6. B. 4. C. 8. D. 5.
- Câu 40:** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$ bằng
- A. 6. B. 2. C. -6. D. -2.
- Câu 41:** Cho f là một hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của hàm f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -1$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(x)dx$
- A. 4. B. -2. C. 2. D. -4.
- Câu 42:** Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2}f(x) + 2 \right]dx$ bằng
- A. 6. B. 8. C. 4. D. 2.
- Câu 43:** Nếu $\int_{-1}^5 f(x)dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x)dx$ bằng
- A. 3. B. 4. C. 6. D. 5.

Câu 44: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

A. 8. B. 5. C. 9. D. 6.

Câu 45: Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng

A. 6. B. 5. C. 9. D. 8.

Câu 46: Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Khi đó $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng

A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$ C. $\frac{17}{2}$ D. $\frac{11}{2}$

Câu 47: Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$.

A. 7. B. $5 + \frac{\pi}{2}$. C. 3. D. $5 + \pi$.

Câu 48: $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng

A. $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$ B. $\frac{1}{3}e^5 - e^2$ C. $e^5 - e^2$ D. $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

Câu 49: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng

A. 20. B. 22. C. 26. D. 28.

Câu 50: Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng

A. 10. B. 8. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Câu 51: Tính $\int_{-1}^2 |2x + 1| dx$.

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{5}{2}$. D. $\frac{13}{2}$.

Câu 52: Tính $I = \int_0^2 |2x - 2| dx$.

A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 53: Tính: $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$.

A. π B. 2π . C. 3π D. 4π

Câu 54: Cho (T) là vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=1$. Tính thể tích V của (T) biết rằng khi cắt (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $0 \leq x \leq 1$, ta được thiết diện là tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{1+x}$.

- A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8} \pi$. C. $V = \frac{3}{2} \pi$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 55: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x(e^x-1)}$.

- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{e-1}{2}$. C. $V = \frac{1}{2}$. D. $V = \frac{\pi(e-1)}{2}$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-z+1=0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $A(1;1;3)$. B. $B(1;1;-3)$. C. $C(3;1;1)$. D. $D(-1;-1;3)$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $A(1;1;0)$. B. $B(1;0;-3)$. C. $C(0;1;1)$. D. $D(0;0;3)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$. Mặt phẳng (α) biết (α) đi qua điểm $M(-1;5;2)$ đồng thời (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{u} = (0;1;1)$ và $\vec{v} = (-3;-5;1)$ có phương trình là

- A. $y+z-7=0$. B. $2x-y+z+5=0$.
C. $-x+5y+2z+5=0$. D. $2x+y+z-5=0$.

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho ba điểm $A(0;2;1)$, $B(3;0;1)$, $C(1;0;0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $2x-3y-4z+2=0$. B. $4x+6y-8z+2=0$.
C. $2x+3y-4z-2=0$. D. $2x-3y-4z-2=0$.

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-3;-2)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $z+2=0$. B. $z-2=0$. C. $2x-3y=0$. D. $2x-3y-2=0$.

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;-3;-2)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

- A. $x+z=0$. B. $y+3=0$. C. $y-3=0$. D. $x-z=0$.

- Câu 62:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là
- A. $3y - 2z = 0$ B. $x + 2 = 0$ C. $x - 2 = 0$ D. $3y + 2z = 0$

PHẦN II. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 63:** Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $F'(0) = 0$
- b) $F(1) = e - 1$
- c) $\int F(x) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$
- d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

- Câu 64:** Cho hàm số $f(x) = \tan^2 x$ và $F(x) = \int f(x) dx$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $F'(x) = \tan^2 x$
- b) $h(x) = \tan x - x$ là một nguyên hàm của $f(x)$
- c) $F(x) = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$
- d) Biết $F(0) = 0 \Rightarrow F(\pi) = 0$

- Câu 65:** Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3, \int_0^3 f(x) dx = 5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $\int_2^0 f(x) dx = 3$
- b) $\int_2^3 f(x) dx = 2$
- c) Nếu $f(2) = 10, f(0) = 5$ thì $\int_0^2 f'(x) dx = 15$
- d) $\int_0^2 (f(x) - 2x) dx = -1$

- Câu 66:** Cho hàm số $f(x) = e^x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) $\int_0^1 f(x) dx = e$

$$\int_0^1 f(2x+1)dx = e^3 - e$$

b)

$$\int_0^1 e^{2x} f(x) dx = \frac{1}{3}(e^3 - 1)$$

c)

$$\int_0^1 (f(x) - 4x) dx = e - 3$$

d)

Câu 67: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Nếu $\int_{-1}^1 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-1}^1 4f(x) dx = 6$.

b) Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 5$ và $\int_1^5 f(x) dx = 3$ thì $\int_3^5 f(x) dx = -2$.

c) Nếu $f(x) = x^2 - 2x$, $F(0) = 1$ thì $F(2) = 11$.

d) Nếu $f(x) = x^2 - 2x$ thì $\int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \frac{8}{3}$.

Câu 68: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Câu 69: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $y = -2x + 8$ có đồ thị là (d) và các đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành và đường thẳng $x = 1$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành và đường thẳng $x = 5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

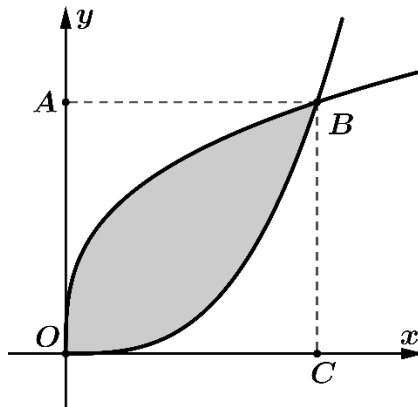
a) Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là 3.

b) $S_1 = 9$.

c) $S_1 > S_2$.

d) Tính diện tích giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, $y = -2x + 8$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ bằng 23.

Câu 70: Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tọa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$.



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và

$$S = \int_0^1 \sqrt[3]{x} dx$$

đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và

$$S = \int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$$

đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức

d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Véc tơ $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z + 15 = 0$.

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y = 0$.

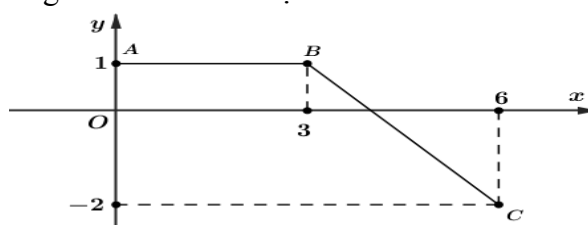
d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$.

Câu 72: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -2)$, $B(2; 1; 2)$, $C(3; -2; 1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}]$
- b) Phương trình mặt phẳng (P) là $13x + 5y - 2z + 27 = 0$
- c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và nhận $\overrightarrow{BC}$ làm vectơ pháp tuyến có dạng: $1(x+1)x - 3(y+2) - 1(z-2) = 0$
- d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1$

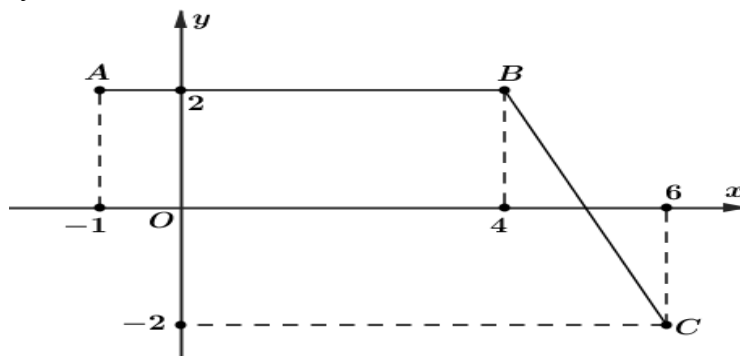
PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 73:** Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$
- Câu 74:** Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- Câu 75:** Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 2\cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là
- Câu 76:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng:
- Câu 77:** Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$.



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 3$. Giá trị của $F(2) + F(4)$ bằng

- Câu 78:** Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(5) + F(6)$ bằng

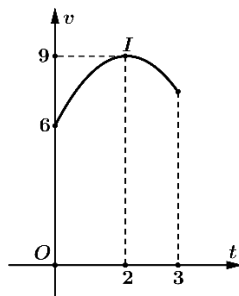


- Câu 79:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } -3 \leq x \leq -1 \\ x^2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$ thì $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng

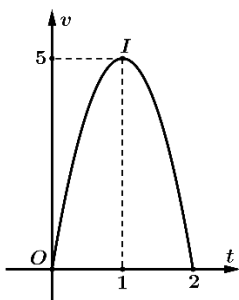
- Câu 80:** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$
- Câu 81:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô đi chuyển được trong 8 giây cuối cùng.
- Câu 82:** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0004x + 9,3$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Khi đó sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là
- Câu 83:** Giả sử vận tốc v của dòng máu ở khoảng cách r từ tâm của động mạch bán kính $R = 9$, có thể được mô hình hóa bởi công thức $v = k(R^2 - r^2)$, trong đó k là một hằng số. Tìm vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$.
- Câu 84:** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1 m . Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?
- Câu 85:** Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15 \text{ m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t \text{ (m/s}^2\text{)}$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.
- Câu 86:** Một ô tô đang chạy với vận tốc 10 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10 \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?
- Câu 87:** Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \text{ (m/s)}$, trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng $a \text{ (m/s}^2\text{)}$ (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng
- Câu 88:** Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t) = 30(16 - t^2)$ với $0 \leq t \leq 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)?

Câu 89: Một thùng dầu bị rò rỉ từ lúc 13 giờ với tốc độ rò rỉ là $v(t) = 16 + 3t$ (lít/giờ), trong đó t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu bị rò rỉ. Khi đó $V(t)$ (lít) là thể tích dầu bị mất đi thỏa mãn $V'(t) = v(t)$. Giả sử V_1 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ và V_2 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ. Tính $V_2 - V_1$ (theo đơn vị lít).

Câu 90: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường S mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



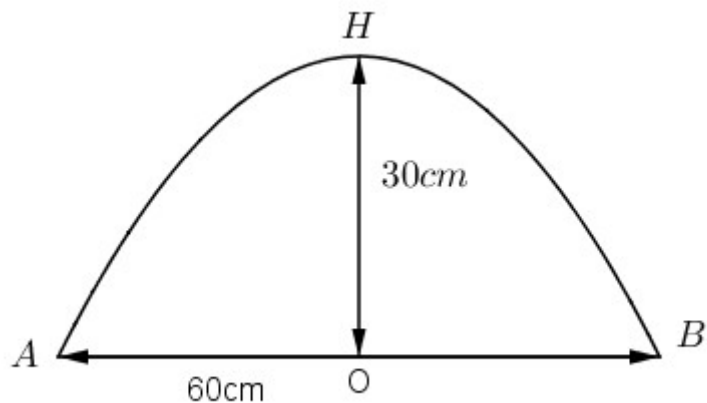
Câu 91: Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc vào thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



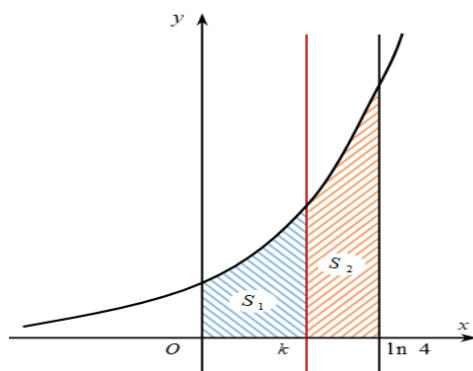
Câu 92: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng?

Câu 93: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^5 f(x) dx = F(5) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x)$, $y = G(x)$, $x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng?

Câu 94: Bạn Linh cần mua một chiếc gương có hình dạng đường Parabol bậc 2 (Xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60\text{cm}$, $OH = 30\text{cm}$. Diện tích của chiếc gương bạn Linh mua là?

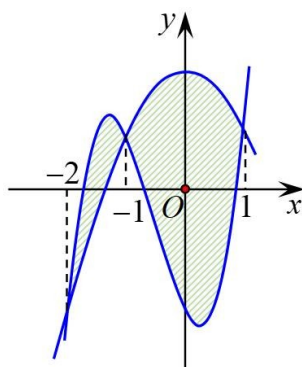


Câu 95: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



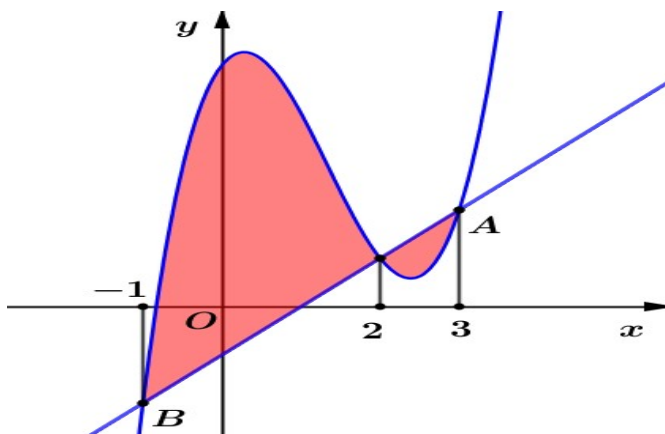
Câu 96: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$, ($a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$) có đồ thị (C) . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị (P) đi qua gốc tọa độ. Biết hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (P) lần lượt là $-1; 1; 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

Câu 97: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$.

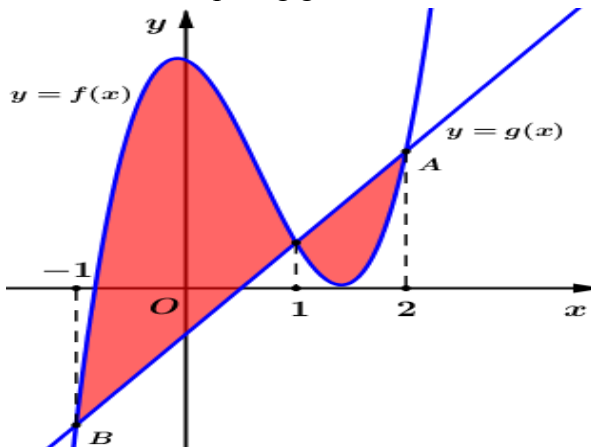


Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

Câu 98: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $AB = 4\sqrt{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng.



Câu 99: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - \frac{2}{3}x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $AB = 5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng.



Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 3 = 0$ có phương trình là

Câu 101: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 1)$, $C(3; 1; 1)$, $D(4; 1; 1)$, $B(-1; 2; 2)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với CD .

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$, $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) .

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x$.

A. $\int 2 \sin x dx = 2 \cos x + C$

B. $\int 2 \sin x dx = \sin^2 x + C$

C. $\int 2 \sin x dx = \sin 2x + C$

D. $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Lời giải

Ta có $\int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

Câu 2: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 7^x$.

- A.** $\int 7^x dx = 7^x \ln 7 + C$. **B.** $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$. **C.** $\int 7^x dx = 7^{x+1} + C$. **D.** $\int 7^x dx = \frac{7^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Ta có $\int 7^x dx = \frac{7^x}{\ln 7} + C$.

Câu 3: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3 + x$ là

- A.** $x^4 + x^2 + C$ **B.** $3x^2 + 1 + C$ **C.** $x^3 + x + C$ **D.** $\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int (x^3 + x^2) dx = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 4: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x$ là

- A.** $x^4 + x + C$ **B.** $4x^3 + 1 + C$ **C.** $x^5 + x^2 + C$ **D.** $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$

Lời giải

Ta có $\int (x^4 + x) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 5: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x^2$ là

- A.** $4x^3 + 2x + C$ **B.** $\frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$ **C.** $x^4 + x^2 + C$ **D.** $x^5 + x^3 + C$.

Lời giải

$\int f(x) dx = \int (x^4 + x^2) dx = \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{3}x^3 + C$.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là

- A.** $e^x + x^2 + C$. **B.** $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}e^x + C$. **D.** $e^x + 1 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x) dx = \int (e^x + x) dx = e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$.

Câu 7: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 5$ là

- A.** $x^2 + 5x + C$. **B.** $2x^2 + 5x + C$. **C.** $2x^2 + C$. **D.** $x^2 + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (2x+5)dx = x^2 + 5x + C$.

Câu 8: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$

B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$

C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$

Lời giải

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu $F'(x) = f(x), \forall x \in K$.

Câu 9: Cho $\int \frac{1}{x} dx = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{2}{x^2}$

B. $F'(x) = \ln x$

C. $F'(x) = \frac{1}{x}$

D. $F'(x) = -\frac{1}{x^2}$

Lời giải

Ta có $[F(x)]' = \left(\int \frac{1}{x} dx \right)' = \frac{1}{x}$.

Câu 10: $\int x^2 dx$ bằng

A. $2x + C$

B. $\frac{1}{3}x^3 + C$

C. $x^3 + C$

D. $3x^3 + C$

Lời giải

Ta có $F'(x) = f(x), \forall x \in K$

Câu 11: Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int (2 + f(x))dx$ bằng

A. $x + x^3 + C$

B. $x^2 + x^3 + C$

C. $2x + x^3 + C$

D. $2x + \frac{x^4}{4} + C$

Lời giải

Ta có: $\int (2 + f(x))dx = 2 \int dx + \int f(x)dx = 2x + x^3 + C$

Câu 12: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$

B. $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$

C. $\int f(x)dx = e^x + C$

D. $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int (e^x + 2)dx = e^x + 2x + C$

Câu 13: Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{3}{2}}$ là:

A. $\int f(x)dx = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{5}{2}x^{\frac{2}{5}} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{2}{3}x^{\frac{1}{2}} + C$

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int x^{\frac{3}{2}}dx = \frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + C$

Câu 14: Cho hàm số $f(x) = 1 + \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x - \cos x + C$

B. $\int f(x)dx = x + \sin x + C$

C. $\int f(x)dx = x + \cos x + C$

D. $\int f(x)dx = \cos x + C$

Lời giải

$\int f(x)dx = \int (1 + \sin x)dx = x - \cos x + C.$

Câu 15: Cho $\int f(x)dx = -\cos x + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = -\sin x$

B. $f(x) = -\cos x$

C. $f(x) = \sin x$

D. $f(x) = \cos x$

Lời giải

Ta có $\int \sin x dx = -\cos x + C$

Câu 16: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 + \frac{2}{x^2}$

A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C$

C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$

D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$

Lời giải

Ta có $\int \left(x^2 + \frac{2}{x^2} \right) dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C$

Câu 17: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3 \cos x - 4 \sin x$ là:

A. $3 \sin x - 4 \cos x$

B. $-3 \sin x + 4 \cos x$

C. $3 \sin x + 4 \cos x + C$

D. $-3 \sin x + 4 \cos x + C$

Lời giải

$\int f(x)dx = \int (3 \cos x - 4 \sin x)dx = 3 \int \cos x dx - 4 \int \sin x dx = 3 \sin x - 4 \cos x + C$

Câu 18: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x}$ là:

A. $-2 \cos x - 3 \cot x + C$

B. $2 \cos x - 3 \tan x + C$

C. $-2 \cos x + 3 \cot x + C$

D. $2 \cos x - 3 \cot x + C$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int \left(2 \sin x + \frac{3}{\sin^2 x} \right) dx = 2 \int \sin x dx + 3 \int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -2 \cos x - 3 \cot x + C$$

Ta có

Câu 19: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 2 \sin x - \cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ là

A. $F(x) = 2 \cos x - \sin x - 1$

B. $F(x) = 2 \cos x + \sin x - 1 - \sqrt{3}$

C. $F(x) = -2 \cos x - \sin x + 1$

D. $F(x) = -2 \cos x - \sin x - 1$

Lời giải

$$F(x) = \int (2 \sin x - \cos x) dx = -2 \cos x - \sin x + C$$

Ta có

$$F\left(\frac{\pi}{3}\right) = -2 \cos \frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} + C = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow C = 1$$

Suy ra

$$F(x) = -2 \cos x - \sin x + 1$$

Vậy

Câu 20: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x}$. Chọn khẳng định đúng:

A. $\int f(x) dx = \ln |x| + \tan x + C$

B. $\int f(x) dx = \ln x + \tan x + C$

C. $\int f(x) dx = \ln x + \tan |x| + C$

D. $\int f(x) dx = \ln |x| + \tan x$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = \ln |x| + \tan x + C$$

Ta có:

Câu 21: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^{2x-1}$ là

A. $\frac{1}{2} \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

B. $2 \cdot 5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

C. $5^{2x-1} \cdot \ln 5 + C$

D. $\frac{1}{2 \ln 5} \cdot 5^{2x-1} + C$

Lời giải

$$\int f(x) dx = \int 5^{2x-1} dx = \frac{1}{5} \int 25^x dx = \frac{1}{5} \cdot \frac{25^x}{\ln 25} + C = \frac{1}{2 \ln 5} \cdot 5^{2x-1} + C$$

Ta có:

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = 3^x + 2x$. Khẳng định nào dưới đây đúng

A. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + 2 + C$

B. $\int f(x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$

C. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + 2 + C$

D. $\int f(x) dx = 3^x \cdot \ln 3 + x^2 + C$

Lời giải

$$\text{Ta có } \int f(x) dx = \int (3^x + 2x) dx = \frac{3^x}{\ln 3} + x^2 + C$$

Câu 23: Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3} + e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nào sau đây?

- A. $f(x) = \frac{x^4}{3} + e^x$. B. $f(x) = 3x^2 + e^x$. C. $f(x) = \frac{x^4}{12} + e^x$. D. $f(x) = x^2 + e^x$!

Lời giải

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \Leftrightarrow F'(x) = f(x)$.

Suy ra hàm số cần tìm là $f(x) = \left(\frac{x^3}{3} + e^x \right)' = x^2 + e^x$.

Câu 24: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right)$.

- A. $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$! B. $F(x) = 2e^x - \tan x + C$.
C. $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C$. D. $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C$.

Lời giải

Ta có $F(x) = \int e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right) dx = \int \left(2e^{-x} + \frac{1}{\cos^2 x} \right) dx = -2e^{-x} + \tan x + C = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$.

Câu 25: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$, $f(1) = 1$ và $f(2) = 2$. Khi đó $\int_1^2 f'(x) dx$ bằng

A. 1 ! B. -1. C. 3. D. $\frac{7}{2}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_1^2 = f(2) - f(1) = 2 - 1 = 1$.

Câu 26: Cho $\int_0^1 f(x) dx = 2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx$ bằng

A. -3. B. 12. C. -8 ! D. 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - 2 \int_0^1 g(x) dx = 2 - 2 \cdot 5 = -8$.

Câu 27: Biết $\int_0^1 f(x) dx = -2$ và $\int_0^1 g(x) dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. -5. B. 5. C. -1. D. 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [f(x) - g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx - \int_0^1 g(x) dx = -2 - 3 = -5.$

- Câu 28:** Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -4$, khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. -7. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = \int_0^1 f(x) dx + \int_0^1 g(x) dx = 3 + (-4) = -1.$

- Câu 29:** Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng:
A. 4. **B.** -8. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx = 2 - 6 = -4$

- Câu 30:** Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng:
A. -3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = -1$

- Câu 31:** Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x) dx$ bằng
A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 2f(x) dx = 2 \int_0^1 f(x) dx = 2.4 = 8$

- Câu 32:** Biết $\int_1^3 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x) dx$ bằng
A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 2f(x) dx = 2 \int_1^3 f(x) dx = 2.3 = 6$

- Câu 33:** Biết $\int_2^3 f(x) dx = 3$ và $\int_2^3 g(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx$ bằng
A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 3.

Ta có: $\int_2^3 [f(x) + g(x)] dx = \int_2^3 f(x) dx + \int_2^3 g(x) dx = 3 + 1 = 4$.

Câu 34: Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 3$. Khi đó $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

A. 1. B. 5. C. -1. D. 6.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 [f(x) + g(x)] dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_1^2 g(x) dx = 2 + 3 = 5$.

Câu 35: Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 5$ và $\int_2^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 3. B. 7. C. -10. D. -7.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx = 5 - 2 = 3$.

Câu 36: Tích phân $\int_1^2 x^3 dx$ bằng

A. $\frac{15}{3}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{15}{4}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^2 x^3 dx = \frac{x^4}{4} \Big|_1^2 = \frac{2^4 - 1^4}{4} = \frac{15}{4}$.

Câu 37: Nếu $\int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 5$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

A. 3. B. 2. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có $5 = \int_1^3 [2f(x) + 1] dx = 2 \int_1^3 f(x) dx + 2 \Rightarrow \int_1^3 f(x) dx = \frac{3}{2}$.

Câu 38: Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 3$ và $\int_1^4 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^4 (f(x) - g(x)) dx$ bằng

A. -1. B. -5. C. 5. D. 1.

Lời giải

Ta có $\int_1^4 (f(x) - g(x)) dx = \int_1^4 f(x) dx - \int_1^4 g(x) dx = 3 - (-2) = 5$.

- Câu 39:** Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^2 [2f(x) - 1] dx$ bằng
A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^2 [2f(x) - 1] dx = 2 \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 1 dx = 2 \cdot 3 - x \Big|_0^2 = 6 - 2 = 4$$

- Câu 40:** Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -2$ và $F(2) = 4$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng
A. 6. **B.** 2. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 6$$

- Câu 41:** Cho f là một hàm số liên tục trên đoạn $[1; 2]$. Biết F là nguyên hàm của hàm f trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $F(1) = -1$ và $F(2) = 3$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$

- A.** 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^2 f(x) dx = F(x) \Big|_1^2 = F(2) - F(1) = 3 - (-1) = 4$$

- A.** 20. **B.** 10. **C.** 18. **D.** 12.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^3 [f(x) + 2x] dx = \int_1^3 f(x) dx + \int_1^3 2x dx = 10$$

- Câu 42:** Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 4$ thì $\int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx$ bằng
A. 6. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_0^2 \left[\frac{1}{2} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) dx + \int_0^2 2 dx = \frac{1}{2} \cdot 4 + 4 = 6$$

- Câu 43:** Nếu $\int_{-1}^5 f(x) dx = -3$ thì $\int_5^{-1} f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\int_5^{-1} f(x) dx = -\int_{-1}^5 f(x) dx = 3$

- Câu 44:** Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng
- A.** 8 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 6

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + 2 \int_0^3 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + 6 = 8$

- Câu 45:** Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6$ thì $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx$ bằng
- A.** 6 **B.** 5 **C.** 9 **D.** 8

Lời giải

Ta có $\int_0^3 \left[\frac{1}{3} f(x) + 2 \right] dx = \frac{1}{3} \int_0^3 f(x) dx + \int_0^3 2 dx = \frac{1}{3} \cdot 6 + (2x) \Big|_0^3 = 2 + 6 = 8$

- Câu 46:** Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Khi đó $\int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng
- A.** $\frac{5}{2}$ **B.** $\frac{7}{2}$ **C.** $\frac{17}{2}$ **D.** $\frac{11}{2}$

Lời giải

Ta có: $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx = \frac{x^2}{2} \Big|_{-1}^2 + 2 \int_{-1}^2 f(x) dx - 3 \int_{-1}^2 g(x) dx = \frac{3}{2} + 2 \cdot 2 - 3(-1) = \frac{17}{2}$

- Câu 47:** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx$
- A.** 7 **B.** $5 + \frac{\pi}{2}$ **C.** 3 **D.** $5 + \pi$

Lời giải

Ta có $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2 \sin x] dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx + 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx - 2 \cos x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = 7$

- Câu 48:** $\int_1^2 e^{3x-1} dx$ bằng
- A.** $\frac{1}{3}(e^5 - e^2)$ **B.** $\frac{1}{3}e^5 - e^2$ **C.** $e^5 - e^2$ **D.** $\frac{1}{3}(e^5 + e^2)$

Lời giải

Ta có $\int_1^2 e^{3x-1} dx = \frac{1}{3} e^{3x-1} \Big|_1^2 = \frac{1}{3}(e^5 - e^2)$

- Câu 49:** Biết $F(x) = x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 (1 + f(x)) dx$ bằng
- A. 20. B. 22. C. 26. **D. 28.**

Lời giải

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = [x + F(x)] \Big|_1^3 = [x + x^3] \Big|_1^3 = 30 - 2 = 28$

- Câu 50:** Biết $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$. Giá trị của $\int_1^3 [1 + f(x)] dx$ bằng
- A. 10.** B. 8. C. $\frac{26}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 [1 + f(x)] dx = (x + F(x)) \Big|_1^3 = (x + x^2) \Big|_1^3 = 12 - 2 = 10.$

- Câu 51:** Tính $\int_{-1}^2 |2x + 1| dx$.
- A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{5}{2}$. **D. $\frac{13}{2}$.**

Lời giải

Ta có:

$$= \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} |2x + 1| dx + \int_{-\frac{1}{2}}^2 |2x + 1| dx = - \int_{-1}^{-\frac{1}{2}} (2x + 1) dx + \int_{-\frac{1}{2}}^2 (2x + 1) dx = (x^2 + x) \Big|_{-1}^{-\frac{1}{2}} + (x^2 + x) \Big|_{-\frac{1}{2}}^2 = \frac{13}{2}$$

- Câu 52:** Tính $I = \int_0^2 |2x - 2| dx$.
- A. 0. **B. 2.** C. 1. D. 3.

Lời giải

Ta có: $I = \int_0^1 (2 - 2x) dx + \int_1^2 (2x - 2) dx = (2x - x^2) \Big|_0^1 + (x^2 - 2x) \Big|_1^2 = 1 + 1 = 2.$

- Câu 53:** Tính: $\int_{-2}^2 \sqrt{4 - x^2} dx$.
- A. π **B. 2π .** C. 3π D. 4π

Lời giải

Ta có $y = \sqrt{4-x^2}$ là phương trình nửa phía trên trục hoành của đường tròn tâm tại gốc toạ độ O và bán kính 2. Do đó, tích phân cần tính là diện tích nửa phía trên trục hoành của hình tròn tương ứng. Vậy $\int_{-2}^2 \sqrt{4-x^2} dx = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{\pi}{2} \cdot 2^2 = 2\pi$.

Câu 54: Cho (T) là vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0$, $x=1$. Tính thể tích V của (T) biết rằng khi cắt (T) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$), ta được thiết diện là tam giác đều có cạnh bằng $\sqrt{1+x}$.

- A. $V = \frac{3}{2}$. B. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8} \pi$. C. $V = \frac{3}{2} \pi$. D. $V = \frac{3\sqrt{3}}{8}$!

Lời giải

Thiết diện là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{1+x}$ nên diện tích của thiết diện là $S(x) = \frac{(\sqrt{1+x})^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$. Suy ra $V = \int_0^1 \frac{(\sqrt{1+x})^2 \cdot \sqrt{3}}{4} dx = \frac{\sqrt{3}}{4} \int_0^1 (1+x) dx = \frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 55: Tính thể tích vật thể giới hạn bởi các mặt phẳng $x=0$ và $x=1$, biết thiết diện của vật thể khi cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có độ dài cạnh $\sqrt{x(e^x-1)}$.

- A. $V = \frac{\pi}{2}$. B. $V = \frac{e-1}{2}$. C. $V = \frac{1}{2}$! D. $V = \frac{\pi(e-1)}{2}$.

Lời giải

Ta có: $V = \int_0^1 S(x) dx = \int_0^1 \left[\sqrt{x(e^x-1)} \right]^2 dx = \int_0^1 x(e^x-1) dx$. Đặt: $\begin{cases} u = x \\ dv = (e^x-1) dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x - x \end{cases}$.

Do đó: $V = x(e^x - x) \Big|_0^1 - \int_0^1 (e^x - x) dx = e - 1 - \left(e^x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^1 = e - 1 - e + \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{2}$.

Câu 56: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $A(1;1;3)$. B. $B(1;1;-3)$. C. $C(3;1;1)$. D. $D(-1;-1;3)$.

Lời giải

Ta có: $1+1-3+1=0 \Rightarrow$ điểm $A(1;1;3) \in (P)$.

Câu 57: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?

- A. $A(1;1;0)$. B. $B(1;0;-3)$. C. $C(0;1;1)$. D. $D(0;0;3)$.

Lời giải

Ta có: mặt phẳng $(Oxy): z = 0$. Quan sát bốn phương án, ta thấy chỉ có phương án A thỏa.

Câu 58: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$. Mặt phẳng (α) biết (α) đi qua điểm $M(-1; 5; 2)$ đồng thời (α) có cặp vectơ chỉ phương $\vec{u} = (0; 1; 1)$ và $\vec{v} = (-3; -5; 1)$ có phương trình là

A. $y + z - 7 = 0$

B. $2x - y + z + 5 = 0$

C. $-x + 5y + 2z + 5 = 0$

D. $2x + y + z - 5 = 0$

Lời giải

Ta có $[\vec{u}, \vec{v}] = (6; -3; 3) = 3(2; -1; 1)$. Chọn $\vec{n} = (2; -1; 1)$ là 1 vectơ pháp tuyến của (α) .

Phương trình mặt phẳng qua $M(-1; 5; 2)$ nhận $\vec{n} = (2; -1; 1)$ làm 1 vectơ pháp tuyến là:
 $2(x+1) - (y-5) + (z-2) = 0 \Leftrightarrow 2x - y + z + 5 = 0$

Câu 59: Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho ba điểm $A(0; 2; 1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(1; 0; 0)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $2x - 3y - 4z + 2 = 0$

B. $4x + 6y - 8z + 2 = 0$

C. $2x + 3y - 4z - 2 = 0$

D. $2x - 3y - 4z - 2 = 0$

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -2; 0)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; -1)$

Vì mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm A, B, C nên VTPT $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}] = (2; 3; -4)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) : $2(x-0) + 3(y-2) - 4(z-1) = 0 \Leftrightarrow 2x + 3y - 4z - 2 = 0$

Câu 60: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z + 2 = 0$

B. $z - 2 = 0$

C. $2x - 3y = 0$

D. $2x - 3y - 2 = 0$

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) \parallel (Oxy) \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{k} = (0; 0; 1)$

Và (P) đi qua điểm $A \Rightarrow (P): 0.(x-2) + 0.(y+3) + 1.(z+2) = 0 \Rightarrow (P): z + 2 = 0$

Câu 61: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $x + z = 0$.

B. $y + 3 = 0$.

C. $y - 3 = 0$.

D. $x - z = 0$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) \parallel (Oxz) \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{j} = (0; 1; 0)$.

Và (P) đi qua điểm $A \Rightarrow (P): 0 \cdot (x - 2) + 1 \cdot (y + 3) + 0 \cdot (z + 2) = 0 \Rightarrow (P): y + 3 = 0$.

Câu 62: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $3y - 2z = 0$.

B. $x + 2 = 0$.

C. $x - 2 = 0$!

D. $3y + 2z = 0$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) \parallel (Oyz) \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{i} = (1; 0; 0)$.

Và (P) đi qua điểm $A \Rightarrow (P): 1 \cdot (x - 2) + 0 \cdot (y + 3) + 0 \cdot (z + 2) = 0 \Rightarrow (P): x - 2 = 0$.

PHẦN II. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 63: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x) = e^x - 2x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $F'(0) = 0$.

b) $F(1) = e - 1$!

c) $\int F(x) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$!

d) $\int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \ln|x| - 2e^x + C$

Lời giải

$$F'(x) = f(x) = e^x - 2x \Rightarrow F'(0) = e^0 - 2 \cdot 0 = 1$$

a) Sai: Ta có

$$\int f(x) dx = \int (e^x - 2x) dx = e^x - x^2 + C \Rightarrow F(x) = e^x - x^2 + C$$

b) Đúng:

$$F(0) = 1 \Leftrightarrow e^0 - 0^2 + C = 1 \Leftrightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = e^x - x^2 \Rightarrow F(1) = e - 1$$

$$\int F(x) dx = \int (e^x - x^2) dx = e^x - \frac{x^3}{3} + C$$

c) Đúng:

$$d) \text{ Sai: } \int \frac{f(x)}{xe^x} dx = \int \frac{e^x - 2x}{xe^x} dx = \int \left(\frac{1}{x} - 2e^{-x} \right) dx = \int \frac{1}{x} dx - 2 \int (e^{-1})^x dx$$

$$= \ln|x| - 2(e^{-1})^x \ln e^{-1} + C = \ln|x| + 2e^{-x} + C$$

Câu 64: Cho hàm số $f(x) = \tan^2 x$ và $F(x) = \int f(x) dx$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $F'(x) = \tan^2 x$

b) $h(x) = \tan x - x$ là một nguyên hàm của $f(x)$

c) $F(x) = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$

d) Biết $F(0) = 0 \Rightarrow F(\pi) = 0$

Lời giải

a) Đúng: Vì $F'(x) = f(x) = \tan^2 x$

b) Đúng: Ta có $h'(x) = (\tan x - x)' = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \tan^2 x$

c) Đúng: Do $\tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} - 1$ nên $F(x) = \int f(x) dx = \int \tan^2 x dx = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx$

d) Sai: Ta có $F(x) = \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = \tan x - x + C$

Khi đó $F(0) = C = 0 \Rightarrow F(x) = \tan x - x \Rightarrow F(\pi) = -\pi$

Câu 65: Cho $\int_0^2 f(x) dx = 3, \int_0^3 f(x) dx = 5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int_2^0 f(x) dx = 3$

b) $\int_2^3 f(x) dx = 2$

c) Nếu $f(2) = 10, f(0) = 5$ thì $\int_0^2 f'(x) dx = 15$

d) $\int_0^2 (f(x) - 2x) dx = -1$

Lời giải

a) Vì $\int_2^0 f(x) dx = -3$

b) Ta có $\int_2^3 f(x) dx = \int_0^3 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx = 2$

$$\text{d) Ta có } \int_0^2 f'(x) dx = f(x) \Big|_0^2 = f(2) - f(0) = 10 - 5 = 5$$

$$\text{c) Ta có } \int_0^2 (f(x) - 2x) dx = \int_0^2 f(x) dx - \int_0^2 2x dx = 3 - 4 = -1$$

Câu 66: Cho hàm số $f(x) = e^x$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$\text{a) } \int_0^1 f(x) dx = e$$

$$\text{b) } \int_0^1 f(2x+1) dx = e^3 - e$$

$$\text{c) } \int_0^1 e^{2x} f(x) dx = \frac{1}{3}(e^3 - 1)$$

$$\text{d) } \int_0^1 (f(x) - 4x) dx = e - 3$$

Lời giải

$$\text{a) Sai: Ta có } \int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 e^x dx = e - 1$$

$$\text{b) Sai: Ta có } \int_0^1 e^{2x+1} dx = \frac{1}{2} e^{2x+1} \Big|_0^1 = \frac{e(e^2 - 1)}{2}$$

$$\text{c) Đúng: Ta có } \int_0^1 e^{2x} f(x) dx = \int_0^1 e^{3x} dx = \frac{1}{3}(e^3 - 1)$$

$$\text{d) Đúng: Ta có } \int_0^1 (f(x) - 4x) dx = \int_0^1 (e^x - 4x) dx = e - 3$$

Câu 67: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$\text{a) Nếu } \int_{-1}^1 f(x) dx = 2 \text{ thì } \int_{-1}^1 4f(x) dx = 6$$

$$\text{b) Nếu } \int_1^3 f(x) dx = 5 \text{ và } \int_1^5 f(x) dx = 3 \text{ thì } \int_3^5 f(x) dx = -2$$

$$\text{c) Nếu } f(x) = x^2 - 2x, F(0) = 1 \text{ thì } F(2) = 11$$

$$\text{d) Nếu } f(x) = x^2 - 2x \text{ thì } \int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \frac{8}{3}$$

Lời giải

a) Sai: Ta có $\int_{-1}^1 4f(x) dx = 4 \int_{-1}^1 f(x) dx = 4 \cdot 2 = 8$

b) Đúng: Ta có $\int_1^3 f(x) dx + \int_3^5 f(x) dx = \int_1^5 f(x) dx \Leftrightarrow 5 + \int_3^5 f(x) dx = 3 \Leftrightarrow \int_3^5 f(x) dx = -2$

c) Sai: Ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int (x^2 - 2x) dx = \frac{x^3}{3} - x^2 + C$

$$F(0) = 1 \Rightarrow \frac{0^3}{3} - 0^2 + C = 1 \Rightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = \frac{x^3}{3} - x^2 + 1 \Rightarrow F(2) = \frac{2^3}{3} - 2^2 + 1 = -\frac{1}{3}$$

d) Đúng: Ta có $\int_0^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x| dx + \int_2^3 |x^2 - 2x| dx = \int_0^2 (-x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (x^2 - 2x) dx = \frac{8}{3}$

Câu 68: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$.

b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.

c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.

d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Lời giải

a) Sai: Ta có: $P(x) = \int P'(x) dx = \int (-0,0008x + 10,4) dx = -0,0004x^2 + 10,4x + C$

Với giả thiết tự nhiên $P(0) = 0$ (không bán gì thì lợi nhuận bằng 0). Suy ra $C = 0$.

Do đó $P(x) = -0,0004x^2 + 10,4x$

b) Đúng: Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là:

$$P(50) = -0,0004 \cdot 50^2 + 10,4 \cdot 50 = 519 \text{ (triệu đồng)}.$$

c) Sai: Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là:

$$\begin{aligned} P(55) - P(50) &= \int_{50}^{55} P'(x) dx = \int_{50}^{55} (-0,0008x + 10,4) dx = -\int_{50}^{55} 0,0008x dx + \int_{50}^{55} 10,4 dx \\ &= -0,0004x^2 \Big|_{50}^{55} + 10,4x \Big|_{50}^{55} = -0,0004(55^2 - 50^2) + 10,4(55 - 50) = 51,79 \text{ (triệu đồng)}. \end{aligned}$$

d) Sai: Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm là

$$P(a) - P(50) = \int_{50}^a P'(x) dx = \int_{50}^a (-0,0008x + 10,4) dx = -\int_{50}^a 0,0008x dx + \int_{50}^a 10,4 dx$$

$$= -0,0004x^2 \Big|_{50}^a + 10,4x \Big|_{50}^a = -0,0004(a^2 - 50^2) + 10,4(a - 50) = -0,0004a^2 + 10,4a - 519$$

Theo bài ra ta có:

$$-0,0004a^2 + 10,4a - 519 > 517 \Leftrightarrow 0,0004a^2 - 10,4a + 1036 < 0 \Leftrightarrow 100 < a < 25900$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của a là 101.

Câu 69: Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $y = -2x + 8$ có đồ thị là (d) và các đường thẳng $x = 1$, $x = 3$. Gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành và đường thẳng $x = 1$; S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi (d) , trục hoành và đường thẳng $x = 5$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng (d) là 3.

b) $S_1 = 9$.

c) $S_1 > S_2$.

d) Tính diện tích giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, $y = -2x + 8$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ bằng 23.

Lời giải

a) Xét phương trình hoành độ: $x^3 - 3x + 2 = -2x + 8 \Leftrightarrow x^3 - x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Suy ra (C) cắt (d) tại duy nhất một điểm.

$$S_1 = \int_1^4 (8 - 2x) dx = 9$$

b) Ta có

$$S_2 = -\int_4^5 (8 - 2x) dx = 1$$

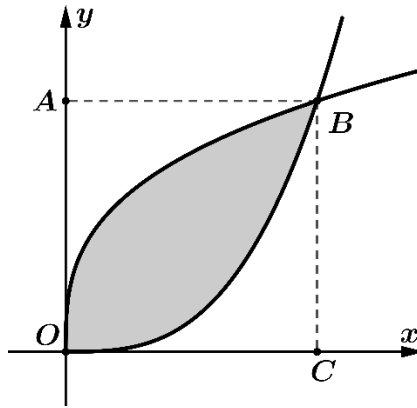
c) Ta có

nên suy ra $S_1 > S_2$.

d) Diện tích giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 2$, $y = -2x + 8$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 3$ bằng:

$$\int_1^3 |x^3 - 3x + 2 - (-2x + 8)| dx = \int_1^2 |x^3 - x - 6| dx + \int_2^3 |x^3 - x - 6| dx = \frac{15}{4} + \frac{31}{4} = \frac{46}{4} = \frac{23}{2}$$

Câu 70: Cho một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ như hình vẽ. Sau khi tủa độ hóa, ta có $O(0;0)$, $A(0;1)$, $B(1;1)$, $C(1;0)$ và hai đường cong lần lượt là đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$



a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và

$$S = \int_0^1 |\sqrt[3]{x}| dx$$

đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ có giá trị bằng $\frac{3}{4}$ (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và

$$S = \int_0^1 (x^3 - \sqrt[3]{x}) dx$$

đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công thức

d) Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).

Lời giải

a) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox , đường thẳng

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

$x = a, x = b$ được tính bằng công thức

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục Ox , đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$.

$$S = \int_0^1 |x^3| dx = \frac{x^4}{4} \Big|_0^1 = \frac{1}{4}$$

Ta có (đvdt).

c) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, đường thẳng $x = a$

$$S = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$$

và đường thẳng $x = b$ được tính bằng công thức, vì phần đồ thị của

hàm số $y = x^3$ nằm dưới phần đồ thị của hàm số $y = \sqrt[3]{x}$, nên diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$, đường thẳng $x = 0$ và đường thẳng $x = 1$ được tính bằng công

$$S = \int_0^1 (-x^3 + \sqrt[3]{x}) dx$$

thức

d) Diện tích hình vuông có cạnh bằng 1 là $S = 1^2 = 1$ (đvdt)

Gọi S_1 là diện tích phần tô đậm:

$$S_1 = \int_0^1 (\sqrt[3]{x} - x^3) dx = \int_0^1 \left(x^{\frac{1}{3}} - x^3 \right) dx = \left(\frac{3}{4} x^{\frac{4}{3}} - \frac{x^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1}{2} \text{ (đvdt)},$$

Vậy diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men bằng $S - S_1 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ (đvdt).

Câu 71: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 5)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 2y + 2z - 6 = 0$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Véc tơ $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2y + 2z + 15 = 0$

c) Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $2x - y = 0$.

d) Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng thì tọa độ $M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$.

Lời giải

a) Đúng: Theo định nghĩa vector $\vec{n} = (1; 2; 2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Sai: Phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (α) nên:

$$\vec{n}_\beta = (1; 2; 2), \text{ do đó } (\beta) \text{ có phương trình: } x - 1 + 2(y - 2) + 2(z - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 2z - 15 = 0$$

c) Đúng: Phương trình mặt phẳng (γ) đi qua hai điểm O và A đồng thời vuông góc với mặt

$$\text{phẳng } (\alpha) \text{ nên } \begin{cases} \vec{n}_\gamma \perp \vec{OA} = (1; 2; 5) \\ \vec{n}_\gamma \perp \vec{n} = (1; 2; 2) \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_\gamma = [\vec{OA}, \vec{n}] = (-6; 3; 0) = -3(2; -1; 0)$$

Do đó (β) có phương trình: $2x - y = 0$.

d) Đúng: Điểm $M \in (\alpha)$ sao cho A, O, M thẳng hàng

$$\text{Do } M \in (\alpha): x = 6 - 2y - 2z \Rightarrow M(6 - 2b - 2c; b; c)$$

$$\text{Vì } A, O, M \text{ thẳng hàng nên } \vec{OM}(6 - 2b - 2c; b; c) = k \cdot \vec{OA} = (k; 2k; 5k)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6-2b-2c=k \\ b=2k \\ c=5k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{4}{5} \\ c=2 \\ k=\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5}; \frac{4}{5}; 2\right)$$

Câu 72: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -2); B(2; 1; 2); C(3; -2; 1)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Phương trình mặt phẳng (P) đi qua ba điểm A, B, C có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = [\overline{AB}, \overline{AC}]$

b) Phương trình mặt phẳng (P) là $13x + 5y - 2z + 27 = 0$

c) Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và nhận $\overline{BC}$ làm vectơ pháp tuyến có dạng: $1(x+1)x - 3(y+2) - 1(z-2) = 0$

d) Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $E; F; K$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên trục $Ox; Oy; Oz$ có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1$

Lời giải

a) Đúng: Vì $\begin{cases} \overline{AB} = (1; -1; 4) \\ \overline{AC} = (2; -4; 3) \end{cases} \Rightarrow \overline{AB} \neq k \overline{AC} \Rightarrow \vec{n}_p = [\overline{AB}, \overline{AC}] = (13; 5; -2)$

b) Sai: Phương trình mặt phẳng (P) là

$$13(x-1) + 5(y-2) - 2(z+2) = 0 \Leftrightarrow 13x + 5y - 2z - 27 = 0$$

c) Sai: Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 2; -2)$ và nhận $\overline{BC} = (1; -3; -1)$ làm vectơ pháp tuyến có dạng: $1(x-1)x - 3(y-2) - 1(z+2) = 0$

d) Đúng: Tọa độ ba điểm $E(1; 0; 0); F(0; 2; 0); K(0; 0; -2)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; -2)$ lên trục, nên mặt phẳng (EFK) có phương trình $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} - \frac{z}{2} = 1$

PHẦN III: TRẢ LỜI NGẮN

Câu 73: Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 2x$ thỏa mãn $F(0) = 1$

Lời giải

Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = e^x + 2e^{-x} - 2x$

$$\Rightarrow F(x) = \int f(x)dx = \int (e^x + 2e^{-x} - 2x)dx = e^x - 2e^{-x} - x^2 + C$$

Vì $F(0) = 1$ nên suy ra $e^0 - 2e^0 - 2.0 + C = 1 \Rightarrow C = 2$ nên $F(x) = e^x - 2e^{-x} - x^2 + 2$

Câu 74: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 3 - 5\cos x$ và $f(0) = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Lời giải

$$f(x) = \int f'(x) dx = \int (3 - 5\cos x) dx = 3x - 5\sin x + C$$

Ta có

$$f(0) = 5 \Rightarrow 3 \cdot 0 - 5\sin 0 + C = 5 \Leftrightarrow C = 5$$

Ta lại có:

$$f(x) = 3x - 5\sin x + 5$$

Vậy

Câu 75: Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + 2\cos x$ biết $F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ là

Lời giải

$$\int (\sin x + 2\cos x) dx = -\cos x + 2\sin x + C$$

Ta có

$$F\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0 \quad C = -2 \quad F(x) = 2\sin x - \cos x - 2$$

Do nên nên

Câu 76: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) + 2F(2)$ bằng:

Lời giải

$$F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 2x + C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Vì F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ nên

$$\text{Ta có: } F(0) = 2 \Leftrightarrow C_2 = 2$$

Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = 5$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$.

Suy ra hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $F(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 1$.

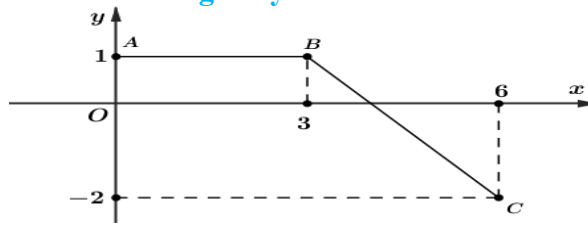
$$\text{Suy ra } \lim_{x \rightarrow 1^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} F(x) = F(1) \Leftrightarrow 5 = 4 + C_1 \Leftrightarrow C_1 = 1$$

$$F(x) = \begin{cases} x^2 + 3x + 1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3 + 2x + 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$$

Vậy

$$\text{Ta có: } F(-1) + 2F(2) = -1 - 2 + 2 + 2(4 + 6 + 1) = 21$$

Câu 77: Đường gấp khúc ABC trong hình bên là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0; 6]$.



Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 3$. Giá trị của $F(2) + F(4)$ bằng

Lời giải

Đường thẳng BC đi qua $B(3; 1); C(6; -2)$ nên có phương trình là: $y = -x + 4$.

Ta có:
$$F(x) = \begin{cases} x + C_1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 3 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 4x + C_2 & \text{khi } 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$
 . Lại có $F(1) = 3 \Leftrightarrow 1 + C_1 = 3 \Leftrightarrow C_1 = 2$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 3$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 3$.

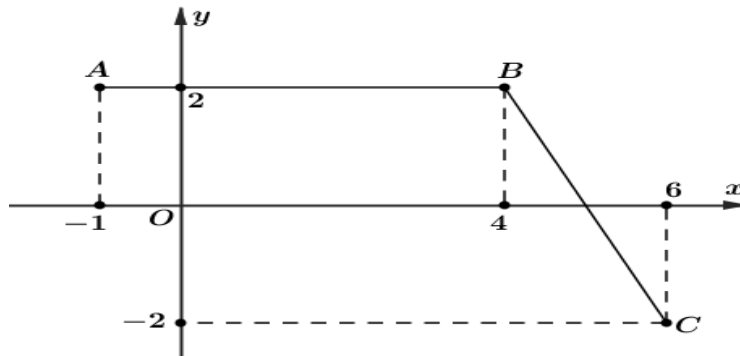
Suy

ra

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} F(x) = F(4) \Leftrightarrow 3 + C_1 = -\frac{9}{2} + 12 + C_2 \Leftrightarrow 3 + 2 = -\frac{9}{2} + 12 + C_2 \Leftrightarrow C_2 = -\frac{5}{2}$$

Do đó:
$$F(x) = \begin{cases} x + 2 & \text{khi } 0 \leq x \leq 3 \\ -\frac{1}{2}x^2 + 4x - \frac{5}{2} & \text{khi } 3 \leq x \leq 6 \end{cases}$$
 . Suy ra $F(2) + F(4) = 4 + 5 = 9$

Câu 78: Cho hàm số $y = f(x)$, liên tục trên $[-1; 6]$ và có đồ thị là đường gấp khúc ABC trong hình bên. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = -1$. Giá trị của $F(5) + F(6)$ bằng



Lời giải

Đường thẳng BC đi qua $B(4; 2); C(6; -2)$ nên có phương trình là: $y = -2x + 10$.

Khi đó:
$$F(x) = \begin{cases} 2x + C_1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 4 \\ -x^2 + 10x + C_2 & \text{khi } 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$
 . Lại có $F(-1) = -1 \Rightarrow C_1 - 2 = -1 \Rightarrow C_1 = 1$

Hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 4$ nên hàm số $F(x)$ liên tục tại $x = 4$.

Suy ra: $\lim_{x \rightarrow 4^+} F(x) = \lim_{x \rightarrow 4^-} F(x) = F(4)$ suy ra: $8 + C_1 = 24 + C_2 \Leftrightarrow 8 + 1 = 24 + C_2 \Leftrightarrow C_2 = 15$

Vậy:
$$F(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } -1 \leq x \leq 4 \\ -x^2+10x-15 & \text{khi } 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$
 . Do đó $F(5) + F(6) = 19$.

Câu 79: Cho hàm số
$$f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } -3 \leq x \leq -1 \\ x^2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$$
 thì $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng

Lời giải

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có
$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^3 f(x) dx = \int_{-3}^{-1} (x+2) dx + \int_{-1}^3 x^2 dx = 0 + \frac{28}{3} = \frac{28}{3}$$
 .

$$\int_{-3}^3 f(x) dx = \frac{28}{3}$$

Vậy

Câu 80: Cho hàm số
$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$$
 . Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$

Lời giải

Do đó hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có:
$$I = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^{\pi} f(x) dx = \int_{-1}^0 (2x^2 - x) dx + \int_0^{\pi} \sin x dx = \frac{7}{6} + 2 = \frac{19}{6}$$

Câu 81: Một ô tô đang chạy với vận tốc $10m/s$ thì gặp chướng ngại vật, người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Tính quãng đường ô tô di chuyển được trong 8 giây cuối cùng.

Lời giải

Ta có $-2t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 5 \Rightarrow$ Thời gian tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng hẳn là 5 giây. Vậy trong 8 giây cuối cùng thì có 3 giây ô tô chuyển động với vận tốc $10m/s$ và 5 giây chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -2t + 10(m/s)$.

$$S = 3 \cdot 10 + \int_0^5 (-2t + 10) dt = 30 + 25 = 55m$$

Khi đó quãng đường ô tô di chuyển là

Câu 82: Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0004x + 9,3$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm. Khi đó sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là

Lời giải

Ta có sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 100 lên 125 đơn vị sản phẩm là

$$\begin{aligned}
 P(125) - P(100) &= \int_{100}^{125} P'(x) dx = \int_{100}^{125} (-0,0004x + 9,3) dx = - \int_{100}^{125} 0,0004x dx + \int_{100}^{125} 9,3 dx \\
 &= -0,0002x^2 \Big|_{100}^{125} + 9,3x \Big|_{100}^{125} = -0,0002(125^2 - 100^2) + 9,3(125 - 100) = 231,375 \quad (\text{triệu đồng}).
 \end{aligned}$$

Câu 83: Giả sử vận tốc v của dòng máu ở khoảng cách r từ tâm của động mạch bán kính $R = 9$, có thể được mô hình hóa bởi công thức $v = k(R^2 - r^2)$, trong đó k là một hằng số. Tìm vận tốc trung bình (đối với r) của động mạch trong khoảng $0 \leq r \leq R$.

Lời giải

Vận tốc trung bình của động mạch là:

$$\begin{aligned}
 v_{tb} &= \frac{1}{R-0} \int_0^R v(r) dr = \frac{1}{R} \int_0^R k(R^2 - r^2) dr = \frac{1}{R} \int_0^R (kR^2 - kr^2) dr = \frac{1}{R} \left(kR^2 r - \frac{1}{3} kr^3 \right) \Big|_0^R \\
 &= \frac{1}{R} \left(kR^3 - \frac{1}{3} kR^3 \right) = \frac{2kR^2}{3} = \frac{2k \cdot 9^2}{3} = 54k.
 \end{aligned}$$

Câu 84: Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 1m . Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16m/s bỗng gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s), thời gian tính bằng giây. Hỏi rằng để có 2 ô tô A và B đạt khoảng cách an toàn khi dừng lại thì ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: $v_A(0) = 16\text{m/s}$.

Khi xe A dừng hẳn: $v_A(t) = 0 \Leftrightarrow t = 4\text{s}$.

Quãng đường từ lúc xe A hãm phanh đến lúc dừng hẳn là $s = \int_0^4 (16 - 4t) dt = 32\text{m}$.

Do các xe phải cách nhau tối thiểu 1m để đảm bảo an toàn nên khi dừng lại ô tô A phải hãm phanh khi cách ô tô B một khoảng ít nhất là 33m .

Câu 85: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0 = 15\text{m/s}$ thì tăng tốc với gia tốc $a(t) = t^2 + 4t$ (m/s^2). Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

Lời giải

$$a(t) = t^2 + 4t \Rightarrow v(t) = \int a(t) dt = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + C \quad (C \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Mà } v(0) = C = 15 \Rightarrow v(t) = \frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \quad \text{nên} \quad S = \int_0^3 \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 15 \right) dt = 69,75\text{m}.$$

Câu 86: Một ô tô đang chạy với vận tốc 10m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 10$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

Lời giải

Xét phương trình $-5t + 10 = 0 \Leftrightarrow t = 2$. Do vậy, kể từ lúc người lái đạp phanh thì sau 2s ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được kể từ lúc người lái đạp phanh đến khi ô tô dừng hẳn là

$$s = \int_0^2 (-5t + 10) dt = \left(-\frac{5}{2}t^2 + 10t \right) \Big|_0^2 = 10m.$$

Câu 87: Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s²) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A . Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A bằng

Lời giải

Ta có $v_B(t) = \int a \cdot dt = at + C$, $v_B(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow v_B(t) = at$.

Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây là

$$S_A = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = \left(\frac{1}{300}t^3 + \frac{13}{60}t^2 \right) \Big|_0^{25} = \frac{375}{2}.$$

Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây là

$$S_B = \int_0^{15} at \cdot dt = \frac{at^2}{2} \Big|_0^{15} = \frac{225a}{2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{375}{2} = \frac{225a}{2} \Leftrightarrow a = \frac{5}{3}.$$

Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25$ (m/s).

Câu 88: Vận tốc (dặm/giờ) của một máy bay khi bay ngược chiều gió được cho bởi công thức $v(t) = 30(16 - t^2)$ với $0 \leq t \leq 3$. Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ thì máy bay đã đi được quãng đường bao xa kể từ thời điểm bay ngược chiều gió (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của dặm)?

Lời giải

Ta có $s(t) = \int_0^t 30(16 - t^2) dt = 480t - 10t^3$.

Khi vận tốc tức thời đạt 400 dặm/giờ tức là $30(16 - t^2) = 400 \Leftrightarrow t = \frac{\sqrt{24}}{3}$ (giờ).

$$s = 480 \cdot \frac{\sqrt{24}}{3} - 10 \left(\frac{\sqrt{24}}{3} \right)^3 \approx 740 \text{ (dặm)}.$$

Khi đó máy bay đã bay được quãng đường là:

Câu 89: Một thùng dầu bị rò rỉ từ lúc 13 giờ với tốc độ rò rỉ là $v(t) = 16 + 3t$ (lít/giờ), trong đó t (giờ) là thời gian tính từ khi bắt đầu bị rò rỉ. Khi đó $V(t)$ (lít) là thể tích dầu bị mất đi thỏa mãn $V'(t) = v(t)$. Giả sử V_1 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 13 giờ đến 16 giờ và V_2 là thể tích dầu bị mất đi trong khoảng thời gian từ 16 giờ đến 19 giờ. Tính $V_2 - V_1$ (theo đơn vị lít).

Lời giải

Ta có: $V'(t) = v(t) \Rightarrow V(t) = \int v(t) dt$

Thể tích dầu bị mất đi trong khoảng từ 13 đến 16 là

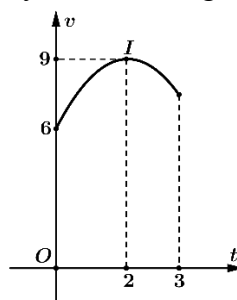
$$V_1 = \int_0^3 v(t) dt = \left(16t + \frac{3}{2}t^2 \right) \Big|_0^3 = 61,5(l)$$

Thể tích dầu bị mất đi trong khoảng từ 16 đến 19 là

$$V_2 = \int_3^6 v(t) dt = \left(16t + \frac{3}{2}t^2 \right) \Big|_3^6 = 88,5(l)$$

$$\text{Do đó } V_2 - V_1 = 27(l)$$

Câu 90: Một vật chuyển động trong 3 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và trục đối xứng song song với trục tung như hình bên. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 3 giờ đó.



Lời giải

Gọi $v(t) = at^2 + bt + c$.

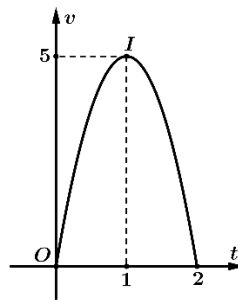
Đồ thị $v(t)$ là một phần parabol có đỉnh $I(2; 9)$ và đi qua điểm $A(0; 6)$ nên

$$\begin{cases} \frac{-b}{2a} = 2 \\ a \cdot 2^2 + b \cdot 2 + c = 9 \\ a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{-3}{4} \\ b = 3 \\ c = 6 \end{cases}$$

ta tìm được $v(t) = -\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6$

Vậy $S = \int_0^3 \left(-\frac{3}{4}t^2 + 3t + 6 \right) dt = 24,75 \text{ (km)}$

Câu 91: Một người chạy trong 2 giờ, vận tốc v (km/h) phụ thuộc vào thời gian t (h) có đồ thị là một phần của đường Parabol với đỉnh $I(1;5)$ và trục đối xứng song song với trục tung Ov như hình vẽ. Tính quãng đường S người đó chạy được trong 1 giờ 30 phút kể từ lúc bắt đầu chạy (kết quả làm tròn đến 2 chữ số thập phân).



Lời giải

Ta có 1 giờ 30 phút = 1,5 giờ $\Rightarrow S = \int_0^{1.5} v(t) dt$

Đồ thị $v = v(t)$ đi qua gốc tọa độ nên $v(t)$ có dạng $v(t) = at^2 + bt$

Đồ thị $v = v(t)$ có đỉnh là $I(1;5)$ nên $\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 1 \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -2a \\ a + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -5 \\ b = 10 \end{cases} \Rightarrow v(t) = -5t^2 + 10t$

$S = \int_0^{1.5} (-5t^2 + 10t) dt = \frac{45}{8} \approx 5,63$

Câu 92: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$ và $\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 3$. Khi $S = 15$ thì a bằng?

Lời giải

Giả thiết $F(x), G(x)$ đều là nguyên hàm của $f(x)$ nên ta có:

$F(x) = G(x) + C \Rightarrow F(0) = G(0) + C$

Ta có $\int_0^3 f(x) dx = F(x) \Big|_0^3 = F(3) - F(0) = F(3) - (G(0) + C) = F(3) - G(0) - C$

Mà theo giả thiết $\int_0^3 f(x) dx = F(3) - G(0) + a$ nên $C = -a$.

Suy ra $F(x) = G(x) - a \Leftrightarrow F(x) - G(x) = -a$

Ta có $S = \int_0^3 |F(x) - G(x)| dx = \int_0^3 |-a| dx = ax \Big|_0^3 = 3a$

Mà $S = 15$ nên ta có $a = 5$.

Câu 93: Biết $F(x)$ và $G(x)$ là hai nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\square$ và $\int_0^5 f(x) dx = F(5) - G(0) + a$ ($a > 0$). Gọi S là diện tích hình bẻ giới hạn bởi các đường $y = F(x), y = G(x), x = 0$ và $x = 5$. Khi $S = 20$ thì a bằng

Lời giải

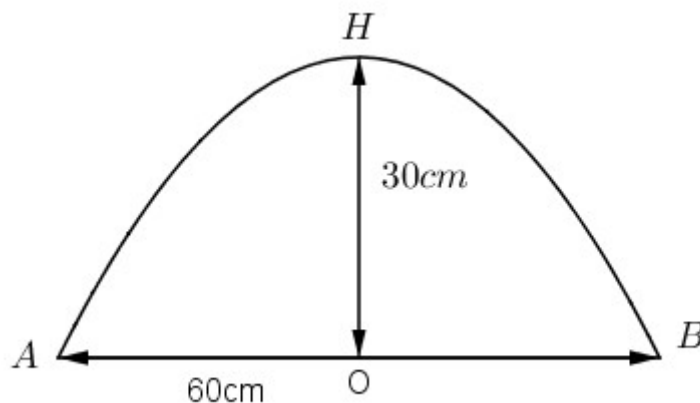
Ta có $\int_0^5 f(x) dx = F(5) - F(0) = G(5) - G(0) = F(5) - G(0) + a$

Suy ra: $G(5) - F(5) = G(0) - F(0) = a$

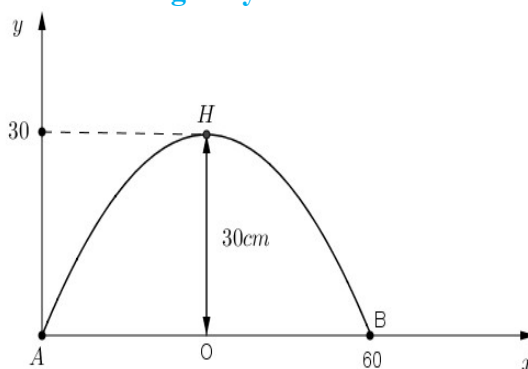
Do $F(x)$ và $G(x)$ là 2 nguyên hàm của $f(x)$ trên $\square$ nên $|G(x) - F(x)| = a$

Ta có $S = \int_0^5 |G(x) - F(x)| dx = \int_0^5 a dx = ax \Big|_0^5 = 5a = 20 \Rightarrow a = 4$

Câu 94: Bạn Linh cần mua một chiếc gương có hình dạng đường Parabol bậc 2 (Xem hình vẽ). Biết rằng khoảng cách đoạn $AB = 60cm, OH = 30cm$. Diện tích của chiếc gương bạn Linh mua là?



Lời giải



Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ. Điểm $A(0;0)$, $H(30;30)$

$B(60;0)$. Đường Parabol bậc 2 $y = ax^2 + bx + c, (a \neq 0)$

đi qua các điểm A, H, B nên ta có hệ sau:

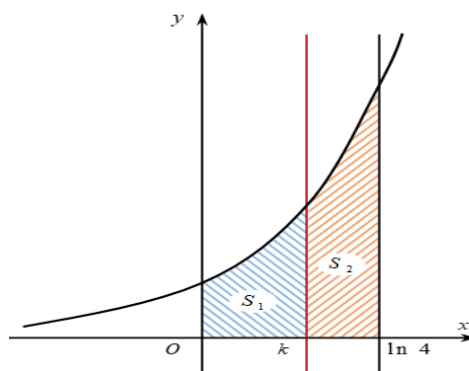
$$\begin{cases} c = 0 \\ a \cdot 60^2 + 60b + c = 0 \\ a \cdot 30^2 + 30b + c = 30 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} c = 0 \\ 60a + b = 0 \\ 30a + b = 1 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} c = 0 \\ a = -\frac{1}{30} \\ b = 2 \end{cases}$$

Suy ra phương trình đường Parabol bậc 2 là: $y = -\frac{1}{30}x^2 + 2x$

$$S = \int_0^{60} \left(-\frac{1}{30}x^2 + 2x\right) dx = 1200 (cm^2)$$

Do đó diện tích của chiếc gương là: suy ra chọn B

Câu 95: Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$, $x = \ln 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < \ln 4$) chia (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ bên. Tìm k để $S_1 = 2S_2$.



Lời giải

$$S_1 = \int_0^k e^x dx = e^x \Big|_0^k = e^k - 1 \quad \text{và} \quad S_2 = \int_k^{\ln 4} e^x dx = e^x \Big|_k^{\ln 4} = 4 - e^k$$

Ta có

và

$$\text{Lại có } S_1 = 2S_2 \Leftrightarrow e^k - 1 = 2(4 - e^k) \Leftrightarrow k = \ln 3$$

Câu 96: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 3$, ($a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$) có đồ thị (C) . Gọi $y = g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị (P) đi qua gốc tọa độ. Biết hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và (P) lần

lượt là $-1; 1; 2$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

Lời giải

$y = g(x)$ là hàm số bậc hai đi qua gốc tọa độ nên $g(x) = mx^2 + nx$, ($m, n \in \mathbb{R}, m \neq 0$).

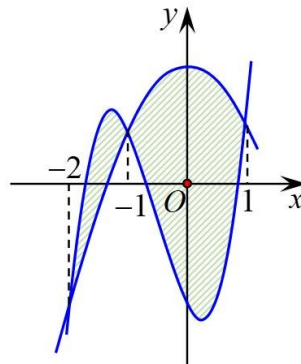
Ta có $f(x) - g(x) = a(x+1)(x-1)(x-2)$.

Với $x = 0$: $f(0) - g(0) = 3 = a(0+1)(0-1)(0-2) \Rightarrow a = \frac{3}{2}$.

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ là

$$S = \int_{-1}^2 |f(x) - g(x)| dx = \int_{-1}^2 \left| \frac{3}{2}(x+1)(x-1)(x-2) \right| dx = \frac{37}{8}.$$

Câu 97: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị của hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-2; -1; 1$.



Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị đã cho có diện tích bằng

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là

$$ax^3 + bx^2 + cx - 2 = dx^2 + ex + 2 \Leftrightarrow a^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = 0. (*)$$

Do đồ thị của hai hàm số cắt nhau tại ba điểm suy ra phương trình $(*)$ có ba nghiệm $x = -2; x = -1; x = 1$. Ta được

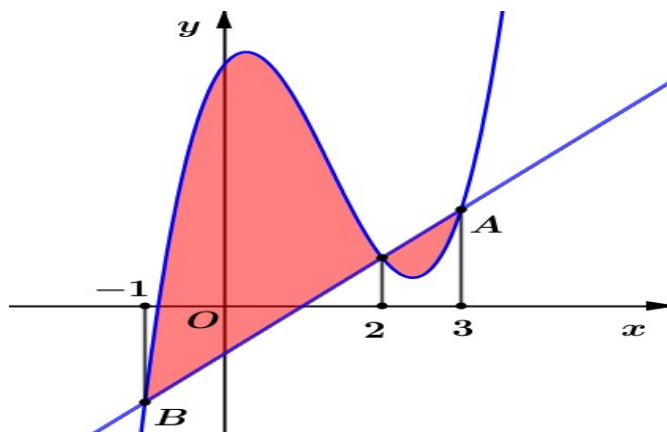
$$ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x - 4 = k(x+2)(x+1)(x-1)$$

Khi đó $-4 = -2k \Rightarrow k = 2$.

$$\int_{-2}^1 |2(x+2)(x+1)(x-1)| dx = \frac{37}{6}.$$

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là

Câu 98: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + 2x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $AB = 4\sqrt{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng.



Lời giải

Đường thẳng $y = g(x)$ có dạng: $y = kx + m, (k, m \in \mathbb{R}; k > 0)$.

Suy ra $A(3; 3k + m); B(-1; -k + m)$

Lại có: $AB = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow \sqrt{16 + 16k^2} = 4\sqrt{2} \Leftrightarrow k = 1$.

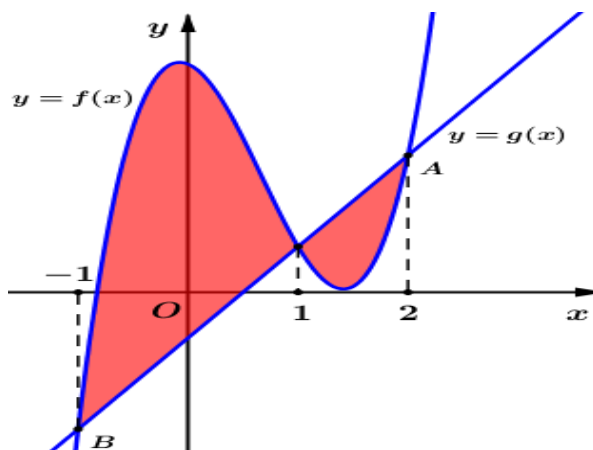
Do đó $y = g(x) = x + m$. Suy ra $f(x) - g(x) = ax^3 + bx^2 + x + d - m$ (1)

Mặt khác ta có: $f(x) - g(x) = a(x+1)(x-2)(x-3) = a(x^3 - 4x^2 + x + 6)$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $a = 1$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là: $S = \int_{-1}^3 |(x+1)(x-2)(x-3)| dx = \frac{71}{6} \approx 11.833$

Câu 99: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 - \frac{2}{3}x + d$ và đường thẳng $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết $AB = 5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng.



Lời giải

Đường thẳng $y = g(x)$ có dạng: $y = kx + m, (k, m \in \mathbb{R}; k > 0)$.

Suy ra $A(2; 2k + m); B(-1; -k + m)$

Lại có: $AB = 5 \Leftrightarrow \sqrt{9 + 9k^2} = 5 \Leftrightarrow 9k^2 = 16 \Leftrightarrow k = \frac{4}{3}$.

Do đó $y = g(x) = \frac{4}{3}x + m$.

Mặt khác ta có: $f(x) - g(x) = a(x-1)(x+1)(x-2) \Rightarrow a = 2$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị là: $S = \int_{-1}^2 |2(x-1)(x+1)(x-2)| dx = \frac{37}{6} \approx 6.1667$

Câu 100: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và song song với mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z - 3 = 0$ có phương trình là

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm. Do $(P) // (\alpha) \Rightarrow \vec{n}_P = \vec{n}_\alpha = (2; -1; 3)$.

Và (P) đi qua điểm $A \Rightarrow (P): 2(x-2) - 1(y+3) + 3(z+2) = 0 \Rightarrow (P): 2x - y + 3z - 1 = 0$.

Câu 101: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; 1), C(3; 1; 1), D(4; 1; 1), B(-1; 2; 2)$.
Viết phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với CD .

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm.

Vì (P) đi qua hai điểm A, B và song song với CD nên (P) nhận hai véc tơ $\vec{AB} = (-2; 2; 1)$, $\vec{CD} = (1; 0; 0)$ làm cặp véc tơ chỉ phương suy ra (P) có véc tơ pháp tuyến là:

$$\vec{n} = [\vec{CD}, \vec{AB}] = (0; -1; 2)$$

Phương trình mặt phẳng (P) là $0(x-1) - 1(y-0) + 2(z-1) = 0$ hay $y - 2z + 2 = 0$.

Câu 102: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1), B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) .

Lời giải

Ta có: $\vec{AB} = (-2; -2; 2) = -2(1; 1; -1), \vec{u} = (1; 1; -1)$ và $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$

Vì mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) nên (Q) nhận hai véc tơ $\vec{u} = (1; 1; -1)$, $\vec{n}_{(P)} = (1; 2; -1)$ làm cặp véc tơ chỉ phương suy ra (Q) có véc tơ pháp tuyến là

$$\overrightarrow{n_{(Q)}} = \left[\overrightarrow{u}, \overrightarrow{n_{(P)}} \right] = (1; 0; 1)$$

Mặt phẳng (Q) qua $A \Rightarrow (Q): x + z = 0$