

ĐỀ CHÍNH THỨC

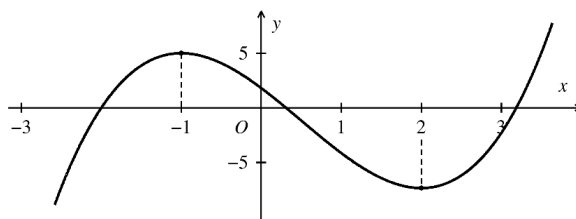
Họ và tên thí sinh: SBD: Mã đề thi: 0103

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn 1 phương án.**Câu 1.** Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là: $f'(x) = (x+2)(x-1)^2(x-3)$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 1. B. 0. C. 3. D. 2.

Câu 2. Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x^4 - 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 - 3x + 2$. C. $y = -x^3 + 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x + 2$.

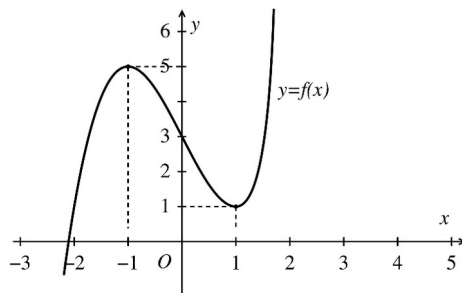
Câu 3. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-\infty; 2)$. C. $(-1; 2)$. D. $(2; +\infty)$.

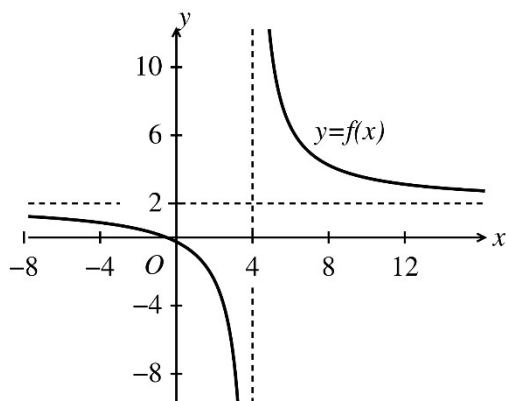
Câu 4. Xét mô hình hóa, một chất điểm chuyển động trên trục số với vị trí cho bởi $s(t) = -t^3 + 5t^2 + 4t + 6$; trong đó s tính bằng mét; t tính bằng giây ($t \geq 0$). Trong 10 giây đầu của chuyển động, vận tốc của chất điểm đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm nào?

- A. $t = 3$. B. $t = \frac{5}{3}$. C. $t = 5$. D. $t = 8$.

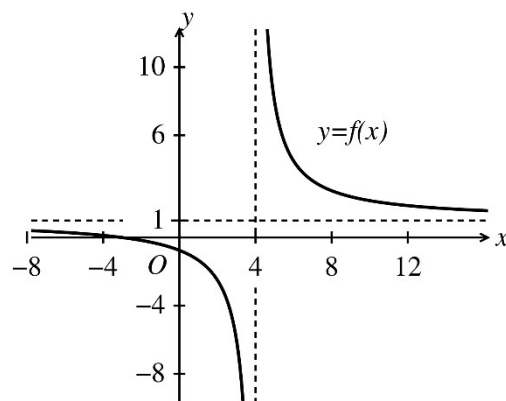
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.Hỏi $f(x)$ là hàm số nào trong các hàm số dưới đây?

- A. $y = \frac{3x^2 - 2x + 1}{x - 1}$. B. $y = \frac{x - 1}{x + 2}$. C. $y = x^3 - 3x + 3$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

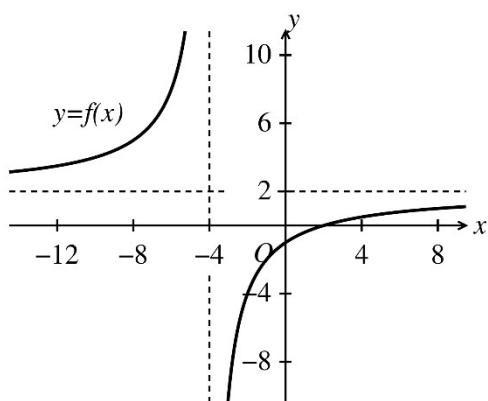
Câu 6. Hình vẽ nào dưới đây là đồ thị của hàm số $y = \frac{2x+1}{x+4}$?



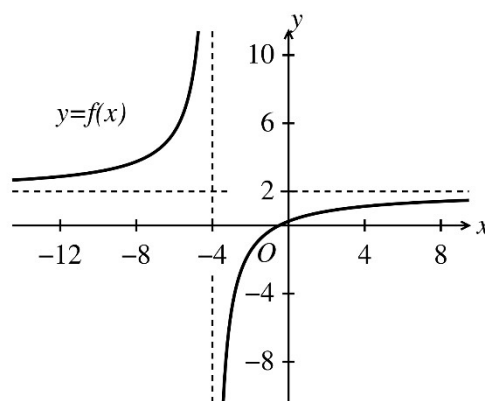
A.



B.



C.



D.

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \ln x + \frac{4}{x}$ với $x > 0$. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

- A. $\ln 4$. B. $1 + \ln 4$. C. $4 + \ln 4$. D. 4 .

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-2	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow 4$	$\searrow -1$	$\nearrow +\infty$	

Điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(1; -1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(1; 4)$. D. $(-2; 4)$.

Câu 9. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 2 đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{x^2 + x}{2}$. B. $y = x^3 - 2x^2 - 1$. C. $y = \frac{1-x}{x+2}$. D. $y = x + 1$.

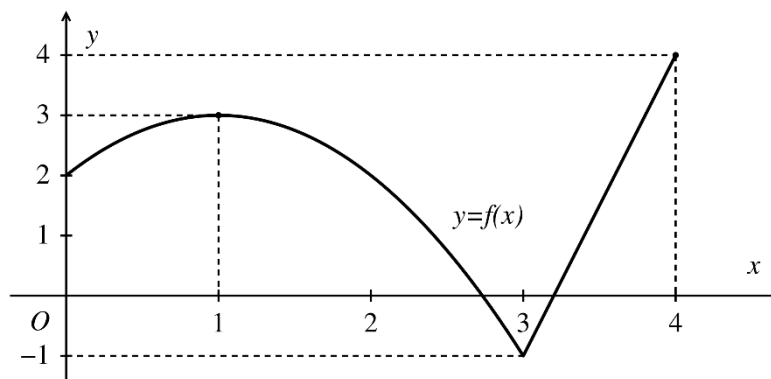
Câu 10. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 5)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ và liên tục trên từng khoảng xác định. Biết rằng $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 4]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Tổng của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 3]$ bằng

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai (4 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Xét hàm số $f(x) = x + 2 \cos x$ trên đoạn $[0; 2\pi]$.

a) $f'(x) = 1 - 2 \sin x$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm trong $(0; 2\pi)$ là $x = \frac{\pi}{6}$ và $x = \frac{5\pi}{6}$.

c) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = \frac{5\pi}{6}$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right)$.

Câu 2. Một nhóm nghiên cứu quan sát sự phát triển của một quần thể vi khuẩn trong môi trường nuôi cấy hạn chế.

Giai đoạn 1 (từ $t = 0$ đến $t = 3$ giờ): Số lượng vi khuẩn tăng trưởng theo hàm mũ $N(t) = 40e^{0,8t}$ (với t tính bằng giờ, N tính bằng triệu cá thể).

Giai đoạn 2 (sau 3 giờ): Số lượng vi khuẩn được biểu thị bởi hàm số $M(t) = A - \frac{160}{3}e^{4,2-0,6t}$ (với A là các hằng số, t tính bằng giờ, M tính bằng triệu cá thể).

a) Giá trị của A lớn hơn 1000.

b) Tốc độ tăng trưởng của vi khuẩn tại thời điểm $t = 3$ lớn hơn 500 triệu cá thể/giờ.

c) Số lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu là 40 triệu cá thể.

d) Số lượng vi khuẩn không vượt quá 1320 triệu cá thể.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

a) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị có hệ số góc bằng -2 .

b) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là điểm $I(1; 6)$.

c) $f'(x) = 3(x-1)(x-3)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng 4.

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x - 2}{x + 2}$ có đồ thị (C) . Đường thẳng $\Delta: x + 2y = -2$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B .

a) Tâm đối xứng của (C) là điểm $I(-2; -5)$.

b) Diện tích tam giác OAB bằng 3.

c) Đường tiệm cận xiên của (C) là đường thẳng $y = -x + 3$.

d) Gọi C, D là hai điểm thuộc đồ thị (C) sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là 5.

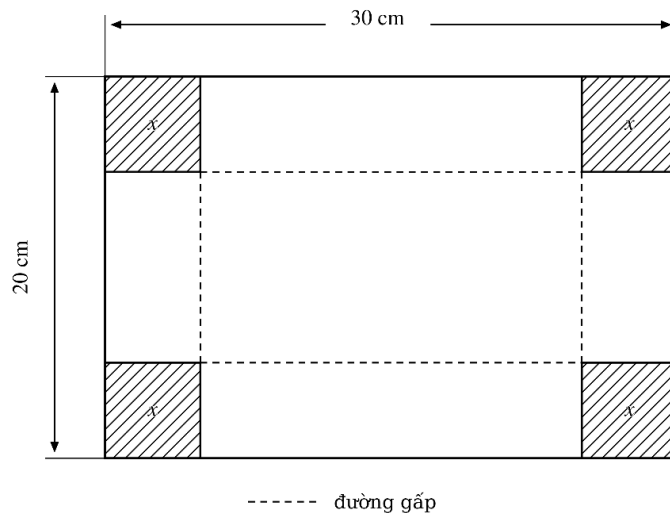
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (3 điểm). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x$. Đặt $g(x) = f(x^2 - 2x)$. Biết rằng hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(m; +\infty)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m . (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng phần trăm).

Câu 2. Một xe điện giao hàng đi quãng đường bằng phẳng dài 120 km với vận tốc không đổi v (km/h). Công suất tiêu thụ điện khi xe chạy ở vận tốc này được mô hình hóa bởi hàm số

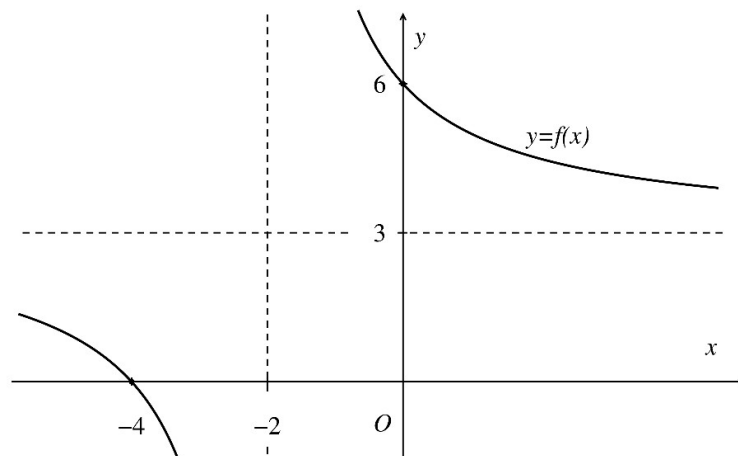
$P(v) = 12 + \frac{v^2}{300}$ (kW). Bỏ qua điện năng lúc khởi hành và dừng xe. Để điện năng tiêu thụ trên cả quãng đường là nhỏ nhất, xe cần chạy với vận tốc bao nhiêu kilômét trên giờ? (Biết công thức tính điện năng tiêu thụ (kWh) là: điện năng = công suất tiêu thụ điện $\times$ thời gian).

Câu 3. Từ một tấm bìa hình chữ nhật kích thước $30 \text{ cm} \times 20 \text{ cm}$, người ta cắt ở bốn góc bốn hình vuông bằng nhau có cạnh x (cm) rồi gấp thành một chiếc hộp không nắp. Tìm x để thể tích hộp đạt giá trị lớn nhất. (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Câu 4. Một cửa hàng dự kiến bán x sản phẩm mỗi tháng. Giá bán mỗi sản phẩm là $p(x) = 600 - 0,5x$ (nghìn đồng) và số sản phẩm mỗi tháng không vượt quá 800 sản phẩm. Tổng chi phí sản xuất là $C(x) = 100x + 50000$ (nghìn đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà cửa hàng có thể đạt được là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 5. Cho hàm số $y = \frac{3x+b}{cx+d}$ với b, c, d là hằng số, có đồ thị như hình vẽ.



Biểu thức $T = 2b + 3c - 4d$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Câu 6. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1}$ có phương trình là $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Biểu thức $T = 2026a + 2027b$ có giá trị bằng bao nhiêu?

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	B	C	B	C	D	B	D	C	A	B	D

Phần II. Trắc nghiệm đúng – sai

Câu	a	b	c	d
1	Đ	Đ	S	Đ
2	Đ	S	Đ	Đ
3	Đ	S	Đ	S
4	S	Đ	Đ	S

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	2,41	60	3,9	75	19	4052

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1

Ta có

$$f'(x) = (x+2)(x-1)^2(x-3).$$

Phương trình $f'(x) = 0$ có các nghiệm

$$x = -2, x = 1, x = 3.$$

Nghiệm $x = 1$ có bội chẵn nên $f'(x)$ không đổi dấu khi qua $x = 1$. Tại $x = -2$ và $x = 3$, đạo hàm đổi dấu. Vì vậy hàm số có hai điểm cực trị.

Chọn D.

Câu 2

Xét phương án B: $y = -x^3 - 3x + 2$.

Ta có $y' = -3x^2 - 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Vì vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Chọn B.

Câu 3

Từ đồ thị, hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$. Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 2)$.

Chọn C.

Câu 4

Vị trí của chất điểm là $s(t) = -t^3 + 5t^2 + 4t + 6$.

Vận tốc:

$$v(t) = s'(t) = -3t^2 + 10t + 4.$$

$$t = -\frac{10}{2(-3)} = \frac{5}{3}.$$

Đây là tam thức bậc hai có hệ số của t^2 âm, nên đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh:

Giá trị này thuộc khoảng thời gian 10 giây đầu.

Chọn B.

Câu 5

Đồ thị cho thấy hai điểm cực trị có hoành độ -1 và 1 , đồng thời

$$f(-1) = 5, f(1) = 1, f(0) = 3.$$

Xét phương án C: $f(x) = x^3 - 3x + 3$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x-1)(x+1)$.

Suy ra các điểm tới hạn có hoành độ $x = -1$ và $x = 1$. Hơn nữa, $f(-1) = 5, f(1) = 1, f(0) = 3$, đúng với đồ thị đã cho.

Chọn C.

Câu 6

$$y = \frac{2x+1}{x+4} = 2 - \frac{7}{x+4}.$$

Ta có

Suy ra tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x = -4, y = 2$.

$$y' = \frac{7}{(x+4)^2} > 0$$

Mặt khác,

trên mỗi khoảng xác định, nên hai nhánh của đồ thị đều đồng biến. Đồ thị phù hợp là hình D.

Chọn D.

Câu 7

$$f(x) = \ln x + \frac{4}{x}, x > 0,$$

Với

$$f'(x) = \frac{1}{x} - \frac{4}{x^2} = \frac{x-4}{x^2}.$$

ta có

$$\text{Vì } x^2 > 0 \text{ nên } f'(x) < 0, 0 < x < 4; f'(x) > 0, x > 4.$$

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x = 4$. Giá trị cực tiểu là

$$f(4) = \ln 4 + 1.$$

Chọn B.

Câu 8

Từ bảng biến thiên, tại $x = -2$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm, nên hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.
 Bảng cho $f(-2) = 4$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị là $(-2; 4)$.

Chọn D.

Câu 9

$$y = \frac{1-x}{x+2} = -1 + \frac{3}{x+2}.$$

Xét phương án C:

Suy ra đồ thị có tiệm cận đứng $x = -2$ và tiệm cận ngang $y = -1$.

Vậy đồ thị có đúng hai đường tiệm cận.

Chọn C.

Câu 10

Ta có $f(x) = \ln(x^2 - 2x + 5)$.

Vì $x^2 - 2x + 5 = (x-1)^2 + 4 > 0$ nên hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+5} = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2+4}.$$

Mẫu số luôn dương, nên $f'(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Chọn A.

Câu 11

Từ $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 2$ suy ra $y = 2$ là một tiệm cận ngang.

Từ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -2$ suy ra $y = -2$ là một tiệm cận ngang khác.

Ngoài ra, khi x tiến đến 1 từ bên phải thì $f(x) \rightarrow +\infty$, nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang là $2 + 1 = 3$.

Chọn B.

Câu 12

Quan sát đồ thị trên đoạn $[0; 3]$:

$$\max_{[0;3]} f(x) = f(1) = 3, \quad \min_{[0;3]} f(x) = f(3) = -1.$$

và

Do đó tổng cần tìm là $3 + (-1) = 2$.

Chọn D.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI**Câu 1**

Xét $f(x) = x + 2\cos x, x \in [0; 2\pi]$.

Ta có $f'(x) = 1 - 2\sin x$.

a) Mệnh đề đã cho đúng với đạo hàm vừa tính.

Kết luận: Đúng.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{1}{2}.$$

b) Giải phương trình

Trong khoảng $(0; 2\pi)$ có hai nghiệm $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{5\pi}{6}$.

Kết luận: Đúng.

c) Xét dấu đạo hàm:

$$f'(x) > 0, x \in \left(0; \frac{\pi}{6}\right),$$

$$f'(x) < 0, x \in \left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right),$$

$$f'(x) > 0, x \in \left(\frac{5\pi}{6}; 2\pi\right).$$

Vì đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm tại $x = \frac{\pi}{6}$ nên đó là điểm cực đại; còn tại $x = \frac{5\pi}{6}$ là điểm cực tiểu.

Kết luận: Sai.

$$\left(\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right).$$

d) Từ bảng dấu trên, hàm số nghịch biến trên

Kết luận: Đúng.

Đáp án Câu 1: Đ – Đ – S – Đ.

Câu 2

Giai đoạn 1: $N(t) = 40e^{0.8t}, 0 \leq t \leq 3$.

Giai đoạn 2: $M(t) = A - \frac{160}{3}e^{4.2 - 0.6t}$.

Vì hai công thức cùng mô tả số lượng của một quần thể tại thời điểm chuyển giai đoạn $t = 3$, ta có $M(3) = N(3)$.

Suy ra $A - \frac{160}{3}e^{2.4} = 40e^{2.4}$, nên $A = \frac{280}{3}e^{2.4} \approx 1028.83$.

a) Vì

$$1028.83 > 1000,$$

nên mệnh đề đúng.

Kết luận: Đúng.

$$N'(t) = 32e^{0.8t}.$$

b) Tốc độ tăng trưởng ở giai đoạn 1 là

Tại $t = 3$: $N'(3) = 32e^{2.4} \approx 352.75$.

Giá trị này nhỏ hơn 500.

Kết luận: Sai.

$$N(0) = 40e^0 = 40.$$

c) Tại thời điểm ban đầu:

Vậy số lượng ban đầu là 40 triệu cá thể.

Kết luận: Đúng.

d) Ở giai đoạn 2,

$$M(t) < A \approx 1028.83 < 1320.$$

Ở giai đoạn 1,

$$N(t) \leq N(3) = 40e^{2.4} \approx 440.93 < 1320.$$

Do đó số lượng vi khuẩn không vượt quá 1320 triệu cá thể.

Kết luận: Đúng.

Đáp án Câu 2: Đ – S – Đ – Đ.

Câu 3

Cho $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 2$.

Cho

Đạo hàm:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3).$$

Các điểm tới hạn là $x=1$ và $x=3$. Tính giá trị hàm số: $f(1) = 6, f(3) = 2$.

Vì f' đổi dấu từ dương sang âm tại $x=1$ và từ âm sang dương tại $x=3$, hai điểm cực trị là $A(1;6), B(3;2)$.

$$k = \frac{2-6}{3-1} = -2.$$

a) Hệ số góc của đường thẳng qua hai điểm cực trị là

Kết luận: Đúng.

b) Điểm $(1;6)$ là điểm cực đại, không phải điểm cực tiểu.

Kết luận: Sai.

$$f'(x) = 3(x-1)(x-3).$$

c) Ta đã có

Kết luận: Đúng.

d) Trên đoạn $[0;2]$, cần xét các điểm $0, 1, 2$: $f(0) = 2, f(1) = 6, f(2) = 4$.

Do đó $\min_{[0;2]} f(x) = 2$, không phải 4.

Kết luận: Sai.

Đáp án Câu 3: Đ – S – Đ – S.

Câu 4

Cho $y = \frac{-x^2 + x - 2}{x + 2}$.

Chia đa thức: $y = -x + 3 - \frac{8}{x + 2}$.

a) Hai đường tiệm cận là $x = -2, y = -x + 3$.

Tâm đối xứng là giao điểm của hai tiệm cận: $I(-2; 5)$.

Mệnh đề cho $I(-2; -5)$ nên sai.

Kết luận: Sai.

b) Đường thẳng $\Delta: x + 2y = -2$ có phương trình $y = -\frac{x}{2} - 1$.

Tọa độ giao điểm với đồ thị thỏa $\frac{-x^2 + x - 2}{x + 2} = -\frac{x + 2}{2}$.

Suy ra $-2x^2 + 2x - 4 = -(x + 2)^2$, hay $-x^2 + 6x = 0$.

Do đó Hai nghiệm là $x = 0, x = 6$.

Có thể lấy $A(0; -1), B(6; -4)$.

Diện tích tam giác OAB : $S_{OAB} = \frac{1}{2} |0 \cdot (-4) - (-1) \cdot 6| = 3$.

Kết luận: Đúng.

c) Từ $y = -x + 3 - \frac{8}{x + 2}$,

suy ra tiệm cận xiên là $y = -x + 3$.

Kết luận: Đúng.

d) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} = (6; -3)$.

Đặt $D(u; f(u))$, thì $C(u + 6; f(u) - 3)$.

Do C cũng thuộc đồ thị nên $f(u + 6) - f(u) = -3$.

Với $f(x) = -x + 3 - \frac{8}{x + 2}$, ta được $-6 - \frac{8}{u + 8} + \frac{8}{u + 2} = -3$.

$$\text{Suy ra } \frac{48}{(u+2)(u+8)} = 3,$$

$$\text{nên } (u+2)(u+8) = 16.$$

Do đó Phương trình có hai nghiệm

$$u = 0, u = -10.$$

Nghiệm $u = 0$ cho hình bình hành suy biến, nên lấy $u = -10$. Khi đó $D(-10;14), C(-4;11)$.

Đường thẳng AB có phương trình $x + 2y + 2 = 0$,

còn đường thẳng CD có phương trình $x + 2y - 18 = 0$.

$$d = \frac{|2 - (-18)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = \frac{20}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}.$$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng là

Giá trị này không bằng 5.

Kết luận: Sai.

Đáp án Câu 4: S – Đ – Đ – S.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1

Cho $f(x) = x^3 - 3x$, và $g(x) = f(x^2 - 2x)$.

Đặt $u = x^2 - 2x$.

Ta có $f'(u) = 3u^2 - 3$.

Theo quy tắc hàm hợp,

$$g'(x) = [3(x^2 - 2x)^2 - 3](2x - 2).$$

$$\text{Phân tích: } g'(x) = 6(x-1)[(x^2 - 2x)^2 - 1].$$

$$\text{Vì } x^2 - 2x = (x-1)^2 - 1,$$

$$\text{nên } g'(x) = 6(x-1)^3[(x-1)^2 - 2].$$

Các nghiệm của $g'(x) = 0$ là $x = 1 - \sqrt{2}, x = 1, x = 1 + \sqrt{2}$.

Với $x > 1 + \sqrt{2}$, ta có $g'(x) > 0$. Để $g(x)$ đồng biến trên toàn bộ khoảng $(m; +\infty)$ thì giá trị nhỏ nhất của m là $m = 1 + \sqrt{2} \approx 2.4142$.

Làm tròn đến hàng phần trăm:

Đáp án: 2,41.

Câu 2

Công suất tiêu thụ điện là

$$P(v) = 12 + \frac{v^2}{300}.$$

$$t = \frac{120}{v}.$$

Thời gian để đi hết quãng đường 120 km là

$$E(v) = P(v)t = \left(12 + \frac{v^2}{300}\right) \frac{120}{v}.$$

Điện năng tiêu thụ trên cả quãng đường:

$$E(v) = \frac{1440}{v} + 0.4v, v > 0.$$

Rút gọn:

$$E'(v) = -\frac{1440}{v^2} + 0.4.$$

Đạo hàm:

Cho $E'(v) = 0$: $\frac{1440}{v^2} = 0.4$ suy ra $v^2 = 3600$.

Vì $v > 0$ nên $v = 60$.

Đây là điểm cho điện năng tiêu thụ nhỏ nhất.

Đáp án: 60 km/h.

Câu 3

Sau khi cắt bốn hình vuông cạnh x , hộp có:

- chiều dài đáy: $30 - 2x$ cm;
- chiều rộng đáy: $20 - 2x$ cm;
- chiều cao: x cm.

Điều kiện: $0 < x < 10$.

Thể tích hộp: $V(x) = x(30 - 2x)(20 - 2x)$.

Khai triển: $V(x) = 4x^3 - 100x^2 + 600x$.

Đạo hàm: $V'(x) = 12x^2 - 200x + 600$.

Giải $V'(x) = 0$: $3x^2 - 50x + 150 = 0$.

Suy ra $x = \frac{50 \pm \sqrt{700}}{6} = \frac{25 \pm 5\sqrt{7}}{3}$.

Trong khoảng $(0; 10)$ chỉ có $x = \frac{25 - 5\sqrt{7}}{3} \approx 3.9237$.

Làm tròn đến hàng phần mười:

Đáp án: 3,9 cm.

Câu 4

Giá bán mỗi sản phẩm là $p(x) = 600 - 0.5x$.

Doanh thu: $R(x) = xp(x) = 600x - 0.5x^2$.

Tổng chi phí: $C(x) = 100x + 50000$.

Lợi nhuận: $L(x) = R(x) - C(x) = -0.5x^2 + 500x - 50000$, với $0 \leq x \leq 800$.

$$x = -\frac{500}{2(-0.5)} = 500.$$

Đây là parabol quay xuống, nên đạt giá trị lớn nhất tại

Khi đó $L(500) = -0.5 \cdot 500^2 + 500 \cdot 500 - 50000 = 75000.$

Giá trị trên tính theo nghìn đồng, nên lợi nhuận lớn nhất là 75 triệu đồng.

Đáp án: 75 triệu đồng.

Câu 5

Cho $y = \frac{3x+b}{cx+d}.$

Từ đồ thị, tiệm cận ngang là $y=3$. Vì tiệm cận ngang của hàm phân thức này là $y = \frac{3}{c},$
nên $\frac{3}{c} = 3 \Rightarrow c = 1.$

Tiệm cận đứng là $x=-2$, do đó $-\frac{d}{c} = -2.$
Với $c=1$, suy ra $d=2.$

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ 6, nên $\frac{b}{d} = 6.$
Suy ra $b=12.$

Khi đó $T = 2b + 3c - 4d = 2 \cdot 12 + 3 \cdot 1 - 4 \cdot 2 = 19.$

Đáp án: 19.

Câu 6

Cho $y = \sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1}.$

Giả sử tiệm cận xiên có dạng $y = ax + b.$

Hệ số góc: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1}}{x} = 2.$

Tiếp theo, $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1} - 2x \right).$

Dùng hằng đẳng thức hiệu hai lập phương:

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x+1}{\left(\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1} \right)^2 + 2x\sqrt[3]{8x^3 + 2x + 1} + 4x^2} = 0.$$

Vậy tiệm cận xiên là $y = 2x.$

Do đó

$$T = 2026a + 2027b = 2026 \cdot 2 + 2027 \cdot 0 = 4052.$$

Đáp án: 4052.