

**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
THÀNH PHỐ HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG THPT CHUYÊN
TRẦN ĐẠI NGHĨA
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)**

KỶ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

Môn: TOÁN

Thời gian làm bài 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 1002**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $y = 5^x$ là

- A. $\int 5^x dx = 5^x + C$. B. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{5 \ln 5} + C$. C. $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$. D. $\int 5^x dx = 5^x \ln 5 + C$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\sin x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.
C. $x = \pi + k2\pi; x = \frac{\pi}{8} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh bên SA vuông góc với mặt đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $AB \perp (SBC)$. B. $BC \perp (SAB)$. C. $BC \perp (SAC)$. D. $AC \perp (SBC)$.

Câu 4. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x-1) < 2$ là

- A. $S = (-\infty; 5)$. B. $S = \left[\frac{1}{2}; 5\right)$. C. $S = (5; +\infty)$. D. $S = \left(\frac{1}{2}; 5\right)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $-2x - z + 2y - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) có một vector pháp tuyến là

- A. $(4; -4; 2)$. B. $(-4; 4; 2)$. C. $(2; -2; -3)$. D. $(-2; -1; 2)$.

Câu 6. Khảo sát thời gian tập thể dục (đơn vị: phút) của một số học sinh khối 11, người ta thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

- A. 53. B. 54. C. 52. D. 42.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0; 2]$ là

- A. 5. B. -5. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

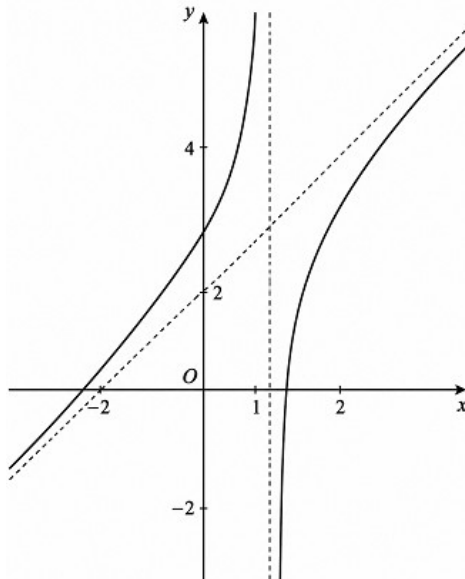
Câu 8. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB = a$ và $A'B = a\sqrt{3}$. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

- A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{a^3}{6}$. D. $\frac{a^3}{2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

Câu 10. Đồ thị hàm số được cho ở hình bên dưới là của hàm số nào sau đây?



A. $y = \frac{x+3}{x-1}$

B. $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x+1}$

C. $y = \frac{x^2 + x - 3}{x-1}$

D. $y = \frac{2x+3}{x+1}$

Câu 11. Một thầy giáo dạy toán muốn tìm hiểu thời gian hoàn thành bài tập (đơn vị: phút) của một số học sinh trong lớp học, và thầy thu được số liệu cho ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. $Q_3 = 12$

B. $Q_3 = 14$

C. $Q_3 = 13$

D. $Q_3 = 15$

Câu 12. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ tại điểm có hoành độ bằng -2 là

A. $y = -3x - 1$

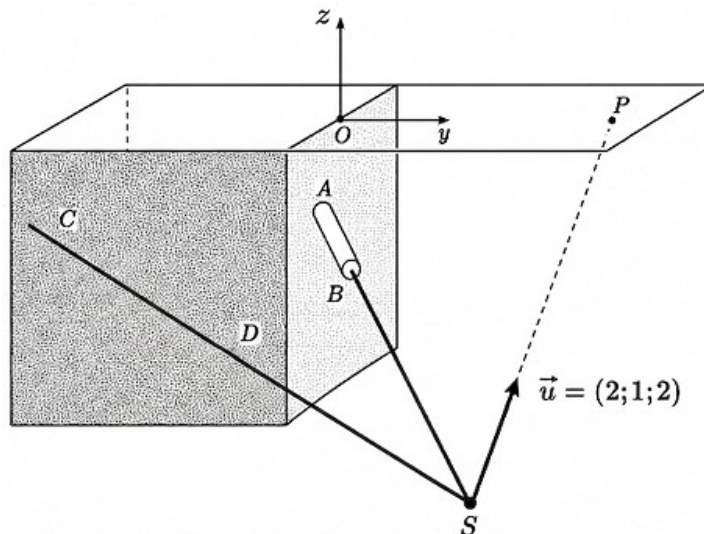
B. $y = 3x + 11$

C. $y = 3x + 5$

D. $y = -3x + 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 100 mét và mặt đất là mặt phẳng (Oxy) . Đường hàm X đi qua $A(-7; -3; -8)$ và $B(-2; 0; -9)$. Đường hàm Y đi qua $C(4; -6; -6)$ và $D(7; -1; -8)$. Hai đường hàm gặp nhau tại S . Từ S , đào tiếp hàm SP theo hướng $\vec{u} = (2; 1; 2)$ lên mặt đất tại P . Tốc độ đào hàm X là 5 (m/ngày).



$$\frac{x+2}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-9}{-1}$$

- a) Phương trình chính tắc của đường thẳng AB là $\frac{x+2}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-9}{-1}$.
- b) Đường hầm Y được đào với tốc độ 3,91 (m/ngày) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- c) Tọa độ điểm $P(a;b;c)$, khi đó $a+b+c = -40$.
- d) Trong quá trình đào hầm từ S lên mặt đất tại P theo hướng $\vec{u} = (2;1;2)$, đường hầm phải đi xuyên qua một túi nước ngầm có hình dạng là một khối cầu tâm $I(15;15;-8)$ và bán kính $R = 6$. Chiều dài đoạn hầm bị ngập nước cần áp dụng biện pháp thi công đặc biệt là 800 (m).

Câu 2. Nhiệt độ $T^{\circ}C$ của nước trong ấm được mô tả bởi hàm số theo thời gian như sau:

• **Giai đoạn 1 (bật bếp):** Kể từ lúc bắt đầu bật bếp ($t_1 = 0$), nhiệt độ nước tuân theo công thức

$T_1(t_1) = 95 - 75e^{-t_1}$, trong đó t_1 là thời gian được tính từ lúc bật bếp (đơn vị là phút).

• **Giai đoạn 2 (tắt bếp):** Khi nước trong ấm đạt $85^{\circ}C$, bếp được tắt ngay lập tức. Kể từ thời điểm tắt bếp này, nhiệt độ nước tuân theo công thức

$T_2(t_2) = 15 + Ae^{-\frac{t_2}{20}}$, trong đó A là hằng số thực và t_2 là thời gian được tính từ lúc tắt bếp (đơn vị là phút).

- a) Nhiệt độ ban đầu của nước (lúc bắt đầu bật bếp) là $20^{\circ}C$.
- b) Giá trị của hằng số A là 85.
- c) Thời gian từ lúc bật bếp đến khi tắt bếp là 2 phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Tổng thời gian từ lúc bắt đầu bật bếp cho đến khi nhiệt độ nước giảm xuống còn $42^{\circ}C$ là 22 phút (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$.

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}, \forall x \neq -3$$

- a) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}, \forall x \neq -3$.
- b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $d: y = 2x - 3$.
- c) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- d) Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số trên. Khi đó diện tích của tam giác OAB bằng $6\sqrt{2}$ với O là gốc tọa độ.

Câu 4. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ, biết rằng xác suất chọn mỗi phác đồ là bằng nhau.

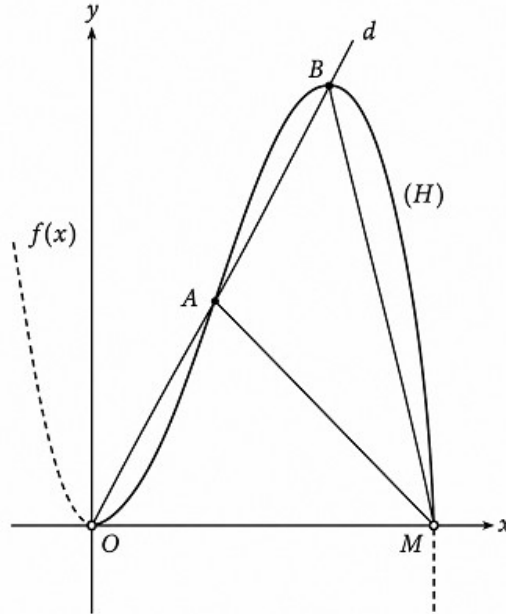
- a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.
- b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.
- c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B nhỏ hơn 0,65.
- d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố “bệnh nhân được chữa khỏi bệnh” và biến cố “bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng” là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Nhân dịp kỷ niệm ngày thành lập Đoàn, Đoàn trường THPT Chuyên Trần Đại Nghĩa tổ chức hội chợ. Lớp 10A dự định bán hai mặt hàng là trà sữa và trà tắc với vốn ban đầu không vượt quá 1200000 đồng. Chi phí và lợi nhuận được tính theo ly (được cho trong bảng bên dưới). Lớp 10A tính rằng nhu cầu thị trường không vượt quá 180 ly cả hai loại. Lợi nhuận lớn nhất mà lớp 10A có thể nhận được là bao nhiêu triệu đồng?

Mặt hàng	Trà sữa	Trà tắc
Chi phí	8000 đồng/ly	5000 đồng/ly
Lợi nhuận	7000 đồng/ly	5000 đồng/ly

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy với độ dài trên mỗi trục là 10 mét. Giả sử có một mảnh vườn được giới hạn bởi trục hoành và một phần đồ thị (H) của hàm số $f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$, (O) là điểm cực tiểu, (H) cắt Ox tại điểm $M(3;0)$ (tham khảo hình vẽ). Bạn An muốn trồng hoa trên mảnh đất có dạng hình tam giác MAB với A, B là giao điểm của đường thẳng $d: y = kx, (k > 0)$ và đồ thị (H) . Khi diện tích phần trồng hoa này là lớn nhất phần đất còn lại bằng bao nhiêu mét vuông (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0 < x < 2000)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F(x) = 2000x - x^2$ (chục nghìn đồng) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G(x) = x^2 + 1440x + 50$ (chục nghìn đồng). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) $(0 < t < 300)$. Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 4. Một nhà máy sản xuất sản phẩm M có tỷ lệ sản phẩm bị lỗi là 2%. Nhà máy sử dụng hai hệ thống kiểm tra chất lượng độc lập để phát hiện lỗi:

Hệ thống 1: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 95%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 1%.

Hệ thống 2: Xác suất phát hiện chính xác sản phẩm lỗi là 90%. Xác suất báo lỗi nhầm trên một sản phẩm không lỗi là 5%.

Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm. Biết rằng sản phẩm này bị cả hai hệ thống kiểm tra đều báo lỗi. Gọi xác

$\frac{49}{P}$

suất để sản phẩm này thực tế không bị lỗi là P . Giá trị của $\frac{49}{P}$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Một thư viện trường học để vận hành chương trình đọc sách đã chuẩn bị tổng cộng 50 quyển sách, gồm 10 quyển cho mỗi lĩnh vực: triết học, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên, văn học, lịch sử. Khi chọn 24 học sinh (tức là chọn 24 quyển sách) từ 50 quyển đó, có bao nhiêu cách chọn sao cho thỏa mãn các điều kiện sau (biết rằng các sách thuộc cùng một lĩnh vực thì không phân biệt nhau):

- Ở mỗi lĩnh vực triết học, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên đều chọn ít nhất 4 quyển.

- Ở lĩnh vực văn học: hoặc không chọn quyển nào, hoặc chọn ít nhất 4 quyển.

- Ở lĩnh vực lịch sử: hoặc không chọn quyển nào hoặc chọn ít nhất 4 quyển.

Câu 6. Cho hình chóp cụt tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = 4$, $A'B' = 2$ và chiều cao $h = 2$. Cô-sin của góc tạo bởi hai đường thẳng AB' và BC' bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	D	B	D	A	C	C	A	B	C	B	B

Phần II

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Sai	Đúng	Sai	Đúng
Câu 2	Đúng	Sai	Đúng	Sai
Câu 3	Sai	Đúng	Đúng	Sai
Câu 4	Sai	Đúng	Sai	Đúng

Phần III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	1,1	285	280	1759	305	0,05

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1

$$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad a > 0, a \neq 1$$

Ta có công thức:

$$\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$$

Suy ra:

Chọn C.

Câu 2

$$\sin x = -\frac{1}{2}$$

Giải phương trình:

$$\sin x = -\frac{1}{2} \quad x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \quad x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Trên đường tròn lượng giác, tại góc: hoặc

Chọn D.

Câu 3

Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$.

Vì $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $BC \perp AB$.

$$SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BC$$

Mặt khác:

Ta có BC vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau SA và AB cùng nằm trong mặt phẳng (SAB) .

$$BC \perp (SAB)$$

Suy ra:

Chọn B.

Câu 4

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2}$$

Điều kiện:

$$\log_3(2x - 1) < 2$$

Bất phương trình:

$$3 > 1 \quad 2x - 1 < 3^2 = 9$$

Vì nên giữ nguyên chiều bất phương trình:

$$2x < 10 \Rightarrow x < 5$$

Suy ra:

$$\frac{1}{2} < x < 5$$

Kết hợp điều kiện:

$$S = \left(\frac{1}{2}; 5 \right)$$

Vậy:

Chọn D.

Câu 5

$$(P) \quad -2x - z + 2y - 3 = 0$$

Mặt phẳng có phương trình: .

$$-2x + 2y - z - 3 = 0$$

Viết lại: .

$$\vec{n} = (-2; 2; -1)$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là: .

$$\vec{n}$$

Các vector cùng phương với cũng là vector pháp tuyến.

$$(4; -4; 2) = -2(-2; 2; -1)$$

Ta có: .

$$(4; -4; 2) \quad (P)$$

Vậy là một vector pháp tuyến của .

Chọn A.

Câu 6

Bảng số liệu:

Thời gian	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

[40; 60)

Lớp có tần số lớn nhất là , nên đây là lớp chứa một.

$$M_o = L + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot h$$

Công thức tính một của mẫu ghép nhóm: .

$$L = 40, h = 20$$

Trong đó: ,

$$d_1 = 12 - 9 = 3$$

,

$$d_2 = 12 - 10 = 2$$

.

$$M_o = 40 + \frac{3}{3 + 2} \cdot 20 = 40 + 12 = 52$$

Suy ra: .

Chọn C.

Câu 7

$$y = \frac{3x-1}{x-3} \quad [0;2]$$

Xét hàm số: trên đoạn .

$$y' = \frac{3(x-3) - (3x-1)}{(x-3)^2}$$

Ta có:

$$y' = \frac{3x-9-3x+1}{(x-3)^2}$$

$$y' = \frac{-8}{(x-3)^2} < 0$$

$$[0;2]$$

Vậy hàm số nghịch biến trên .

$$x = 0$$

Do đó giá trị lớn nhất đạt tại .

$$f(0) = \frac{3 \cdot 0 - 1}{0 - 3} = \frac{1}{3}$$

Chọn C.

Câu 8

$$ABC.A'B'C' \quad B$$

Lăng trụ đứng có đáy là tam giác vuông cân tại .

$$AB = BC = a$$

Do đó:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{a^2}{2}$$

Diện tích đáy:

$$AA' \perp (ABC)$$

Vì lăng trụ đứng nên .

$$A'AB \quad A'B^2 = AA'^2 + AB^2$$

Xét tam giác vuông :

$$(a\sqrt{3})^2 = AA'^2 + a^2$$

Thay số:

$$3a^2 = AA'^2 + a^2$$

$$AA'^2 = 2a^2$$

$$AA' = a\sqrt{2}$$

$$V = S_{ABC} \cdot AA' = \frac{a^2}{2} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$$

Thể tích lăng trụ:

Chọn A.

Câu 9

$$M(-1; 2; 1), \quad N(3; 1; -2)$$

Hai điểm:

$$\overrightarrow{MN} = (3 - (-1); 1 - 2; -2 - 1) = (4; -1; -3)$$

Vector chỉ phương của đường thẳng là:

$$\overrightarrow{MN} = (4; -1; -3)$$

Đường thẳng đi qua $M(-1; 2; 1)$ và có vector chỉ phương $\overrightarrow{MN} = (4; -1; -3)$ nên có phương trình:

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$$

Chọn B.

Câu 10

$$x = 1 \qquad (-2; 0)$$

Quan sát đồ thị: Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận xiên là đường thẳng đi qua gần các điểm $(0; 2)$ $y = x + 2$

và $x = 1$, tức là

$$y = \frac{x+3}{x-1} \qquad y = 1$$

Xét các đáp án: A. có tiệm cận ngang $y = 1$, không phù hợp.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$$

$$x = -1$$

B. có tiệm cận đứng , không phù hợp.

$$y = \frac{x^2 + x - 3}{x - 1}$$

C. .

$$\frac{x^2 + x - 3}{x - 1} = x + 2 - \frac{1}{x - 1}$$

Chia đa thức: .

$$x = 1$$

$$y = x + 2$$

Nên có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên , phù hợp.

$$y = \frac{2x + 3}{x + 1}$$

$$x = -1$$

D. có tiệm cận đứng , không phù hợp.

Chọn C.

Câu 11

Bảng số liệu:

Thời gian	[0; 4)	[4; 8)	[8; 12)	[12; 16)	[16; 20)
Số học sinh	2	4	7	4	3

$$n = 2 + 4 + 7 + 4 + 3 = 20$$

Tổng số học sinh: .

$$\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$$

Vị trí tứ phân vị thứ ba: .

Tần số tích lũy:

Lớp	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 4)	2	2
[4; 8)	4	6
[8; 12)	7	13
[12; 16)	4	17
[16; 20)	3	20

[12; 16)

Vị trí thứ 15 nằm trong lớp .

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - F}{f} \cdot h$$

Công thức:

$$L = 12, F = 13, f = 4, h = 4$$

Trong đó:

$$Q_3 = 12 + \frac{15-13}{4} \cdot 4 = 12 + 2 = 14$$

Suy ra:

Chọn B.

Câu 12

$$y = \frac{2x-1}{x+1}$$

Hàm số:

$$y' = \frac{2(x+1) - (2x-1)}{(x+1)^2}$$

Đạo hàm:

$$y' = \frac{2x+2-2x+1}{(x+1)^2}$$

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2}$$

$$x = -2 \quad y(-2) = \frac{2(-2)-1}{-2+1} = \frac{-5}{-1} = 5$$

Tại :

$$y'(-2) = \frac{3}{(-2+1)^2} = 3$$

$$y - y_0 = y'(x_0)(x - x_0)$$

Phương trình tiếp tuyến:

$$y - 5 = 3(x + 2)$$

$$y = 3x + 11$$

Chọn B.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

$$A(-7; -3; -8), B(-2; 0; -9)$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} = (5; 3; -1)$$

Vector chỉ phương của đường thẳng là:

$$\frac{x+7}{5} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+8}{-1}$$

Đường thẳng có phương trình:

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z+9}{-1}$$

Hoặc lấy điểm :

Ý a)

$$\frac{x+2}{5} = \frac{y}{3} = \frac{z-9}{-1}$$

Đề cho:

Ở tử số cuối phải là $z+9$, không phải $z-9$.

Vậy ý a) **sai**.

$$X \quad A, B \quad A + t\overrightarrow{AB} = (-7 + 5t; -3 + 3t; -8 - t)$$

Đường hàm đi qua :

$$Y \quad C(4; -6; -6) \quad D(7; -1; -8)$$

Đường hàm đi qua ,

$$\overrightarrow{CD} = (3; 5; -2)$$

$$Y \quad (x; y; z) = (4 + 3s; -6 + 5s; -6 - 2s)$$

Phương trình tham số của :

S

Hai đường hàm gặp nhau tại .

$$\begin{cases} -7 + 5t = 4 + 3s \\ -3 + 3t = -6 + 5s \\ -8 - t = -6 - 2s \end{cases}$$

Giải hệ:

$$t = 4, s = 3$$

Ta được:

$$S = (-7 + 5 \cdot 4; -3 + 3 \cdot 4; -8 - 4) = (13; 9; -12)$$

Suy ra:

$$A \quad S \quad AS = 4 \cdot |\overline{AB}| = 4\sqrt{5^2 + 3^2 + (-1)^2} = 4\sqrt{35}$$

Độ dài từ đến là: đơn vị tọa độ.

$$AS = 400\sqrt{35}$$

Mỗi đơn vị tọa độ ứng với 100 m nên: m.

Tốc độ đào hầm là 5 m/ngày nên thời gian đào hầm là: ngày.

$$C \quad S \quad CS = 3 \cdot |\overline{CD}| = 3\sqrt{3^2 + 5^2 + (-2)^2} = 3\sqrt{38}$$

Độ dài từ đến là: đơn vị tọa độ.

$$CS = 300\sqrt{38}$$

Tức là: m.

$$Y \quad v_Y = \frac{300\sqrt{38}}{80\sqrt{35}} \approx 3,91$$

Tốc độ đào hầm là: m/ngày.

Ý b)

Ý b) đúng.

$$S \quad \vec{u} = (2; 1; 2) \quad (x; y; z) = (13; 9; -12) + \lambda(2; 1; 2)$$

Đường thẳng từ theo hướng có dạng:

$$\begin{cases} x = 13 + 2\lambda \\ y = 9 + \lambda \\ z = -12 + 2\lambda \end{cases}$$

Tức là:

$$P \quad z = 0$$

Điểm nằm trên mặt đất nên.

$$-12 + 2\lambda = 0 \Rightarrow \lambda = 6$$

$$P = (25; 15; 0)$$

Suy ra:

$$a + b + c = 25 + 15 + 0 = 40$$

Do đó:

Ý c)

$$a + b + c = -40$$

Đề cho nên ý c) **sai**.

$$(x; y; z) = (13; 9; -12) + \lambda(2; 1; 2)$$

Xét đường hàm:

$$I(15; 15; -8) \quad R = 6$$

Túi nước ngầm là khối cầu tâm , bán kính .

$$(x-15)^2 + (y-15)^2 + (z+8)^2 = 36$$

Thay tọa độ điểm trên đường hàm vào phương trình mặt cầu:

$$x = 13 + 2\lambda, y = 9 + \lambda, z = -12 + 2\lambda$$

Ta có:

$$(2\lambda - 2)^2 + (\lambda - 6)^2 + (2\lambda - 4)^2 = 36$$

Suy ra:

$$\lambda = \frac{2}{3} \quad \lambda = \frac{10}{3}$$

Giải ra: hoặc

$$\left(\frac{10}{3} - \frac{2}{3} \right) \cdot |\vec{u}|$$

Độ dài đoạn hàm nằm trong túi nước là:

$$|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 2^2} = 3$$

Mà:

$$l = \frac{8}{3} \cdot 3 = 8$$

Do đó: đơn vị tọa độ.

$$l = 800$$

Mỗi đơn vị tọa độ bằng 100 m nên: m.

Ý d)

Ý d) **đúng**.**Kết luận Câu 1:**

a) Sai; b) Đúng; c) Sai theo tính toán trực tiếp; d) Đúng.

Câu 2

$$T_1(t_1) = 95 - 75e^{-t_1}$$

Giai đoạn 1:

Ý a)

$$t_1 = 0 \quad T_1(0) = 95 - 75e^0 = 95 - 75 = 20$$

Nhiệt độ ban đầu ứng với

Ý a) **đúng**.

$$85^\circ C$$

Khi nước đạt thì tắt bếp.

$$T_2(t_2) = 15 + Ae^{-\frac{t_2}{20}}$$

Giai đoạn 2:

$$t_2 = 0$$

$$85^\circ C$$

Tại thời điểm vừa tắt bếp, , nhiệt độ là .

$$85 = 15 + Ae^0$$

Do đó:

$$A = 70$$

Ý b)

$$A = 85$$

Đề cho , nên ý b) **sai**.

$$85^\circ C \quad 95 - 75e^{-t_1} = 85$$

Tìm thời gian từ lúc bật bếp đến khi nước đạt :

$$75e^{-t_1} = 10$$

$$e^{-t_1} = \frac{2}{15}$$

$$-t_1 = \ln \frac{2}{15}$$

$$t_1 = \ln \frac{15}{2} \approx 2,015$$

phút.

Làm tròn đến hàng đơn vị là 2 phút.

Ý c)

Ý c) **đúng**.

$$T_2(t_2) = 15 + 70e^{-\frac{t_2}{20}}$$

Sau khi tắt bếp:

$$42^\circ C = 15 + 70e^{-\frac{t_2}{20}} = 42$$

Khi nhiệt độ giảm còn :

$$70e^{-\frac{t_2}{20}} = 27$$

$$e^{-\frac{t_2}{20}} = \frac{27}{70}$$

$$-\frac{t_2}{20} = \ln \frac{27}{70}$$

$$t_2 = 20 \ln \frac{70}{27} \approx 19,04$$

phút.

$$t = t_1 + t_2 \approx 2,015 + 19,04 = 21,055$$

Tổng thời gian: phút.

Làm tròn đến hàng đơn vị là 21 phút, không phải 22 phút.

Ý d)

Ý d) **sai**.

Kết luận Câu 2:

a) Đúng; b) Sai; c) Đúng; d) Sai.

Câu 3

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3}$$

Hàm số:

Ý a)

$$f'(x) = \frac{(4x + 3)(x + 3) - (2x^2 + 3x - 5)}{(x + 3)^2}$$

Dùng quy tắc đạo hàm thương:

$$(4x + 3)(x + 3) = 4x^2 + 15x + 9$$

Tính tử số:

$$f'(x) = \frac{4x^2 + 15x + 9 - 2x^2 - 3x + 5}{(x + 3)^2}$$

Do đó:

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x + 14}{(x + 3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x - 14}{(x + 3)^2}$$

Đề cho:

Sai dấu ở hạng tử tự do.

Ý a) **sai**.

Ý b)

$$\frac{2x^2 + 3x - 5}{x + 3} = 2x - 3 + \frac{4}{x + 3}$$

Chia đa thức:

$$y = 2x - 3$$

Vậy tiệm cận xiên là:

Ý b) **đúng**.

Ý c)

$$y = 2x - 3 + \frac{4}{x+3}$$

Từ dạng:

$$x = -3$$

Tiệm cận đứng là:

$$y = 2x - 3$$

Tiệm cận xiên là:

$$x = -3 \qquad y = 2(-3) - 3 = -9$$

Giao điểm hai tiệm cận có hoành độ , tung độ:

$$I(-3; -9)$$

Vậy tâm đối xứng là:

Ý c) **đúng**.

Ý d)

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 12x + 14}{(x+3)^2}$$

Tìm cực trị:

$$2x^2 + 12x + 14 = 0$$

Cho tử số bằng 0:

$$x^2 + 6x + 7 = 0$$

$$x = -3 \pm \sqrt{2}$$

$$x_1 = -3 - \sqrt{2}, \quad x_2 = -3 + \sqrt{2}$$

Gọi:

$$y = 2x - 3 + \frac{4}{x+3}$$

Tính tung độ theo dạng:

$$x_1 = -3 - \sqrt{2} \qquad x_1 + 3 = -\sqrt{2}$$

Với thì

$$y_1 = 2(-3 - \sqrt{2}) - 3 + \frac{4}{-\sqrt{2}}$$

$$y_1 = -9 - 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -9 - 4\sqrt{2}$$

$$x_2 = -3 + \sqrt{2} \quad x_2 + 3 = \sqrt{2}$$

Với thì

$$y_2 = 2(-3 + \sqrt{2}) - 3 + \frac{4}{\sqrt{2}}$$

$$y_2 = -9 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = -9 + 4\sqrt{2}$$

$$A(-3 - \sqrt{2}; -9 - 4\sqrt{2})$$

Vậy:

$$B(-3 + \sqrt{2}; -9 + 4\sqrt{2})$$

$$S_{OAB} = \frac{1}{2} |x_A y_B - x_B y_A|$$

Diện tích tam giác :

$$S_{OAB} = 3\sqrt{2}$$

Thay vào được:

$$6\sqrt{2}$$

Đề cho nên ý d) **sai**.

Kết luận Câu 3:

a) Sai; b) Đúng; c) Đúng; d) Sai.

Câu 4

A

Gọi: : chọn phác đồ A.

B

: chọn phác đồ B.

K

: bệnh nhân được chữa khỏi bệnh.

P

: bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng.

$$P(A) = P(B) = \frac{1}{2}$$

Ta có:

$$P(K | A) = 0,6, \quad P(P | A) = 0,05$$

$$P(K | B) = 0,7, \quad P(P | B) = 0,1$$

Ý a)

Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là:

$$P(A \cap K) = P(A) \cdot P(K | A) = \frac{1}{2} \cdot 0,6 = 0,3$$

Đề cho 0,6 nên ý a) **sai**.

Ý b)

$$P(P) = P(A)P(P | A) + P(B)P(P | B)$$

Xác suất bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng:

$$P(P) = \frac{1}{2} \cdot 0,05 + \frac{1}{2} \cdot 0,1$$

$$P(P) = 0,025 + 0,05 = 0,075$$

Ý b) đúng.

Ý c)

$$P(B | P) = \frac{P(B \cap P)}{P(P)}$$

Cần tính:

$$P(B \cap P) = \frac{1}{2} \cdot 0,1 = 0,05$$

Ta có:

$$P(B | P) = \frac{0,05}{0,075} = \frac{2}{3} \approx 0,667$$

Do đó:

$$0,667 > 0,65$$

Vì nên mệnh đề “nhỏ hơn 0,65” là sai.

Ý c) **sai**.

Ý d)

Trong mỗi phác đồ, biến cố “khỏi bệnh” và “không bị tác dụng phụ nghiêm trọng” độc lập.

$$P(K \cap \bar{P} | A) = P(K | A) \cdot P(\bar{P} | A)$$

Với phác đồ A:

$$= 0,6 \cdot (1 - 0,05) = 0,6 \cdot 0,95 = 0,57$$

$$P(K \cap \bar{P} | B) = 0,7 \cdot (1 - 0,1) = 0,7 \cdot 0,9 = 0,63$$

Với phác đồ B:

$$P(K \cap \bar{P}) = \frac{1}{2} \cdot 0,57 + \frac{1}{2} \cdot 0,63 = 0,6$$

Xác suất chung:

Ý d) **đúng**.

Kết luận Câu 4:

a) Sai; b) Đúng; c) Sai; d) Đúng.

PHẦN III. Câu trả lời ngắn

Câu 1

x

Gọi: là số ly trà sữa,

y

là số ly trà tắc.

$$8000x + 5000y \leq 1200000$$

Điều kiện vốn:

$$x + y \leq 180$$

Điều kiện nhu cầu:

$$x, y \geq 0$$

Với

$$P = 7000x + 5000y$$

Lợi nhuận:

$$\begin{cases} 8000x + 5000y = 1200000 \\ x + y = 180 \end{cases}$$

Xét giao điểm của hai đường:

$$x + y = 180 \quad y = 180 - x$$

Từ suy ra

$$8000x + 5000(180 - x) = 1200000$$

Thay vào phương trình vốn:

$$8000x + 900000 - 5000x = 1200000$$

$$3000x = 300000$$

$$x = 100$$

$$y = 80$$

Suy ra:

$$P = 7000 \cdot 100 + 5000 \cdot 80 = 700000 + 400000 = 1100000$$

Lợi nhuận: đồng.

$$1100000 = 1,1$$

Đổi ra triệu đồng: triệu đồng.

Đáp án: 1,1.

Câu 2

$$(H) \quad f(x) = -x^3 + bx^2 + cx + d$$

Đồ thị của hàm số:

$$O(0;0) \quad f(0) = 0, \quad f'(0) = 0$$

Vì là điểm cực tiểu của đồ thị nên:

$$d = 0, \quad c = 0$$

Từ đó:

$$f(x) = -x^3 + bx^2 = x^2(b - x)$$

Vậy:

$$Ox \quad M(3;0) \quad f(3) = 0$$

Đồ thị cắt tại nên:

$$9(b-3) = 0 \Rightarrow b = 3$$

$$f(x) = x^2(3-x)$$

Do đó:

$$S = \int_0^3 x^2(3-x), dx$$

Diện tích toàn bộ mảnh vườn tính theo đơn vị tọa độ là:

$$S = \int_0^3 (3x^2 - x^3), dx$$

$$S = \left[x^3 - \frac{x^4}{4} \right]_0^3$$

$$S = 27 - \frac{81}{4} = \frac{27}{4}$$

$$d: y = kx \quad A, B \quad O$$

Đường thẳng cắt đồ thị tại khác .

$$x^2(3-x) = kx$$

Ta có:

$$x \neq 0 \quad x \quad x(3-x) = k$$

Vì , chia hai vế cho :

$$x^2 - 3x + k = 0$$

Hay:

$$x_1, x_2$$

Gọi hai nghiệm là .

$$x_1 + x_2 = 3, \quad x_1 x_2 = k$$

Khi đó:

$$k = \frac{3}{2}$$

$$MAB$$

Diện tích tam giác đạt lớn nhất khi tính toán được: .

$$S_{MAB}^{\max} = \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Khi đó diện tích tam giác là: đơn vị diện tích.

$$\frac{27}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{4}$$

Diện tích phần đất còn lại theo đơn vị tọa độ là: .

Mỗi đơn vị trên trục là 10 m nên mỗi đơn vị diện tích ứng với 100 m².

$$100 \left(\frac{27}{4} - \frac{9\sqrt{3}}{4} \right)$$

Vậy diện tích đất còn lại là:

$$= 675 - 225\sqrt{3} \approx 285,29 \text{ m}^2.$$

Làm tròn đến hàng đơn vị: **Đáp án: 285.**

Câu 3

$$F(x) = 2000x - x^2$$

Doanh thu: .

$$G(x) = x^2 + 1440x + 50$$

Chi phí: .

$$T = tx$$

Thuế phụ thu cho mỗi sản phẩm là , nên tổng thuế là: .

$$L(x) = F(x) - G(x) - tx$$

Lợi nhuận của doanh nghiệp sau thuế: .

$$L(x) = 2000x - x^2 - (x^2 + 1440x + 50) - tx$$

$$L(x) = -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

Với mỗi mức thuế , doanh nghiệp chọn sản lượng để lợi nhuận lớn nhất.

$$L(x) \quad x = \frac{560 - t}{4}$$

Hàm là parabol quay xuống nên đạt cực đại tại: .

$$T(t) = tx = t \cdot \frac{560-t}{4}$$

Khi đó số tiền thuế nhà nước thu được là:

$$T(t) = \frac{560t - t^2}{4}$$

$$t = \frac{560}{2} = 280$$

Đây là parabol quay xuống, đạt lớn nhất tại:

Đáp án: 280.

Câu 4

D

Gọi: : sản phẩm bị lỗi.

$\bar{D}$

: sản phẩm không bị lỗi.

B_1

: hệ thống 1 báo lỗi.

B_2

: hệ thống 2 báo lỗi.

$$P(D) = 0,02, \quad P(\bar{D}) = 0,98$$

Ta có:

$$P(B_1 | D) = 0,95, \quad P(B_2 | D) = 0,90$$

Nếu sản phẩm lỗi:

$$P(B_1 | \bar{D}) = 0,01, \quad P(B_2 | \bar{D}) = 0,05$$

Nếu sản phẩm không lỗi:

$$P(B_1 \cap B_2 | D) = 0,95 \cdot 0,90 = 0,855$$

Hai hệ thống độc lập nên:

$$P(B_1 \cap B_2 | \bar{D}) = 0,01 \cdot 0,05 = 0,0005$$

$$P = P(\bar{D} | B_1 \cap B_2)$$

Cần tính xác suất sản phẩm thực tế không lỗi khi cả hai hệ thống đều báo lỗi:

$$P = \frac{P(\bar{D})P(B_1 \cap B_2 | \bar{D})}{P(D)P(B_1 \cap B_2 | D) + P(\bar{D})P(B_1 \cap B_2 | \bar{D})}$$

Theo công thức Bayes:

$$P = \frac{0,98 \cdot 0,0005}{0,02 \cdot 0,855 + 0,98 \cdot 0,0005}$$

Thay số:

$$P = \frac{0,00049}{0,0171 + 0,00049}$$

$$P = \frac{0,00049}{0,01759} = \frac{49}{1759}$$

$$\frac{49}{P} = 1759$$

Do đó:

Đáp án: 1759.

Câu 5

Có 5 lĩnh vực: Triết học, khoa học xã hội, khoa học tự nhiên, văn học, lịch sử.

$$a, b, c, d, e$$

Gọi số sách chọn tương ứng là:

Mỗi lĩnh vực có tối đa 10 quyển, tổng chọn 24 quyển.

$$a + b + c + d + e = 24$$

Điều kiện:

$$4 \leq a, b, c \leq 10$$

Với:

$$d = 0 \quad 4 \leq d \leq 10$$

hoặc

$$e = 0 \quad 4 \leq e \leq 10$$

hoặc

$$(a, b, c, d, e)$$

Vì các sách cùng lĩnh vực không phân biệt nhau, mỗi cách chọn tương ứng với một bộ số thỏa mãn điều kiện.

$$a' = a - 4, \quad b' = b - 4, \quad c' = c - 4$$

Đặt:

$$0 \leq a', b', c' \leq 6$$

Khi đó:

$$d, e$$

Ta xét các trường hợp của

$$d = 0, e = 0$$

Trường hợp 1:

$$a + b + c = 24$$

Khi đó:

$$a, b, c \leq 10$$

Vì mỗi và đều ít nhất 4.

$$a', b', c' \quad a' + b' + c' = 12$$

Đặt như trên:

$$0 \leq a', b', c' \leq 6$$

Với

Số nghiệm là 19.

Trường hợp 2: Một trong hai lĩnh vực văn học, lịch sử bằng 0; lĩnh vực còn lại chọn từ 4 đến 10 quyển

Có 2 cách chọn lĩnh vực bằng 0.

$$d = 0, 4 \leq e \leq 10$$

Giả sử

$$a + b + c + e = 24$$

Ta cần:

Số nghiệm thỏa điều kiện là 108.

$$2 \cdot 108 = 216$$

Vì có 2 trường hợp đối xứng nên có: cách.

$$d, e$$

Trường hợp 3: Cả đều từ 4 đến 10

$$a, b, c, d, e$$

Khi đó: đều nằm từ 4 đến 10 và tổng bằng 24.

$$a' = a - 4, b' = b - 4, c' = c - 4, d' = d - 4, e' = e - 4$$

Đặt:

$$a' + b' + c' + d' + e' = 24 - 20 = 4$$

Ta có:

Vì tổng chỉ bằng 4 nên điều kiện không vượt quá 6 tự động thỏa mãn.

$$C_{4+5-1}^{5-1} = C_8^4 = 70$$

Số nghiệm không âm của phương trình trên là:

$$19 + 216 + 70 = 305$$

Tổng số cách chọn:

Câu 6

$$ABC.A'B'C' \quad AB = 4, \quad A'B' = 2, \quad h = 2$$

Cho hình chóp cụt tam giác đều có:

$$z = 0$$

Đặt hệ tọa độ sao cho hai tam giác đều có cùng tâm, đáy lớn nằm trên mặt phẳng $z = 2$, đáy nhỏ nằm trên mặt phẳng $z = 0$.

$$A\left(\frac{4}{\sqrt{3}}; 0; 0\right)$$

Có thể chọn:

$$B\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; 2; 0\right)$$

,

$$C\left(-\frac{2}{\sqrt{3}}; -2; 0\right)$$

,

$$B'\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; 1; 2\right)$$

,

$$C'\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}; -1; 2\right)$$

.

$$AB' \quad BC'$$

Ta cần tính cô-sin góc tạo bởi hai đường thẳng và .

$$\overrightarrow{AB'} = B' - A = \left(-\frac{5}{\sqrt{3}}; 1; 2 \right)$$

Vector chỉ phương của AB' :

$$\overrightarrow{BC'} = C' - B = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}; -3; 2 \right)$$

Vector chỉ phương của BC' :

$$\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'} = -\frac{5}{3} - 3 + 4 = -\frac{2}{3}$$

Tích vô hướng:

$$|\overrightarrow{AB'}| = \sqrt{\frac{25}{3} + 1 + 4} = \sqrt{\frac{40}{3}}$$

Độ dài:

$$|\overrightarrow{BC'}| = \sqrt{\frac{1}{3} + 9 + 4} = \sqrt{\frac{40}{3}}$$

$$\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC'}|}{|\overrightarrow{AB'}| \cdot |\overrightarrow{BC'}|}$$

Cô-sin của góc giữa hai đường thẳng là giá trị tuyệt đối:

$$\cos \alpha = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{40}{3}} = \frac{1}{20} = 0,05$$

Làm tròn đến hàng phần trăm: **Đáp án: 0,05.**