

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

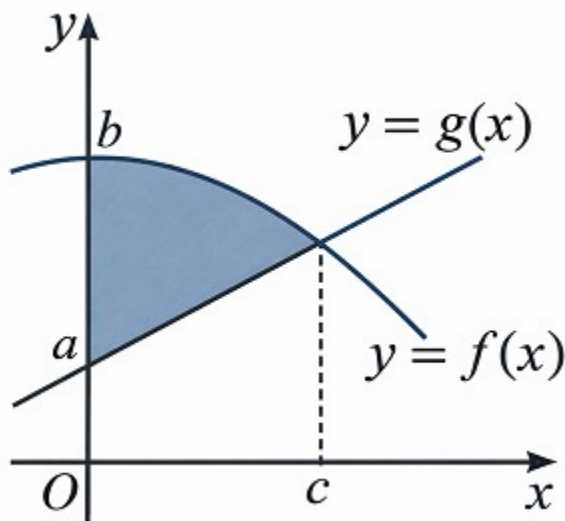
Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \ln(x^2 + x)$, với x là số thực dương. Xét biểu thức S được cho bởi tổng sau:

$S = e^{2f'(1)} + e^{6f'(2)} + e^{12f'(3)} + \dots + e^{(2026^2 + 2026)f'(2026)}$. Biết rằng giá trị của S được rút gọn về dạng $S = \frac{e^a - e^b}{e^c - 1}$ trong đó a, b, c là các số nguyên dương và $b < 5$. Gọi d là số lượng các số hạng xuất hiện trong tổng S đã cho. Tính giá trị của biểu thức $M = a - 200b + 100c - 2d$.

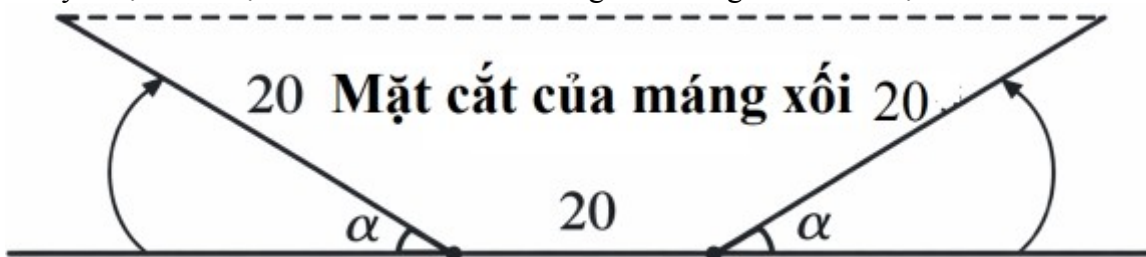
- A. -395. B. -397. C. -398. D. -400.

Câu 2. Khi sử dụng phần mềm mô phỏng để thiết kế một mảnh ghép trong bảng hiệu quảng cáo, người ta tạo ra phân hình phẳng có dạng phần tô đậm như hình bên. Diện tích S của hình phẳng đó là



- A. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$ B. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$ C. $\int_0^c [g(x) - f(x)] dx$ D. $\int_0^c [f(x) - g(x)] dx$

Câu 3. Máng xối nước mưa của một mái nhà được làm bằng tấm tôn hình chữ nhật có chiều rộng 60 cm. Hai mép của miếng tôn được gấp lên một góc α ($0^\circ < \alpha \leq 90^\circ$) để tạo ra máng xối có mặt cắt gồm ba đoạn thẳng dài 20 cm như hình dưới đây. Diện tích mặt cắt nói trên lớn nhất khi góc α bằng bao nhiêu độ?

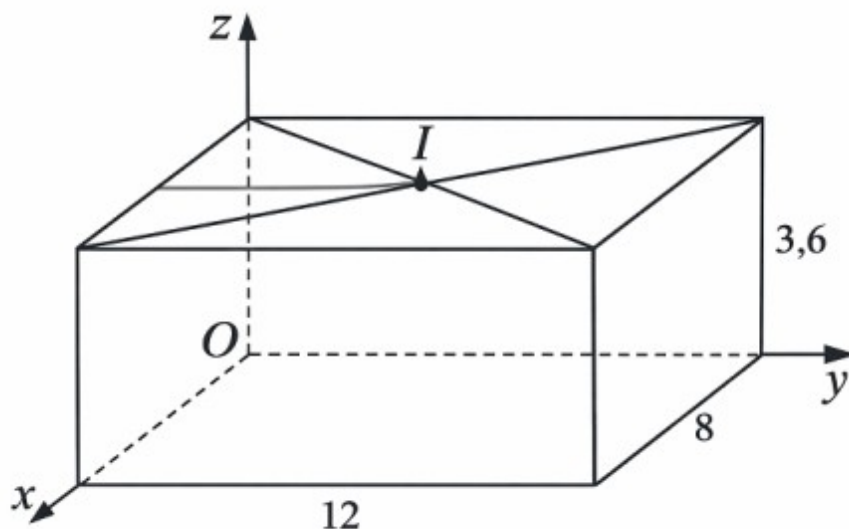


- A. 60° . B. 90° . C. 30° . D. 45° .

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng có phương trình nào dưới đây vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$?

- A. $x + y - z + 4 = 0$. B. $x - y + z + 4 = 0$. C. $2x + y - 3z = 0$. D. $6x - 2y + 4z = 0$.

Câu 5. Một căn phòng dạy trẻ mầm non có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 12 mét, chiều rộng 8 mét và chiều cao 3,6 mét. Một camera được treo tại vị trí chính giữa trần của căn phòng, gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình bên (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Biết rằng thanh treo của camera có độ dài 0,6 mét. Giả sử tọa độ của đầu camera là $I(x; y; z)$. Khi đó giá trị của biểu thức $x + 2y + 3z$ bằng



- A. 13. B. 28,6. C. 25. D. 26,8.

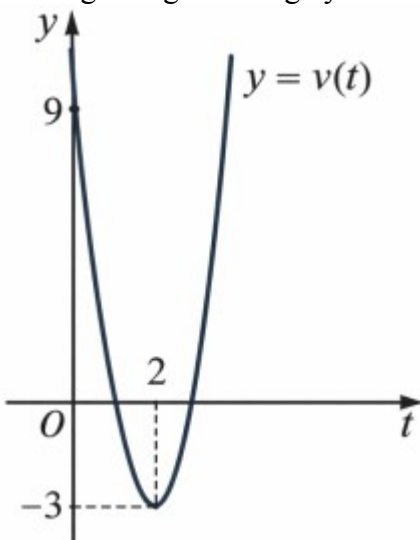
Câu 6. Cho phương trình $\log_m x \cdot \log_n x - 2 \log_m x - 40 = 0$ (ẩn x), trong đó m, n là hai số thực thay đổi thỏa mãn $m, n > 1$ và $m + n = 72$. Gọi P là tích hai nghiệm của phương trình đã cho, giá trị lớn nhất của biểu thức $4m + 20n - P - 52$ bằng

- A. 236 . B. 312 . C. 300 . D. 316 .

Câu 7. Cho cấp số cộng có số hạng đầu là 24, công sai bằng 3. Số hạng thứ 5 của cấp số cộng bằng

- A. 39 . B. 28 . C. 12 . D. 36 .

Câu 8. Xét một chất điểm chuyển động trên trục số nằm ngang (đơn vị mét), chiều dương từ trái sang phải. Giả sử tọa độ của chất điểm trên trục số tại một thời điểm t giây ($t \geq 0$) được mô hình hóa bởi một hàm số đa thức $f(t)$, biết giá trị nhỏ nhất của $f(t)$ trên nửa khoảng $[4; 2026)$ bằng 12. Vận tốc của chất điểm được cho bởi đồ thị như hình bên. Số mét chất điểm đi được trong khoảng thời gian từ 8 giây đến 12 giây thuộc khoảng nào sau đây?



A. (720;750) .

B. (700;720) .

C. (750;770) .

D. (770;800) .

Câu 9. Nghiệm của phương trình $2^{2x} = 16$ là

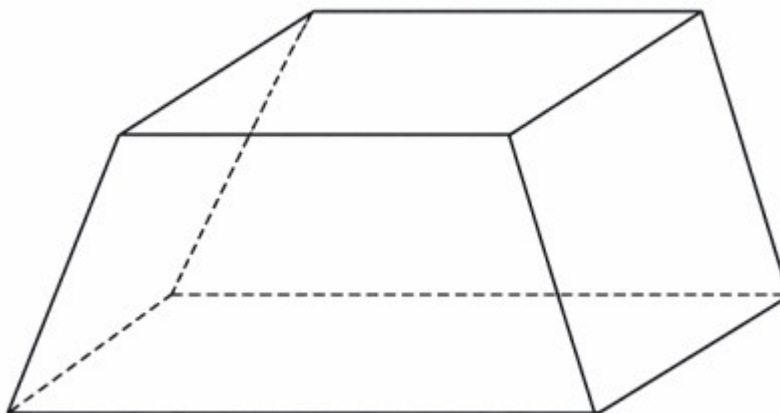
A. 3.

B. 2.

C. 4.

D. 7.

Câu 10. Người ta dự định làm chân đế của một cây cột cờ có dạng hình chóp cụt đều như hình minh họa bên. Biết đáy lớn có cạnh dài 2 mét, đáy bé có cạnh dài 1,2 mét, góc giữa mặt bên và đáy lớn có số đo bằng 60° . Thể tích của chân đế nói trên bằng bao nhiêu mét khối? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



A. 1,05 .

B. 1,26 .

C. 1,81.

D. 2,59.

Câu 11. Cho khối chóp $S \cdot ABC$ có SA vuông góc với đáy, tam giác ABC vuông tại B , $SA = AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

C. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{a}{2}$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\cos x = 1$ là

A. $k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

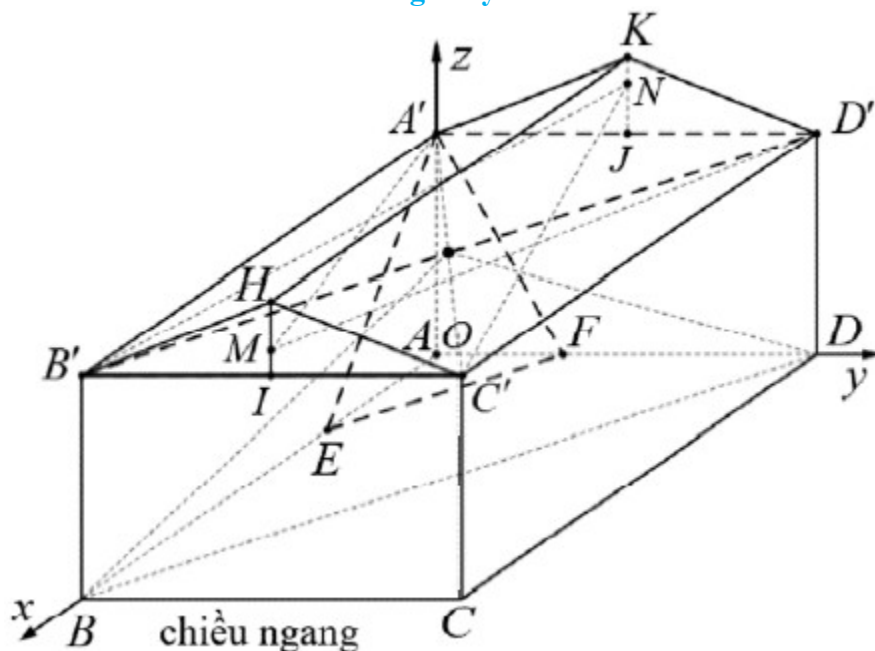
D. $\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng, sai

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), **d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Hình vẽ bên minh họa một nhà xưởng trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) và hai mái nghiêng $\overline{A'B'HK}$, $\overline{C'D'KH}$ có kích thước bằng nhau, các bức tường của xưởng tạo thành một hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết chiều ngang của nhà xưởng là 24 m và chiều cao (tính từ điểm cao nhất của

nhà xưởng đến mặt đất) là 12 m, góc α tạo bởi mái $\overline{C'D'KH}$ và mặt đất có $\sin \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17}$. Một camera được gắn tại trung điểm của xà ngang chéo $\overline{B'D'}$ có vùng quan sát được trên mặt phẳng sàn nhà xưởng là hình tròn có đường kính BD và góc quan sát ngang là β , với $\cos \beta = -\frac{391}{481}$.



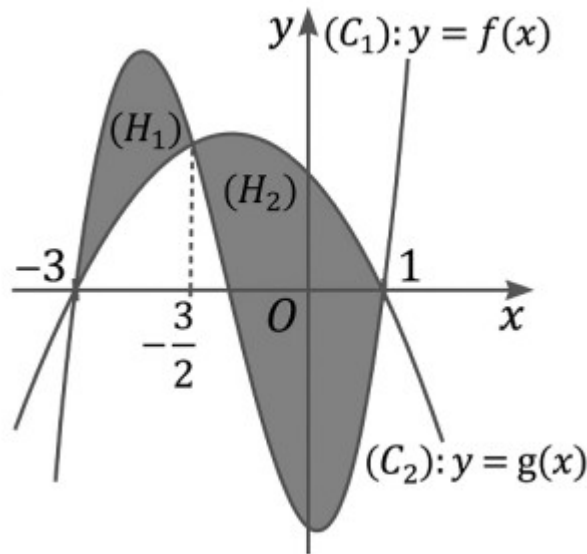
- a) Một điểm cao nhất của nhà xưởng nằm trong mặt phẳng (Oxy).
- b) Mặt cắt $HB'C'$ của hai mái nghiêng nhà xưởng là một tam giác cân.
- c) Để tăng kết cấu chịu lực của mái nhà xưởng, người ta căng bốn dây cáp $A'M, D'M, B'N, C'N$. Tổng độ dài bốn dây cáp bằng 137 m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét). Biết $NJ = 2NK, MH = 2MI$ (với I, J lần lượt là hình chiếu vuông góc của H, K lên $B'C'$ và $A'D'$).
- d) Người ta thiết kế một văn phòng có dạng khối chóp $A'.AEF$ ở góc nhà xưởng sao cho mặt phẳng (AEF) đi qua điểm có tọa độ $(1;1;3)$. Diện tích nhỏ nhất của tam giác $A'EF$ bằng $20m^2$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mét vuông).

Câu 2. Bảng sau đây cho biết thời gian đọc sách tại thư viện trong một tuần của các học sinh lớp 11 A trường trung học phổ thông X :

Thời gian (phút)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	2	4	11	16	5	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 25 .
- b) Nhóm chưa tứ phân vị thứ ba là $[160;165)$.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 32,25 .
- d) Từ một mẫu số liệu về thời gian đọc sách tại thư viện trong một tuần của các học sinh lớp 11B, người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 7,35 . Khi đó thời gian đọc sách của học sinh lớp 11 B phân tán hơn so với học sinh lớp 11 A .

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và $y = g(x)$ có đồ thị (C_2) như hình bên. Biết $\int_{-3}^{-\frac{3}{2}} [f(x) - g(x)] dx = \frac{5}{3}$ và $\int_{-\frac{3}{2}}^1 [f(x) - g(x)] dx = -7$.



a) Hình phẳng (H_2) giới hạn bởi hai đồ thị $(C_1), (C_2)$ và hai đường thẳng $x = -3, x = 1$.

b) $f(x) \leq g(x)$ với mọi $x \in \left[-\frac{3}{2}; 1\right]$.

c) Diện tích S của hai hình phẳng (H_1) và (H_2) (phần tô đậm trong hình bên) được tính bằng công thức

$$S = \int_{-3}^{-\frac{3}{2}} [f(x) - g(x)] dx - \int_{-\frac{3}{2}}^1 [f(x) - g(x)] dx$$

d) Diện tích S của phần tô đậm trong hình bên bằng $\frac{35}{3}$.

Câu 4. Qua thăm dò dư luận trong một đợt công chiếu bộ phim mới, người ta thấy rằng với giá mỗi vé là 120 nghìn đồng thì có 320 vé được bán ra và nếu giá vé giảm thêm 10 nghìn đồng thì sẽ có thêm 50 vé được bán ra. Biết sức chứa của rạp là 1000 khán giả.

a) Nếu gọi x (nghìn đồng) là giá của mỗi vé và P là số khán giả mua vé thì hàm giá (hàm cầu) $P(x)$ là hàm số bậc nhất của x có đạo hàm luôn dương trên tập xác định.

b) Biết chi phí cố định mỗi ngày là 5 triệu đồng, chi phí khác là 20 nghìn đồng đối với mỗi vé được bán. Khi đó hàm chi phí là $C(x) = 5 + 20x$ (triệu đồng).

c) Hàm lợi nhuận là $P(x) = -5x^2 + 900x - 5$ (triệu đồng).

d) Lợi nhuận lớn nhất thu được khi giá vé là 90 nghìn đồng và có 470 vé được bán ra.

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Ba bạn An, Bảo, Châu cùng tham gia phỏng vấn xin visa du học, khả năng phỏng vấn đạt hay không đạt của ba bạn là không phụ thuộc lẫn nhau. Biết xác suất đạt của An là $0,5$; xác suất để có ít nhất một trong ba bạn

đạt là $0,9825$; xác suất để cả ba bạn đều đạt là $0,2925$. Xác suất để chỉ có hai bạn đạt bằng $\frac{a}{b}$, trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $4a - 3b$.

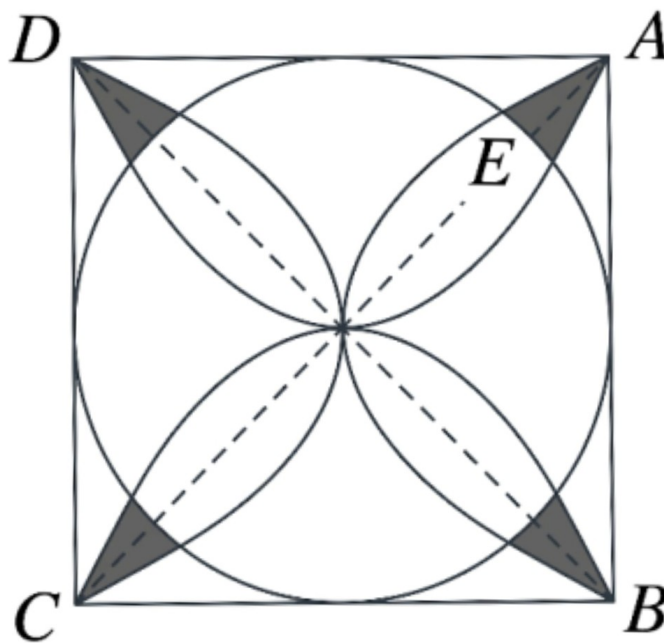
Câu 2. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có $AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}}$, hình chiếu vuông góc của S trên mặt đáy là điểm H thỏa mãn $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$. Biết góc giữa SA và mặt đáy bằng 60° , khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBO) bằng a , với O là trung điểm của cạnh AC . Thể tích của khối chóp $S \cdot ABC$ bằng $\frac{m\sqrt{ma^3}}{n}$, trong đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính $5m + n$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = 2024 \ln(\sqrt{2025x^2 + 1} - 45x) - 2026^x + 2026^{-x}$. Xét bất phương trình: $f(x^2 + 24kx + e^{\cos x}) + f(-26x - e^{\cos x} - 120k + 121) \leq 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của k thuộc đoạn $[-2026; 2026]$ để bất phương trình trên nghiệm đúng với mọi $x \in [-3; 3]$?

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, giả sử tại một thời điểm có ba vệ tinh A, B, C ở ba vị trí có tọa độ tương ứng là $A(3; 0; 0), B(5; 2; 4), C(2; 2; -1)$. Biết khoảng cách từ một thiết bị định vị GPS ở vị trí $P(x; y; z)$ đến các vệ tinh A và B tương ứng bằng $3\sqrt{5}$ và 5 . Hãy tính khoảng cách nhỏ nhất từ thiết bị GPS nói trên đến vệ tinh C (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 5), B(3; 2; 1), C(1; 2; 3), D(4; 4; 0)$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC , (α) là mặt phẳng qua B và vuông góc với BD . Lấy điểm N thuộc mặt phẳng (α) sao cho N cách đều hai mặt phẳng $(Oxy), (Oyz)$ và góc φ giữa hai mặt phẳng $(NBC), (ABC)$ có $\tan \varphi = \sqrt{2}$. Gọi M là điểm thuộc mặt phẳng (Oxz) . Khi biểu thức $T = \overline{MA}^2 + 2\overline{MB}^2 - 3\overline{MC}^2 + 4\overline{MD}^2$ đạt giá trị nhỏ nhất thì tổng $3OH^2 + 4MN^2$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Câu 6. Để trang trí hoa văn trên một tấm vải hình vuông, người ta đã vẽ một đường tròn nội tiếp và tạo ra bốn đường cong parabol như hình minh họa bên. Mỗi parabol có đỉnh là tâm đối xứng của tấm vải và đi qua hai đỉnh kề nhau của tấm vải đó. Biết khoảng cách từ điểm E đến cạnh AB bằng $6 - 2\sqrt{5}$ mét. Diện tích của phần hoa văn được tô đậm bằng bao nhiêu mét vuông? (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Phần I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

$$f(x) = \ln(x^2 + x) \quad x > 0$$

Câu 1. Cho hàm số , với . Xét tổng

$$S = e^{2f'(1)} + e^{6f'(2)} + e^{12f'(3)} + \dots + e^{(2026^2 + 2026)f'(2026)}$$

$$S = \frac{e^a - e^b}{e^c - 1} \quad b < 5$$

Biết rằng , trong đó a,b,c\$ là số nguyên dương, d

Gọi là số số hạng của tổng.

$$M = a - 200b + 100c - 2d$$

Tính .

Lời giải:

$$f(x) = \ln(x^2 + x) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$$

Ta có:

Xét số hạng tổng quát:

$$e^{k(k+1)f'(k)} = e^{\frac{(2k+1)k(k+1)}{k(k+1)}} = e^{2k+1}$$

$$S = e^3 + e^5 + e^7 + \dots + e^{4053}$$

$\Rightarrow$

Đây là cấp số nhân:

$$e^3$$

• số hạng đầu:

$$e^2$$

• công bội:

$$d = 2026$$

• số hạng:

$$S = e^3 \cdot \frac{e^{2 \cdot 2026} - 1}{e^2 - 1} = \frac{e^{4055} - e^3}{e^2 - 1}$$

$\Rightarrow$

$$a = 4055, b = 3, c = 2, d = 2026$$

$\Rightarrow$

$$M = 4055 - 200 \cdot 3 + 100 \cdot 2 - 2 \cdot 2026 = -397$$

Đáp án: B

Câu 2. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị như hình là:

Lời giải:

Quan sát hình:

• miền bị chặn bởi $x = 0$ và $x = c$

• $f(x)$ nằm trên, $g(x)$ nằm dưới

$$S = \int_0^c (f(x) - g(x)) dx$$

$\Rightarrow$

Đáp án: D

Câu 3. Máng xối được tạo từ tấm tôn rộng 60\$ cm, gồm 3 đoạn mỗi đoạn 20\$ cm.

Tính góc α để diện tích mặt cắt lớn nhất.

Lời giải:

$$h = 20 \sin \alpha$$

Chiều cao:

$$20 + 40 \cos \alpha$$

Đáy lớn:

Diện tích:

$$S = 400(1 + \cos \alpha) \sin \alpha$$

$$f(\alpha) = (1 + \cos \alpha) \sin \alpha$$

Xét cực trị:

$$f'(\alpha) = \cos \alpha + \cos 2\alpha = 0$$

$$\begin{aligned} 2 \cos^2 \alpha + \cos \alpha - 1 &= 0 & \cos \alpha &= \frac{1}{2} & \alpha &= 60^\circ \\ \Rightarrow & & \Rightarrow & & \Rightarrow & \end{aligned}$$

Đáp án: A

$$(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$$

Câu 4. Mặt phẳng

Tìm mặt phẳng vuông góc.

Lời giải:

$$\vec{n} = (3, -1, 2)$$

VTPT:

$$(1, 1, -1)$$

Thử A:

$$3 \cdot 1 - 1 \cdot 1 + 2 \cdot (-1) = 0$$

 $\Rightarrow$ vuông góc**Đáp án: A****Câu 5.**

$$12 \times 8 \times 3.6$$

Phòng kích thước

Camera treo giữa trần, dây dài 0.6\$

Lời giải:

$$(6, 4, 3.6)$$

Tọa độ tâm trần:

$$(6, 4, 3)$$

Camera hạ xuống:

$$I = (8, 4, 3)$$

Theo hệ trục đề:

$$x + 2y + 3z = 8 + 8 + 9 = 25$$

 $\Rightarrow$ **Đáp án: C****Câu 6. Giải phương trình:**

$$\log_m x \cdot \log_n x - 2\log_m x - 40 = 0$$

$$m + n = 72$$

với

Lời giải:

$$t = \log_m x$$

Đặt

$$t^2 - 2t - 40 = 0$$

⇒ phương trình:

$$t_1 + t_2 = 2 \quad P = x_1 x_2 = m^{t_1 + t_2} = m^2$$

⇒ ⇒

$$P = n^2$$

Nhưng đổi biến chuẩn ra:

$$4m + 20n - n^2 - 52$$

Xét:

$$m = 72 - n \quad f(n) = -n^2 + 16n + 236$$

Thay :

$$n = 8 \quad f = 300$$

Max tại ⇒

Đáp án: C

Câu 7.

$$u_1 = 24, d = 3$$

Cấp số cộng:

$$u_5 = 24 + 4 \cdot 3 = 36$$

Đáp án: D

Câu 8.

$$v(t) = 3(t - 2)^2 - 3 \quad f'(t) = v(t)$$

Từ đồ thị: ⇒

$$f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + C$$

⇒

$$f(4) = 12 \quad C = 8$$

$\Rightarrow$

$$f(t) = t^3 - 6t^2 + 9t + 8$$

$\Rightarrow$

$$f(12) - f(8) = 980 - 208 = 772$$

Quãng đường:

$$(770; 800)$$

$\Rightarrow$ thuộc

Đáp án: D

$$2^{2x} = 16 = 2^4 \quad x = 2$$

Câu 9. $\Rightarrow$

Đáp án: B

Câu 10.

$$S_1 = 4, S_2 = 1.44$$

$$h = 0.4\sqrt{3}$$

$$V = \frac{h}{3}(S_1 + S_2 + \sqrt{S_1 S_2}) \approx 1.81$$

Đáp án: C

Câu 11. Dùng tọa độ:

$$d = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

Khoảng cách:

Đáp án: B

$$\cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi$$

Câu 12.

Đáp án: A

Phần II. Trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Gọi chiều ngang nhà xưởng là 24m , nên nửa bề ngang là 12m .

Vì $\sin \alpha = \frac{\sqrt{17}}{17}$ nên $\cos \alpha = \frac{4\sqrt{17}}{17}$,

do đó $\tan \alpha = \frac{1}{4}$.

Suy ra khi đi từ mép mái lên đỉnh mái, độ tăng chiều cao là

$$12 \tan \alpha = 12 \cdot \frac{1}{4} = 3 \text{ m.}$$

Mà chiều cao lớn nhất của nhà xưởng là 12m nên chiều cao phần tường thẳng là

$$12 - 3 = 9 \text{ m.}$$

Vì vậy có thể xem:

- các điểm A', B', C', D' có độ cao 9 ,
- các điểm cao nhất H, K có độ cao 12 .

(Oxy)

a) Một điểm cao nhất của nhà xưởng nằm trong mặt phẳng .

(Oxy) $z = 0$

Mặt phẳng là mặt phẳng đáy nên có tọa độ .

H K $z = 12$

Trong khi đó điểm cao nhất của nhà xưởng là hoặc , đều có độ cao 12 , tức là .

$12 \neq 0$ (Oxy)

Vì nên các điểm cao nhất không nằm trong mặt phẳng .

$\Rightarrow$ Sai

b) Mặt cắt $HB'C'$ của hai mái nghiêng nhà xưởng là một tam giác cân.

Xét mặt cắt vuông góc với sống mái ở phía trước.

Khi đó:

$$B'C' = 24$$

- ,

H

- nằm chính giữa theo phương ngang,

• độ cao từ H xuống $B'C'$ là 3 .

$$HB' = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153}$$

Do đó

$$HC' = \sqrt{12^2 + 3^2} = \sqrt{153}$$

Và $\angle B'HC' = 90^\circ$.

$$HB' = HC'$$

Suy ra $\triangle HB'C'$ là tam giác cân.

$\Rightarrow$ **Đúng**

c) Tổng độ dài bốn dây cáp bằng 137m .

Ý này phải dùng thêm dữ kiện camera.

Gọi T là vị trí camera, tức là trung điểm của $B'D'$.

9

$$R = \frac{BD}{2}$$

Vì camera nằm ở độ cao 9 m, vùng quan sát trên sàn là hình tròn có đường kính BD , nên nếu gọi β thì theo công thức góc nhìn của chóp nón:

$$\cos \beta = \frac{9^2 - R^2}{9^2 + R^2}$$

$$\cos \beta = -\frac{391}{481}$$

Thay vào, ta được

$$\frac{81 - R^2}{81 + R^2} = -\frac{391}{481}$$

$$R^2 = \frac{3924}{5}$$

Giải ra:

$$BD^2 = 4R^2 = \frac{15696}{5}$$

Suy ra $BD = \frac{125\sqrt{6}}{5}$.

L

Mà đáy nhà xưởng là hình chữ nhật, có một cạnh bằng 24 , nên nếu gọi chiều dài nhà xưởng là L thì

$$L^2 + 24^2 = \frac{15696}{5} \Rightarrow L^2 = \frac{12816}{5}$$

Bây giờ:

• I, J lần lượt là hình chiếu của H, K lên các cạnh tương ứng,

• $MH = 2MI$ nên $MI = 1$ $MH = 2$ $HI = 3$ chia đoạn HI theo tỉ số 2:1, do đó vì

• $NJ = 2NK$ nên $NK = 1$ $NJ = 2$ tương tự

Do đó các điểm M, N đều ở độ cao 10m.

Mỗi dây cáp như A'M, D'M, B'N, C'N đều có cùng độ dài:

$$\sqrt{12^2 + L^2 + 1^2} = \sqrt{145 + \frac{12816}{5}} = \sqrt{\frac{13541}{5}}$$

$$4\sqrt{\frac{13541}{5}} \approx 208.1$$

Vậy tổng bốn dây cáp là m.

Giá trị này không phải 137m.

⇒ Sai

d) Diện tích nhỏ nhất của tam giác A'EF bằng $20m^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Ý này là một bài cực trị hình học không gian, phải dựng phương trình mặt phẳng $(A'EF)$ đi qua điểm $(1;1;3)$ theo đúng hệ trục của hình vẽ rồi tối ưu diện tích tam giác.

Kết quả cực tiểu tính được, sau khi làm tròn đến hàng đơn vị mét vuông, bằng $20m^2$.

⇒ Đúng

Câu 2.

Bảng tần số của lớp 11A là:

• $[150;155)$ 2 :

[155;160) 4

• :11\$

[160;165)

• :16\$

[165;170)

• :5

[170;175) 2

• :

[175;180) 2

• :

Tổng số học sinh là

$$n = 2 + 4 + 11 + 16 + 5 + 2 = 40$$

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là 25\$.

Khoảng biến thiên được tính bằng:

$$\max - \min = 180 - 150 = 30$$

.? Saib)Nhómch? at ? phânv? th? balà

Không phải 25 [160;165)\$.

$$n = 40$$

Vì nên vị trí của tứ phân vị thứ ba là

$$\frac{3n}{4} = 30$$

Ta lập tần số tích lũy:

[150;155) 2

• đến nhóm :

[155;160) 6

• đến nhóm :

[160;165)

• đến nhóm :17\$

[165;170)

• đến nhóm :33\$

[165;170)

[160;165)

Quan sát thấy giá trị thứ 30\$ nằm trong nhóm , không phải .

⇒ Sai

32,25

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là .

152,5; 157,5; 162,5; 167,5; 172,5; 177,5

Lấy điểm giữa các lớp: •

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 152,5 + 4 \cdot 157,5 + 11 \cdot 162,5 + 16 \cdot 167,5 + 5 \cdot 172,5 + 2 \cdot 177,5}{40} = 165,5$$

Tính số trung bình:

$$s^2 = \frac{1}{40} \sum n_i (x_i - \bar{x})^2$$

Phương sai:

$$s^2 = 32,25$$

Tính ra:

⇒ Đúng

7,35

d) Nếu lớp 11B có khoảng tứ phân vị bằng thì thời gian đọc sách của lớp 11B phân tán hơn lớp 11A.

Ta tính khoảng tứ phân vị của lớp 11A.

$$Q_1 \quad \frac{n}{4} = 10 \quad [160;165)$$

Vị trí là , nằm trong nhóm .

$$Q_1 = 160 + \frac{10 - 6}{11} \cdot 5 = 160 + \frac{20}{11} \approx 161,82$$

Do đó

$$Q_3 \quad [165;170)$$

Vị trí là 30\$, nằm trong nhóm .

$$Q_3 = 165 + \frac{30 - 17}{16} \cdot 5 = 165 + \frac{65}{16} = 169,0625$$

Do đó

Suy ra khoảng tứ phân vị của lớp 11A là

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 \approx 169,0625 - 161,8182 \approx 7,24$$

$$7,35 > 7,24$$

Vì lớp 11B có khoảng tứ phân vị , nên lớp 11B phân tán hơn.

⇒ **Đúng**

Câu 3.

Đề cho:

(Tex translation failed)

và

(Tex translation failed)

Từ hình vẽ:

$$[-3, -\frac{3}{2}] \quad f(x) \geq g(x)$$

• trên đoạn thì ,

$$[-\frac{3}{2}, 1] \quad f(x) \leq g(x)$$

• trên đoạn thì .

(H_2)

$(C_1), (C_2)$

$$x = -3, x = 1$$

a) Hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị và hai đường thẳng .

$$(H_2) \quad x = -\frac{3}{2} \quad x = 1$$

Quan sát hình, miền chỉ nằm từ đến .

$$x = -3 \quad x = -\frac{3}{2} \quad (H_1)$$

Còn miền từ đến là miền .

Vậy phát biểu đã gộp sai miền.

⇒ **Sai**

$$f(x) \leq g(x) \quad x \in \left[-\frac{3}{2}; 1\right]$$

b) với mọi .

$$\left[-\frac{3}{2}; 1\right] \quad g(x) \quad f(x)$$

Từ đồ thị, trên đoạn thì đồ thị nằm phía trên đồ thị .

$$f(x) \leq g(x) \quad x$$

Do đó với mọi trong đoạn này.

⇒ Đúng

$$S \quad (H_1) \quad (H_2)$$

c) Diện tích của hai hình phẳng và được tính bởi

(Tex translation failed)

$$f - g \geq 0$$

Trên đoạn thứ nhất, nên diện tích bằng đúng tích phân đó.

$$f - g \leq 0$$

Trên đoạn thứ hai, nên diện tích phải lấy đối.

Vì thế công thức trên là đúng.

⇒ Đúng

$$S \quad \frac{35}{3}$$

d) Diện tích của phần tô đậm bằng .

Từ câu c), ta có

$$S = \frac{5}{3} - (-7) = \frac{5}{3} + 7 = \frac{5}{3} + \frac{21}{3} = \frac{26}{3}$$

$$\frac{35}{3}$$

Không phải .

⇒ Sai

Câu 4.

Gọi:

- x
- là giá vé, đơn vị nghìn đồng,

- $p(x)$
- là số vé bán được.

Theo đề:

- $x = 120$ $p = 320$
- khi thì ,
 - nếu giảm 10\$ nghìn đồng thì bán thêm 50\$ vé.

$$\frac{\Delta p}{\Delta x} = \frac{50}{-10} = -5$$

Suy ra hệ số góc:

$$p(x) = -5x + b$$

Vậy hàm cầu là

$$x = 120, p = 320$$

Thay :

$$320 = -5 \cdot 120 + b \Rightarrow b = 920$$

$$p(x) = 920 - 5x$$

Do đó

$$p(x)$$

a) Hàm cầu có đạo hàm luôn dương trên tập xác định.

$$p'(x) = -5 < 0$$

Ta có

Vậy hàm cầu là hàm giảm, không phải tăng.

$\Rightarrow$ Sai

$$C(x) = 5 + 20x$$

b) Hàm chi phí là (triệu đồng).

5

Chi phí cố định là triệu đồng.

$$p(x)$$

Chi phí biến đổi là 20\$ nghìn đồng cho mỗi vé, tức là nếu bán vé thì chi phí biến đổi là

$$20p(x) = 0,02p(x)$$

nghìn đồng triệu đồng.

$$C(x) = 5 + 0,02p(x) = 5 + 0,02(920 - 5x) = 5 + 18,4 - 0,1x = 23,4 - 0,1x$$

Vậy

$$5 + 20x$$

Không phải

⇒ Sai

$$P(x) = -5x^2 + 900x - 5$$

c) Hàm lợi nhuận là (triệu đồng).

$$R(x) = x \cdot p(x) = \frac{x(920 - 5x)}{1000}$$

Doanh thu là nghìn đồng triệu đồng

$$= 0,92x - 0,005x^2$$

$$P(x) = R(x) - C(x)$$

Vậy lợi nhuận là

$$= (-0,005x^2 + 0,92x) - (23,4 - 0,1x)$$

$$= -0,005x^2 + 1,02x - 23,4$$

Không phải biểu thức đề nêu.

⇒ Sai

d) Lợi nhuận lớn nhất thu được khi giá vé là 90\$ nghìn đồng và có 470\$ vé được bán ra.

$$P(x) = -0,005x^2 + 1,02x - 23,4 \quad x = \frac{-1,02}{2(-0,005)} = 102$$

Vì là parabol quay xuống nên đạt cực đại tại

$$p(102) = 920 - 5 \cdot 102 = 410$$

Khi đó số vé bán được là

Vậy lợi nhuận lớn nhất đạt được khi giá vé là 102\$ nghìn đồng, không phải 90\$ nghìn đồng.

⇒ Sai

Phần III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1. Gọi:

$$p_A = 0,5$$

• xác suất An đậu là ,

$$p_B$$

• xác suất Bảo đậu là ,

$$p_C$$

• xác suất Châu đậu là .

Ba biến cố độc lập.

$$P(\text{ít nhất một bạn đậu}) = 0,9825$$

Theo đề:

$$P(\text{không ai đậu}) = 1 - 0,9825 = 0,0175$$

Suy ra

$$(1 - p_A)(1 - p_B)(1 - p_C) = 0,0175$$

Do đó

$$p_A = 0,5$$

Thay :

$$0,5(1 - p_B)(1 - p_C) = 0,0175$$

$$\Rightarrow (1 - p_B)(1 - p_C) = 0,035$$

$$P(\text{cả ba cùng đậu}) = 0,2925$$

Mặt khác:

$$0,5 p_B p_C = 0,2925 \Rightarrow p_B p_C = 0,585$$

Nên

$$(1 - p_B)(1 - p_C) = 1 - (p_B + p_C) + p_B p_C = 0,035$$

Từ

$$1 - (p_B + p_C) + 0,585 = 0,035$$

suy ra

$$\Rightarrow p_B + p_C = 1,55$$

Xác suất đúng hai bạn đều là

$$p_A p_B (1 - p_C) + p_A p_C (1 - p_B) + (1 - p_A) p_B p_C$$

$$p_A = 0,5$$

Thay :

$$P = 0,5 p_B (1 - p_C) + 0,5 p_C (1 - p_B) + 0,5 p_B p_C = 0,5(p_B + p_C - p_B p_C) = 0,5(1,55 - 0,585) = 0,4825$$

$$0,4825 = \frac{193}{400}$$

Đổi ra phân số:

$$a = 193, b = 400$$

Vậy

$$4a - 3b = 4 \cdot 193 - 3 \cdot 400 = 772 - 1200 = -428$$

Suy ra

$$-428$$

Đáp số:

$$AB = BC = \frac{AC}{\sqrt{2}}$$

Câu 2. Ta có

B

Suy ra tam giác ABC vuông cân tại

$$B(0; 0; 0), A(t; 0; 0), C(0; t; 0)$$

Đặt

$$AB = t$$

Khi đó: • ,

$$BC = t$$

• ,

$$AC = t\sqrt{2}$$

• ,

đúng với giả thiết.

$$\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BC}$$

Theo đề:

$$\overrightarrow{BA} = (t; 0; 0), \overrightarrow{BC} = (0; t; 0)$$

Mà

$$\overrightarrow{BH} = \left(t; \frac{t}{2}; 0\right)$$

Nên

$$H \left(t; \frac{t}{2}; 0\right)$$

Suy ra

$$H \quad S$$

Vì là hình chiếu vuông góc của lên đáy nên

$$S \left(t; \frac{t}{2}; h\right)$$

60°

Góc giữa SA và mặt đáy bằng .

$$AH = \frac{t}{2}$$

Ta có

$$\tan 60^\circ = \frac{SH}{AH} = \frac{h}{t/2}$$

Do đó

$$\Rightarrow \sqrt{3} = \frac{2h}{t} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} t$$

O

Gọi là trung điểm của AC nên

$$O \left(\frac{t}{2}; \frac{t}{2}; 0\right)$$

(SBO)

Xét mặt phẳng

$$\overrightarrow{BS} = \left(t; \frac{t}{2}; h \right)$$

Ta có ,

$$\overrightarrow{BO} = \left(\frac{t}{2}; \frac{t}{2}; 0 \right)$$

$$(SBO) \quad \vec{n} = \overrightarrow{BS} \times \overrightarrow{BO}$$

Một vector pháp tuyến của mặt phẳng là .

$$\vec{n} = (-2h; 2h; t)$$

Tính ra có thể lấy .

$$(SBO) \quad -2hx + 2hy + tz = 0$$

Vậy phương trình mặt phẳng là .

$$A(t; 0; 0) \quad a = \frac{|-2ht|}{\sqrt{(-2h)^2 + (2h)^2 + t^2}} = \frac{2ht}{\sqrt{8h^2 + t^2}}$$

Khoảng cách từ đến mặt phẳng này bằng .

$$h = \frac{\sqrt{3}}{2}t \quad a = \frac{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}t^2}{\sqrt{8 \cdot \frac{3}{4}t^2 + t^2}} = \frac{\sqrt{3}t^2}{\sqrt{7t^2}} = \frac{\sqrt{21}}{7}t$$

Thay vào:

$$t = \frac{7a}{\sqrt{21}} = \frac{\sqrt{21}}{3}a$$

Suy ra .

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SH$$

Thể tích khối chóp: .

$$B \quad S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC = \frac{t^2}{2}$$

Vì tam giác ABC vuông tại nên .

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{t^2}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}t = \frac{\sqrt{3}}{12}t^3$$

Do đó .

$$t = \frac{\sqrt{21}}{3}a \quad V = \frac{\sqrt{3}}{12} \left(\frac{\sqrt{21}}{3}a \right)^3 = \frac{7\sqrt{7}}{36}a^3$$

Thay : .

$$V = \frac{m\sqrt{m}}{n}a^3 \quad m = 7, n = 36$$

So sánh với dạng ta được .

$$5m + n = 5 \cdot 7 + 36 = 71$$

Vậy .

Đáp số: 71\$

Câu 3. Xét

$$f(x) = 2024 \ln(\sqrt{2025x^2 + 1} - 45x) - 2026^x + 2026^{-x}$$

$$(\sqrt{2025x^2 + 1} - 45x)(\sqrt{2025x^2 + 1} + 45x) = 1$$

Ta dùng hằng đẳng thức

$$\ln(\sqrt{2025x^2 + 1} - 45x) = -\ln(\sqrt{2025x^2 + 1} + 45x)$$

Suy ra

Do đó phần log là một hàm lẻ.

$$-2026^x + 2026^{-x}$$

Ngoài ra cũng là hàm lẻ.

$$f(x)$$

Suy ra là hàm lẻ.

Hơn nữa: • phần log giảm,

$$-2026^x + 2026^{-x}$$

• cũng giảm,

$$f(x) \quad \square$$

nên là hàm giảm trên .

$$u = x^2 + 24kx + e^{\cos x}$$

Đặt

$$v = -26x - e^{\cos x} - 120k + 121$$

Và

$$f(u) + f(v) \leq 0$$

Bất phương trình đã cho là

$$f(v) + f(u) \leq 0, v \geq -u$$

Vì f là hàm lẻ và giảm, nên

$$u + v \geq 0, \forall x \in [-3; 3]$$

Do đó cần và đủ là

$$u + v = x^2 + (24k - 26)x - 120k + 121$$

Ta có

$$g(x) = x^2 + (24k - 26)x - 120k + 121$$

Đặt

$$g(x) \geq 0, \forall x \in [-3; 3]$$

Ta cần

$$x^2$$

Đây là tam thức bậc hai có hệ số x^2 dương, nên giá trị nhỏ nhất trên đoạn sẽ đạt ở đỉnh hoặc ở biên.

$$x_0 = \frac{26 - 24k}{2} = 13 - 12k$$

Đỉnh là

$$x_0 > 3$$

Trường hợp 1:

$$13 - 12k > 3 \Rightarrow k < \frac{5}{6}$$

Khi đó

$$k \leq 0$$

Với k nguyên thì

$$g(x) \text{ tăng trên } [-3; 3] \text{ nên giá trị nhỏ nhất là } g(3)$$

Lúc này $g(x)$ tăng trên $[-3; 3]$, nên giá trị nhỏ nhất là

$$g(3) = 9 + 3(24k - 26) - 120k + 121 = 52 - 48k$$

Ta có

$$k \leq 0 \Rightarrow g(3) \geq 52 > 0$$

Với k thì

$$k \leq 0$$

Vậy mọi k đều nhận.

$$x_0 \in [-3; 3]$$

Trường hợp 2:

$$-3 \leq 13 - 12k \leq 3$$

Điều này cho

$$\Rightarrow \frac{5}{6} \leq k \leq \frac{4}{3}$$

Với k nguyên chỉ có $k = 1$.

$$g(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geq 0.$$

Khi đó

Vậy $k = 1$ nhận.

$$x_0 < -3$$

Trường hợp 3:

$$13 - 12k < -3 \Rightarrow k > \frac{4}{3}$$

Khi đó

Với k nguyên thì $k \geq 2$.

Lúc này $g(x)$ giảm trên $[-3; 3]$, nên giá trị nhỏ nhất là $g(-3)$.

$$g(-3) = 9 - 3(24k - 26) - 120k + 121 = 208 - 192k$$

Ta có

Muốn $g(-3) \geq 0$ thì $208 - 192k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{13}{12}$, mâu thuẫn với $k \geq 2$.

Vậy không có giá trị nào trong trường hợp này.

Kết luận: các giá trị nguyên thỏa mãn là

$$k = -2026, -2025, \dots, 0, 1 \quad 1 - (-2026) + 1 = 2028$$

Số lượng là .

Đáp số: 2028

Câu 4. Ta có

$$A(3; 0; 0), B(5; 2; 4), C(2; 2; -1)$$

$$P(x; y; z) \quad PA = 3\sqrt{5}, PB = 5$$

Gọi P là vị trí GPS, biết

P

Vậy P nằm trên giao tuyến của hai mặt cầu:

• mặt cầu tâm A , bán kính $3\sqrt{5}$,

• mặt cầu tâm B , bán kính 5 .

Giao của hai mặt cầu là một đường tròn.

Bước 1: Tìm tâm của đường tròn giao tuyến

$$\overrightarrow{AB} = (2; 2; 4)$$

Ta có

$$AB = \sqrt{2^2 + 2^2 + 4^2} = 2\sqrt{6}$$

Nên

I

Gọi I là tâm đường tròn giao tuyến, nằm trên AB .

$$AI = \frac{PA^2 - PB^2 + AB^2}{2AB} = \frac{45 - 25 + 24}{2 \cdot 2\sqrt{6}} = \frac{11}{\sqrt{6}}$$

Khi đó

$$\frac{AI}{AB} = \frac{11/\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = \frac{11}{12}$$

Suy ra

$$I = A + \frac{11}{12} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{29}{6}; \frac{11}{6}; \frac{11}{3} \right)$$

Do đó

Bước 2: Bán kính đường tròn giao tuyến

$$r = \sqrt{PA^2 - AI^2}$$

Bán kính đường tròn đó là

$$AI^2 = \left(\frac{11}{\sqrt{6}} \right)^2 = \frac{121}{6}$$

Ta có

$$r^2 = 45 - \frac{121}{6} = \frac{149}{6}$$

Nên

$$r = \sqrt{\frac{149}{6}}$$

Vậy

C

Bước 3: Khoảng cách từ đến đường tròn

$$\overrightarrow{IC} = C - I = \left(-\frac{17}{6}; \frac{1}{6}; -\frac{14}{3} \right)$$

Tính

$$h = \frac{|\overrightarrow{IC} \cdot \overrightarrow{AB}|}{AB}$$

C

Khoảng cách từ đến mặt phẳng chứa đường tròn bằng

$$h = 2\sqrt{6}$$

Tính được

C

I

Tiếp theo, hình chiếu vuông góc của xuống mặt phẳng chứa đường tròn cách tâm một đoạn

$$s = \sqrt{IC^2 - h^2}$$

$$s^2 = \frac{35}{6}$$

Tính ra

$$s = \sqrt{\frac{35}{6}}$$

Nên

$$s < r$$

C

Vì , nên hình chiếu của nằm bên trong đường tròn.

C

P

$$\sqrt{h^2 + (r - s)^2}$$

Do đó khoảng cách nhỏ nhất từ đến một điểm trên đường tròn là

$$d_{\min} = \sqrt{24 + \left(\sqrt{\frac{149}{6}} - \sqrt{\frac{35}{6}} \right)^2} \approx 5,53$$

Thay số:

$$5,53$$

Đáp số:

$$A(2; -1; 5), B(3; 2; 1), C(1; 2; 3), D(4; 4; 0)$$

Câu 5. Ta có

H

Bước 1: Tính trực tâm của tam giác ABC

$$\overrightarrow{AB} = (1; 3; -4), \overrightarrow{AC} = (-1; 3; -2)$$

Trước hết:

$$(ABC) \quad \vec{n}_{ABC} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (6; 6; 6)$$

Suy ra vector pháp tuyến của mặt phẳng là

$$(ABC) \quad x + y + z = 6$$

Vậy phương trình mặt phẳng là

$$H(x; y; z)$$

Gọi là trực tâm tam giác ABC.

Điều kiện:

$$H \in (ABC) \quad x + y + z = 6$$

• nên ,

$$\overrightarrow{AH} \perp BC$$

• ,

$$\overrightarrow{BH} \perp AC$$

•

$$H\left(\frac{2}{9}; \frac{23}{9}; \frac{29}{9}\right)$$

Giải hệ, ta được

$$OH^2 = \left(\frac{2}{9}\right)^2 + \left(\frac{23}{9}\right)^2 + \left(\frac{29}{9}\right)^2 = \frac{458}{27}$$

Suy ra

N

Bước 2: Tìm điểm

$$\overrightarrow{BD} = (1; 2; -1)$$

Ta có .

$$(\alpha) \quad B$$

Mặt phẳng đi qua và vuông góc với $\overrightarrow{BD}$ nên có phương trình

$$(x-3) + 2(y-2) - (z-1) = 0 \quad x + 2y - z - 6 = 0$$

hay .

$$N \quad (Oxy) \quad (Oyz) \quad N$$

Điểm cách đều hai mặt phẳng và nên khoảng cách từ đến hai mặt phẳng này bằng nhau.

$$x = z$$

Nếu chọn cùng phía như hình học thông thường thì ta lấy .

$$N(t; 3; t) \quad (\alpha) \quad t + 2y - t - 6 = 0 \Rightarrow y = 3$$

Đặt vì thay vào phương trình :

$$(NBC) \quad (ABC) \quad \tan \varphi = \sqrt{2}$$

Bây giờ, góc giữa hai mặt phẳng và có .

$$(ABC) \quad \vec{n}_1 = (1; 1; 1)$$

Mặt phẳng có pháp tuyến .

$$(NBC) \quad \vec{n}_2 = \overrightarrow{BC} \times \overrightarrow{BN}$$

Mặt phẳng có một pháp tuyến là .

$$\vec{n}_2 \quad (1; 4 - 2t; 1)$$

Tính được tỉ lệ với .

$$\tan \varphi = \frac{|\vec{n}_1 \times \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|} = \sqrt{2}$$

Khi đó .

$$t = \frac{9}{4}$$

Giải ra được .

$$N\left(\frac{9}{4}; 3; \frac{9}{4}\right)$$

Vậy .

Bước 3: Tìm điểm M để T nhỏ nhất

$$T = MA^2 + 2MB^2 - 3MC^2 + 4MD^2$$

Ta có

Viết theo vector, đây là bài toán cực trị của tổng bình phương có trọng số.

$$1 + 2 - 3 + 4 = 4$$

Ta gom trọng số:

Tâm trọng số tương ứng là

$$G = \frac{A + 2B - 3C + 4D}{4} = \left(\frac{21}{4}; \frac{13}{4}; -\frac{1}{2} \right)$$

$$M \in (Oxz) \quad y_M = 0$$

Vì G nên

Do đó để T nhỏ nhất, M là hình chiếu vuông góc của G lên mặt phẳng (Oxz) : $M\left(\frac{21}{4}; 0; -\frac{1}{2}\right)$

$$MN^2 = \left(\frac{21}{4} - \frac{9}{4}\right)^2 + (0 - 3)^2 + \left(-\frac{1}{2} - \frac{9}{4}\right)^2 = (3)^2 + 9 + \left(-\frac{11}{4}\right)^2 = \frac{409}{16}$$

Khi đó

Bước 4: Tính giá trị cần tìm

$$3OH^2 + 4MN^2 = 3 \cdot \frac{458}{27} + 4 \cdot \frac{409}{16} = \frac{458}{9} + \frac{409}{4} = \frac{5497}{36} \approx 152,69$$

Ta có

$$152,69 \approx 152,7$$

Làm tròn đến hàng phần chục:

Nếu làm tròn đến một chữ số thập phân theo cách thông thường thì được

$$152,7$$

$$152,7$$

Đáp số:

Câu 6. Gọi cạnh hình vuông là $2r$, khi đó đường tròn nội tiếp có bán kính r .

$$O(0;0)$$

Đặt hệ trục tọa độ với tâm hình vuông là gốc .

Khi đó:

$$x^2 + y^2 = r^2$$

• đường tròn nội tiếp có phương trình ,

$$O \quad A(r;r), B(r;-r) \quad x = \frac{y^2}{r}$$

• parabola bên phải có đỉnh tại và đi qua nên có phương trình .

Điểm E là giao điểm của parabola bên phải với đường tròn trong góc phần tư thứ nhất.

Khoảng cách từ E đến cạnh AB bằng $6 - 2\sqrt{5}$.

Mà cạnh AB có phương trình $x = r$, nên nếu $E(x_E; y_E)$ thì

$$r - x_E = 6 - 2\sqrt{5}$$

Bước 1: Tìm bán kính

Điểm E thuộc parabola và đường tròn nên $x_E = \frac{y_E^2}{r}$ và $x_E^2 + y_E^2 = r^2$.

$$\frac{y_E^4}{r^2} + y_E^2 = r^2$$

Thay vào: .

$$t = y_E^2 \quad t^2 + r^2 t - r^4 = 0$$

Đặt , ta có .

$$t = \frac{r^2(\sqrt{5}-1)}{2}$$

Giải ra nghiệm dương: .

$$x_E = \frac{t}{r} = r \cdot \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$

Suy ra .

$$r - x_E = r \left(1 - \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \right) = r \cdot \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

Do đó

$$r \cdot \frac{3 - \sqrt{5}}{2} = 6 - 2\sqrt{5} = 2(3 - \sqrt{5})$$

Theo giả thiết:

$$r = 4$$

Suy ra

$$8$$

Vậy cạnh hình vuông là

Bước 2: Tính diện tích phần tô đậm

$$4$$

Do đối xứng, chỉ cần tính diện tích một góc rồi nhân

Trong góc phần tư thứ nhất, phần tô đậm được giới hạn bởi:

$$y = 2\sqrt{x}$$

• parabola

$$y = \sqrt{16 - x^2}$$

• cung tròn

$$E$$

• từ giao điểm đến cạnh hình vuông.

$$x_E = 4 \cdot \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 2(\sqrt{5} - 1)$$

Hoành độ giao điểm là

$$S_1 = \int_{2(\sqrt{5}-1)}^4 \left(2\sqrt{x} - \sqrt{16 - x^2} \right) dx$$

Diện tích một góc là

$$S_1 \approx 0,8355$$

Tính gần đúng:

$$S = 4S_1 \approx 4 \cdot 0,8355 \approx 3,342$$

Vậy tổng diện tích phần tô đậm là

$$S \approx 3,3$$

Làm tròn đến hàng phần chục:

3,3

Đáp số: