SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TỈNH NINH BÌNH
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề có 04 trang)

ĐỀ KHẢO SÁT, ĐÁNH GIÁ CHẤT LƯỢNG GIÁO DỤC LỚP 12 THPT LẦN THỨ BA - NĂM HỌC 2025-2026
MÔN THI: TOÁN - THPT, GDTX
(Thời gian làm bài: 90 phút)

Họ và tên: …….. Số báo danh: …… **MÃ ĐỀ: 0101**

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Hàm số $F(x)=\ln x$ là nguyên hàm của hàm số nào dưới đây trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $f(x)=2026-\dfrac{1}{x}$. **B.** $f(x)=-\dfrac{1}{x}$. **C.** $f(x)=\dfrac{1}{x}$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{x}+2026$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\cot(3x-45^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ là

A. $x=25^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=35^\circ+k60^\circ, k\in\mathbb{Z}$. **C.** $x=30^\circ+k60^\circ, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=60^\circ+k180^\circ, k\in\mathbb{Z}$.

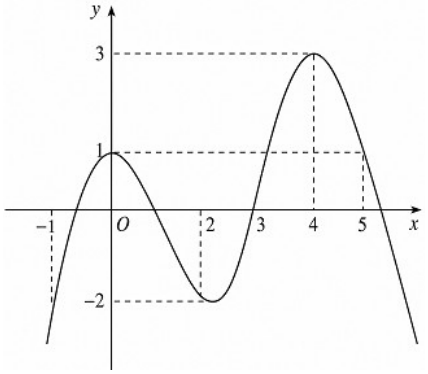
Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a,b]$. Biết $\int_a^b f(x)dx=2026$, giá trị của $\int_b^a 2f(x)dx$ là

A. -4052. **B.** 4052. **C.** 1013. **D.** -1013.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=68$. **B.** $x=65$. **C.** $x=66$. **D.** $x=63$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;5]$ và có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1;5]$. Giá trị của $M-m$ bằng



A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{4-y}{5}=\dfrac{z+1}{3}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(2;4;-1)$. **B.** $\vec{u}_1=(2;5;3)$. **C.** $\vec{u}_4=(3;4;-1)$. **D.** $\vec{u}_3=(2;-5;3)$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=-18$. **B.** $u_2=6$. **C.** $u_2=1$. **D.** $u_2=-6$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng

A. SB. **B.** AB. **C.** AC. **D.** SA.

Câu 9. Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là

A. $\frac{47}{50}$. **B.** $\frac{52}{50}$. **C.** $\frac{36}{50}$. **D.** $\frac{57}{50}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của một mặt cầu?

A. $x^2+y^2-z^2-4x+2y+2z-3=0$. **B.** $x^2+2y^2+z^2-4x+2y+2z-10=0$.

C. $x^2+y^2+z^2-4x+2y+2z-2=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2-4xy+2y+2z+8=0$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(5;3;-2)$ và $\vec{b}=2\vec{i}+3\vec{k}-\vec{j}$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}$.

A. $\vec{u}=(10;6;-4)$. **B.** $\vec{u}=(16;3;5)$. **C.** $\vec{u}=(16;15;-7)$. **D.** $\vec{u}=(10;-3;-6)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong một nghiên cứu, một nhóm học sinh được cho xem cùng một danh sách các loài động vật. Sau đó cứ mỗi tháng, các em sẽ được kiểm tra lại để xem còn nhớ bao nhiêu phần trăm số loài động vật có trong danh sách. Giả sử sau t tháng, khả năng nhớ trung bình M của nhóm học sinh đó được tính theo công thức $M(t)=75-20\ln(t+1), 0\le t\le 12$ (đơn vị: $\%$).

a) Khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó sau 6 tháng là 36% (kết quả đã làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Hàm số $y=M(t)$ nghịch biến trên đoạn $[0;12]$.

c) Công thức tìm t khi biết M là $t=e^{75-M}-1$.

d) Sau ít nhất 10 tháng thì khả năng nhớ trung bình của nhóm học sinh đó còn dưới 25%.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;2;-1)$, $B(2;0;1)$, $C(0;1;2)$, $D(1;1;1)$.

a) Gọi DH là đường cao của tứ diện. Một vectơ chỉ phương của DH là $\vec{u}=(4;5;3)$.

b) Cosin của góc tạo bởi đường thẳng AD và mặt phẳng (ABC) là $\frac{\sqrt{10}}{50}$.

c) Phương trình của mặt cầu tâm D tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là $(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=50$.

d) Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Nếu (P) có phương trình dạng $ax+by+cz-2=0$ là mặt phẳng đi qua điểm G và cách điểm D một khoảng lớn nhất thì $a+2b+3c=9$.

Câu 3. Độ tuổi của người đi xem một bộ phim mới tại một rạp chiếu phim được ghi lại trong bảng số liệu ghép nhóm sau:

Độ tuổi	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số người	6	12	16	7	2

a) Giá trị đại diện của nhóm $[50;60)$ là 60.

b) Độ tuổi được dự báo ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.

c) Nhóm chứa mốt là nhóm $[30;40)$.

d) Độ tuổi được dự báo xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Câu 4. Một bồn chứa hình trụ có diện tích đáy $S=100,m^2$ đang chứa $1000,m^3$ hóa chất lỏng. Do sự cố, hóa chất bị rò rỉ ra ngoài qua một lỗ hổng ở đáy. Đồng thời, do nắp bồn không đủ cao, hóa chất cũng bị bốc hơi khỏi bề mặt. Tốc độ rò rỉ tại thời điểm t (giờ) kể từ lúc bắt đầu sự cố tỉ lệ thuận với căn bậc hai của chiều cao cột chất lỏng $h(t)$ còn lại trong bồn: $v_r(t)=10\sqrt{h(t)}$ (m^3/giờ). Tốc độ bốc hơi tỉ lệ thuận với diện tích bề mặt tiếp xúc (là đáy trên của hình trụ) và thay đổi theo thời gian: $v_b(t)=\dfrac{200}{t+1}$ (m^3/giờ). Gọi $V(t)$ là thể tích hóa chất còn lại trong bồn tại thời điểm t (giờ). Biết $V(0)=1000,m^3$.

a) Tại thời điểm bắt đầu sự cố $(t=0)$, tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hóa chất trong bồn là $231,6$ $(m^3/)$ giờ (kết quả đã làm tròn đến hàng phần mười).

b) Mối liên hệ giữa chiều cao $h(t)$ và thời gian t được xác định bởi hệ thức $h'=-0,1\sqrt{h}-\dfrac{2}{t+1}$.

c) Trong khoảng thời gian gặp sự cố thì tốc độ giảm thể tích tổng cộng của hoá chất trong bồn luôn tăng.

d) Nếu bỏ qua sự bốc hơi $(v_b=0)$ thì bồn sẽ cạn sạch hóa chất $(h=0)$ sau đúng 20 giờ.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

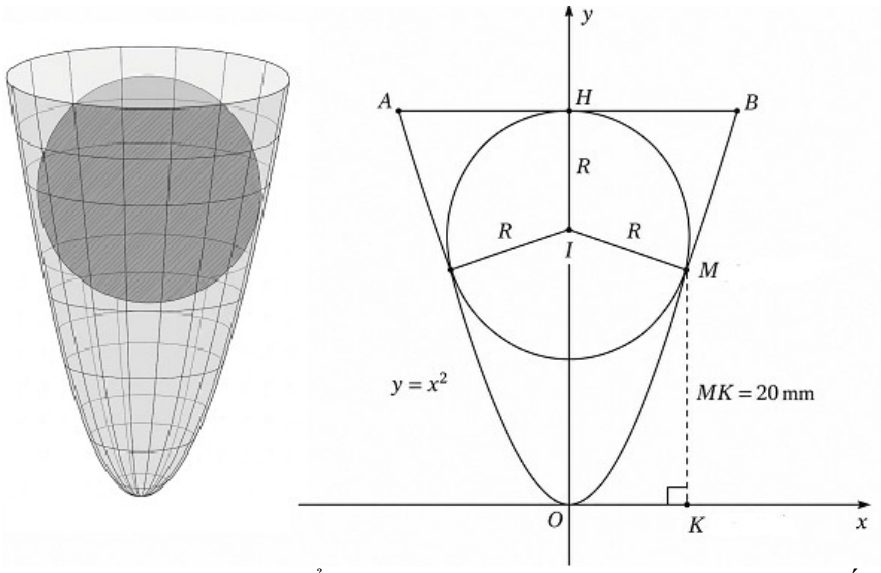
Câu 1. Một công ty xây dựng cần xếp các ống thép hình trụ thành một chồng trong kho. Hàng dưới cùng có 50 ống, hàng thứ hai có 49 ống, hàng thứ ba có 48 ống,... Cứ như thế, mỗi hàng phía trên ít hơn hàng ngay phía dưới là 1 ống và hàng trên cùng có 21 ống. Biết giá tiền nhập kho của mỗi ống thép là 250.000 đồng. Tính tổng số tiền công ty đó đã chi để nhập toàn bộ số ống thép trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).

Câu 2. Trước thềm trận bóng đá giữa đội tuyển A và đội tuyển B, một đài truyền hình thực hiện phỏng vấn ngẫu nhiên một lượng người hâm mộ, với 20% số người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu của một trong hai đội. Kết quả khảo sát cho thấy 60% số người được phỏng vấn trả lời sẽ xem, số người còn lại trả lời sẽ không xem. Tuy nhiên, số liệu thực tế sau trận đấu cho thấy có sự sai lệch giữa câu trả lời và hành động thực: trong số những người trả lời "có xem", tỉ lệ người thực sự xem là 90%; trong số những người trả lời "không xem", tỉ lệ người thực sự không xem là 85%. Biết rằng trong số những người được phỏng vấn đang mặc áo thi đấu, tỉ lệ người thực sự xem trận đấu là 85%, gọi tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong số những người không mặc áo thi đấu là $a\%$. Tìm a (kết quả a làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Một doanh nghiệp sản xuất linh kiện công nghệ cao đang giữ vị thế độc quyền trên thị trường và luôn bán hết số sản phẩm sản xuất ra. Với x là số lượng sản phẩm sản xuất ra $(0<x<3520)$ thì giá bán của một sản phẩm được cho bởi công thức $P(x)=1760-0,5x$ (tính bằng USD) và tổng chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi công thức $C(x)=\dfrac{1}{3}x^3-10x^2+200x+1000$ (tính bằng USD). Chính phủ dự định áp dụng chính sách thuế bằng cách thu của doanh nghiệp một khoản thuế là t (USD) trên mỗi sản phẩm bán ra. Khi đó, doanh nghiệp sẽ điều chỉnh sản lượng x để đạt lợi nhuận tối đa ứng với mức thuế t. Xác định mức thuế t (USD) mà Chính phủ nên áp đặt để tổng số tiền thuế thu được từ doanh nghiệp này là lớn nhất.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hai thanh dầm của một mái nhà được biểu diễn bởi hai đường thẳng lần lượt có phương trình $\begin{cases}x=1\\y=1-2t_1,\ (t_1\in\mathbb{R})\\z=1+t_1\end{cases}$ và $\begin{cases}x=0\\y=-2+4t_2,\ (t_2\in\mathbb{R})\\z=1-2t_2\end{cases}$.
Một máng nước nằm ở mép của mái nhà và vuông góc với hai thanh dầm này được biểu diễn bởi đường thẳng có vectơ chỉ phương có tọa độ là $(a;b;6)$. Tính giá trị của biểu thức $T=7a+5b$.

Câu 5. Một công ty sản xuất kẹo thạch muốn thiết kế một loại vỏ nhựa có dạng hình tròn xoay. Hình này được tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi đường parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $y = h$ (với $h > 0$) quanh trục tung Oy. Đơn vị đo trên các trục tọa độ là mm. Bên trong vỏ nhựa có đặt một viên kẹo thạch hình cầu bán kính R. Biết viên kẹo tiếp xúc với mặt xung quanh của vỏ nhựa đồng thời tiếp xúc với mặt đáy của vỏ (xem hình vẽ). Gọi M là điểm tiếp xúc giữa viên kẹo và mặt bên của vỏ nhựa, M thuộc mặt phẳng (Oxy). Khoảng cách từ điểm M đến trục hoành bằng 20 mm. Phần không gian còn lại trong vỏ nhựa được đổ đầy nước trái cây. Tính thể tích V của phần nước trái cây này (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của mm^3, không làm tròn các bước trung gian, chỉ làm tròn ở bước cuối cùng, bỏ qua độ dày của vỏ).



Câu 6. Trong y học, máy tán sỏi ngoài cơ thể (Lithotripter) hoạt động dựa trên tính chất quang học của đường elip. Thiết bị này có một mặt phản xạ có mặt cắt là một nửa đường elip. Khi hoạt động, nguồn phát sóng xung kích được đặt tại tiêu điểm F_1 của elip, và viên sỏi thận của bệnh nhân được bác sĩ định vị chính xác tại tiêu điểm F_2 còn lại. Theo tính chất của elip, mọi tia sóng phát ra từ F_1 sau khi chạm vào mặt phản xạ đều hội tụ chính xác tại F_2, tạo ra năng lượng đủ lớn để phá vỡ viên sỏi mà không cần phẫu thuật. Một thiết bị tán sỏi thận có mặt cắt là một nửa đường elip với độ dài trục lớn là 20 cm và khoảng cách từ tiêu điểm đến tâm của elip là 8 cm. Xét một tia sóng phát ra từ nguồn F_1, đi theo phương vuông góc với trục lớn tại chính vị trí tiêu điểm F_1, chạm vào mặt phản xạ tại điểm M rồi truyền đến viên sỏi tại tiêu điểm F_2. Tính độ dài quãng đường MF_2 (đơn vị: cm) từ điểm phản xạ đến viên sỏi.

----------HẾT----------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Phần I.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	C	B	A	B	D	D	D	C	A	C	B	A

Phần II.

Câu	a)	b)	c)	d)
Câu 1	Đúng	Đúng	Sai	Sai
Câu 2	Đúng	Sai	Sai	Đúng
Câu 3	Sai	Đúng	Đúng	Sai
Câu 4	Đúng	Đúng	Sai	Sai

Phần III.

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	266 triệu đồng	54	1230 USD	50	600 mm^3	16,4 cm

LỜI GIẢI THAM KHẢO

Câu 1.

$F(x)=\ln x$ $f(x)$ $f(x)=F'(x)$

Ta có là nguyên hàm của nên .

$x>0$ $(\ln x)'=\dfrac{1}{x}$

Với , ta có .

$f(x)=\dfrac{1}{x}$

Vậy .

Chọn C.

Câu 2.

$$\cot(3x-45^\circ)=\frac{\sqrt{3}}{3}$$

Phương trình đã cho: .

$\cot 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Ta có nên
$3x - 45^\circ = 60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

.

$3x = 105^\circ + k180^\circ$

Suy ra , do đó
$x = 35^\circ + k60^\circ, k \in \mathbb{Z}$

.

Chọn B.

Câu 3.

$\int_a^b f(x)dx = 2026$

Biết .

$\int_b^a 2f(x)dx$

Ta cần tính .

$\int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$

Dùng tính chất đổi cận: .

Do đó
$\int_b^a 2f(x)dx = 2\int_b^a f(x)dx = -2\int_a^b f(x)dx = -2.2026 = -4052$

.

Chọn A.

Câu 4.

$\log_4(x-1) = 3$

Ta có .

$x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1$

Điều kiện: .

Từ phương trình:
$x - 1 = 4^3 = 64$

.

$x = 65$

Suy ra .

Chọn B.

Câu 5.

$[-1;5]$

Dựa vào đồ thị trên đoạn :

$M = 3$

Giá trị lớn nhất của hàm số là .

$m = -2$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số là .

$M - m = 3 - (-2) = 5$

Vậy .

Chọn D.

Câu 6.

$d : \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{4-y}{5} = \dfrac{z+1}{3}$

Đường thẳng .

$\dfrac{x-3}{2} = \dfrac{4-y}{5} = \dfrac{z+1}{3} = t$

Đặt .

Khi đó:

$x = 3 + 2t$

$4 - y = 5t \Rightarrow y = 4 - 5t$,

,

$z = -1 + 3t$

.

d $\vec{u} = (2;-5;3)$

Vậy một vectơ chỉ phương của là .

Chọn D.

Câu 7.

$u_1 = -2$ $q = 3$

Cấp số nhân có , công bội .

$u_2 = u_1.q = -2.3 = -6$

Ta có .

Chọn D.

Câu 8.

Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là A.

Điểm C đã nằm trên mặt phẳng $(ABCD)$ nên hình chiếu của C vẫn là C.

Do đó hình chiếu của đường thẳng SC trên mặt phẳng $(ABCD)$ là đường thẳng AC.

Chọn C.

Câu 9.

Gọi A là tập người thành thạo tiếng Anh, B là tập người thành thạo tiếng Pháp.

Ta có:

$n(A) = 31$, $n(B) = 21$, $n(A \cap B) = 5$.

Số người thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng là

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 31 + 21 - 5 = 47$.

Tổng số người là 50 nên xác suất cần tìm là $\frac{47}{50}$.

Chọn A.

Câu 10.

Phương trình mặt cầu có dạng tổng quát:

$x^2 + y^2 + z^2 + ax + by + cz + d = 0$, trong đó hệ số của x^2, y^2, z^2 bằng nhau và không có tích chéo như xy, yz, zx.

Xét các phương án:

A. Có $-z^2$ nên không phải mặt cầu.

B. Có hệ số $2y^2$ khác hệ số của x^2, z^2, nên không phải mặt cầu.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 2 = 0$ có dạng phương trình mặt cầu.

$-4xy$

D. Có tích chéo nên không phải mặt cầu.

Chọn C.

Câu 11.

$\vec{a} = (5;3;-2)$

Ta có .

$\vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{k} - \vec{j}$ $\vec{b} = (2;-1;3)$

Lại có nên .

$\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b}$

Cần tìm .

Ta tính:

$2\vec{a} = 2(5;3;-2) = (10;6;-4)$

,

$3\vec{b} = 3(2;-1;3) = (6;-3;9)$

.

Suy ra

$\vec{u} = (10;6;-4) + (6;-3;9) = (16;3;5)$

.

Chọn B.

Câu 12.

y'

Dựa vào bảng xét dấu của :

$(-\infty;-3)$ $y' < 0$

- Trên khoảng , , hàm số nghịch biến.

  $(-3;-2)$ $y' > 0$

- Trên khoảng , , hàm số đồng biến.

  $x = -3$ y' $x = -3$

  Tại , đổi dấu từ $-$ sang $+$ nên là điểm cực tiểu.

  $(-2;3)$ $y' < 0$

- Trên khoảng , .

  $x = -2$ y' $x = -2$

  Tại , đổi dấu từ $+$ sang $-$ nên là điểm cực đại.

  $(3;5)$ $y' > 0$

- Trên khoảng , .

  $x = 3$ y' $x = 3$

  Tại , đổi dấu từ $-$ sang $+$ nên là điểm cực tiểu.

$(5;+\infty)$ $y'<0$

- Trên khoảng , .
  $x=5$ y' $x=5$
  Tại , đổi dấu từ $+$ sang $-$ nên là điểm cực đại.

Vậy hàm số có 2 điểm cực đại.

Chọn A.

Phần 2.

Câu 1

$M(t)=75-20\ln(t+1), 0\le t\le 12$

Ta có .

a) Sau 6 tháng:

$M(6)=75-20\ln 7\approx 75-20.1,946\approx 36,08$

.

36%

Làm tròn đến hàng đơn vị được .

Vậy a) **đúng**.

b) Ta có:

$M'(t)=-\dfrac{20}{t+1}<0$ $t\in[0;12]$

với mọi .

$y=M(t)$ $[0;12]$

Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn .

Vậy b) **đúng**.

c) Từ công thức:

$M=75-20\ln(t+1)$

.

Suy ra:

$20\ln(t+1)=75-M$

,

$$\ln(t+1)=\frac{75-M}{20}$$

.

Do đó:

$$t=e^{\frac{75-M}{20}}-1$$

.

$t=e^{75-M}-1$

Đề bài cho là thiếu chia cho 20.

Vậy c) **sai**.

25%

d) Ta xét khi khả năng nhớ còn dưới :

$$75-20\ln(t+1)<25$$

.

Suy ra:

$$20\ln(t+1)>50$$

,

$$\ln(t+1)>2,5$$

,

$$t+1>e^{2,5}$$

,

$$t>e^{2,5}-1\approx 11,18$$

.

11,18

Vậy phải sau hơn tháng, nếu tính theo tháng nguyên thì ít nhất là 12 tháng, không phải 10 tháng.

Vậy d) **sai**.

Câu 2

$A(1;2;-1)$ $B(2;0;1)$ $C(0;1;2)$ $D(1;1;1)$

Ta có , , , .

Tính:

$\overrightarrow{AB} = (1;-2;2)$

,

$\overrightarrow{AC} = (-1;-1;3)$

.

(ABC)

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng là:

$\vec{n} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (-4;-5;-3)$

.

$\vec{n} = (4;5;3)$

Do đó cũng có thể lấy .

DH (ABC) DH

a) Đường cao của tứ diện vuông góc với mặt phẳng , nên vectơ chỉ phương của chính là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) .

$\vec{u} = (4;5;3)$ (ABC) DH

Vì là một vectơ pháp tuyến của nên cũng là vectơ chỉ phương của .

Vậy a) **đúng**.

b) Ta có:

$\overrightarrow{AD} = D - A = (0;-1;2)$

.

α AD (ABC)

Gọi là góc giữa đường thẳng và mặt phẳng .

Ta có:

$$\sin\alpha = \frac{|\overrightarrow{AD}.\vec{n}|}{|\overrightarrow{AD}|.|\vec{n}|}$$

.

Tính:

$\overrightarrow{AD}.\vec{n} = 0.4 + (-1).5 + 2.3 = 1$

,

$|\overrightarrow{AD}|=\sqrt{5}$

,

$|\vec{n}|=\sqrt{4^2+5^2+3^2}=\sqrt{50}$

.

Do đó:

$$\sin\alpha=\frac{1}{\sqrt{5}.\sqrt{50}}=\frac{\sqrt{10}}{50}$$

.

$$\frac{\sqrt{10}}{50}$$

Đề bài nói **cosin** của góc là , nhưng giá trị đó là **sin** của góc.

Vậy b) **sai**.

(ABC)

c) Phương trình mặt phẳng :

$$4(x-1)+5(y-2)+3(z+1)=0$$

,

suy ra:

$$4x+5y+3z-11=0$$

.

$D(1;1;1)$ (ABC)

Khoảng cách từ đến mặt phẳng là:

$$d=\frac{|4.1+5.1+3.1-11|}{\sqrt{4^2+5^2+3^2}}=\frac{1}{\sqrt{50}}$$

.

D (ABC) $R=\frac{1}{\sqrt{50}}$

Mặt cầu tâm tiếp xúc với mặt phẳng có bán kính , nên:

$$R^2=\frac{1}{50}$$

.

Phương trình đúng phải là:

$$(x-1)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=\frac{1}{50}$$

.

Đề bài cho bằng 50 là sai.

Vậy c) **sai**.

d) Trọng tâm tam giác ABC là:

$$G\left(\frac{1+2+0}{3};\frac{2+0+1}{3};\frac{-1+1+2}{3}\right)=\left(1;1;\frac{2}{3}\right)$$

.

Mặt phẳng (P) đi qua G và cách điểm D lớn nhất thì (P) phải vuông góc với đường thẳng DG.

Ta có $D(1;1;1)$ và $G\left(1;1;\frac{2}{3}\right)$ nên DG song song với trục Oz.

$$z=\frac{2}{3}$$

Vậy mặt phẳng cần tìm có dạng .

$$ax+by+cz-2=0$$

Viết dưới dạng :

$3z-2=0$

.

$a=0,b=0,c=3$

Suy ra .

Do đó:

$a+2b+3c=0+0+9=9$

.

Vậy d) **đúng**.

Câu 3

Bảng số liệu:

Độ tuổi	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số người	6	12	16	7	2

$[50;60)$

a) Giá trị đại diện của nhóm là trung điểm của nhóm:

$$\frac{50+60}{2}=55$$

.

Không phải 60.

Vậy a) **sai**.

$[50;60)$

b) Nhóm có số người ít nhất là nhóm , có 2 người.

$[50;60)$

Do đó độ tuổi được dự báo ít xem phim nhất thuộc nhóm .

Vậy b) **đúng**.

c) Nhóm chứa mốt là nhóm có tần số lớn nhất.

$[30;40)$

Tần số lớn nhất là 16, thuộc nhóm .

Vậy c) **đúng**.

d) Dự báo độ tuổi xem phim nhiều nhất chính là mốt của mẫu số liệu ghép nhóm.

$[30;40)$

Nhóm chứa mốt là .

Áp dụng công thức:

$$M_o=30+\frac{16-12}{(16-12)+(16-7)}.10$$

.

Suy ra:

$$M_o=30+\frac{4}{13}.10\approx 33,1$$

.

Vậy độ tuổi được dự báo xem phim nhiều nhất khoảng 33 tuổi, không phải 31 tuổi.

Vậy d) **sai**.

Câu 4

$S = 100, m^2$

Bồn hình trụ có diện tích đáy .

$h(t)$ $V(t)$

Gọi là chiều cao cột chất lỏng, là thể tích chất lỏng còn lại. Khi đó:

$V(t) = 100h(t)$

.

$V(0) = 1000$

Ban đầu , nên:

$100h(0) = 1000 \Rightarrow h(0) = 10$

.

Tốc độ rò rỉ:

$v_r(t) = 10\sqrt{h(t)}$

.

Tốc độ bốc hơi:

$v_b(t) = \frac{200}{t+1}$

.

Tổng tốc độ giảm thể tích là:

$v(t) = 10\sqrt{h(t)} + \frac{200}{t+1}$

.

$t = 0$

a) Tại :

$v(0) = 10\sqrt{10} + \frac{200}{1} = 10\sqrt{10} + 200 \approx 231,6$

.

Vậy a) **đúng**.

$V(t) = 100h(t)$

b) Vì nên:

$V'(t) = 100h'(t)$

.

Mặt khác, thể tích giảm do rò rỉ và bốc hơi nên:

$$V'(t) = -10\sqrt{h(t)} - \frac{200}{t+1}$$

.

Do đó:

$$100h'(t) = -10\sqrt{h(t)} - \frac{200}{t+1}$$

.

Suy ra:

$$h'(t) = -0,1\sqrt{h(t)} - \frac{2}{t+1}$$

.

Vậy b) **đúng**.

c) Tổng tốc độ giảm thể tích là:

$$v(t) = 10\sqrt{h(t)} + \frac{200}{t+1}$$

.

$h(t)$ $\sqrt{h(t)}$ $\frac{200}{t+1}$

Trong quá trình sự cố, giảm nên giảm. Đồng thời cũng giảm theo thời gian.

Vì vậy tổng tốc độ giảm thể tích không tăng, mà giảm dần.

Vậy c) **sai**.

d) Nếu bỏ qua sự bốc hơi thì:

$h' = -0,1\sqrt{h}$

.

Ta giải:

$$\frac{dh}{\sqrt{h}} = -0,1dt$$

.

Suy ra:

$2\sqrt{h} = -0,1t + C$

.

$t = 0 \quad h(0) = 10$

Tại , nên:

$C = 2\sqrt{10}$

.

$h = 0$

Khi bồn cạn thì :

$0 = -0,1t + 2\sqrt{10}$

.

Suy ra:

$t = 20\sqrt{10} \approx 63,2$

giờ.

Không phải 20 giờ.

Vậy d) **sai**.

Phần 3

Câu 1

$50, 49, 48, \ldots, 21$

Số ống thép ở các hàng lần lượt là: .

Đây là cấp số cộng có:

$u_1 = 50 \quad u_n = 21 \quad d = -1$

, , công sai .

Số hàng là:

$n = 50 - 21 + 1 = 30$

.

Tổng số ống thép là:

$S = \frac{(50+21).30}{2} = 1065$

ống.

250000

Mỗi ống có giá đồng, nên tổng tiền là:

$1065.250000 = 266250000$

đồng.

Đổi ra triệu đồng:

266250000 $= 266,25$

đồng triệu đồng.

Làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng được **266 triệu đồng**.

Đáp án: 266 triệu đồng.

Câu 2

100%

Gọi tổng số người được phỏng vấn là .

Theo đề:

60%

- Có trả lời "có xem".

40%

- Có trả lời "không xem".

90%

Trong số người trả lời "có xem", tỉ lệ thực sự xem là , nên tỉ lệ thực sự xem từ nhóm này là:

$60\%.90\% = 54\%$

.

85% 15%

Trong số người trả lời "không xem", tỉ lệ thực sự không xem là , nên tỉ lệ thực sự xem là .

Tỉ lệ thực sự xem từ nhóm này là:

$40\%.15\% = 6\%$

.

Vậy tỉ lệ người thực sự xem trận đấu trong toàn bộ nhóm phỏng vấn là:

$54\% + 6\% = 60\%$

.

20% 85%

Mặt khác, có số người được phỏng vấn mặc áo thi đấu. Trong nhóm này, tỉ lệ thực sự xem là , nên đóng góp:

$20\%.85\% = 17\%$

.

80% $a\%$

Còn lại không mặc áo thi đấu. Gọi tỉ lệ thực sự xem trong nhóm không mặc áo là .

Ta có:

$17\% + 80\%.a\% = 60\%$

.

Suy ra:

$80\%.a\% = 43\%$

,

$$a\% = \frac{43\%}{80\%} = 53,75\%$$

.

$a = 53,75$ $a = 54$

Vậy . Làm tròn đến hàng đơn vị được .

Đáp án: 54.

Câu 3

x

Doanh thu khi sản xuất và bán sản phẩm là:

$$R(x) = x.P(x) = x(1760 - 0,5x)$$

.

t

Do bị đánh thuế USD trên mỗi sản phẩm, lợi nhuận của doanh nghiệp là:

$$L(x) = x(1760 - 0,5x) - C(x) - tx$$

.

$$C(x) = \frac{1}{3}x^3 - 10x^2 + 200x + 1000$$

Thay , ta được:

$$L(x) = x(1760 - 0,5x) - \left(\frac{1}{3}x^3 - 10x^2 + 200x + 1000\right) - tx$$

.

Rút gọn:

$$L(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9,5x^2 + (1560 - t)x - 1000$$

.

x

Doanh nghiệp chọn sản lượng để lợi nhuận lớn nhất, nên xét đạo hàm:

$$L'(x) = -x^2 + 19x + 1560 - t$$

.

Tại sản lượng tối ưu:

$$L'(x) = 0$$

.

Suy ra:

$$-x^2 + 19x + 1560 - t = 0$$

,

$$t = -x^2 + 19x + 1560$$

.

Tiền thuế Chính phủ thu được là:

$$T(x) = tx = x(-x^2 + 19x + 1560)$$

.

Suy ra:

$$T(x) = -x^3 + 19x^2 + 1560x$$

.

Xét đạo hàm:

$$T'(x) = -3x^2 + 38x + 1560$$

.

$T'(x) = 0$

Cho :

$-3x^2 + 38x + 1560 = 0$

,

$3x^2 - 38x - 1560 = 0$

.

Ta có:

$\Delta = (-38)^2 - 4.3.(-1560) = 20164 = 142^2$

.

Suy ra:

$x = \frac{38 + 142}{6} = 30$

.

$x = 30$

Với , mức thuế là:

$t = -30^2 + 19.30 + 1560$

,

$t = -900 + 570 + 1560 = 1230$

.

Vậy mức thuế cần áp đặt là **1230 USD** trên mỗi sản phẩm.

Đáp án: 1230 USD.

Câu 4

d_1

Đường thẳng có vectơ chỉ phương:

$\vec{u}_1 = (0;-2;1)$

.

d_2

Đường thẳng có vectơ chỉ phương:

$\vec{u}_2 = (0;4;-2)$

.

$\vec{u}_2 = -2\vec{u}_1$

Ta thấy , nên hai thanh dầm song song với nhau.

M_1 d_1

Lấy điểm trên :

$M_1(1;1-2t_1;1+t_1)$

.

M_2 d_2

Lấy điểm trên :

$M_2(0;-2+4t_2;1-2t_2)$

.

Khi đó:

$\overrightarrow{M_1M_2} = (-1;-3+4t_2+2t_1;-2t_2-t_1)$

.

$\overrightarrow{M_1M_2}$ $\vec{u}_1$

Máng nước vuông góc với hai thanh dầm nên vuông góc với .

Do đó:

$\overrightarrow{M_1M_2}.\vec{u}_1 = 0$

.

Suy ra:

$(-3+4t_2+2t_1).(-2)+(-2t_2-t_1).1=0$

.

Rút gọn:

$6-8t_2-4t_1-2t_2-t_1=0$

,

$5t_1+10t_2=6$

,

$t_1+2t_2=\frac{6}{5}$

.

Khi đó:

$-2t_2 - t_1 = -\frac{6}{5}$

,

$-3 + 4t_2 + 2t_1 = -3 + 2(t_1 + 2t_2) = -3 + \frac{12}{5} = -\frac{3}{5}$

.

Vậy một vectơ chỉ phương của máng nước là:

$\left(-1; -\frac{3}{5}; -\frac{6}{5}\right)$

.

-5

Nhân với , ta được vectơ chỉ phương dạng:

$(5;3;6)$

.

$(a;b;6)$

Theo đề, vectơ chỉ phương có dạng nên:

$a = 5, b = 3$

.

Vậy:

$T = 7a + 5b = 7.5 + 5.3 = 35 + 15 = 50$

.

Đáp án: 50.

Câu 5

(Oxy) M $y = x^2$

Trong mặt phẳng , điểm tiếp xúc thuộc parabol .

M 20 M 20

Khoảng cách từ đến trục hoành bằng mm nên tung độ của là .

M $y = x^2$ $x_M^2 = 20$

Do thuộc , ta có: .

$x_M = 2\sqrt{5}$

Suy ra: .

Vậy có thể lấy:

$M(2\sqrt{5};20)$

.

$I(0;k)$ Oy

Gọi tâm của viên kẹo hình cầu trong mặt cắt là . Vì khi quay quanh trục , viên kẹo là hình cầu nên tâm nằm trên trục Oy .

$y = x^2$ $y' = 2x$

Parabol có đạo hàm: .

$M(2\sqrt{5};20)$ $y'_M = 2.2\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

Tại , hệ số góc tiếp tuyến là: .

M $-\frac{1}{4\sqrt{5}}$

Do đó hệ số góc của pháp tuyến tại là: .

IM M IM

Vì bán kính vuông góc với tiếp tuyến tại , nên đường thẳng chính là pháp tuyến.

IM

Hệ số góc của là:

$\frac{20-k}{2\sqrt{5}}$

.

$\frac{20-k}{2\sqrt{5}} = -\frac{1}{4\sqrt{5}}$

Suy ra: .

$20-k = -\frac{1}{2}$

Do đó: ,

$k = \frac{41}{2}$

.

$$I\left(0;\frac{41}{2}\right)$$

Vậy tâm viên kẹo là: .

$$R = IM$$

Bán kính viên kẹo là: .

$$R^2 = (2\sqrt{5})^2 + \left(20 - \frac{41}{2}\right)^2 = 20 + \frac{1}{4} = \frac{81}{4}$$

Ta có: .

$$R = \frac{9}{2}$$

Suy ra: mm.

$$y = h$$

Viên kẹo tiếp xúc với mặt đáy , nên:

$$h = \frac{41}{2} + \frac{9}{2} = 25$$

mm.

$y = x^2$ $y = 25$ Oy y

Khi quay miền giới hạn bởi và quanh trục , tại độ cao , bán kính mặt cắt là:

$$r = \sqrt{y}$$

.

$$\pi r^2 = \pi y$$

Diện tích mặt cắt là: .

Thể tích phần bên trong vỏ nhựa là:

$$V_{v?} = \pi \int_0^{25} y\,.\,dy = \frac{625\pi}{2}$$

.

Thể tích viên kẹo hình cầu là:

$$V_{k?o} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi.\left(\frac{9}{2}\right)^3 = \frac{243\pi}{2}$$

.

Vậy thể tích phần nước trái cây là:

$V = V_{\text{v?}} - V_{\text{k?o}} = \frac{625\pi}{2} - \frac{243\pi}{2} = 191\pi$

.

$V \approx 600,04$

Tính gần đúng: mm³.

Làm tròn đến hàng đơn vị được:

$V \approx 600$

mm³.

Đáp án: 600 mm³.

Câu 6

20

Độ dài trục lớn của elip là cm, nên:

$2a = 20 \Rightarrow a = 10$

.

8 $c = 8$

Khoảng cách từ tiêu điểm đến tâm là cm, nên: .

$b^2 = a^2 - c^2$

Với elip, ta có: .

$b^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$

Suy ra: ,

$b = 6$

.

O

Chọn hệ trục tọa độ sao cho tâm elip là , trục lớn nằm trên trục hoành. Khi đó:

$F_1(-8;0)$ $F_2(8;0)$

, .

F_1 $x = -8$

Tia sóng phát ra từ theo phương vuông góc với trục lớn nên đi theo đường thẳng .

M

Điểm phản xạ nằm trên elip:

$\frac{x^2}{100}+\frac{y^2}{36}=1$

.

$x=-8$

Thay :

$\frac{64}{100}+\frac{y^2}{36}=1$

.

$\frac{y^2}{36}=\frac{36}{100}=\frac{9}{25}$

Suy ra: ,

$y=\frac{18}{5}$

.

$MF_1=\frac{18}{5}$

Vậy: cm.

$MF_1+MF_2=2a=20$

Theo tính chất của elip: .

$MF_2=20-\frac{18}{5}=\frac{82}{5}=16,4$

Do đó: cm.

Đáp án: 16,4 cm.