

BÀI 9 - CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO XU THẾ TRUNG TÂM**PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN****Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm****Câu 1.** [NB] Giá trị đại diện của nhóm $[14; 20)$ là

- A. 16. B. 17. C. 18. D. 20.

Câu 2. [NB] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có các giá trị đại diện $x_1, x_2, \dots, x_k$ và các tần số tương ứng $m_1, m_2, \dots, m_k$, với $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$. Công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{n}$ B. $\bar{x} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_k}{x_1 + x_2 + \dots + x_k}$
- C. $\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{n}$ D. $\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{k}$

Câu 3. [TH] Thời gian hoàn thành một thao tác được thống kê như sau.

Thời gian (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Số người	2	4	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

- A. 20. B. 21,5. C. 22. D. 22,5.

Câu 4. [TH] Một bảng điểm rời rạc có nhóm điểm từ 6 đến 10, tức gồm các giá trị nguyên 6, 7, 8, 9, 10. Sau khi hiệu chỉnh nhóm này về dạng khoảng để tính các số đặc trưng, giá trị đại diện của nhóm là

- A. 7,5. B. 8. C. 8,5. D. 10.

Câu 5. [TH] Khối lượng của một số sản phẩm được ghép nhóm như sau.

Khối lượng (kg)	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$
Tần số	6	10	4

Khối lượng trung bình xấp xỉ của các sản phẩm là

- A. 17 kg. B. 17,5 kg. C. 18 kg. D. 18,5 kg.

Câu 6. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có ba nhóm với giá trị đại diện lần lượt là 10, 20, 30 và tần số tương ứng là 5, x , 7. Biết số trung bình của mẫu là 21. Giá trị của x là

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 7. [VD] Thời gian xử lý hồ sơ của hai ca làm việc được ghép theo cùng các nhóm như sau.

Thời gian (phút)	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Ca A	6	8	2
Ca B	2	8	6

Thời gian xử lý trung bình của ca B lớn hơn ca A xấp xỉ

- A. 1,25 phút. B. 2 phút. C. 2,5 phút. D. 3,25 phút.

Câu 8. [VD] Lượng nước uống mỗi ngày của 20 người được ghép nhóm như sau.

Lượng nước (lít)	$[1; 1,5)$	$[1,5; 2)$	$[2; 2,5)$
Số người	5	10	5

Lượng nước uống trung bình xấp xỉ là

- A. 1,5 lít. B. 1,6 lít. C. 1,7 lít. D. 1,75 lít.

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm**Câu 9.** [NB] Cho bảng tần số sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	4	6	12	8

Nhóm chứa trung vị là

- A. $[0;10)$. B. $[10;20)$. C. $[20;30)$. D. $[30;40)$.

Câu 10. [NB] Giả sử nhóm chứa trung vị là nhóm $[a_p; a_{p+1})$, có tần số m_p , tổng tần số các nhóm đứng trước là $m_1 + \dots + m_{p-1}$ và cỡ mẫu là n . Công thức tính trung vị là

- A. $M_e = a_p + \frac{n - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$. B. $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$.
- C. $M_e = a_{p+1} + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$. D. $M_e = \frac{a_p + a_{p+1}}{2}$.

Câu 11. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Tần số	4	6	10	10

Trung vị của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 20 . B. 21 . C. 22 . D. 22,5 .

Câu 12. [TH] Thời gian chờ được thống kê như sau.

Thời gian (phút)	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số	4	5	10	5

Trung vị của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 11,5 . B. 12 . C. 12,5 . D. 13 .

Câu 13. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$ với tần số lần lượt là 6, x , 4. Biết trung vị của mẫu bằng 14. Giá trị của x là

- A. 6 . B. 8 . C. 10 . D. 12 .

Câu 14. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có trung vị xấp xỉ bằng $18,5$. Ý nghĩa phù hợp nhất là

- A. mọi giá trị của mẫu đều gần $18,5$.
- B. khoảng một nửa số giá trị không lớn hơn $18,5$ và khoảng một nửa số giá trị không nhỏ hơn $18,5$.
- C. $18,5$ chắc chắn là giá trị xuất hiện nhiều nhất.
- D. số trung bình của mẫu chắc chắn bằng $18,5$.

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 15. [NB] Tứ phân vị thứ hai Q_2 của mẫu số liệu ghép nhóm chính là

- A. trung vị M_e .
- B. số trung bình $\bar{x}$.
- C. một M_o .
- D. giá trị đại diện của nhóm có tần số lớn nhất.

Câu 16. [TH] Cho bảng tần số sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	6	10	8	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là

- A. $[0;10)$ B. $[20;30)$ C. $[30;40)$ D. $[10;20)$

Câu 17. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[10;14)$	$[14;18)$	$[18;22)$	$[22;26)$
Tần số	5	10	10	5

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 xấp xỉ bằng

- A. 14 B. 14,5 C. 15 D. 15,5

Câu 18. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$
Tần số	5	10	10	5

Tứ phân vị thứ ba Q_3 xấp xỉ bằng

- A. 32,5 B. 33,75 C. 34 D. 35

Câu 19. [TH] Nếu $Q_1 \approx 14,5$ thì cách diễn giải phù hợp là

- A. khoảng 50% số giá trị nhỏ hơn 14,5
B. khoảng 75% số giá trị nhỏ hơn 14,5
C. đúng 14,5% số giá trị nhỏ hơn Q_1
D. khoảng 25% số giá trị không lớn hơn 14,5

Câu 20. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 18$ và $Q_3 = 30$. Độ dài khoảng chứa xấp xỉ 50% số giá trị ở giữa mẫu là

- A. 12 B. 18 C. 24 D. 48

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 21. [NB] Khi các nhóm có cùng độ dài, nhóm chứa một là nhóm

- A. có tần số nhỏ nhất. B. có tần số lớn nhất.
C. có đầu mút trái lớn nhất. D. chứa số trung bình.

Câu 22. [NB] Một mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm cùng độ dài và mọi nhóm đều có cùng tần số. Theo cách xác định một trong bài học, mẫu số liệu ghép nhóm này

- A. có một bằng số trung bình. B. có một bằng trung vị.
C. không có một. D. có một là trung điểm của nhóm đầu tiên.

Câu 23. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	6	12	6

Một của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 20 B. 22,5 C. 24 D. 25

Câu 24. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$
Tần số	4	10	7

Một của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 8,33 B. 7,50 C. 8,75 D. 9,00

Câu 25. [VD] Chiều cao của một nhóm học sinh được ghép như sau.

Chiều cao (cm)	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	8	20	12

Mốt của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 166 cm. B. 167 cm. C. 168 cm. D. 169 cm.

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 26. [TH] Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Khi tính số trung bình của mẫu ghép nhóm, ta dùng giá trị đại diện của mỗi nhóm cùng tần số của nhóm đó.
 B. Trung vị luôn bằng giá trị đại diện của nhóm chứa trung vị.
 C. Tứ phân vị thứ nhất luôn thuộc nhóm đầu tiên.
 D. Một luôn bằng trung điểm của nhóm có tần số lớn nhất.

Câu 27. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	4	8	8	4

Số trung bình và trung vị của mẫu lần lượt là

- A. 18 và 20. B. 20 và 20. C. 20 và 22. D. 22 và 20.

Câu 28. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	5	10	10	5

Khoảng xấp xỉ chứa 50% số giá trị ở giữa mẫu là

- A. $[10;30]$. B. $[15;25]$. C. $[12,5;27,5]$. D. $[5;35]$.

Câu 29. [VD] Thu nhập theo giờ của một nhóm lao động được thống kê như sau.

Thu nhập (đơn vị quy ước)	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$
Tần số	6	14	10	5

Mốt của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 10,67. B. 11. C. 11,25. D. 11,33.

Câu 30. [VD] Thời gian sử dụng một dịch vụ của 40 khách hàng được ghép nhóm như sau.

Thời gian (phút)	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Tần số	5	10	15	10

Dựa vào đồ thị tần số tích lũy tương ứng, trung vị đọc được xấp xỉ bằng

- A. 30 phút. B. 32 phút. C. 33,33 phút. D. 35 phút.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. [NB] Xét các phát biểu về số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[a;b)$ là $\frac{a+b}{2}$.
 b) Số trung bình tính từ mẫu ghép nhóm luôn bằng chính xác số trung bình của mẫu số liệu gốc.
 c) Khi tính số trung bình, tần số của mỗi nhóm được dùng làm trọng số cho giá trị đại diện của nhóm.
 d) Nếu nhân tất cả các tần số với cùng một số dương thì số trung bình không thay đổi.

Câu 2. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$
Tần số	2	6	2

- a) Cỡ mẫu bằng 10.
 b) Số trung bình của mẫu bằng 15.

- c) Giá trị đại diện của nhóm $[10;20)$ là 15.
 d) Số trung bình của mẫu bằng 16.

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 3. [TH] Cho bảng tần số

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$
Tần số	4	5	9	2

- a) Cỡ mẫu bằng 20.
 b) Nhóm chứa trung vị là $[10;15)$.
 c) Tổng tần số các nhóm đứng trước nhóm chứa trung vị bằng 9.
 d) Trung vị của mẫu bằng đúng 12,5.

Câu 4. [VD] Thời gian giao hàng được ghép nhóm như sau.

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số đơn	5	14	13	8

- a) Cỡ mẫu bằng 40.
 b) Nhóm chứa trung vị là $[20;30)$.
 c) Trung vị xấp xỉ bằng 20,77 phút.
 d) Trung vị bằng 25 phút.

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 5. [NB] Xét các phát biểu sau.

- a) Q_2 chính là trung vị của mẫu.
 b) Q_1 xấp xỉ chia mẫu sao cho khoảng 25% số giá trị không lớn hơn nó.
 c) Q_3 xấp xỉ chia mẫu sao cho khoảng 75% số giá trị không lớn hơn nó.
 d) Q_3 luôn bằng một của mẫu.

Câu 6. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	5	10	10	5

- a) $Q_1 = 12,5$. b) $Q_3 = 27,5$. c) $Q_3 - Q_1 = 15$. d) $Q_2 = 25$.

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 7. [NB] Xét các phát biểu về một của mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm cùng độ dài.

- a) Nhóm có tần số lớn nhất được gọi là nhóm chứa một.
 b) Công thức nội suy một trong bài học sử dụng tần số của nhóm chứa một và hai nhóm kề nó.
 c) Nếu tất cả các nhóm có tần số bằng nhau thì mẫu số liệu ghép nhóm không có một theo quy ước của bài học.
 d) Một luôn là trung điểm của nhóm chứa một.

Câu 8. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	5	15	10

- a) Nhóm chứa một là $[20;30)$.
 b) Một xấp xỉ bằng 26,67.
 c) Một bằng đúng 25.

d) Hiệu giữa tần số nhóm chứa một và nhóm đứng ngay trước bằng 10 .

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 9. [VD] Cho bảng sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	3	9	9	3

a) Số trung bình bằng 20 .

b) Trung vị bằng 20 .

c) $Q_1 \approx 13,33$.

d) $Q_3 = 25$.

Câu 10. [TH] Điểm thi được ghi theo các nhóm rời rạc $1-4$, $5-7$, $8-10$.

a) Khi hiệu chỉnh về các khoảng liên tục, nhóm thứ nhất có thể viết là $[0,5;4,5)$.

b) Nhóm thứ hai có giá trị đại diện bằng 6 .

c) Nhóm thứ ba có giá trị đại diện bằng 9 .

d) Sau khi hiệu chỉnh, các đầu mút của mọi nhóm vẫn đều là số nguyên.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. [TH] Cho bảng

Nhóm	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	3	4	3

Tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 2. [VD] Một mẫu có ba nhóm với giá trị đại diện 10 , 20 , 30 và tần số tương ứng 2 , x , 4 . Biết số trung bình bằng 22 . Tìm x .

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 3. [TH] Cho các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$ có tần số lần lượt là 2 , 6 , 2 . Tính trung vị của mẫu.

Câu 4. [VD] Cho các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$ có tần số lần lượt là 4 , x , 6 . Biết trung vị của mẫu bằng 16 . Tìm x .

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 5. [TH] Cho các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$, $[30;40)$ có tần số lần lượt là 5 , 10 , 10 , 5 . Tính Q_1 .

Câu 6. [TH] Cho các nhóm $[20;30)$, $[30;40)$, $[40;50)$, $[50;60)$ có tần số lần lượt là 5 , 10 , 10 , 5 . Tính Q_3 .

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 7. [TH] Cho các nhóm $[10;20)$, $[20;30)$, $[30;40)$ có tần số lần lượt là 6 , 12 , 6 . Tính một của mẫu.

Câu 8. [VD] Chiều cao (cm) được ghép theo các nhóm $[160;165)$, $[165;170)$, $[170;175)$ với tần số lần lượt là 8 , 20 , 12 . Tính một của mẫu.

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 9. [VD] Thời gian luyện tập (giờ) được ghép theo các nhóm $[4;6)$, $[6;8)$, $[8;10)$ với tần số lần lượt là 5 , 10 , 5 . Tính số trung bình.

Câu 10. [TH] Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 18$ và $Q_3 = 30$. Tính $Q_3 - Q_1$.

Đáp án Phần I - Trắc nghiệm 4 lựa chọn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Đáp án	B	C	D	B	A	B	C	D	C	B
Câu	1	12	1	14	1	16	1	18	1	20
	1		3		5		7		9	
Đáp án	D	A	C	B	A	D	C	B	D	A
Câu	2	22	2	24	2	26	2	28	2	30
	1		3		5		7		9	
Đáp án	B	C	D	A	C	A	B	C	D	C

Đáp án Phần II - Đúng - sai

Câu	a)	b)	c)	d)
1	Đ	S	Đ	Đ
2	Đ	Đ	Đ	S
3	Đ	Đ	Đ	S
4	Đ	Đ	Đ	S
5	Đ	Đ	Đ	S
6	Đ	Đ	Đ	S
7	Đ	Đ	Đ	S
8	Đ	Đ	S	Đ
9	Đ	Đ	Đ	S
10	Đ	Đ	Đ	S

Đáp án Phần III - Trả lời ngắn

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ĐA	25	4	15	10	12,5	47,5	25	168	7	12

LỜI GIẢI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM 4 LỰA CHỌN

Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. [NB] Giá trị đại diện của nhóm $[14; 20)$ là

- A. 16.
B. 17.
C. 18.
D. 20.

Lời giải.

Nhóm $[14; 20)$ có giá trị đại diện là trung điểm của hai đầu mút:

$$x = \frac{14 + 20}{2} = 17.$$

Vậy chọn B.

Câu 2. [NB] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có các giá trị đại diện $x_1, x_2, \dots, x_k$ và các tần số tương ứng $m_1, m_2, \dots, m_k$, với $n = m_1 + m_2 + \dots + m_k$. Công thức tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{n}.$$

A.

$$\bar{x} = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_k}{x_1 + x_2 + \dots + x_k}$$

B.

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{n}$$

C.

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{k}$$

D.

Lời giải.

Với mẫu ghép nhóm, mỗi giá trị đại diện x_i được tính với trọng số là tần số m_i . Do đó

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_k x_k}{m_1 + m_2 + \dots + m_k} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{n}.$$

Vậy chọn C.

Câu 3. [TH] Thời gian hoàn thành một thao tác được thống kê như sau.

Thời gian (phút)	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Số người	2	4	6	4

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm bằng

A. 20.

B. 21,5.

C. 22.

D. 22,5.

Lời giải.

Giá trị đại diện của bốn nhóm lần lượt là 5, 15, 25, 35. Cỡ mẫu là

$$n = 2 + 4 + 6 + 4 = 16.$$

Số trung bình xấp xỉ là

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 4 \cdot 15 + 6 \cdot 25 + 4 \cdot 35}{16} = \frac{360}{16} = 22,5.$$

Vậy chọn D.

Câu 4. [TH] Một bảng điểm rời rạc có nhóm điểm từ 6 đến 10, tức gồm các giá trị nguyên 6, 7, 8, 9, 10. Sau khi hiệu chỉnh nhóm này về dạng khoảng để tính các số đặc trưng, giá trị đại diện của nhóm là

A. 7,5.

B. 8.

C. 8,5.

D. 10.

Lời giải.

Nhóm điểm rời rạc 6–10 gồm các giá trị nguyên 6, 7, 8, 9, 10. Khi hiệu chỉnh về khoảng liên tục, ta có

nhóm $[5,5;10,5)$. Giá trị đại diện là

$$x = \frac{5,5 + 10,5}{2} = 8.$$

Vậy chọn B.

Câu 5. [TH] Khối lượng của một số sản phẩm được ghép nhóm như sau.

Khối lượng (kg)	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$
Tần số	6	10	4

Khối lượng trung bình xấp xỉ của các sản phẩm là

- A. 17 kg.
 B. 17,5 kg.
 C. 18 kg.
 D. 18,5 kg.

Lời giải.

Giá trị đại diện của ba nhóm là 12,5; 17,5; 22,5. Cỡ mẫu là 20. Do đó

$$\bar{x} = \frac{6 \cdot 12,5 + 10 \cdot 17,5 + 4 \cdot 22,5}{20} = \frac{340}{20} = 17.$$

Vậy chọn A.

Câu 6. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có ba nhóm với giá trị đại diện lần lượt là 10, 20, 30 và tần số tương ứng là 5, x , 7. Biết số trung bình của mẫu là 21. Giá trị của x là

- A. 6.
 B. 8.
 C. 10.
 D. 12.

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n = 5 + x + 7 = x + 12$. Theo giả thiết $\bar{x} = 21$:

$$\frac{5 \cdot 10 + x \cdot 20 + 7 \cdot 30}{x + 12} = 21.$$

Suy ra

$$260 + 20x = 21x + 252 \Rightarrow x = 8.$$

Vậy chọn B.

Câu 7. [VD] Thời gian xử lý hồ sơ của hai ca làm việc được ghép theo cùng các nhóm như sau.

Thời gian (phút)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Ca A	6	8	2
Ca B	2	8	6

Thời gian xử lý trung bình của ca B lớn hơn ca A xấp xỉ

- A. 1,25 phút.
 B. 2 phút.
 C. 2,5 phút.
 D. 3,25 phút.

Lời giải.

Giá trị đại diện của ba nhóm là 7,5; 12,5; 17,5.

Ca A:

$$\bar{x}_A = \frac{6 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5}{16} = 11,25.$$

Ca B:

$$\bar{x}_B = \frac{2 \cdot 7,5 + 8 \cdot 12,5 + 6 \cdot 17,5}{16} = 13,75.$$

Vì thế

$$\bar{x}_B - \bar{x}_A = 13,75 - 11,25 = 2,5.$$

Vậy ca B lớn hơn ca A khoảng 2,5 phút.

Vậy chọn C.

Câu 8. [VD] Lượng nước uống mỗi ngày của 20 người được ghép nhóm như sau.

Lượng nước (lít)	$[1; 1,5)$	$[1,5; 2)$	$[2; 2,5)$
Số người	5	10	5

Lượng nước uống trung bình xấp xỉ là

- A. 1,5 lít.
 B. 1,6 lít.
 C. 1,7 lít.
 D. 1,75 lít.

Lời giải.

Giá trị đại diện của các nhóm là 1,25; 1,75; 2,25. Do đó

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 1,25 + 10 \cdot 1,75 + 5 \cdot 2,25}{20} = \frac{35}{20} = 1,75.$$

Vậy chọn D.

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 9. [NB] Cho bảng tần số sau.

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	4	6	12	8

Nhóm chứa trung vị là

- A. $[0; 10)$.
 B. $[10; 20)$.
 C. $[20; 30)$.
 D. $[30; 40)$.

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n = 4 + 6 + 12 + 8 = 30$, nên vị trí trung vị tương ứng mức $n/2 = 15$. Tần số tích lũy là 4, 10, 22, 30. Vì

$$10 < 15 \leq 22,$$

nên trung vị thuộc nhóm $[20; 30)$. Vậy chọn C.

Câu 10. [NB] Giả sử nhóm chứa trung vị là nhóm $[a_p; a_{p+1})$, có tần số m_p , tổng tần số các nhóm đứng trước là $m_1 + \dots + m_{p-1}$ và cỡ mẫu là n . Công thức tính trung vị là

A. $M_e = a_p + \frac{n - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$.

B. $M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$.

C. $M_e = a_{p+1} + \frac{\frac{n}{2} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} (a_{p+1} - a_p)$.

$$D. \quad M_e = \frac{a_p + a_{p+1}}{2}.$$

Lời giải.

Nếu nhóm chứa trung vị là $[a_p; a_{p+1})$, đặt $F_{p-1} = m_1 + \dots + m_{p-1}$ và $h = a_{p+1} - a_p$. Công thức nội suy trung vị là

$$M_e = a_p + \frac{\frac{n}{2} - F_{p-1}}{m_p} h.$$

Đây chính là phương án **B**.

Câu 11. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[10; 15)$	$[15; 20)$	$[20; 25)$	$[25; 30)$
Tần số	4	6	10	10

Trung vị của mẫu xấp xỉ bằng

A. 20.

B. 21.

C. 22.

D. 22,5.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, nên $n/2 = 15$. Tần số tích lũy: 4, 10, 20, 30, do đó nhóm chứa trung vị là $[20; 25)$. Ở đây $a_p = 20$, $F_{p-1} = 10$, $m_p = 10$, $h = 5$.

$$M_e = 20 + \frac{15 - 10}{10} \cdot 5 = 22,5.$$

Vậy chọn **D**.

Câu 12. [TH] Thời gian chờ được thống kê như sau.

Thời gian (phút)	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Tần số	4	5	10	5

Trung vị của mẫu xấp xỉ bằng

A. 11,5.

B. 12.

C. 12,5.

D. 13.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 24$, nên $n/2 = 12$. Tần số tích lũy là 4, 9, 19, 24, vì thế nhóm chứa trung vị là $[10; 15)$. Khi đó

$$M_e = 10 + \frac{12 - 9}{10} \cdot 5 = 11,5.$$

Vậy chọn **A**.

Câu 13. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm $[0; 10)$, $[10; 20)$, $[20; 30)$ với tần số lần lượt là 6, x , 4. Biết trung vị của mẫu bằng 14. Giá trị của x là

A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n = x + 10$. Vì $M_e = 14$ thuộc nhóm $[10; 20)$ nên $a_p = 10$, $F_{p-1} = 6$, $m_p = x$, $h = 10$. Ta có

$$14 = 10 + \frac{\frac{x+10}{2} - 6}{x} \cdot 10.$$

Suy ra

$$4 = \frac{x-2}{2x} \cdot 10 = 5 \frac{x-2}{x}.$$

Do đó $4x = 5x - 10$, nên $x = 10$. Vậy chọn C.

Câu 14. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có trung vị xấp xỉ bằng ^{18,5} . Ý nghĩa phù hợp nhất là

A. mọi giá trị của mẫu đều gần ^{18,5} .

B. khoảng một nửa số giá trị không lớn hơn ^{18,5} và khoảng một nửa số giá trị không nhỏ hơn ^{18,5} .

C. ^{18,5} chắc chắn là giá trị xuất hiện nhiều nhất.

D. số trung bình của mẫu chắc chắn bằng ^{18,5} .

Lời giải.

Trung vị là số đặc trưng chia mẫu thành hai phần có quy mô xấp xỉ bằng nhau. Vì $M_e \approx ^{18,5}$, có thể hiểu rằng khoảng một nửa số giá trị không lớn hơn ^{18,5} và khoảng một nửa không nhỏ hơn ^{18,5} .

Vậy chọn B.

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 15. [NB] Tứ phân vị thứ hai Q_2 của mẫu số liệu ghép nhóm chính là

A. trung vị M_e .

B. số trung bình $\bar{x}$.

C. một M_o .

D. giá trị đại diện của nhóm có tần số lớn nhất.

Lời giải.

Theo định nghĩa, tứ phân vị thứ hai chính là trung vị:

$$Q_2 = M_e.$$

Vậy chọn A.

Câu 16. [TH] Cho bảng tần số sau.

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	6	10	8	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất Q_1 là

A. $[0; 10)$.

B. $[20; 30)$.

C. $[30; 40)$.

D. $[10; 20)$.

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n = 30$, nên vị trí Q_1 ở mức $n/4 = 7,5$. Tần số tích lũy là $6, 16, 24, 30$. Vì

$$6 < 7,5 \leq 16,$$

nên Q_1 thuộc nhóm $[10; 20)$. Vậy chọn **D**.

Câu 17. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[10; 14)$	$[14; 18)$	$[18; 22)$	$[22; 26)$
Tần số	5	10	10	5

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 xấp xỉ bằng

A. 14.

B. 14,5.

C. 15.

D. 15,5.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, nên $n/4 = 7,5$. Nhóm chứa Q_1 là $[14; 18)$ vì tần số tích lũy chuyển từ 5 lên 15. Khi đó $a_p = 14$, $F_{p-1} = 5$, $m_p = 10$, $h = 4$.

$$Q_1 = 14 + \frac{7,5 - 5}{10} \cdot 4 = 15.$$

Vậy chọn **C**.

Câu 18. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$
Tần số	5	10	10	5

Tứ phân vị thứ ba Q_3 xấp xỉ bằng

A. 32,5.

B. 33,75.

C. 34.

D. 35.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, nên $3n/4 = 22,5$. Tần số tích lũy là 5, 15, 25, 30, do đó Q_3 thuộc nhóm $[30; 35)$. Ta có

$$Q_3 = 30 + \frac{22,5 - 15}{10} \cdot 5 = 33,75.$$

Vậy chọn **B**.

Câu 19. [TH] Nếu $Q_1 \approx 14,5$ thì cách diễn giải phù hợp là

A. khoảng 50% số giá trị nhỏ hơn 14,5.

B. khoảng 75% số giá trị nhỏ hơn 14,5.

C. đúng 14,5% số giá trị nhỏ hơn Q_1 .

D. khoảng 25% số giá trị không lớn hơn 14,5.

Lời giải.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 xấp xỉ là mốc mà khoảng 25% số giá trị của mẫu không lớn hơn mốc đó. Vì

$Q_1 \approx 14,5$, phát biểu phù hợp là khoảng 25% số giá trị không lớn hơn 14,5.

Vậy chọn **D**.

Câu 20. [VD] Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 18$ và $Q_3 = 30$. Độ dài khoảng chứa xấp xỉ 50% số giá trị ở giữa mẫu là

- A. 12.
- B. 18.
- C. 24.
- D. 48.

Lời giải.

Khoảng chứa xấp xỉ 50% số giá trị ở giữa mẫu là $[Q_1; Q_3]$. Độ dài của khoảng này là $Q_3 - Q_1 = 30 - 18 = 12$.

Vậy chọn A.

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 21. [NB] Khi các nhóm có cùng độ dài, nhóm chứa một là nhóm

- A. có tần số nhỏ nhất.
- B. có tần số lớn nhất.
- C. có đầu mút trái lớn nhất.
- D. chứa số trung bình.

Lời giải.

Với các nhóm có cùng độ dài, nhóm có tần số lớn nhất là nhóm chứa một. Vậy chọn B.

Câu 22. [NB] Một mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm cùng độ dài và mọi nhóm đều có cùng tần số.

Theo cách xác định một trong bài học, mẫu số liệu ghép nhóm này

- A. có một bằng số trung bình.
- B. có một bằng trung vị.
- C. không có một.
- D. có một là trung điểm của nhóm đầu tiên.

Lời giải.

Theo quy ước trong bài học, khi các nhóm có cùng độ dài và mọi nhóm đều có cùng tần số thì không có nhóm nào nổi trội về tần số, nên mẫu ghép nhóm không có một.

Vậy chọn C.

Câu 23. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	6	12	6

Một của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 20.
- B. 22,5.
- C. 24.
- D. 25.

Lời giải.

Nhóm có tần số lớn nhất là $[20; 30)$ nên đây là nhóm chứa một. Đặt $a_j = 20$, $m_j = 12$, $m_{j-1} = 6$, $m_{j+1} = 6$, $h = 10$.

$$M_o = 20 + \frac{12 - 6}{(12 - 6) + (12 - 6)} \cdot 10 = 25.$$

Vậy chọn D.

Câu 24. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$
Tần số	4	10	7

Mốt của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 8,33.
 B. 7,50.
 C. 8,75.
 D. 9,00.

Lời giải.

Nhóm chứa mốt là $[5;10)$ vì có tần số 10 lớn nhất. Ta có $a_j = 5$, $m_j = 10$, $m_{j-1} = 4$, $m_{j+1} = 7$, $h = 5$.

$$M_o = 5 + \frac{10-4}{(10-4)+(10-7)} \cdot 5 = 5 + \frac{6}{9} \cdot 5 \approx 8,33.$$

Vậy chọn A.

Câu 25. [VD] Chiều cao của một nhóm học sinh được ghép như sau.

Chiều cao (cm)	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Số học sinh	8	20	12

Mốt của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 166 cm.
 B. 167 cm.
 C. 168 cm.
 D. 169 cm.

Lời giải.

Nhóm chứa mốt là $[165;170)$ với $m_j = 20$. Khi đó $a_j = 165$, $m_{j-1} = 8$, $m_{j+1} = 12$, $h = 5$.

$$M_o = 165 + \frac{20-8}{(20-8)+(20-12)} \cdot 5 = 165 + \frac{12}{20} \cdot 5 = 168.$$

Vậy chọn C.

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 26. [TH] Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Khi tính số trung bình của mẫu ghép nhóm, ta dùng giá trị đại diện của mỗi nhóm cùng tần số của nhóm đó.
 B. Trung vị luôn bằng giá trị đại diện của nhóm chứa trung vị.
 C. Tứ phân vị thứ nhất luôn thuộc nhóm đầu tiên.
 D. Một luôn bằng trung điểm của nhóm có tần số lớn nhất.

Lời giải.

Khi tính số trung bình của mẫu ghép nhóm, ta thay mỗi nhóm bằng giá trị đại diện của nhóm và dùng tần số làm trọng số. Vì vậy A đúng.

Các phát biểu B, C, D không đúng nói chung: trung vị và mốt được nội suy trong nhóm tương ứng, còn Q_1 không nhất thiết thuộc nhóm đầu tiên.

Vậy chọn A.

Câu 27. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	4	8	8	4

Số trung bình và trung vị của mẫu lần lượt là

- A. 18 và 20.

- B. 20 và 20 .
 C. 20 và 22 .
 D. 22 và 20 .

Lời giải.

Giá trị đại diện là 5, 15, 25, 35, cỡ mẫu $n = 24$. Số trung bình:

$$\bar{x} = \frac{4 \cdot 5 + 8 \cdot 15 + 8 \cdot 25 + 4 \cdot 35}{24} = \frac{480}{24} = 20.$$

Với trung vị, $n/2 = 12$. Tần số tích lũy là 4, 12, 20, 24. Dùng nhóm $[10; 20)$:

$$M_c = 10 + \frac{12 - 4}{8} \cdot 10 = 20.$$

Vậy số trung bình và trung vị đều bằng 20, chọn B.

Câu 28. [VD] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	5	10	10	5

Khoảng xấp xỉ chứa 50% số giá trị ở giữa mẫu là

- A. $[10; 30]$.
 B. $[15; 25]$.
 C. $[12,5; 27,5]$.
 D. $[5; 35]$.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$.

Với Q_1 , $n/4 = 7,5$. Nhóm chứa Q_1 là $[10; 20)$:

$$Q_1 = 10 + \frac{7,5 - 5}{10} \cdot 10 = 12,5.$$

Với Q_3 , $3n/4 = 22,5$. Nhóm chứa Q_3 là $[20; 30)$:

$$Q_3 = 20 + \frac{22,5 - 15}{10} \cdot 10 = 27,5.$$

Vậy khoảng xấp xỉ chứa 50% số giá trị ở giữa mẫu là $[12,5; 27,5]$. Chọn C.

Câu 29. [VD] Thu nhập theo giờ của một nhóm lao động được thống kê như sau.

Thu nhập (đơn vị quy ước)	$[8; 10)$	$[10; 12)$	$[12; 14)$	$[14; 16)$
Tần số	6	14	10	5

Mốt của mẫu xấp xỉ bằng

- A. 10,67 .
 B. 11 .
 C. 11,25 .
 D. 11,33 .

Lời giải.

Nhóm chứa mốt là $[10; 12)$ vì tần số 14 lớn nhất. Ta có $a_j = 10$, $h = 2$, $m_j = 14$, $m_{j-1} = 6$, $m_{j+1} = 10$.

$$M_o = 10 + \frac{14-6}{(14-6)+(14-10)} \cdot 2 = 10 + \frac{8}{12} \cdot 2 \approx 11,33.$$

Vậy chọn **D**.

Câu 30. [VD] Thời gian sử dụng một dịch vụ của 40 khách hàng được ghép nhóm như sau.

Thời gian (phút)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)
Tần số	5	10	15	10

Dựa vào đồ thị tần số tích lũy tương ứng, trung vị được đọc được xấp xỉ bằng

- A. 30 phút.
- B. 32 phút.
- C. 33,33 phút.
- D. 35 phút.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 40$, nên mức cần đọc trung vị trên đồ thị tần số tích lũy là $n/2 = 20$. Tần số tích lũy tại các đầu mút phải là 0, 5, 15, 30, 40. Mức 20 nằm trên đoạn nối hai điểm (30;15) và (40;30).

Nội suy tuyến tính:

$$M_e = 30 + \frac{20-15}{30-15} \cdot (40-30) = 30 + \frac{5}{15} \cdot 10 \approx 33,33.$$

Vậy chọn **C**.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG - SAI

Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. [NB] Xét các phát biểu về số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

- a) Giá trị đại diện của nhóm $[a;b)$ là $\frac{a+b}{2}$.
- b) Số trung bình tính từ mẫu ghép nhóm luôn bằng chính xác số trung bình của mẫu số liệu gốc.
- c) Khi tính số trung bình, tần số của mỗi nhóm được dùng làm trọng số cho giá trị đại diện của nhóm.
- d) Nếu nhân tất cả các tần số với cùng một số dương thì số trung bình không thay đổi.

Lời giải.

a) **Đúng.** Giá trị đại diện của $[a;b)$ là trung điểm: $\frac{a+b}{2}$.

b) **Sai.** Khi ghép nhóm, các giá trị trong mỗi nhóm được thay bằng giá trị đại diện nên số trung bình thu được chỉ là giá trị xấp xỉ của mẫu gốc, không nhất thiết chính xác bằng nhau.

c) **Đúng.** Công thức $\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$ cho thấy tần số m_i đóng vai trò trọng số.

d) **Đúng.** Nếu thay mỗi m_i bởi cm_i với $c > 0$ thì cả tử và mẫu đều nhân với c , nên thương không đổi.

Câu 2. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau.

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)
Tần số	2	6	2

- a) Cỡ mẫu bằng 10.
- b) Số trung bình của mẫu bằng 15.
- c) Giá trị đại diện của nhóm $[10;20)$ là 15.
- d) Số trung bình của mẫu bằng 16.

Lời giải.

Giá trị đại diện là 5, 15, 25.

a) Đúng. $n = 2 + 6 + 2 = 10$.

b) Đúng.

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 5 + 6 \cdot 15 + 2 \cdot 25}{10} = \frac{150}{10} = 15.$$

c) Đúng. Giá trị đại diện của $[10; 20)$ là $\frac{10+20}{2} = 15$.

d) Sai. Số trung bình bằng 15, không phải 16.

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 3. [TH] Cho bảng tần số

Nhóm	$[0; 5)$	$[5; 10)$	$[10; 15)$	$[15; 20)$
Tần số	4	5	9	2

a) Cỡ mẫu bằng 20.

b) Nhóm chứa trung vị là $[10; 15)$.

c) Tổng tần số các nhóm đứng trước nhóm chứa trung vị bằng 9.

d) Trung vị của mẫu bằng đúng 12,5.

Lời giải.

a) Đúng. $n = 4 + 5 + 9 + 2 = 20$.

b) Đúng. $n/2 = 10$ và tần số tích lũy là 4, 9, 14, 20, nên vị trí trung vị nằm trong $[10; 15)$.

c) Đúng. Tổng tần số trước nhóm chứa trung vị là $4 + 5 = 9$.

d) Sai.

$$M_c = 10 + \frac{10-9}{9} \cdot 5 = 10 + \frac{5}{9} \approx 10,56,$$

không phải đúng 12,5.

Câu 4. [VD] Thời gian giao hàng được ghép nhóm như sau.

Thời gian (phút)	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Số đơn	5	14	13	8

a) Cỡ mẫu bằng 40.

b) Nhóm chứa trung vị là $[20; 30)$.

c) Trung vị xấp xỉ bằng 20,77 phút.

d) Trung vị bằng 25 phút.

Lời giải.

a) Đúng. $n = 5 + 14 + 13 + 8 = 40$.

b) Đúng. $n/2 = 20$, tần số tích lũy là 5, 19, 32, 40, nên nhóm chứa trung vị là $[20; 30)$.

c) Đúng.

$$M_c = 20 + \frac{20-19}{13} \cdot 10 \approx 20,77.$$

Vậy trung vị xấp xỉ 20,77 phút.

d) Sai. Trung vị xấp xỉ 20,77, không phải 25.

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 5. [NB] Xét các phát biểu sau.

- a) Q_2 chính là trung vị của mẫu.
 b) Q_1 xấp xỉ chia mẫu sao cho khoảng 25% số giá trị không lớn hơn nó.
 c) Q_3 xấp xỉ chia mẫu sao cho khoảng 75% số giá trị không lớn hơn nó.
 d) Q_3 luôn bằng một của mẫu.

Lời giải.

- a) **Đúng.** Theo định nghĩa, $Q_2 = M_e$.
 b) **Đúng.** Q_1 xấp xỉ là mốc có khoảng 25% số giá trị không lớn hơn nó.
 c) **Đúng.** Q_3 xấp xỉ là mốc có khoảng 75% số giá trị không lớn hơn nó.
 d) **Sai.** Q_3 và một là hai số đặc trưng khác nhau, không có quan hệ luôn bằng nhau.

Câu 6. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	5	10	10	5

- a) $Q_1 = 12,5$.
 b) $Q_3 = 27,5$.
 c) $Q_3 - Q_1 = 15$.
 d) $Q_2 = 25$.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, tần số tích lũy là 5, 15, 25, 30.

a) **Đúng.**

$$Q_1 = 10 + \frac{7,5 - 5}{10} \cdot 10 = 12,5.$$

b) **Đúng.**

$$Q_3 = 20 + \frac{22,5 - 15}{10} \cdot 10 = 27,5.$$

c) **Đúng.** $Q_3 - Q_1 = 27,5 - 12,5 = 15$.

d) **Sai.** $Q_2 = M_e = 20$, không phải 25.

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 7. [NB] Xét các phát biểu về một của mẫu số liệu ghép nhóm có các nhóm cùng độ dài.

- a) Nhóm có tần số lớn nhất được gọi là nhóm chứa một.
 b) Công thức nội suy một trong bài học sử dụng tần số của nhóm chứa một và hai nhóm kề nó.
 c) Nếu tất cả các nhóm có tần số bằng nhau thì mẫu số liệu ghép nhóm không có một theo quy ước của bài học.
 d) Một luôn là trung điểm của nhóm chứa một.

Lời giải.

a) **Đúng.** Với các nhóm cùng độ dài, nhóm có tần số lớn nhất là nhóm chứa một.

b) **Đúng.** Công thức nội suy một sử dụng m_j , m_{j-1} và m_{j+1} .

c) **Đúng.** Theo quy ước của bài học, nếu tất cả các nhóm có tần số bằng nhau thì mẫu ghép nhóm không có một.

d) **Sai.** Một được nội suy trong nhóm chứa một; nó chỉ trùng trung điểm trong một số trường hợp đặc biệt.

Câu 8. [TH] Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	5	15	10

- a) Nhóm chứa một là $[20; 30)$.
- b) Một xấp xỉ bằng $26,67$.
- c) Một bằng đúng 25 .
- d) Hiệu giữa tần số nhóm chứa một và nhóm đứng ngay trước bằng 10 .

Lời giải.

- a) **Đúng.** Tần số lớn nhất là 15 nên nhóm chứa một là $[20; 30)$.
- b) **Đúng.**

$$M_o = 20 + \frac{15 - 5}{(15 - 5) + (15 - 10)} \cdot 10 = 20 + \frac{10}{15} \cdot 10 \approx 26,67.$$

- c) **Sai.** Một xấp xỉ $26,67$, không phải đúng 25 .
- d) **Đúng.** Hiệu tần số là $15 - 5 = 10$.

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 9. [VD] Cho bảng sau.

Nhóm	$[0; 10)$	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	3	9	9	3

- a) Số trung bình bằng 20 .
- b) Trung vị bằng 20 .
- c) $Q_1 \approx 13,33$.
- d) $Q_3 = 25$.

Lời giải.

Giá trị đại diện là $5, 15, 25, 35$, cỡ mẫu $n = 24$.

- a) **Đúng.**

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 5 + 9 \cdot 15 + 9 \cdot 25 + 3 \cdot 35}{24} = 20.$$

- b) **Đúng.** $n/2 = 12$ và

$$M_e = 10 + \frac{12 - 3}{9} \cdot 10 = 20.$$

- c) **Đúng.** $n/4 = 6$, nên

$$Q_1 = 10 + \frac{6 - 3}{9} \cdot 10 \approx 13,33.$$

- d) **Sai.** $3n/4 = 18$, nên

$$Q_3 = 20 + \frac{18 - 12}{9} \cdot 10 \approx 26,67,$$

không phải 25 .

Câu 10. [TH] Điểm thi được ghi theo các nhóm rời rạc $1-4$, $5-7$, $8-10$.

- a) Khi hiệu chỉnh về các khoảng liên tục, nhóm thứ nhất có thể viết là $[0,5; 4,5)$.
- b) Nhóm thứ hai có giá trị đại diện bằng 6 .
- c) Nhóm thứ ba có giá trị đại diện bằng 9 .
- d) Sau khi hiệu chỉnh, các đầu mút của mọi nhóm vẫn đều là số nguyên.

Lời giải.

a) Đúng. Với điểm nguyên, nhóm 1–4 được hiệu chỉnh thành $[0, 5; 4, 5)$.

b) Đúng. Nhóm 5–7 được hiệu chỉnh thành $[4, 5; 7, 5)$, giá trị đại diện là 6.

c) Đúng. Nhóm 8–10 được hiệu chỉnh thành $[7, 5; 10, 5)$, giá trị đại diện là 9.

d) Sai. Sau hiệu chỉnh, các đầu mút là các số có phần thập phân ^{0,5} , không còn đều là số nguyên.

PHẦN III. TRẢ LỜI NGẮN

Đơn vị 1. Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 1. [TH] Cho bảng

Nhóm	$[10; 20)$	$[20; 30)$	$[30; 40)$
Tần số	3	4	3

Tính số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải.

Giá trị đại diện của ba nhóm là 15, 25, 35, cỡ mẫu $n = 10$.

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 15 + 4 \cdot 25 + 3 \cdot 35}{10} = \frac{250}{10} = 25.$$

Đáp số: 25.

Câu 2. [VD] Một mẫu có ba nhóm với giá trị đại diện 10, 20, 30 và tần số tương ứng 2, x , 4. Biết số trung bình bằng 22. Tìm x .

Lời giải.

Cỡ mẫu là $x + 6$. Theo giả thiết:

$$\frac{2 \cdot 10 + x \cdot 20 + 4 \cdot 30}{x + 6} = 22.$$

Suy ra

$$140 + 20x = 22x + 132 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4.$$

Đáp số: 4.

Đơn vị 2. Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 3. [TH] Cho các nhóm $[0; 10)$, $[10; 20)$, $[20; 30)$ có tần số lần lượt là 2, 6, 2. Tính trung vị của mẫu.

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 10$, nên $n/2 = 5$. Nhóm chứa trung vị là $[10; 20)$; trước nhóm này có 2 giá trị, tần số nhóm là 6, độ dài nhóm 10.

$$M_e = 10 + \frac{5 - 2}{6} \cdot 10 = 15.$$

Đáp số: 15.

Câu 4. [VD] Cho các nhóm $[0; 10)$, $[10; 20)$, $[20; 30)$ có tần số lần lượt là 4, x , 6. Biết trung vị của mẫu bằng 16. Tìm x .

Lời giải.

Cỡ mẫu là $n = x + 10$. Vì $M_e = 16$ thuộc nhóm $[10; 20)$ nên

$$16 = 10 + \frac{\frac{x+10}{2} - 4}{x} \cdot 10.$$

Rút gọn:

$$6 = \frac{x+2}{2x} \cdot 10 = 5 \frac{x+2}{x}.$$

Suy ra $6x = 5x + 10$, nên $x = 10$.

Đáp số: 10.

Đơn vị 3. Tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 5. [TH] Cho các nhóm $[0;10)$, $[10;20)$, $[20;30)$, $[30;40)$ có tần số lần lượt là 5, 10, 10, 5. Tính Q_1 .

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, nên $n/4 = 7,5$. Nhóm chứa Q_1 là $[10;20)$, với tần số tích lũy trước nhóm là 5, tần số nhóm 10, độ dài nhóm 10.

$$Q_1 = 10 + \frac{7,5 - 5}{10} \cdot 10 = 12,5.$$

Đáp số: 12,5.

Câu 6. [TH] Cho các nhóm $[20;30)$, $[30;40)$, $[40;50)$, $[50;60)$ có tần số lần lượt là 5, 10, 10, 5. Tính Q_3 .

Lời giải.

Cỡ mẫu $n = 30$, nên $3n/4 = 22,5$. Nhóm chứa Q_3 là $[40;50)$; trước nhóm này có 15 giá trị, tần số nhóm là 10.

$$Q_3 = 40 + \frac{22,5 - 15}{10} \cdot 10 = 47,5.$$

Đáp số: 47,5.

Đơn vị 4. Một của mẫu số liệu ghép nhóm

Câu 7. [TH] Cho các nhóm $[10;20)$, $[20;30)$, $[30;40)$ có tần số lần lượt là 6, 12, 6. Tính một của mẫu.

Lời giải.

Nhóm chứa một là $[20;30)$, với $a_j = 20$, $m_j = 12$, $m_{j-1} = m_{j+1} = 6$, $h = 10$.

$$M_o = 20 + \frac{12 - 6}{(12 - 6) + (12 - 6)} \cdot 10 = 25.$$

Đáp số: 25.

Câu 8. [VD] Chiều cao (cm) được ghép theo các nhóm $[160;165)$, $[165;170)$, $[170;175)$ với tần số lần lượt là 8, 20, 12. Tính một của mẫu.

Lời giải.

Nhóm chứa một là $[165;170)$. Ta có $a_j = 165$, $m_j = 20$, $m_{j-1} = 8$, $m_{j+1} = 12$, $h = 5$.

$$M_o = 165 + \frac{20 - 8}{(20 - 8) + (20 - 12)} \cdot 5 = 168.$$

Đáp số: 168.

Đơn vị 5. Tổng hợp và vận dụng

Câu 9. [VD] Thời gian luyện tập (giờ) được ghép theo các nhóm $[4;6)$, $[6;8)$, $[8;10)$ với tần số lần lượt là 5, 10, 5. Tính số trung bình.

Lời giải.

Giá trị đại diện của ba nhóm là $5, 7, 9$. Cỡ mẫu $n = 20$.

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 5 + 10 \cdot 7 + 5 \cdot 9}{20} = \frac{140}{20} = 7.$$

Đáp số: 7.

Câu 10. [TH] Một mẫu số liệu ghép nhóm có $Q_1 = 18$ và $Q_3 = 30$. Tính $Q_3 - Q_1$.

Lời giải.

Khoảng tứ phân vị có độ dài

$$Q_3 - Q_1 = 30 - 18 = 12.$$

Đáp số: 12.