

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e^x$  là

- A.  $x^e + C$ .      B.  $\frac{e^2}{2} + C$ .      C.  $ex + C$ .      D.  $\frac{ex}{\log e} + C$ .

**Câu 2:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x$ , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 3$ . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

- A.  $V = \frac{406}{15}$ .      B.  $V = \frac{406}{15}\pi$ .      C.  $V = \frac{22}{3}\pi$ .      D.  $V = \frac{512}{15}\pi$ .

**Câu 3:** Thời gian chờ khám của các bệnh nhân tại một phòng khám được cho trong bảng sau

| Thời gian (phút) | $[0;5)$ | $[5;10)$ | $[10;15)$ | $[15;20)$ |
|------------------|---------|----------|-----------|-----------|
| Số bệnh nhân     | 3       | 12       | 15        | 8         |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 7,71.      B. 14,50.      C. 6,70.      D. 6,79.

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$  phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(-1; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; 1; -5)$  là

- A.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{3}$ .      B.  $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 1+2t \\ z = -5+3t \end{cases}$ .
- C.  $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2+t \\ z = 3-5t \end{cases}$ .      D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-5}$ .

**Câu 5:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 5$  trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng

- A.  $-5$ .      B.  $-51$ .      C.  $-1$ .      D.  $-6$ .

**Câu 6:** Giá trị của tích phân  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$  bằng.

- A.  $\frac{8}{3}$ .      B. 4.      C. 0.      D.  $\frac{4}{3}$ .

- Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua 3 điểm  $E(2;0;0)$ ,  $F(0;-3;0)$  và  $K(0;0;5)$  là
- A.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$  . B.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = -1$  . C.  $2x - 3y + 5z - 30 = 0$  . D.  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$  .
- Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là
- A.  $\angle ASC$  . B.  $\angle SCB$  . C.  $\angle SBC$  . D.  $\angle BSC$  .
- Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x+2) = 4$  là
- A.  $x = 62$  . B.  $x = 83$  . C.  $x = 79$  . D.  $x = 66$  .
- Câu 10:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_n = 3n + 4$ . Công sai của cấp số cộng này là
- A. 4. B. 3. C. 7. D.  $-3$ .
- Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $a$ . Giá trị của  $\overline{AC'} \cdot \overline{B'D'}$  bằng
- A. 0 . B.  $-\frac{1}{2}a^2$  . C.  $\sqrt{6}a^2$  . D.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$  .
- Câu 12:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

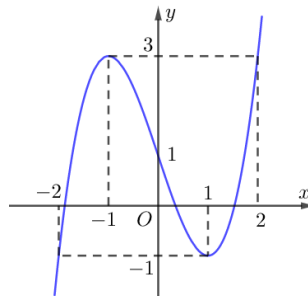
|         |           |   |   |   |    |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 1 |   | 2  |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0  | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 0 |   | -1 |   | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt giá trị cực đại tại điểm

- A.  $x = -1$  . B.  $x = 0$  . C.  $x = 2$  . D.  $x = 1$  .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



- a) Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1;1)$  .
- b) Hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị.
- c) Trên đoạn  $[-2;2]$ , hàm số  $f(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 2
- d)  $f(x) = x^3 - 3x + 1$  .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 3 = 0$  và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}.$$

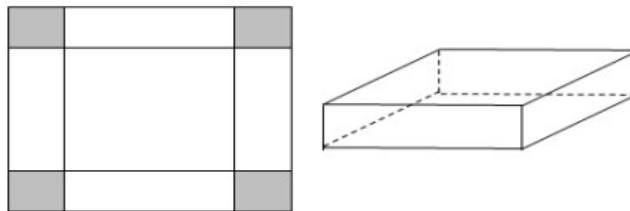
a)  $\vec{n} = (1; -2; -2)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .

b)  $A(1; -1; 0)$  là một điểm thuộc đường thẳng  $d$ .

c)  $\cos(d; (P)) = \frac{\sqrt{2}}{3}.$

d) Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  chứa đường thẳng  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là  $4x - 3y + 5z - 7 = 0$ .

**Câu 3:** Một tấm nhôm hình vuông cạnh 240cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$ (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo  $x$  là  $V = x(240 - 2x)^2$ .

b) Khi  $x = 20cm$  thì thể tích của khối hộp nhận được là  $8(m^3)$ .

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì  $x = 60cm$ .

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là  $1024dm^3$ .

**Câu 4:** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ  $72$  km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó  $50$  mét. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -10t + 20$  (m/s), trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

b)  $s(t) = -5t^2 + 20t$  (m).

c) Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $2$  giây.

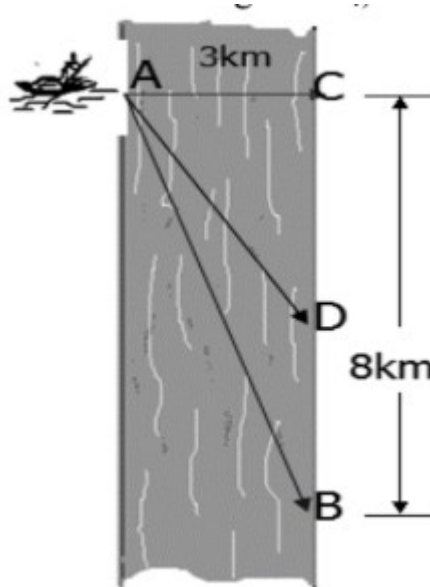
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh 1,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}$ .

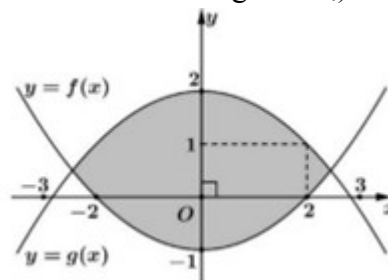
Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$  và  $BD$  (làm tròn đến hàng phần mười).

**Câu 2:** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là 4 m,  $4\sqrt{4}$  m,  $4\sqrt{8}$  m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Câu 3:** Anh Tí muốn chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Tí có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến vị trí C và sau đó chạy đến vị trí B, hay có thể chèo trực tiếp từ vị trí A đến vị trí B, hoặc anh ta có thể chèo đến một vị trí D ở giữa C và B và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với tốc độ  $6\text{km/h}$ , chạy với tốc độ  $8\text{km/h}$  và quãng đường  $BC = 8\text{km}$ . Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể có với tốc độ chèo thuyền của anh Tí. Khoảng thời gian để anh Tí đến B là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



**Câu 4:** Anh Trí nhận thiết kế một logo hình con mắt (phần được tô đậm) cho một cơ sở y tế. Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet). Chi phí sản xuất mỗi  $\text{cm}^2$  trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản xuất mỗi logo là bao nhiêu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Oxyz

**Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một máy bay đang ở

$$A(-800; -40; 10)$$

d

vị trí

và chuyển động theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

t

A

. Tìm giá trị của ứng với vị trí của máy bay.

**Câu 6:** Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Bạn Ngọc rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” và  $B$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”. Tính xác suất của biến cố  $AB$

...HẾT...

## ĐÁP ÁN

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**BẢNG ĐÁP ÁN**

|             |             |            |            |            |            |            |            |            |             |
|-------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|
| <b>1.C</b>  | <b>2.B</b>  | <b>3.A</b> | <b>4.C</b> | <b>5.D</b> | <b>6.B</b> | <b>7.A</b> | <b>8.D</b> | <b>9.C</b> | <b>10.B</b> |
| <b>11.A</b> | <b>12.D</b> |            |            |            |            |            |            |            |             |

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai**

| <b>Câu 1</b>   | <b>Câu 2</b>   | <b>Câu 3</b>   | <b>Câu 4</b>   |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| <b>a) Đúng</b> | <b>a) Đúng</b> | <b>a) Đúng</b> | <b>a) Đúng</b> |
| <b>b) Đúng</b> | <b>b) Đúng</b> | <b>b) Sai</b>  | <b>b) Đúng</b> |
| <b>c) Sai</b>  | <b>c) Sai</b>  | <b>c) Sai</b>  | <b>c) Sai</b>  |
| <b>d) Đúng</b> | <b>d) Sai</b>  | <b>d) Đúng</b> | <b>d) Đúng</b> |

**PHẦN III. Câu trả lời ngắn**

| <b>Câu 1</b> | <b>Câu 2</b> | <b>Câu 3</b> | <b>Câu 4</b> | <b>Câu 5</b> | <b>Câu 6</b> |
|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 0,5          | 21,8         | 80           | 9798         | 2            | 0,15         |

**PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

**Câu 1:** Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e$  là

- A.  $x^e + C$  .      B.  $\frac{e^2}{2} + C$  .      **C.  $ex + C$  !**      D.  $\frac{ex}{\log e} + C$  .

**Lời giải**

Nguyên hàm của hàm số  $f(x) = e$  là  $ex + C$  .

**Câu 2:** Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi đồ thị hàm số  $y = x^2 - 4x$  , trục hoành và hai đường thẳng  $x = 1$  và  $x = 3$  . Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

- A.  $V = \frac{406}{15}$  .      **B.  $V = \frac{406}{15}\pi$  !**      C.  $V = \frac{22}{3}\pi$  .      D.  $V = \frac{512}{15}\pi$  .

**Lời giải**

Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng  $(H)$  quanh trục  $Ox$  có thể tích là

$$V = \pi \int_1^3 (x^2 - 4x)^2 dx = \frac{406}{15} \pi$$

**Câu 3:** Thời gian chờ khám của các bệnh nhân tại một phòng khám được cho trong bảng sau

| Thời gian (phút) | $[0;5)$ | $[5;10)$ | $[10;15)$ | $[15;20)$ |
|------------------|---------|----------|-----------|-----------|
| Số bệnh nhân     | 3       | 12       | 15        | 8         |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm này (làm tròn đến hàng phần trăm) là

- A. 7,71 !**      B. 14,50 .      C. 6,70 .      D. 6,79 .

**Lời giải**

Cỡ mẫu  $n = 3 + 12 + 15 + 8 = 38$  .

Gọi  $x_1, x_2, \dots, x_{38}$  là thời gian chờ khám của 38 bệnh nhân tại một phòng khám và giả sử các dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất  $Q_1 = x_{10} \in [5;10)$  .

Vậy 
$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{38}{4} - 3}{12} \cdot (10 - 5) \approx 7,71$$

**Câu 4:** Trong không gian  $Oxyz$  phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm  $A(-1; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; 1; -5)$  là

A.  $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+5}{3}$ .

B.  $\begin{cases} x = -1 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -5 + 3t \end{cases}$ .

C.  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ .

D.  $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-5}$ .

Lời giải

đường thẳng đi qua điểm  $A(-1; 2; 3)$  và có vectơ chỉ phương  $\vec{u}(1; 1; -5)$  có phương trình tham số

là:  $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 5t \end{cases}$ .

**Câu 5:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 5$  trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng

A.  $-5$ .

B.  $-51$ .

C.  $-1$ .

D.  $-6$ .

Lời giải

Ta có:  $y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ , các nghiệm đều thuộc đoạn  $[-2; 3]$ .

Lại có:  $y(0) = -5; y(-2) = 3; y(-1) = -6; y(1) = -6; y(3) = 58$ .

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số  $y = x^4 - 2x^2 - 5$  trên đoạn  $[-2; 3]$  bằng  $-6$ .

**Câu 6:** Giá trị của tích phân  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx$  bằng.

A.  $\frac{8}{3}$ .

B.  $4$ .

C.  $0$ .

D.  $\frac{4}{3}$ .

Lời giải

Ta có:  $|x^2 - 1| = \begin{cases} x^2 - 1 \text{ khi } x \leq -1 \\ -x^2 + 1 \text{ khi } -1 < x < 1 \\ x^2 - 1 \text{ khi } x \geq 1 \end{cases}$ .

Nên:  $\int_{-2}^2 |x^2 - 1| dx = \int_{-2}^{-1} (x^2 - 1) dx + \int_{-1}^1 (-x^2 + 1) dx + \int_1^2 (x^2 - 1) dx = \frac{4}{3} + \frac{4}{3} + \frac{4}{3} = 4$ .

**Câu 7:** Trong không gian với hệ trục tọa độ  $Oxyz$ , phương trình của mặt phẳng  $(P)$  đi qua 3 điểm  $E(2; 0; 0)$ ,  $F(0; -3; 0)$  và  $K(0; 0; 5)$  là

**A.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$  **B.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = -1$  **C.**  $2x - 3y + 5z - 30 = 0$  **D.**  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 0$

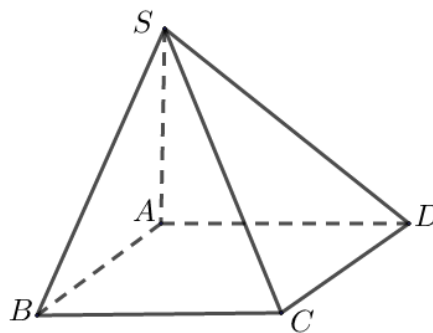
**Lời giải**

Mặt phẳng  $(P)$  đi qua 3 điểm  $E(2;0;0)$ ,  $F(0;-3;0)$  và  $K(0;0;5)$  nên có phương trình theo đoạn chắn là  $\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{5} = 1$ .

**Câu 8:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Góc tạo bởi đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  là

**A.**  $\angle ASC$  **B.**  $\angle SCB$  **C.**  $\angle SBC$  **D.**  $\angle BSC$

**Lời giải**



Do  $SA \perp (ABCD)$  nên  $SA \perp BC$ .

Mặt khác  $ABCD$  là hình chữ nhật nên  $BC \perp AB$ .

Vì  $BC$  vuông góc với hai đường thẳng  $SA$  và  $AB$  nên  $BC \perp (SAB)$ .

Suy ra hình chiếu của  $SC$  trên mặt phẳng  $(SAB)$  là  $SB$ .

Vậy góc giữa đường thẳng  $SC$  và mặt phẳng  $(SAB)$  bằng góc  $\angle BSC$ .

**Câu 9:** Nghiệm của phương trình  $\log_3(x+2) = 4$  là

**A.**  $x = 62$  **B.**  $x = 83$  **C.**  $x = 79$  **D.**  $x = 66$

**Lời giải**

Ta có  $\log_3(x+2) = 4 \Leftrightarrow x+2 = 3^4 \Leftrightarrow x = 3^4 - 2 = 79$ .

Vậy phương trình  $\log_3(x+2) = 4$  có nghiệm là  $x = 79$ .

**Câu 10:** Cấp số cộng  $(u_n)$  có  $u_n = 3n + 4$ . Công sai của cấp số cộng này là

**A.** 4 **B.** 3 **C.** 7 **D.** -3

**Lời giải**

Ta có:  $u_1 = 3 \cdot 1 + 4 = 7$ ;  $u_2 = 3 \cdot 2 + 4 = 10 \Rightarrow d = u_2 - u_1 = 10 - 7 = 3$

**Câu 11:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh  $a$ . Giá trị của  $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{B'D'}$  bằng

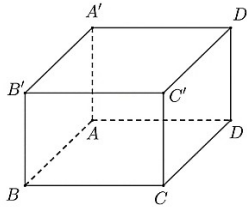
**A.**  $0$

**B.**  $-\frac{1}{2}a^2$

**C.**  $\sqrt{6}a^2$

**D.**  $-\frac{\sqrt{2}}{2}a^2$

**Lời giải**



$ABCD.A'B'C'D'$  là hình lập phương nên

$$\begin{cases} A'C' \perp B'D' \\ CC' \perp B'D' \end{cases} \Rightarrow B'D' \perp (ACC'A') \Rightarrow B'D' \perp AC' \Rightarrow \overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{B'D'} = 0$$

**Câu 12:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

|         |           |   |   |   |    |   |           |
|---------|-----------|---|---|---|----|---|-----------|
| $x$     | $-\infty$ |   | 1 |   | 2  |   | $+\infty$ |
| $f'(x)$ |           | + | 0 | - | 0  | + |           |
| $f(x)$  | $-\infty$ |   | 0 |   | -1 |   | $+\infty$ |

Hàm số đã cho đạt giá trị cực đại tại điểm

**A.**  $x = -1$

**B.**  $x = 0$

**C.**  $x = 2$

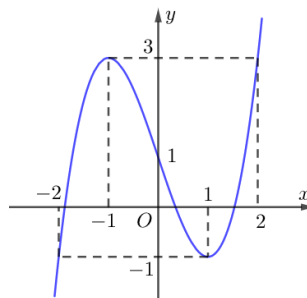
**D.**  $x = 1$

**Lời giải**

Nhìn vào bảng biến thiên ta có hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm  $x = 1$ .

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

**Câu 1:** Cho hàm số bậc ba  $y = f(x)$  có đồ thị như hình vẽ:



**a)** Hàm số  $f(x)$  nghịch biến trên khoảng  $(-1; 1)$ .

**b)** Hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị.

**c)** Trên đoạn  $[-2; 2]$ , hàm số  $f(x)$  đạt giá trị lớn nhất bằng 2

**d)**  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

**Lời giải**

**a)** Đúng.

Trong khoảng  $(-1;1)$  hàm số  $f(x)$  nghịch biến.

**b) Đúng.**

Hàm số  $f(x)$  có hai điểm cực trị là  $x = -1$  và  $x = 1$ .

**c) Sai.**

Trên đoạn  $[-2;2]$ , hàm số  $f(x)$  có giá trị lớn nhất bằng 3.

**d) Đúng.**

Hàm số  $y = f(x)$  là hàm số bậc ba  $\Rightarrow y = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ )

Đồ thị hàm số đi qua 4 điểm  $(-2;-1)$ ,  $(-1;3)$ ,  $(0;1)$  và  $(1;-1)$

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (-2)^3 a + (-2)^2 b + (-2)c + d = -1 \\ (-1)^3 a + (-1)^2 b + (-1)c + d = 3 \\ 0^3 a + 0^2 b + 0c + d = 1 \\ 1^3 a + 1^2 b + 1c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8a + 4b - 2c + d = -1 \\ -a + b - c + d = 3 \\ d = 1 \\ a + b + c + d = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \\ c = -3 \\ d = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = f(x) = x^3 - 3x + 1$$

**Cách khác:**

**d) Hàm số có hai điểm cực trị  $-1;1$  nên  $f'(x) = 3a(x+1)(x-1) = a(3x^2 - 3)$   
 $\Rightarrow f(x) = a(x^3 - 3x) + d$**

Do đồ thị hàm số  $y = f(x)$  qua  $(0;1), (1;-1)$  nên có  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ .

**Câu 2:** Trong không gian  $Oxyz$  cho mặt phẳng  $(P): x - 2y - 2z - 3 = 0$  và đường thẳng

$$d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{-1}$$

**a)  $\vec{n} = (1; -2; -2)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$ .**

**b)  $A(1; -1; 0)$  là một điểm thuộc đường thẳng  $d$ .**

**c)  $\cos(d; (P)) = \frac{\sqrt{2}}{3}$ .**

**d) Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  chứa đường thẳng  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  là  $4x - 3y + 5z - 7 = 0$ .**

**Lời giải**

**a) Đúng**

**b) Đúng**

Thay toạ độ điểm  $A(1; -1; 0)$  vào đường thẳng  $d$  ta được  $\frac{1-1}{2} = \frac{-1+1}{1} = \frac{0}{-1}$ . Vậy  $A \in d$ .

**c) Sai**

Ta có  $\vec{n} = (1; -2; -2)$  là một vector pháp tuyến của mặt phẳng  $(P)$  và  $\vec{u} = (2; 1; -1)$  là một vector chỉ phương của đường thẳng  $d$ . Khi đó

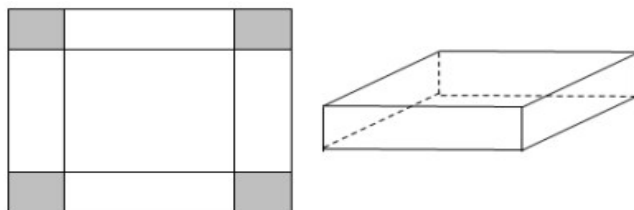
$$\sin(d;(P)) = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|} = \frac{|2 \cdot 1 + 1 \cdot (-2) + (-1) \cdot (-2)|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + (-1)^2} \cdot \sqrt{1^2 + (-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{2}{3\sqrt{6}} \Rightarrow \cos(d;(P)) = \frac{5\sqrt{3}}{9}.$$

**d) Đúng**

Do mặt phẳng  $(Q)$  chứa đường thẳng  $d$  và vuông góc với mặt phẳng  $(P)$  nên  $\vec{n}_Q = [\vec{n}_P, \vec{u}_d] = (4; -3; 5)$  là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng  $(Q)$ .

Chọn  $A(1; -1; 0) \in d \Rightarrow A \in (Q)$ . Phương trình mặt phẳng  $(Q)$  có dạng:  
 $4(x-1) - 3(y+1) + 5z = 0 \Leftrightarrow 4x - 3y + 5z - 7 = 0$ .

**Câu 3:** Một tấm nhôm hình vuông cạnh 240cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng  $x$ (cm), rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp.



a) Thể tích khối hộp nhận được khi tính theo  $x$  là  $V = x(240 - 2x)^2$ .

b) Khi  $x = 20cm$  thì thể tích của khối hộp nhận được là  $8(m^3)$ .

c) Để hộp nhận được có thể tích lớn nhất thì  $x = 60cm$ .

d) Hộp nhận được có thể tích lớn nhất là  $1024dm^3$ .

**Lời giải**

**a) Chọn Đúng**

Khi đó chiều cao của hộp nhận được là  $x$ , chiều dài của đáy là  $240 - 2x$ . Do đó thể tích của hộp là  $V = x(240 - 2x)^2$

**b) Chọn Sai**

Khi  $x = 20cm = 0,2m \Rightarrow$  cạnh đáy là  $240 - 2 \cdot 20 = 200cm = 2m \Rightarrow V = 0,2 \cdot 2^2 = 0,8m^3$ .

**c) Chọn Sai**

Có  $V = x(240 - 2x)^2 \Rightarrow V' = 12x^2 - 1920x + 57600$

$V' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 160x + 4800 = 0 \Leftrightarrow x = 40, x = 120(l)$

|      |   |         |     |           |
|------|---|---------|-----|-----------|
| $x$  | 0 | 40      | 120 | $+\infty$ |
| $V'$ | / | +       | 0   | -         |
| $V$  | / | 1024000 | 0   | +         |
|      | 0 |         | 0   | $+\infty$ |

Từ BBT, có thể tích hộp đạt lớn nhất khi  $x = 40\text{cm}$ .

**d) Chọn Đúng**

Từ BBT, thể tích lớn nhất đạt được là  $1024000\text{cm}^3 = 1024\text{dm}^3$ .

**Câu 4:** Một xe ô tô đang chạy với tốc độ  $72\text{ km/h}$  thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó  $50\text{ mét}$ . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc  $v(t) = -10t + 20\text{ (m/s)}$ , trong đó  $t$  là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi  $s(t)$  là quãng đường xe ô tô đi được trong  $t$  (giây) kể từ lúc đạp phanh.

**a)** Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

**b)**  $s(t) = -5t^2 + 20t\text{ (m)}$ .

**c)** Xe ô tô đó va vào chướng ngại vật ở trên đường.

**d)** Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $2$  giây.

**Lời giải**

Ta có  $72\text{ km/h} = 20\text{ m/s}$ .

Một giây sau khi phát hiện chướng ngại vật, ô tô chạy thêm được  $20\text{ m}$ .

Kể từ lúc bắt đầu phanh, ô tô cách chướng ngại vật  $30\text{ m}$ .

**a)** Quãng đường  $s(t)$  mà xe ô tô đi được trong thời gian  $t$  (giây) là một nguyên hàm của hàm số  $v(t)$ .

**b)** Ta có  $s(t) = \int v(t)dt = \int (-10t + 20)dt = -5t^2 + 20t + C$ .

Do  $s(0) = 0$  nên  $C = 0$ , suy ra  $s(t) = -5t^2 + 20t\text{ (m)}$ .

**c)** Ta có  $v(t) = 0 \Leftrightarrow -10t + 20 = 0 \Leftrightarrow t = 2\text{ s}$ .

Sau  $2$  giây, kể từ lúc đạp phanh, ô tô dừng hẳn.

Quãng đường ô tô đi được trong  $2$  giây kể từ lúc đạp phanh là  $s(2) = 20\text{ (m)}$ .

Khi đó ô tô còn cách chướng ngại vật  $10\text{ m}$  nên ô tô chưa va vào chướng ngại vật

**d)** Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là  $2$  giây.

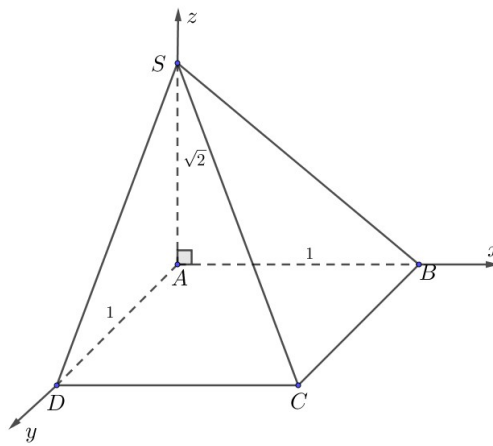
**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.** Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

**Câu 1:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $1$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = \sqrt{2}$ .

Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $SC$  và  $BD$  (làm tròn đến hàng phần mười).

**Lời giải**

**Đáp án:** 0,5



Xét hệ trục tọa độ  $Oxyz$  với  $O$  trùng  $A$ , các tia  $Ox, Oy, Oz$  lần lượt trùng với các tia  $AB, AD, AS$ .

Ta xác định được tọa độ các điểm như sau:  $S(0; 0; \sqrt{2}), B(1; 0; 0), C(1; 1; 0); D(0; 1; 0)$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SC} = (1; 1; -\sqrt{2}), \overrightarrow{BD} = (-1; 1; 0)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{SC}, \overrightarrow{BD} \perp \vec{u} = (1; 1; \sqrt{2})$$

$(P)$  là mặt phẳng chứa đường thẳng  $SC$  và song song với đường thẳng  $BD$  nên  $\vec{n}_p = (1; 1; \sqrt{2})$

$(P)$  đi qua  $S(0; 0; \sqrt{2})$  và nhận  $\vec{n}_p = (1; 1; \sqrt{2})$  là VTPT có phương trình là

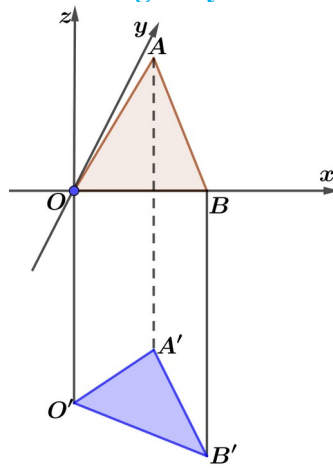
$$1(x - 0) + 1(y - 0) + \sqrt{2}(z - \sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x + y + \sqrt{2}z - 2 = 0$$

$$d(BD, SC) = d(BD, (P)) = d(B, (P)) = \frac{|1 - 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + (\sqrt{2})^2}} = 0,5$$

**Câu 2:** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài là 4 m,  $4\sqrt{4}$  m,  $4\sqrt{8}$  m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

**Lời giải**

**Đáp án:** 21,8.



Chọn hệ trục tọa độ  $Oxyz$  như hình vẽ, ta có các tọa độ điểm tương ứng như sau:

$$O(0;0;0), B(2;0;0), A(1;\sqrt{3};0), O'(0;0;-4), B'(2;0;-4), A'(1;\sqrt{3};-4)$$

$$\overrightarrow{O'A'} = (1; \sqrt{3}; -0,4), \overrightarrow{O'B'} = (2; 0; -0,8) \Rightarrow \vec{n}_{O'A'B'} = [\overrightarrow{O'A'}; \overrightarrow{O'B'}] = (-0,8\sqrt{3}; 0; -2\sqrt{3})$$

Ta có: ;

$$\vec{n}_{Oxy} = (0; 0; 1)$$

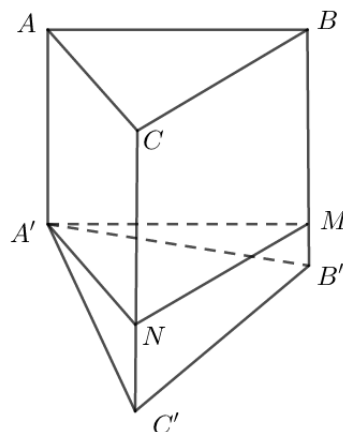
$$\alpha = ((Oxy), (O'A'B'))$$

Suy ra góc cần tìm là , với:

$$\cos \alpha = \frac{|-0,8\sqrt{3} \cdot 0 + 0 \cdot 0 + (-2\sqrt{3}) \cdot 1|}{\sqrt{(-0,8\sqrt{3})^2 + 0^2 + (-2\sqrt{3})^2} \sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2}} = \frac{5\sqrt{29}}{29} \Rightarrow \alpha \approx 21,8^\circ$$

Vậy đáy bể so với mặt phẳng nằm ngang một góc bằng  $21,8^\circ$ .

**Cách khác:**



Gọi ba vị trí trên mặt nước là  $A, B, C$ . Đáy bể  $(A'B'C')$  thỏa mãn  $AA' = 4; BB' = 4,4; CC' = 4,8$ .

Gọi  $M, N$  lần lượt trên  $BB'; CC'$  sao cho  $AA' = BM = CN$ .

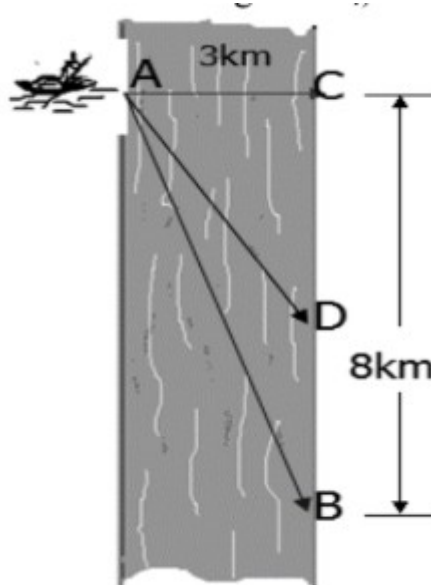
Khi đó:  $A'B' = \frac{2\sqrt{26}}{5}; B'C' = \sqrt{MN^2 + (NC' - MB')^2} = \frac{2\sqrt{26}}{5}; A'C' = \frac{2\sqrt{29}}{5}$ .

Theo công thức Herong có  $S_{A'B'C'} = \frac{\sqrt{87}}{5}$ .

Theo công thức diện tích hình chiếu ta có

$$\cos((ABC), (A'B'C')) = \frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{5}{\sqrt{29}} \Rightarrow ((ABC), (A'B'C')) \approx 21,8^\circ.$$

**Câu 3:** Anh Tí muốn chèo thuyền từ vị trí A đến vị trí B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3km (như hình vẽ). Tí có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến vị trí C và sau đó chạy đến vị trí B, hay có thể chèo trực tiếp từ vị trí A đến vị trí B, hoặc anh ta có thể chèo đến một vị trí D ở giữa C và B và sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với tốc độ  $6\text{km/h}$ , chạy với tốc độ  $8\text{km/h}$  và quãng đường  $BC = 8\text{km}$ . Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể có với tốc độ chèo thuyền của anh Tí. Khoảng thời gian để anh Tí đến B là bao nhiêu phút? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



**Lời giải**

**Đáp án:** 80

Gọi  $x = CD$ , khi đó  $AD = \sqrt{AC^2 + CD^2} = \sqrt{x^2 + 9}$  và  $BD = 8 - x$  với  $0 \leq x \leq 8$

Thời gian anh Tí đi từ A đến B là:  $t(x) = \frac{\sqrt{x^2 + 9}}{6} + \frac{8 - x}{8}$ .

Ta có:  $t'(x) = \frac{1}{6} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8}$ ,

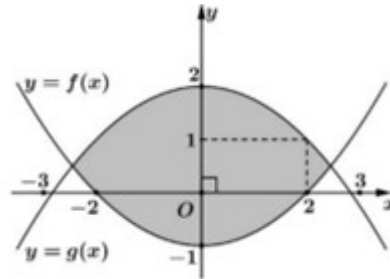
$$t'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{6\sqrt{x^2 + 9}} - \frac{1}{8} = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{x^2 + 9} = 4x \Rightarrow 7x^2 = 81 \Rightarrow x = \pm \frac{9}{\sqrt{7}}.$$

Vì  $x \in [0; 8]$  nên  $x = \frac{9}{\sqrt{7}}$ .

Ta có:  $t(0) = \frac{3}{2}$ ;  $t(8) = \frac{\sqrt{73}}{6}$ ,  $t\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) = \frac{8 + \sqrt{7}}{8}$

Vậy thời gian ngắn nhất khi  $x = \frac{9}{\sqrt{7}}$  và  $t\left(\frac{9}{\sqrt{7}}\right) \approx 1,33h \approx 80p$ .

**Câu 4:** Anh Trí nhận thiết kế một logo hình con mắt ( phần được tô đậm ) cho một cơ sở y tế: Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  như hình vẽ ( đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimet). Chi phí sản xuất mỗi  $cm^2$  trên logo là 1000 đồng. Chi phí sản xuất mỗi logo là bao nhiêu đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



**Lời giải**

**Đáp án:** 9798

Gọi phương trình parabol  $y = g(x)$  là  $g(x) = ax^2 + bx + c$  với  $a \neq 0$  đi qua các điểm có tọa độ  $(2;1), (0;2), (-2;1)$  lần lượt là

Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được  $\begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 0 \\ c = 2 \end{cases}$  nên  $g(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 2$

Gọi phương trình parabol  $y = f(x)$  là  $f(x) = mx^2 + nx + p$  với  $m \neq 0$  đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là  $(-2;0), (0;-1), (2;0)$ .

Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được  $\begin{cases} m = \frac{1}{4} \\ n = 0 \\ p = -1 \end{cases}$  nên  $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 1$

Phương trình hoành độ giao điểm:  $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - 1 = -\frac{1}{4}x^2 + 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{6}$ .

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng  $y = f(x)$  và  $y = g(x)$  là:

$$S_2 = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} |f(x) - g(x)| dx = \int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}} \left| \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) - \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) \right| dx$$

Chi phí mỗi logo là:

$$T = 1000 \cdot \int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} \left| \left( -\frac{1}{4}x^2 + 2 \right) - \left( \frac{1}{4}x^2 - 1 \right) \right| dx \approx 9798 \text{ đồng.}$$

Oxyz

**Câu 5:** Trong không gian với hệ trục tọa độ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), một máy bay đang ở vị trí  $A(-800; -40; 10)$  và chuyển động theo đường thẳng có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -200 + 80t \\ z = 10 \end{cases}, t \in \mathbf{R}$$

. Tìm giá trị của  $t$  ứng với vị trí của máy bay.

Lời giải

2

Đáp án: .

$$A(-800; -40; 10)$$

Thay tọa độ của điểm vào phương trình tham số của đường thẳng

$$\begin{cases} -800 = -1000 + 100t \\ -40 = -200 + 80t \\ 10 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow t = 2$$

**Câu 6:** Một hộp đựng 20 tấm thẻ cùng loại được đánh số từ 1 đến 20. Bạn Ngọc rút ngẫu nhiên một tấm thẻ trong hộp. Gọi  $A$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” và  $B$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15”. Tính xác suất của biến cố  $AB$ .

Lời giải

Đáp án: 0,15

Ta có  $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$ .

Vì  $A$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số chẵn lớn hơn 9” nên  $A = \{10; 12; 14; 16; 18; 20\}$ .

Vì  $B$  là biến cố “Rút được tấm thẻ ghi số không nhỏ hơn 8 và không lớn hơn 15” nên  $B = \{8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15\}$ .

Suy ra  $AB = \{10; 12; 14\} \Rightarrow n(AB) = 3$ .

Vậy xác suất của biến cố  $AB$  là  $P(AB) = \frac{n(AB)}{n(\Omega)} = \frac{3}{20} \approx 0,15$ .