

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [1] Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (x \neq 0)$

D. $\int e^x dx = e^x + C$

Câu 2. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết

$\int_0^9 f(x) dx = 9$

và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9) = -12$

B. $F(9) = 6$

C. $F(9) = 12$

D. $F(9) = -6$

Câu 3. [2] Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Trung bình mỗi ngày bác Hương đi bộ được bao nhiêu km?

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,1314.

D. 0,36.

Câu 4. [1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$$

Trong các vector sau, vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (6; 2; -2)$

B. $\vec{v} = (-3; 2; 1)$

C. $\vec{p} = (-3; 0; 1)$

D. $\vec{w} = (3; 0; 1)$

Câu 5. [2] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$

B. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

C. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$

D. $f(x) = x^3 + 3x - 2$

Câu 6. [1] Nếu $a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{4}{5}}$ thì

A. $a < 1$.

B. $0 < a < 1$.

C. $a < 0$.

D. $a > 1$.

Câu 7. [1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng bằng (P) ?

- A. $\vec{n} = (0; 0; 2)$. B. $\vec{n} = (3; 0; 2)$. C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$. D. $\vec{n} = (3; 0; -1)$.

Câu 8. [2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Phát biểu nào sau đây là sai?

- A. $AC \perp SD$. B. $AB \perp SO$. C. $AC \perp SC$. D. $AC \perp SB$.

Câu 9. [2] Nếu $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$ thì $\log_a (b^2 c^3)$ bằng

- A. 108 . B. 31 . C. 13 . D. 36 .

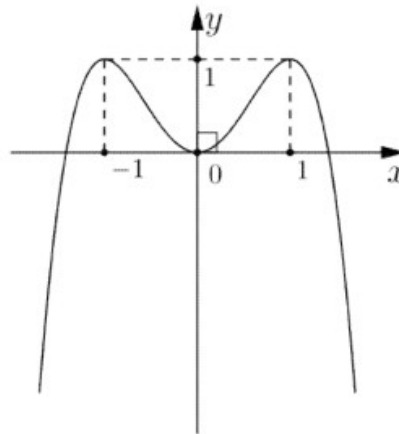
Câu 10. [2] Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Công sai d của cấp số cộng đó là

- A. $\frac{11}{3}$. B. $\frac{10}{3}$. C. $\frac{3}{10}$. D. $\frac{3}{11}$.

Câu 11. [2] Cho tứ diện $ABCD$, Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$. B. $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} = \vec{DA}$.
C. $\vec{AB} + \vec{DC} - \vec{DB} = \vec{CA}$. D. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.

Câu 12. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(-1; 0)$. B. $(-\infty; -1)$. C. $(0; 1)$. D. $(0; +\infty)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 6 \ln(x+2)$

- a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = x + 1 - \frac{6}{x+2}$.
b) Trên đoạn $[-1; 2]$, phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.
c) $f(-1) = -\frac{1}{2}$ và $f(2) = 4 - 12 \ln 2$.
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ lớn hơn -5 .

Câu 2. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

- a) Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = at$ trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc B bắt đầu chuyển động.
- b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 10 giây đầu là $25m$.
- c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây đầu là $\frac{225}{2}m$.
- d) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A là $25m/s$.

Câu 3. Tại một trường THPT có 30% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số những học sinh này có 70% học sinh biết bơi. Ngoài ra, có 20% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao"; B : "Chọn được học sinh biết bơi".

- a) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A) = 0,3$.
- b) Xác suất chọn được học sinh biết bơi, biết học sinh đó không thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(B|\bar{A}) = 0,2$.
- c) Xác suất chọn được học sinh biết bơi là $P(B) = 0,21$.
- d) Giả sử chọn được học sinh biết bơi. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A|B) = 0,6$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài $10km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30km$. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4; 2; 1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ với vận tốc $80km/h$ theo một đường thẳng.

- a) Hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

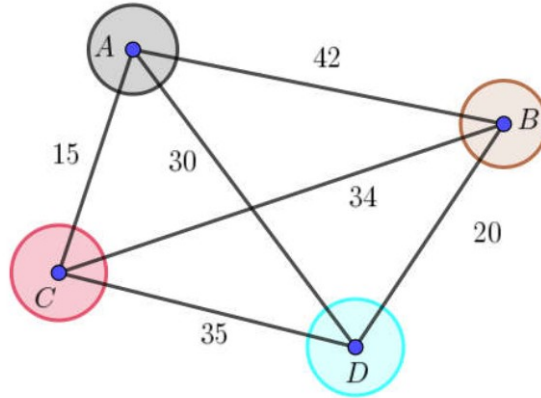
b) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

- c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0; 0; 3)$.
- d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2 , cạnh bên bằng 3 . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD . (Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân).

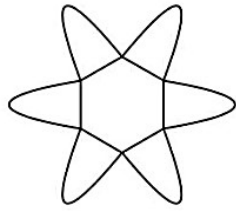
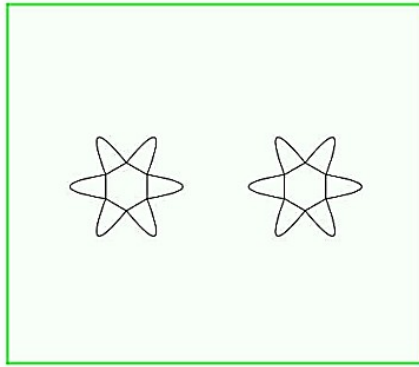
Câu 2. Trường THPT A tổ chức chuyến đi về nguồn cho học sinh tham quan 4 địa điểm A, B, C, D; Thời gian (đơn vị: phút) di chuyển qua lại giữa các điểm tham quan được mô tả ở hình bên. Đoàn học sinh của trường sẽ tham quan một địa điểm nào đó đầu tiên, rồi đi qua tất cả các địa điểm còn lại, mỗi khi đã tham quan địa điểm nào rồi thì sẽ không quay lại đó nữa nhưng phải về địa điểm ban đầu để trở về. Hỏi tổng thời gian tham quan các địa điểm thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 3. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $55km$ và về phía Tây $20km$, đồng thời cách mặt đất $1,5km$. Khi đó, khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)

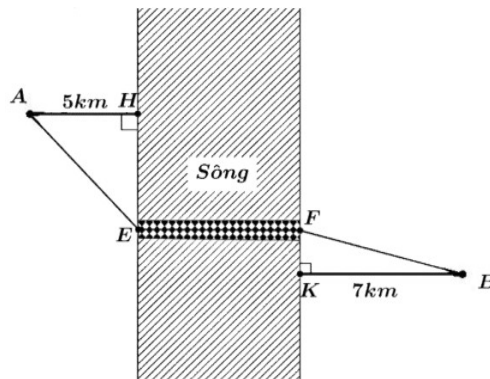


Câu 4. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường căn trang trí?

Câu 5. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông là 5 km và thành phố B cách con sông là 7 km (tham khảo hình vẽ), biết $HE + KF = 24\text{ km}$ và độ dài EF không đổi.



Hỏi cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là

Câu 6. Điều tra tình hình mắc bệnh ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15% . Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25% , tỉ lệ người không hút thuốc lá và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

--- & Hết & ---

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1. [1] Mệnh đề nào sau đây là sai ?

A. $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C \quad (0 < a \neq 1)$

B. $\int \sin x dx = \cos x + C$

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C \quad (x \neq 0)$

D. $\int e^x dx = e^x + C$

Lời giải

Chọn B

Vì $\int \sin x dx = -\cos x + C$

Câu 2. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết

$\int_0^9 f(x) dx = 9$

và $F(0) = 3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9) = -12$

B. $F(9) = 6$

C. $F(9) = 12$

D. $F(9) = -6$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^9 f(x) dx = F(9) - F(0) = 9$ nên $F(9) = 12$.

Câu 3. [2] Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quảng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quảng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Trung bình mỗi ngày bác Hương đi bộ được bao nhiêu km?

A. 3,39.

B. 11,62.

C. 0,1314.

D. 0,36.

Lời giải

Quảng đường (km)	$[2, 7; 3, 0)$	$[3, 0; 3, 3)$	$[3, 3; 3, 6)$	$[3, 6; 3, 9)$	$[3, 9; 4, 2)$
Giá trị đại diện	2,85	3,15	3,45	3,75	4,05
Số ngày	3	6	5	4	2

Trung bình mỗi ngày bác Hương đi bộ số km là:

$$\bar{x} = \frac{2,85.3 + 3,15.6 + 3,45.5 + 3,75.4 + 4,05.2}{20} = 3,39$$

Câu 4. [1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d :

$$\begin{cases} x = 6 - 3t \\ y = 2 \\ z = -2 + t \end{cases}$$

. Trong các vector sau, vector nào là vector chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u} = (6; 2; -2)$

B. $\vec{v} = (-3; 2; 1)$

C. $\vec{p} = (-3; 0; 1)$

D. $\vec{w} = (3; 0; 1)$

Lời giải

Vecto $\vec{p} = (-3; 0; 1)$ là vector chỉ phương của đường thẳng d .

Câu 5. [2] Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$

B. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$

C. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$

D. $f(x) = x^3 + 3x - 2$

Lời giải

Từ bảng biến thiên, hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$ do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, suy ra loại phương án (C)

Hàm số có hai cực trị tại $x = -2$ và $x = 0$, nên ta loại phương án (D) (do phương án (D) có $f'(x) = 3x^2 + 3 > 0$).

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2; 2)$ nên loại phương án (A).

Vậy đáp án đúng là (B)

Câu 6. [1] Nếu $a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{4}{5}}$ thì

A. $a < 1$.

B. $0 < a < 1$.

C. $a < 0$.

D. $a > 1$

Lời giải

Vì $\frac{3}{4} < \frac{4}{5}$ nên $a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow a > 1$.

Câu 7. [1] Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vector nào dưới đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng bằng (P) ?

A. $\vec{n} = (0; 0; 2)$

B. $\vec{n} = (3; 0; 2)$

C. $\vec{n} = (3; -1; 2)$

D. $\vec{n} = (3; 0; -1)$

Lời giải

Chọn D

Câu 8. [2] Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD . Phát biểu nào sau đây là sai?

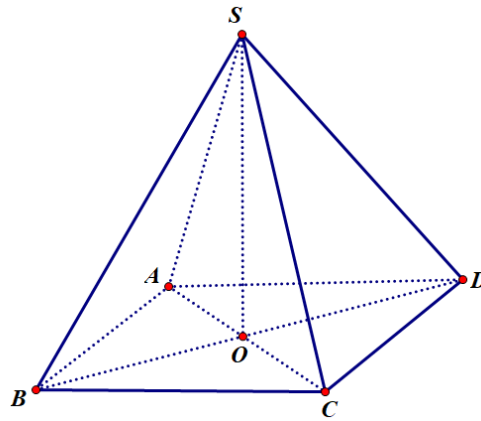
A. $AC \perp SD$.

B. $AB \perp SO$.

C. $AC \perp SC$

D. $AC \perp SB$.

Lời giải



$AC \perp (SDO) \Rightarrow AC \perp SD$ $AC \perp (SBO) \Rightarrow AC \perp SB$
 Có: nên A đúng; nên D đúng;
 $SO \perp (ABCD) \Rightarrow AB \perp SO$
 Do nên B đúng. Vậy C sai.
 Chọn C

Câu 9. [2] Nếu $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$ thì $\log_a (b^2 c^3)$ bằng
 A. 108. B. 31. **C. 13.** D. 36.

Lời giải

Ta có: $\log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 13$.
 Chọn C

Câu 10. [2] Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Công sai d của cấp số cộng đó là
A. $\frac{11}{3}$ B. $\frac{10}{3}$ C. $\frac{3}{10}$ D. $\frac{3}{11}$

Lời giải

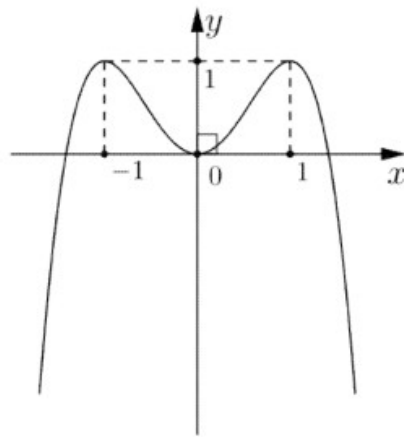
Ta có $u_8 = u_1 + 7d \Leftrightarrow 26 = \frac{1}{3} + 7d \Leftrightarrow d = \frac{11}{3}$.
 Chọn A

Câu 11. [2] Cho tứ diện $ABCD$, Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD . Phát biểu nào sau đây là **đúng**?
 A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.
 C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CA}$. **D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$**

Lời giải

Ta có G là trọng tâm của tam giác BCD nên $\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. Khi đó:
 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} = 3\overrightarrow{AG} + (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 3\overrightarrow{AG}$
 Chọn D

Câu 12. [1] Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1; 0)$

B. $(-\infty; -1)$

C. $(0; 1)$

D. $(0; +\infty)$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (a), (b), (c), (d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - 6 \ln(x+2)$

a) Đạo hàm của hàm số là $f'(x) = x + 1 - \frac{6}{x+2}$.

b) Trên đoạn $[-1; 2]$, phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

c) $f(-1) = -\frac{1}{2}$ và $f(2) = 4 - 12 \ln 2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ lớn hơn -5 .

Lời giải

Câu 1	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Trên $(-2; +\infty)$, $f'(x) = x + 1 - \frac{6}{x+2}$.
b) S	Trên $[-1; 2]$, phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x + 1 - \frac{6}{x+2} = 0 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 4 = 0$ $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \text{ (tm)} \\ x = -4 \text{ (l)} \end{cases}$
c) Đ	$f(-1) = \frac{1}{2}(-1)^2 + (-1) - 6 \ln(-1+2) = -\frac{1}{2}$ $f(2) = \frac{1}{2} \cdot (2)^2 + 2 - 6 \ln(2+2) = 4 - 12 \ln 2$ và

d) S	<p>Trên đoạn $[-1; 2]$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.</p> <p>$f(-1) = -\frac{1}{2}; f(2) = 4 - 12 \ln 2; f(1) = \frac{3}{2} - 6 \ln 3$.</p> <p>Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ là $\frac{3}{2} - 6 \ln 3$. Do đó, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-1; 2]$ nhỏ hơn -5.</p>
------	---

Câu 2. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

- a) Vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = at$ trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc B bắt đầu chuyển động.
- b) Quãng đường chất điểm A đi được trong 10 giây đầu là $25m$.
- c) Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây đầu là $\frac{225}{2}m$.
- d) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm đuổi kịp A là $25m/s$.

Lời giải

Câu 2	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	<p>Vận tốc của chất điểm B trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc B bắt đầu chuyển động là:</p> $v_B(t) = \int a dt = at + C$ <p>Vì chất điểm B xuất phát từ trạng thái nghỉ nên: $v_B(0) = 0$ hay $C = 0$.</p> <p>Vậy vận tốc của chất điểm B là $v_B(t) = at$ trong đó t (giây) khoảng thời gian tính từ lúc B bắt đầu chuyển động</p>
b) Đ	<p>Quãng đường chất điểm A đi được trong 10 giây đầu là:</p> $S = \int_0^{10} v_A(t) dt = \int_0^{10} \left(\frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t \right) dt = 25$ <p style="text-align: right;">(m)</p>

c) S	<p>Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A nên quãng đường B di chuyển được trong 15 giây bằng quãng đường A di chuyển được trong 25 giây (Do B xuất phát chậm hơn 10 giây so với A).</p> <p>Quãng đường chất điểm A đi được trong 25 giây đầu là:</p> $S_A = \int_0^{25} v_A(t) dt = \int_0^{25} \left(\frac{1}{100} t^2 + \frac{13}{30} t \right) dt = \frac{375}{2} \quad (m)$ <p>Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây (tính từ lúc B bắt đầu xuất phát) là:</p> $S_B = \int_0^{15} v_B(t) dt = \int_0^{15} at dt = \frac{225}{2} a \quad (m)$ <p>Ta có: $S_A = S_B$ suy ra: $\frac{225}{2} a = \frac{375}{2}$ hay $a = \frac{5}{3}$.</p> <p>Quãng đường chất điểm B đi được trong 15 giây đầu là:</p> $S = \int_0^5 v_B(t) dt = \int_0^5 \frac{5}{3} t dt = \frac{125}{6} \quad (m)$
d) Đ	<p>Vì sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A nên vận tốc của chất điểm B lúc này là:</p> $v_B(15) = \frac{5}{3} \cdot 15 = 25 \quad (m/s)$

Câu 3. Tại một trường THPT có 30% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao. Trong số những học sinh này có 70% học sinh biết bơi. Ngoài ra, có 20% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết bơi. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao"; B : "Chọn được học sinh biết bơi".

- a) Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A) = 0,3$.
- b) Xác suất chọn được học sinh biết bơi, biết học sinh đó không thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(B | \bar{A}) = 0,2$.
- b) Xác suất chọn được học sinh biết bơi là $P(B) = 0,21$.
- d) Giả sử chọn được học sinh biết bơi. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A | B) = 0,6$.

Lời giải

Câu 3	Giải chi tiết(giải thích)
a) Đ	Do trường THPT có 30% học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao nên $P(A) = 0,3$.

b) Đ	Do 20% số học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao cũng biết bơi nên $P(B \bar{A}) = 0,2$.
c) S	Vì trong số học sinh tham gia câu lạc bộ thể thao, có 70% học sinh biết bơi nên $P(B A) = 0,7$. Xác suất học sinh không tham gia câu lạc bộ thể thao là $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 0,7$. Xác suất chọn được học sinh biết bơi là $P(B) = P(A).P(B A) + P(\bar{A}).P(B \bar{A})$ $= 0,3.0,7 + 0,7.0,2 = 0,35.$
d) Đ	Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ thể thao là $P(A B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{P(A).P(B A)}{P(B)} = \frac{0,3.0,7}{0,35} = 0,6$

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục có độ dài $10km$. Một trạm theo dõi được đặt ở gốc tọa độ và có thể phát hiện được các vật thể cách nó một khoảng không quá $30km$. Một vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4; 2; 1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ với vận tốc $80km/h$ theo một đường thẳng.

a) Hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

c) Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(0; 0; 3)$.

d) Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện trong khoảng thời gian ít hơn 15 phút.

Lời giải

a) Đúng.

Ta có: $OA = \sqrt{4^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{21}$ đơn vị $\approx 45,83km > 30km$

và $OB = \sqrt{(-1)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{7}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$ đơn vị $\approx 36,74km > 30km$

Vậy cả hai điểm A, B nằm ngoài tầm phát hiện của trạm theo dõi.

b) Đúng.

$$\overrightarrow{AB} = \left(-5; -\frac{5}{2}; \frac{5}{2} \right)$$

Ta có:

Suy ra vector chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u} = -\frac{2}{5}\overrightarrow{AB} = (2; 1; -1)$

Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

c) Sai.

Vị trí đầu tiên vệ tinh do thám bị trạm theo dõi phát hiện là $M(x; y; z)$ thì $M \in AB$ và $OM = 30km = 3$ đơn vị.

Phương trình đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

Gọi $M \in AB \Rightarrow M(4 + 2t; 2 + t; 1 - t)$

Giải phương trình $OM = 3 \Rightarrow OM^2 = 9 \Rightarrow (4 + 2t)^2 + (2 + t)^2 + (1 - t)^2 = 9$

$$\Rightarrow 6t^2 + 18t + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1 \\ t = -2 \end{cases}$$

Vậy có 2 điểm là $M_1(2; 1; 2)$ và $M_2(0; 0; 3)$

Thử lại: $AM_1 = \sqrt{6}$ và $AM_2 = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

Do vệ tinh do thám di chuyển từ vị trí $A(4; 2; 1)$ đến vị trí $B\left(-1; -\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right)$ nên ta chọn điểm $M_1(2; 1; 2)$

d) Sai.

Vệ tinh do thám bay qua vùng bị phát hiện khi nó đi từ $M_1(2; 1; 2)$ đến $M_2(0; 0; 3)$

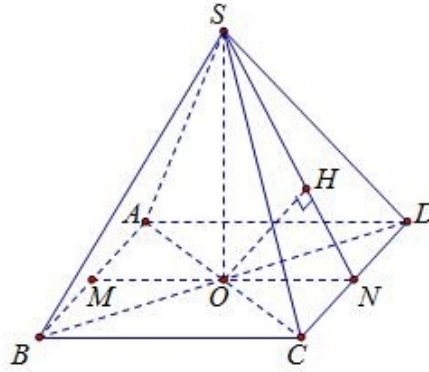
Ta có: $M_1M_2 = \sqrt{6}$ đơn vị $= 10\sqrt{6}km$

Thời gian đi là $t = \frac{10\sqrt{6}}{80} = \frac{\sqrt{6}}{8}h \approx 18,37$ phút.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SD . (Kết quả làm tròn hai chữ số thập phân).

Đáp án: 1,87



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$

Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, CD ; H là hình chiếu vuông góc của O trên SN .

Vì $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \Rightarrow d(AB, SD) = d(AB, (SCD)) = d(A, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$

Ta có $\begin{cases} CD \perp SO \\ CD \perp ON \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SON) \Rightarrow CD \perp OH$

Khi đó $\begin{cases} CD \perp OH \\ OH \perp SN \end{cases} \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O, (SCD)) = OH.$

Có $ON = \frac{1}{2}AD = 1, OC = \frac{1}{2}AC = \sqrt{2}$

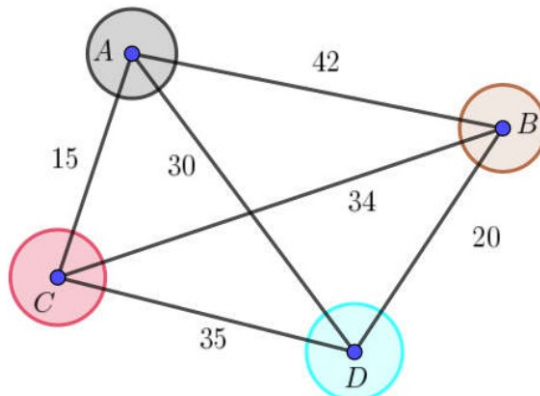
$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{9 - 2} = \sqrt{7}$

Tam giác SON vuông tại O nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{ON^2} + \frac{1}{OS^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{7} = \frac{8}{7} \Rightarrow OH = \sqrt{\frac{7}{8}}$

Vậy $d(AB, SD) = 2OH = 2\sqrt{\frac{7}{8}} \approx 1,87$

Câu 2. Trường THPT A tổ chức chuyến đi về nguồn cho học sinh tham quan 4 địa điểm A, B, C, D;

Thời gian (đơn vị: phút) di chuyển qua lại giữa các điểm tham quan được mô tả ở hình bên. Đoàn học sinh của trường sẽ tham quan một địa điểm nào đó đầu tiên, rồi đi qua tất cả các địa điểm còn lại, mỗi khi đã tham quan địa điểm nào rồi thì sẽ không quay lại đó nữa nhưng phải về địa điểm ban đầu để trở về. Hỏi tổng thời gian tham quan các địa điểm thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp án: 99

Đoàn học sinh có thể lựa chọn cách xuất phát từ một trong 4 địa điểm: A, B, C, D .

Giả sử đoàn học sinh xuất phát từ địa điểm A .

Để đi qua tất cả các địa điểm còn lại đúng một lần và quay trở về A , có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng thời gian
$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow A$	$15 + 35 + 20 + 42 = 112$
$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$	$42 + 20 + 35 + 15 = 112$
$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow A$	$15 + 34 + 20 + 30 = 99$
$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$	$42 + 34 + 35 + 30 = 141$
$A \rightarrow D \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A$	$30 + 20 + 34 + 15 = 99$
$A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$	$30 + 35 + 34 + 42 = 141$

Do đó, tổng thời gian tham quan các địa điểm thoả mãn yêu cầu bài toán nhận giá trị nhỏ nhất là 99 phút.

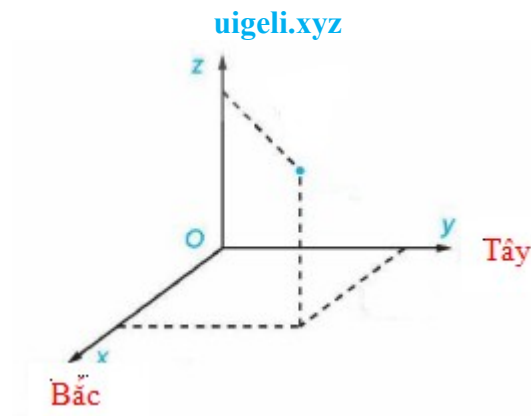
Câu 3. Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $55km$ và về phía Tây $20km$, đồng thời cách mặt đất $1,5km$. Khi đó, khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát bằng bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn một chữ số thập phân)



Lời giải

Đáp án: 58,5

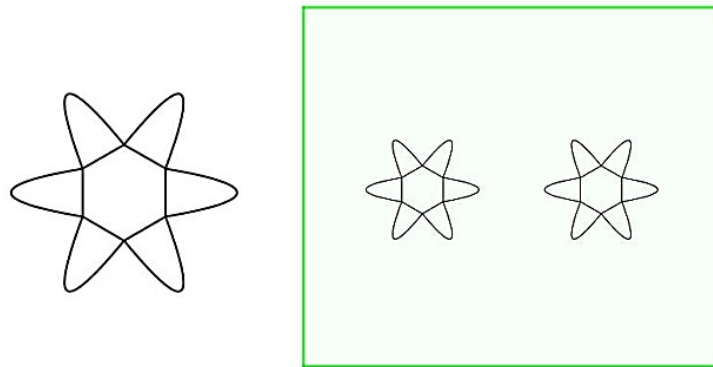
Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Khi đó, chiếc máy bay có tọa độ $A(55; 20; 1,5)$. Khoảng cách giữa chiếc máy bay và vị trí xuất phát là

$$OA = \sqrt{55^2 + 20^2 + 1,5^2} = 58,5$$

Câu 4. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



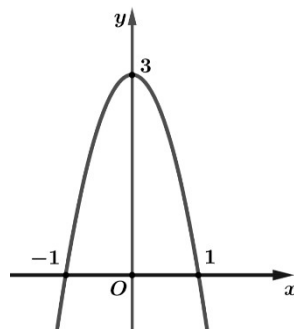
Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí?

Lời giải

Đáp án: 34

Diện tích của hình lục giác đều cạnh bằng $2dm$ là: $6 \cdot \frac{2^2 \sqrt{3}}{4} = 6\sqrt{3}$.

Gắn trục tọa độ Oxy cho một cánh hoa. Diện tích của một cánh hoa là diện tích phẳng hình phẳng dưới hạn bởi đồ thị đồ thị hàm số $(P): y = ax^2 + bx + c$ sao cho (P) có đỉnh $I(0, 3)$ và cắt trục hoành tại hai điểm $(-1; 0)$ và $(1; 0)$.



Phương trình parabol (P) là: $y = -3x^2 + 3$.

$$S = \int_{-1}^1 |-3x^2 + 3| dx = 4dm^2.$$

Diện tích một cánh hoa được trang trí là:

$$6\sqrt{3} + 6.4 = 24 + 6\sqrt{3} \text{ dm}^2$$

Diện tích của một bông hoa được trang trí là:

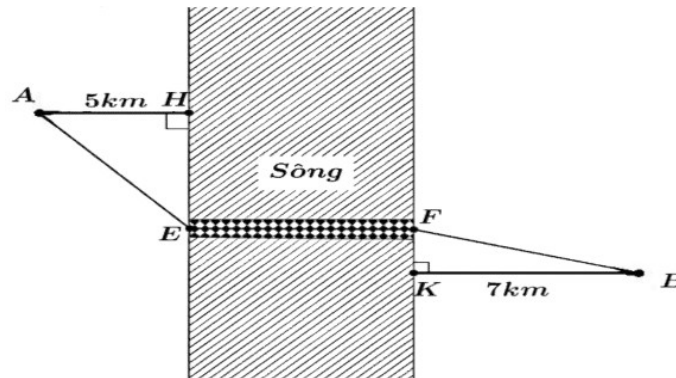
Diện tích bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ là: $3.4 = 12m^2 = 1200dm^2$.

$$\frac{1200}{24 + 6\sqrt{3}} \gg 34,89$$

Tỉ lệ diện tích của bức tường hình chữ nhật và diện tích một bông hoa là:

Vậy bạn Hoa có thể trang trí tối đa 34 hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí.

Câu 5. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông là 5 km và thành phố B cách con sông là 7 km (tham khảo hình vẽ), biết $HE + KF = 24 \text{ km}$ và độ dài EF không đổi.



Hỏi cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là

Lời giải

Đáp án: 15,7 km

Đặt $HE = x$, điều kiện $0 \leq x \leq 24$.

Khi đó ta có $KF = 24 - x$; $AE = \sqrt{25 + x^2}$; $BF = \sqrt{(24 - x)^2 + 49}$

Do EF không đổi nên đường đi ngắn nhất khi $AE + BF$ đạt giá trị nhỏ nhất

Xét $P = AE + BF = \sqrt{x^2 + 25} + \sqrt{(24 - x)^2 + 49}$

$$P' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 25}} + \frac{x - 48}{\sqrt{(24 - x)^2 + 49}} = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

Ta có

Hàm số P xác định và liên tục trên $[0; 24]$ và có

$$P(0) = 30; P(24) = 7 + \sqrt{601} \approx 31,5; P(10) = 12\sqrt{5} \approx 26,8$$

Giá trị nhỏ nhất của P đạt được khi $x = 10$

$$\text{Vậy } FB = \sqrt{(24 - 10)^2 + 49} = 7\sqrt{5} \approx 15,7 \text{ km}$$

Câu 6. Điều tra tình hình mắc bệnh ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỉ lệ người không hút thuốc lá và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Lời giải

Đáp án: 1,5

Gọi biến cố A : “Người hút thuốc”

B : “Bị mắc bệnh ung thư phổi”

Theo đề bài ta có:

$$P(A \cap B) = 0,15; P(A \cap \bar{B}) = 0,25; P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,5; P(\bar{A} \cap B) = 0,1$$

$$\text{Suy ra: } P(B) = P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = 0,15 + 0,1 = 0,25$$

Xác suất người đó hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,15}{0,25} = 0,6$$

Xác suất người đó không hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$$P(\bar{A} | B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$$

Vậy tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và người không hút thuốc lá là

$$\frac{0,6}{0,4} = 1,5$$

--- & Hết & ---