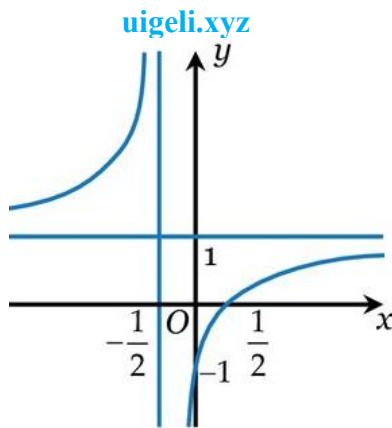


PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

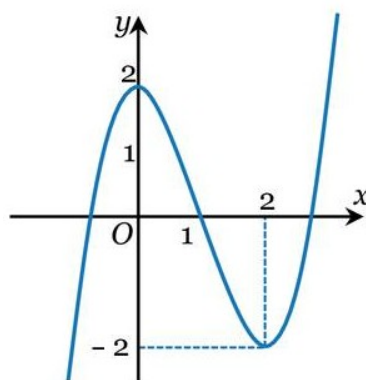
- Câu 1:** Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là
A. $x = 5$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 9$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là
A. $(0; 2; -5)$. **B.** $(2; 0; 5)$. **C.** $(2; -5; 0)$. **D.** $(2; 0; -5)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1); B(2; 1; -3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là
A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$. **B.** $(-3; 1; 4)$. **C.** $(3; -1; -4)$. **D.** $(1; 3; -2)$.
- Câu 4:** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là
A. $\cos x + C$. **B.** $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. **C.** $-\cos x + C$. **D.** $\sin x + C$.
- Câu 5:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là
A. 0 . **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3 . **D.** -1 .
- Câu 6:** Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là
A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.
- Câu 7:** Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là
A. 27 . **B.** 162 . **C.** 54 . **D.** 11 .
- Câu 8:** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là
A. $\left[\frac{1}{2}; 2\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(-\infty; 2]$.
- Câu 9:** Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là
A. $V = \frac{1}{2}Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = Sh$. **D.** $V = \frac{2}{3}Sh$.
- Câu 10:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 1$. B. $y = 1$. C. $x = -\frac{1}{2}$. D. $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A. $(2; +\infty)$. B. $(0; 2)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 1)$.

Câu 12: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = 1$.

Tính $F(e)$.

- A. $F(e) = e^2 - 1$. B. $F(e) = e$. C. $F(e) = -e$. D. $F(e) = 1 - e^2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$		
y'		$+$	$-$	0	$+$	
y			2	$+\infty$	-4	$+\infty$

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.

- c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị.
- d) Giá trị nhỏ nhất của $h(x) = 2f(x) + 2025x$ trên đoạn $[3; 2025]$ bằng 6083.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$

- a) Tích vô hướng của hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng -23.
- b) Góc $\widehat{BAC}$ là góc nhọn.
- c) Cosin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ bằng $-\frac{23}{\sqrt{638}}$.
- d) Lấy điểm M trên mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
- Khi đó toạ độ của M là $\left(2; -\frac{1}{3}; 0\right)$.

Câu 3. Xét phương trình $2 \sin 3x - 1 = 0$.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

- a) Tập nghiệm của phương trình là S .
- b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{18}$.
- c) Phương trình có đúng 3 nghiệm trên $[0; \pi]$.
- d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; \pi]$ bằng 2π .

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x}$.

a) $\int f(x) dx = 2x + \ln|x| + C$.

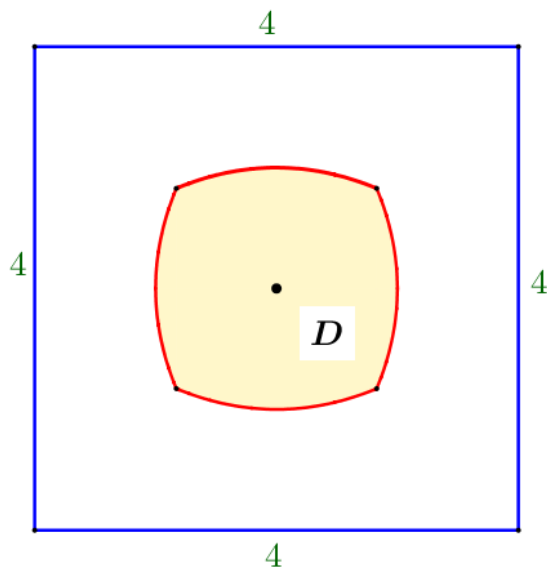
- b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln x + 1$.

c) $\int f'(2x) dx = \frac{-1}{4x} + C$.

- d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -19$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm những điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 2. Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 3: Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Câu 4: Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$.

Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có ABC, SAB là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Câu 6: Trong một môi trường giới hạn, số lượng một loài sinh vật được cho bởi công thức $P(t) = \frac{100\,000}{1 + 4e^{-t}}$ trong đó thời gian t tính theo đơn vị năm. Tính thời gian cần thiết (theo đơn vị năm) để số lượng loài sinh vật đó đạt 80 000 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.C	4.C	5.D	6.D	7.C	8.A	9.B	10.B
11.A	12.A								

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
-------	-------	-------	-------

S	Đ	Đ	Đ
Đ	S	Đ	Đ
Đ	Đ	S	S
S	Đ	Đ	S

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận).

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
3,5	0,95	100	400	0,2	2,77

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

- A. $x = 5$. B. $x = 8$. C. $x = 6$. D. $x = 9$.

Lời giải

Điều kiện $x > 0$.
 $\log_2 x = 3 \Leftrightarrow x = 2^3 = 8$
 (thỏa mãn).

Vậy phương trình có nghiệm $x = 8$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho vector $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{u}$ là

- A. $(0; 2; -5)$. B. $(2; 0; 5)$. C. $(2; -5; 0)$. D. $(2; 0; -5)$.

Lời giải

Ta có $2\vec{i} = (2; 0; 0); -5\vec{k} = (0; 0; -5) \Rightarrow \vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k} = (2; 0; -5)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 1); B(2; 1; -3)$. Tọa độ của vector $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}; -1\right)$. B. $(-3; 1; 4)$. C. $(3; -1; -4)$. D. $(1; 3; -2)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -1; -4)$.

Câu 4. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

- A. $\cos x + C$. B. $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. C. $-\cos x + C$. D. $\sin x + C$.

Lời giải

Ta có : $\int f(x) dx = \int \sin x dx = -\cos x + C$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là

- A. 0 . B. $\sqrt{2}$. C. 3 . D. -1 !

Lời giải

Hàm số $y = f(x) = x^4 - 4x^2 + 3$ xác định trên đoạn $[0; 4]$.

Đạo hàm: $y' = 4x^3 - 8x = 4x(x^2 - 2)$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x(x^2 - 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \notin (0; 4) \\ x = \sqrt{2} \in (0; 4) \\ x = -\sqrt{2} \notin (0; 4) \end{cases}$$

Ta có: $f(0) = 3; f(\sqrt{2}) = -1; f(4) = 195$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 4]$ là -1 .

Câu 6. Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{5}{6}$. D. $\frac{1}{6}$!

Lời giải

Số phần tử của tập không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$

Gọi A : “Rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn”.

Rút 2 tấm thẻ ghi số chẵn trong 4 tấm thẻ ghi số chẵn có $n(A) = C_4^2 = 6$.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

Vậy

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

- A. 27 . B. 162 . C. 54 ! D. 11 .

Lời giải

Cấp số nhân (u_n) có: $u_2 = u_1 \cdot q \Rightarrow q = \frac{u_2}{u_1} = \frac{6}{2} = 3$

Vậy $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$$

Câu 8. Tập nghiệm của bất phương trình là

- A.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$ **B.** $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ **C.** $(-\infty; 2)$ **D.** $(-\infty; 2]$

Lời giải

$$\begin{cases} x+1 > 0 \\ 2x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x > \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x > \frac{1}{2}$$

Điều kiện:

$$\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \leq \log_{\frac{1}{2}}(2x-1) \Rightarrow x+1 \geq 2x-1 \Leftrightarrow x \leq 2$$

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $\left(\frac{1}{2}; 2\right]$

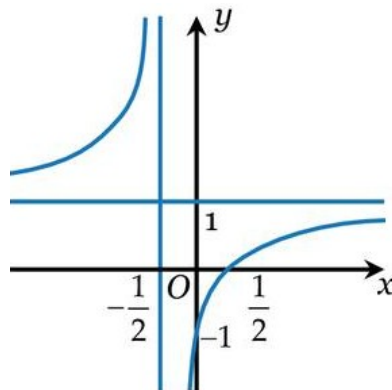
Câu 9. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là

- A.** $V = \frac{1}{2}Sh$ **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$ **C.** $V = Sh$ **D.** $V = \frac{2}{3}Sh$

Lời giải

Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S , chiều cao bằng h là $V = \frac{1}{3}Sh$

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

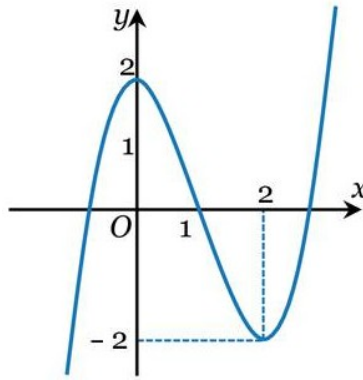
- A.** $x = 1$ **B.** $y = 1$ **C.** $x = -\frac{1}{2}$ **D.** $y = -\frac{1}{2}$

Lời giải

Nguyên

Dựa vào đồ thị ta có phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 1$

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

- A.** $(2; +\infty)$ **B.** $(0; 2)$ **C.** $(1; +\infty)$ **D.** $(-\infty; 1)$

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đã cho đồng biến trên $(2; +\infty)$.

Câu 12. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x - \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = 1$.

Tính $F(e)$.

- A.** $F(e) = e^2 - 1$ **B.** $F(e) = e$ **C.** $F(e) = -e$ **D.** $F(e) = 1 - e^2$

Lời giải

Trên $(0; +\infty)$ ta có $F(x) = \int f(x) dx = \int \left(2x - \frac{1}{x} \right) dx = x^2 - \ln|x| + C = x^2 - \ln x + C$

Mặt khác $F(1) = 1 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow F(x) = x^2 - \ln x \Rightarrow F(e) = e^2 - 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$	
y'	$+$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	2	$+\infty$	-4	$+\infty$

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đúng hai đường tiệm cận.

b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$

c) Hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị.

d) Giá trị nhỏ nhất của $h(x) = 2f(x) + 2025x$ trên đoạn $[3; 2025]$ bằng 6083

Lời giải

1	Giải chi tiết (giải thích)
a) S	<p>Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang;</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 2$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$</p> <p>Vậy đồ thị hàm số có 01 đường tiệm cận.</p>
b) Đ	Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(3; +\infty)$.
c) Đ	Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y = f(x)$ có đúng một điểm cực trị $x = 3$
d) S	<p>Xét hàm số $h(x) = 2f(x) + 2025x \Rightarrow h'(x) = 2f'(x) + 2025$</p> <p>Trên đoạn $[3; 2025]$ thì $f'(x) > 0$ nên $h'(x) > 0 \quad \forall x \in [3; 2025]$.</p> <p>Do đó $\min_{[3; 2025]} h(x) = h(3) = 2f(3) + 2025 \cdot 3 = 2 \cdot (-4) + 6075 = 6067$.</p>

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; -1; 1)$, $B(-1; 3; -1)$, $C(5; -3; 4)$

a) Tích vô hướng của hai véc tơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng -23 .

b) Góc $\widehat{BAC}$ là góc nhọn.

c) Cosin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ bằng $-\frac{23}{\sqrt{638}}$.

d) Lấy điểm M trên mặt phẳng Oxy sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi đó toạ độ của M là $\left(2; -\frac{1}{3}; 0\right)$.

Lời giải

2	Giải chi tiết (giải thích)
a) Đ	<p>$\overrightarrow{AB} = (-3; 4; -2)$; $\overrightarrow{AC} = (3; -2; 3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -9 - 8 - 6 = -23$</p>
b) S	Vì $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = -23 < 0$ nên góc $\widehat{BAC}$ là góc tù

c) Đ	$\cos \angle BAC = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{ \overrightarrow{AB} \overrightarrow{AC} } = \frac{-23}{\sqrt{9+16+4} \cdot \sqrt{9+4+9}} = -\frac{23}{\sqrt{638}}$
d) Đ	<p>Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC, ta có $G\left(2; -\frac{1}{3}; \frac{4}{3}\right)$ và $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.</p> $MA^2 + MB^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GA})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GB})^2 + (\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{GC})^2$ $= 3MG^2 + 2\overrightarrow{MG}(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC}) + GA^2 + GB^2 + GC^2$ $= 3MG^2 + GA^2 + GB^2 + GC^2$ <p>Vì GA, GB, GC không đổi nên $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất khi MG đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó M là hình chiếu của G trên mặt phẳng Oxy.</p> $M\left(2; -\frac{1}{3}; 0\right)$ <p>Vậy</p>

Câu 3. Xét phương trình $2 \sin 3x - 1 = 0$.

$$S = \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

a) Tập nghiệm của phương trình là

$$x = \frac{\pi}{18}$$

b) Nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là

c) Phương trình có đúng 3 nghiệm trên $[0; \pi]$.

d) Tổng các nghiệm của phương trình thuộc đoạn $[0; \pi]$ bằng 2π .

Lời giải

a) Đúng.

Ta có:

$$2 \sin 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin 3x = \sin \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{5\pi}{18} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}; \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là

b) Đúng.

$$x > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} > 0 \\ \frac{5\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 12k > 0 \\ 5 + 12k > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{1}{12} \\ k > -\frac{5}{12} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = \frac{\pi}{18}$$

Do là nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình đã cho.

c) Sai.

$$0 \leq x \leq \pi \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \frac{\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \leq \pi \\ 0 \leq \frac{5\pi}{18} + k \frac{2\pi}{3} \leq \pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{12} \leq k \leq \frac{17}{12} \\ -\frac{5}{12} \leq k \leq \frac{13}{12} \end{cases}$$

$$k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k \in \{0; 1\} \Rightarrow x \in \left\{ \frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{18}; \frac{13\pi}{18}; \frac{17\pi}{18} \right\}$$

Do

Vậy phương trình có đúng 4 nghiệm trên $[0; \pi]$.

d) Đúng.

Trên đoạn $[0; \pi]$ phương trình đã cho có đúng 4 nghiệm là $\frac{\pi}{18}; \frac{5\pi}{18}; \frac{13\pi}{18}; \frac{17\pi}{18}$, do đó tổng các nghiệm bằng $\frac{\pi}{18} + \frac{5\pi}{18} + \frac{13\pi}{18} + \frac{17\pi}{18} = 2\pi$.

$$f(x) = \frac{2x+1}{x}$$

Câu 4. Cho hàm số

$$\int f(x) dx = 2x + \ln|x| + C$$

a)

b) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $F(1) = 3$. Khi đó $F(x) = 2x + \ln x + 1$.

$$\int f'(2x) dx = \frac{-1}{4x} + C$$

c)

d) Gọi $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết $G(2) = 1$ và $G(5) + G(-5) = 0$. Khi đó tìm được $G(-10) = a \ln 10 + b \ln 5 + c \ln 2 + d$, với a, b, c là các số hữu tỷ. Khi đó $a + b + c + d = -19$.

Lời giải

a) Đúng.

$$\int f(x) dx = \int \frac{2x+1}{x} dx = \int \left(2 + \frac{1}{x} \right) dx = 2x + \ln|x| + C$$

Ta có:

b) Đúng.

Trên $(0; +\infty)$, ta có $F(x) = 2x + \ln x + C$

$$F(1) = 3 \Rightarrow 2 + \ln 1 + C = 3 \Leftrightarrow C = 1 \Rightarrow F(x) = 2x + \ln x + 1$$

Mà

c) Sai.

$$\int f'(2x) dx = \frac{1}{2} \int f'(2x) d(2x) = \frac{1}{2} f(2x) + C = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 2x + 1}{2x} + C = \frac{4x+1}{4x} + C \neq \frac{-1}{4x} + C$$

d) Sai.

+) Do $G(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên ta có: $G(x) = 2x + \ln|x| + C$

$$\Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x + C_1, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + C_2, & x < 0 \end{cases}$$

+) Mà $G(2) = 1$ nên $2 \cdot 2 + \ln 2 + C_1 = 1 \Rightarrow C_1 = -3 - \ln 2 \Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x - 3 - \ln 2, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + C_2, & x < 0 \end{cases}$

$$\Rightarrow G(5) = 10 + \ln 5 - 3 - \ln 2 = 7 + \ln 5 - \ln 2$$

+) Mặt khác: $G(5) + G(-5) = 0 \Rightarrow 7 + \ln 5 - \ln 2 + 2(-5) + \ln 5 + C_2 = 0 \Rightarrow C_2 = 3 - 2\ln 5 + \ln 2$

$$\Rightarrow G(x) = \begin{cases} 2x + \ln x - 3 - \ln 2, & x > 0 \\ 2x + \ln(-x) + 3 - 2\ln 5 + \ln 2, & x < 0 \end{cases}$$

+) $G(-10) = 2(-10) + \ln 10 + 3 - 2\ln 5 + \ln 2 = \ln 10 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -2 \\ c = 1 \\ d = -17 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = -17$$

$$G(-10)$$

Hoặc có thể viết kết quả

$$= \ln 10 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17 = \ln 5 + \ln 2 - 2\ln 5 + \ln 2 - 17 = -\ln 5 + 2\ln 2 - 17$$

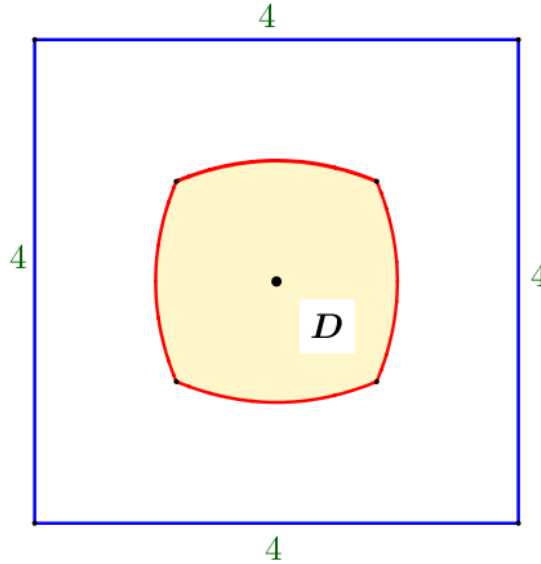
$$\Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = -1 \\ c = 2 \\ d = -17 \end{cases} \Rightarrow a + b + c + d = -16$$

Do đó giá trị biểu thức $a + b + c + d$ có nhiều kết quả khác nhau.

Vậy mệnh đề d sai.

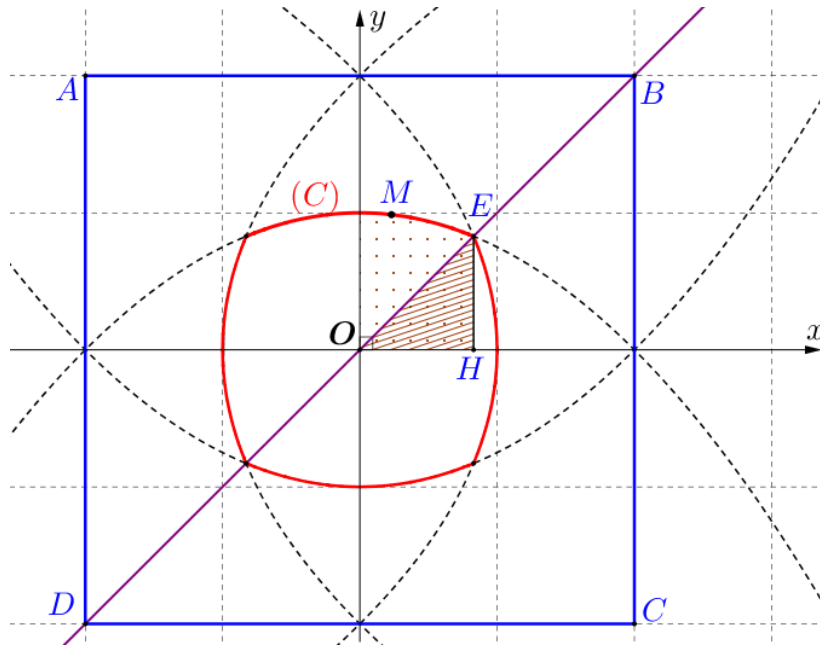
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn (Tự luận). Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. Ở mỗi câu thí sinh điền đáp án của câu đó.

Câu 1. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm những điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Đáp án: 3,5



Gọi hình vuông có cạnh bằng 4 là $ABCD$ và gán hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Do vai trò của các đường cong như nhau, giả sử $M(x; y)$ là một điểm thuộc đường cong (C) của miền D như hình vẽ.

Ta có khoảng cách từ M tới O là $MO = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Khoảng cách từ M tới cạnh AB của hình vuông là $d(M; AB) = |y - 2|$

Khoảng cách từ M tới O bằng khoảng cách từ M tới AB nên

$$\sqrt{x^2 + y^2} = |y - 2|$$

$$\Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$$

Hoành độ giao điểm của Parabol $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ và đường thẳng $OB (y = x)$ (thuộc góc phần tư thứ nhất) là nghiệm của phương trình

$$-\frac{1}{4}x^2 + 1 = x$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 - 2\sqrt{2} \\ x = -2 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

Parabol $y = -\frac{1}{4}x^2 + 1$ cắt đường thẳng $OB (y = x)$ tại điểm E thuộc góc phần tư thứ nhất nên $x_E = -2 + 2\sqrt{2} \Rightarrow y_E = -2 + 2\sqrt{2}$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol, trục Ox , trục Oy và đường thẳng $x = -2 + 2\sqrt{2}$ là

$$S_1 = \int_0^{-2+2\sqrt{2}} \left(-\frac{1}{4}x^2 + 1 \right) dx = \frac{8 - 4\sqrt{2}}{3}$$

Diện tích tam giác OEH là $S_2 = \frac{1}{2} OH \cdot EH = \frac{1}{2} y_E \cdot x_E = \frac{1}{2} (-2 + 2\sqrt{2})^2$

Diện tích của $\frac{1}{8}$ miền D là $S_3 = S_1 - S_2 = \frac{8 - 4\sqrt{2}}{3} - \frac{1}{2} (-2 + 2\sqrt{2})^2 = \frac{-10 + 8\sqrt{2}}{3}$

$$S = 8 \cdot S_3 = 8 \cdot \frac{-10 + 8\sqrt{2}}{3} \approx 3,5$$

Diện tích miền D là

Câu 2. Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

0,95

Đáp án:

Lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách trong 16 cuốn sách khác nhau, có $C_{16}^8 = 12870$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 9 cuốn sách Toán và Lý có $C_9^8 = 9$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 11 cuốn sách Toán và Hóa có $C_{11}^8 = 165$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 12 cuốn sách Lý và Hóa có $C_{12}^8 = 495$ cách.

Số cách lấy để số sách còn lại đủ cả 3 môn Toán Lý và Hóa là $12870 - 9 - 165 - 495 = 12201$ cách.

Xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn là $\frac{12201}{12870} \approx 0,95$

Câu 3: Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Lời giải

Gọi số lô hàng nhập về là $x \left(x \in \mathbb{N}^* \right)$, suy ra số điện thoại trong mỗi lô hàng là $\frac{600}{x}$.

$$f(x) = 50x + 3 \cdot \frac{600}{x} = 50x + \frac{1800}{x}$$

Chi phí vận chuyển là

$$f(x) = 50x + \frac{1800}{x} \geq 2\sqrt{50x \cdot \frac{1800}{x}} = 600$$

Ta có

GTNN của $f(x)$ bằng 600, đạt được khi $x = 6$ (thỏa mãn điều kiện).

$$\frac{600}{6} = 100.$$

Khi đó, số điện thoại của mỗi lô hàng là

Câu 4: Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc tọa độ $O(0;0;0)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A(-500;-300;500)$ và $B(-200;-200;450)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, tọa độ của máy bay là $(a;b;c)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$.

Lời giải

Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, máy bay ở vị trí điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng AB .

$$\overrightarrow{AH} = (a + 500; b + 300; c - 500) \quad \overrightarrow{AB} = (300; 100; -50)$$

Ta có

Từ $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{AB}$ cùng phương và $\overrightarrow{OH} \perp \overrightarrow{AB}$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} \frac{a+500}{300} = \frac{b+300}{100} = \frac{c-500}{-50} \\ 300a+100b-50c=0 \end{cases}$$

$$H(100; -100; 400)$$

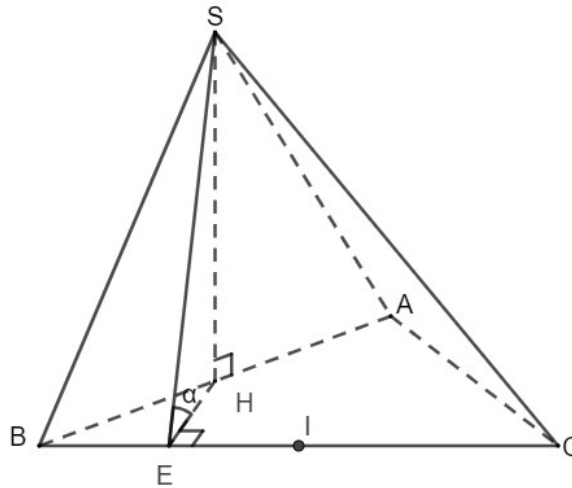
Giải hệ trên tìm được

Vậy $P = a + b + c = 400.$

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có $\triangle ABC, \triangle SAB$ là các tam giác đều và mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy. Gọi α là số đo của góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$. Tính $\cos^2 \alpha$.

Lời giải

Đáp án: 0,2



Gọi H là trung điểm cạnh AB .

Do $\triangle SAB$ đều nên $SH \perp AB$.

Mặt khác $(SAB) \perp (ABC)$ và $(SAB) \cap (ABC) = AB$.

Từ đó suy ra $SH \perp (ABC)$.

Gọi I là trung điểm BC và E là trung điểm BI .

Do $\triangle ABC$ đều nên $HE \perp BC$. Suy ra $BC \perp (SHE) \Rightarrow$ góc phẳng nhị diện $[S, BC, A]$ chính là góc $\widehat{SEH}$ hay $\alpha = \widehat{SEH}$.

Do $\triangle ABC, \triangle SAB$ là các tam giác đều có chung cạnh AB nên $HE = \frac{1}{2} AI = \frac{1}{2} SH$.

Trong $\triangle ABC$ có $\widehat{SHE} = 90^\circ$.

$$\tan \widehat{SEH} = \frac{SH}{HE} = 2 \Leftrightarrow \tan \alpha = 2 \Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{1}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

Suy ra

Câu 6: Trong một môi trường giới hạn, số lượng một loài sinh vật được cho bởi công thức $P(t) = \frac{100\,000}{1 + 4e^{-t}}$ trong đó thời gian t tính theo đơn vị năm. Tính thời gian cần thiết (theo đơn vị năm) để số lượng loài sinh vật đó đạt 80 000 (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Đáp án: 2,77

Yêu cầu bài toán tương đương với

$$\frac{100\,000}{1 + 4e^{-t}} = 80\,000 \Leftrightarrow 1 + 4e^{-t} = \frac{100\,000}{80\,000} \Leftrightarrow e^{-t} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow e^t = 16 \Leftrightarrow t = \ln 16 \approx 2,772$$

Vậy cần khoảng 2,78 năm để số lượng loài sinh vật đó đạt 80 000.