uigeli.xyz

TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHTN
TRƯỜNG THPT CHUYÊN KHTN
(Đề thi gồm 4 trang)

ĐỀ THI KSCL LẦN 2, NĂM HỌC 2025 – 2026
Môn thi: Toán; Lớp: 12
Thời gian làm bài: 90 phút

Mã đề 123

Họ, tên thí sinh: .....
Số báo danh: .....

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho phương trình đường thẳng $d:\begin{cases} x=3-2t \\ y=-1+2t\ (t\in\mathbb{R}) \\ z=-t \end{cases}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_1=(-2;2;-1)$. **B.** $\vec{u}_2=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}_4=(-2;-1;-1)$.

Câu 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-5x^2+3x+1}{x-1}$ có phương trình là:

A. $y=5x+2$. **B.** $y=-5x+2$. **C.** $y=-5-2x$. **D.** $y=-5x-2$.

Câu 3. Tập nghiệm của phương trình $\cos x=1$ là

A. $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi \mid k\in\mathbb{R}\right\}$. **B.** $S=\{k2\pi \mid k\in\mathbb{R}\}$.

C. $S=\{k\pi \mid k\in\mathbb{R}\}$. **D.** $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi \mid k\in\mathbb{R}\right\}$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(2x-5)\ge 1$ là

A. $(\frac{5}{2};\frac{11}{4})$. **B.** $(\frac{5}{2};\frac{11}{4}]$. **C.** $(\frac{11}{4};+\infty)$. **D.** $[\frac{11}{4};+\infty)$.

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Độ lớn của góc $\widehat{BSD}$ bằng

A. $\widehat{BSD}=120^\circ$. **B.** $\widehat{BSD}=45^\circ$. **C.** $\widehat{BSD}=90^\circ$. **D.** $\widehat{BSD}=60^\circ$.

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1;3;5)$, $B(2;1;0)$, $C(-2;0;3)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $11x-17y+9z-5=0$. **B.** $11x-17y+9z+5=0$.

C. $11x+17y-9z+5=0$. **D.** $17x+11y-9z+5=0$.

Câu 7. Cho hai biến cố A,B sao cho $P(A)=0,5$; $P(B)=0,4$; $P(A\mid B)=0,3$. Khi đó $P(B\mid A)$ bằng

A. $\dfrac{3}{25}$. **B.** $\dfrac{4}{25}$. **C.** $\dfrac{6}{25}$. **D.** $\dfrac{1}{5}$.

Câu 8. Biết $I=\int_1^2\dfrac{1}{2x^2+5x+3}dx=\ln\left(\dfrac{a}{b}\right)$ với a,b là các số nguyên lớn hơn 1, phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Giá trị $T=a+b$ bằng

A. 28. **B.** 29. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 9. Thống kê mức tiêu dùng của 20 hộ gia đình hàng tháng có bảng số liệu sau:

Chi phí tiêu dùng (triệu đồng)	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15,20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số gia đình	1	3	8	5	3

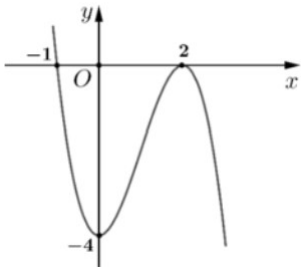
Giá trị trung vị của mẫu số liệu trên bằng

A. 18,75. **B.** 18,25. **C.** 18. **D.** 13,75.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+2x-5}{x^2-3x+2}$ (với a là hằng số). Biết rằng $f(x)$ liên tục tại điểm $x=1$. Giá trị của $f(1)$ bằng

A. -6. **B.** -8. **C.** 2. **D.** 3.

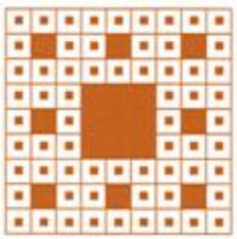
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ là đồ thị một hàm số bậc 3 như hình vẽ.



Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 12. Một hình vuông có cạnh bằng 3. Chia hình vuông đó thành 9 hình vuông bằng nhau và tô màu hình vuông ở chính giữa. Với mỗi hình vuông nhỏ chưa được tô màu, lại chia thành 9 hình vuông bằng nhau và tô màu hình vuông ở chính giữa. Cứ như thế, quá trình trên được lặp lại. Tính diện tích phần được tô màu sau 3 lần chia.



A. $\dfrac{217}{81}$. **B.** $\dfrac{161}{81}$ **C.** $\dfrac{217}{729}$. **D.** $\dfrac{512}{81}$.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Một thư viện thực hiện khảo sát 200 độc giả chia làm hai nhóm tuổi: nhóm trẻ (dưới 35 tuổi) và nhóm trung niên (từ 35 tuổi trở lên). Các độc giả chỉ lựa chọn đọc 1 trong 3 loại sách: văn học, khoa học và ẩm thực. Kết quả thu được cho thấy: có 120 người thuộc nhóm trẻ. Có 80 người lựa chọn đọc sách văn học. Số người thuộc nhóm trung niên lựa chọn đọc sách khoa học là 20 người. Biết rằng hai biến cố: "độc giả thuộc nhóm trung niên" và "độc giả lựa chọn đọc sách văn học" là hai biến cố độc lập. Chọn ngẫu nhiên một độc giả được khảo sát.

a) Xác suất để độc giả được chọn là thuộc nhóm trẻ bằng 0,6.

b) Xác suất để độc giả được chọn là trung niên và đọc sách văn học là 0,2.

c) Trong số các độc giả lựa chọn sách văn học, có đúng 48 người thuộc nhóm trẻ.

d) Biết rằng người được chọn thuộc nhóm trung niên, xác suất để người đó đọc sách ẩm thực là 35%.

Câu 2. Một nhóm nghiên cứu quan sát sự phát triển của một quần thể vi khuẩn trong môi trường nuôi cấy hạn chế. Giai đoạn 1 (từ $t=0$ đến $t=3$ giờ): Số lượng vi khuẩn tăng trưởng theo hàm mũ $N(t)=50e^{0,8t}$ (với t tính bằng giờ, N tính bằng triệu

cá thể). Giai đoạn 2 (sau 3 giờ): Do nguồn dinh dưỡng cạn kiệt, tốc độ tăng trưởng giảm dần. Từ thời điểm này, số lượng vi khuẩn lúc này tuân theo hàm số $M(t)=A-Be^{-0,6t}$.

a) Số lượng vi khuẩn tại thời điểm bắt đầu là 50 triệu cá thể.

b) Tốc độ tăng trưởng của vi khuẩn tại thời điểm $t=3$ lớn hơn 440 triệu cá thể/giờ.

c) Giá trị $B=\dfrac{200}{3}$.

d) Số lượng vi khuẩn tối đa (ngưỡng bão hòa) mà môi trường này có thể duy trì 1285 triệu cá thể (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=9$ và điểm $A(1;-2;5)$.

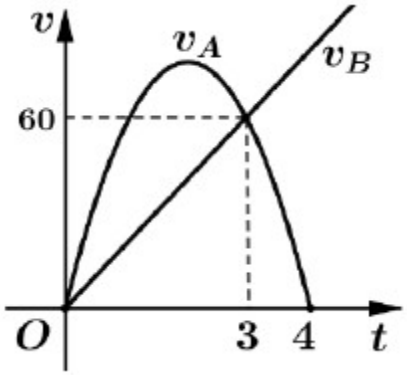
a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;-1)$ và bán kính $R=3$.

b) Điểm A nằm ngoài mặt cầu.

c) Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $T(-2;0;3)$ là $x+2y-2z+8=0$.

d) Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S), điểm M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là $2x-4y+4z+3=0$.

Câu 4. Cho đồ thị biểu diễn vận tốc của hai xe A và B khởi hành cùng một lúc, bên cạnh nhau và trên cùng một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của xe A là $v_A(t)$ (km/h) một đường parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của xe B là một đường thẳng $v_B(t)$ (km/h) ở hình bên.



a) Phương trình vận tốc của xe B là $v_B(t)=15t$.

b) Vận tốc lớn nhất của xe A trong 4 giờ đầu di chuyển là 80 km/h.

c) Quãng đường xe A đi được trong 3 giờ đầu là 120 km.

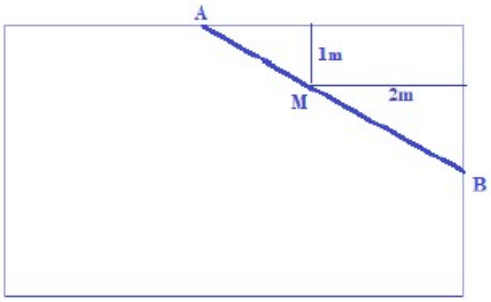
d) Khoảng cách lớn nhất giữa hai xe trong 4 giờ đầu di chuyển là $\dfrac{160}{3}$ km.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

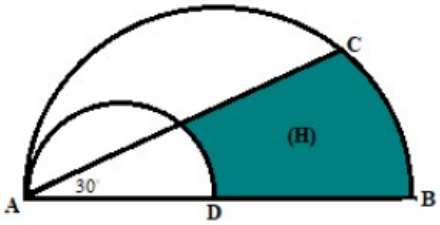
Câu 1. Cho hình chóp tam giác $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=\sqrt{3}$, $BC=1$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 60°. Tan của góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng bao nhiêu?

Câu 2. Nhân dịp Noen, gia đình bạn An cùng nhau trang trí nhà cửa. Tại góc phòng khách, bạn An dự kiến để một cây thông Noen ở vị trí M cách hai bức tường lần lượt là 1m, 2m. Để cho căn phòng sáng hơn, bạn An sẽ lắp thêm dây đèn led AB dưới sàn nhà, đi qua vị trí đặt cây thông, hai đầu dây đèn chạm vào tường. Hỏi độ dài

dây đèn ngắn nhất bạn An cần dùng là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 3. Trên mặt phẳng vẽ hai nửa đường tròn đường kính AB, AD, với $AB = 2AD = 4$ cm như hình vẽ. Cho biết $BAC = 30^\circ$. Hình phẳng (H) là phần tô đậm nằm giữa hai nửa đường tròn, đường thẳng AB, AC. Một kỹ sư cần chế tạo chi tiết máy bằng thép có dạng tròn xoay khi xoay hình phẳng (H) quanh trục AB. Biết chi phí sản xuất là 15 nghìn đồng/cm³. Giá tiền sản xuất một chi tiết máy là bao nhiêu nghìn đồng? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4. Trong giải đấu của trường, lớp 12A có lịch thi đấu hai trận vào thứ năm và chủ nhật. Xác suất lớp 12A thắng trận thứ năm là 40%, xác suất thắng trận chủ nhật là 50%. Khả năng thắng của đội phụ thuộc vào kết quả trận trước: nếu trận thứ năm thắng, xác suất thắng vào chủ nhật sẽ cao gấp ba lần so với trường hợp trận thứ năm thua. Xác suất để đội bóng lớp 12A thắng đúng một trận trong hai ngày đó là $\frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ tối giản. Giá trị $2a+b$ bằng bao nhiêu?

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 15 = 0$ và hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;1;3)$. Mặt cầu (S) đi qua A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm H. Biết rằng H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

Câu 6. Có 6 bì thư được đánh số từ 1 đến 6 và 6 cái tem cũng được đánh số từ 1 đến 6. Người ta dán các tem thư vào các bì thư (mỗi thư chỉ dán 1 tem). Hỏi có bao nhiêu cách dán tem thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán tem có số trùng với số trên bì thư.

---------- HẾT ----------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn

Đáp án											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	D	B	B	D	A	C	B	A	B	B	A

PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)D-b)S-c)D-d)D	a)D-b)D-c)S-d)S	a)S-b)D-c)D-d)S	a)S-b)D-c)S-d)S

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
1,5	4,2	192	44	6	455

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT THAM KHẢO

PHẦN I. CÂU TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN

Câu 1. Đường thẳng d có phương trình tham số với hệ số của t lần lượt là $-2;2;-1$.

Suy ra một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_1=(-2;2;-1)$.

Chọn A.

Câu 2. Thực hiện phép chia đa thức: $y=\dfrac{-5x^2+3x+1}{x-1}=-5x-2-\dfrac{1}{x-1}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y-(-5x-2)\right]=0$ nên đường thẳng $y=-5x-2$ là tiệm cận xiên.

Chọn D.

Câu 3. Phương trình lượng giác cơ bản: $\cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\ \ (k\in\mathbb{Z})$.

Chọn B.

Câu 4. Điều kiện: $2x-5>0\Leftrightarrow x>\dfrac{5}{2}$.

Bất phương trình tương đương: $2x-5\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^1\Leftrightarrow 2x\le\dfrac{11}{2}\Leftrightarrow x\le\dfrac{11}{4}$.

Kết hợp điều kiện, tập nghiệm là $(\dfrac{5}{2};\dfrac{11}{4}]$.

Chọn B.

Câu 5. Ta có $BD=\sqrt{a^2+a^2}=a\sqrt{2}$.

Tam giác SAB vuông tại A nên $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$.

Tương tự, tam giác SAD vuông tại A nên $SD=a\sqrt{2}$.

Tam giác SBD có ba cạnh bằng nhau nên là tam giác đều, suy ra $\widehat{BSD}=60^\circ$.

Chọn D.

Câu 6. Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-5)$ và $\overrightarrow{AC}=(-3;-3;-2)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-11;17;-9)$.

Phương trình mặt phẳng: $-11(x-1)+17(y-3)-9(z-5)=0\Leftrightarrow 11x-17y+9z-5=0$.

Chọn A.

Câu 7. Ta có $P(A\cap B)=P(A\,|\,B)\cdot P(B)=0,3\cdot 0,4=0,12$.

Xác suất có điều kiện: $P(B\,|\,A)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}=\dfrac{0,12}{0,5}=0,24=\dfrac{6}{25}$.

Chọn C.

Câu 8. Biến đổi hàm dưới dấu tích phân: $\dfrac{1}{2x^2+5x+3}=\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{2x+3}$.

$I=\int_1^2\left(\dfrac{1}{x+1}-\dfrac{2}{2x+3}\right)dx=\left(\ln|x+1|-\ln|2x+3|\right)\Big|_1^2=\ln\left(\dfrac{3}{7}\right)-\ln\left(\dfrac{2}{5}\right)=\ln\left(\dfrac{15}{14}\right)$.

Suy ra $a=15,b=14\Rightarrow T=a+b=29$.

Chọn B.

Câu 9. Cỡ mẫu $N=20$. Vị trí trung vị nằm giữa giá trị thứ 10 và 11. Cả hai giá trị này đều rơi vào nhóm $[15;20)$.
Áp dụng công thức trung vị cho mẫu số liệu ghép nhóm:
$M_e=15+\frac{10-4}{8}\cdot 5=15+\frac{30}{8}=18,75$.
Chọn A.

Câu 10. Để hàm số liên tục tại $x=1$ thì giới hạn $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$ phải tồn tại, tức là tử số phải bằng 0 tại $x=1$.
Suy ra $a(1)^2+2(1)-5=0\Leftrightarrow a=3$.
Khi đó $f(x)=\frac{3x^2+2x-5}{x^2-3x+2}=\frac{(x-1)(3x+5)}{(x-1)(x-2)}=\frac{3x+5}{x-2}$.
Vậy $f(1)=\frac{3(1)+5}{1-2}=-8$.
Chọn B.

Câu 11. Dựa vào hình vẽ đồ thị đạo hàm $f'(x)$, ta thấy hàm số $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương 1 lần (tại giao điểm duy nhất cắt ngang trục hoành). Điểm tiếp xúc không làm đổi dấu đạo hàm. Vậy hàm số có 1 điểm cực tiểu.
Chọn B.

Câu 12. Diện tích hình vuông ban đầu là $S=9$.
Lần 1: Tô màu 1 ô vuông, diện tích tô là $S_1=1$. Còn lại 8 ô.
Lần 2: Mỗi ô trong 8 ô lại tô màu phần 1/9, diện tích tô thêm là $S_2=8\cdot\frac{1}{9}=\frac{8}{9}$. Còn lại $8\cdot\frac{8}{9}$ diện tích.
Lần 3: Diện tích tô thêm là $S_3=\left(\frac{8}{9}\right)^2=\frac{64}{81}$.
Tổng diện tích được tô màu là $S=1+\frac{8}{9}+\frac{64}{81}=\frac{217}{81}$.
Chọn A.

PHẦN II. CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Tổng số độc giả là 200. Nhóm trẻ có 120, suy ra trung niên có 80.
Xác suất độc giả trung niên là $P(A)=\frac{80}{200}=0,4$.
Xác suất chọn sách văn học là $P(B)=\frac{80}{200}=0,4$.
Vì hai biến cố độc lập nên $P(A\cap B)=0,4\cdot 0,4=0,16$.
Số người trung niên đọc văn học là $0,16\cdot 200=32$ người.
Số người trẻ đọc văn học là $80-32=48$ người.
Số người trung niên đọc ẩm thực là $80-32-20=28$ người.

- **a) ĐÚNG.** $P(\text{Tr?})=\frac{120}{200}=0,6$.
- **b) SAI.** Xác suất trung niên và văn học là $0,16$.
- **c) ĐÚNG.** Có đúng 48 người trẻ chọn văn học.

- **d) ĐÚNG.** Xác suất người trung niên đọc ẩm thực là $\frac{28}{80}=0,35=35\%$.

Câu 2.

Tại $t=3$, số lượng vi khuẩn phải liên tục và tốc độ (đạo hàm) bằng nhau để chuyển tiếp mượt.

Ta có $N'(t)=40e^{0,8t}\Rightarrow N'(3)=40e^{2,4}\approx 440,9$.

Mặt khác $M(t)=A-Be^{-0,6t}\Rightarrow M'(t)=0,6Be^{-0,6t}$.

Đồng nhất $M'(3)=N'(3)$ ta được $0,6Be^{-1,8}=40e^{2,4}\Rightarrow B=\frac{200}{3}e^{4,2}$.

Giới hạn bão hòa là $A=N(3)+Be^{-1,8}=50e^{2,4}+\frac{200}{3}e^{2,4}=\frac{350}{3}e^{2,4}\approx 1286$.

a) ĐÚNG. Tại $t=0$, $N(0)=50$.

b) ĐÚNG. $40e^{2,4}\approx 440,9>440$.

c) SAI. $B=\frac{200}{3}e^{4,2}$ chứ không phải $\frac{200}{3}$.

d) SAI. Ngưỡng bão hòa là 1286, không phải 1285.

Câu 3.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, không phải $I(-1;2;-1)$. Bán kính $R=3$.

Khoảng cách $IA=\sqrt{2^2+(-4)^2+4^2}=6>R\Rightarrow A$ nằm ngoài mặt cầu.

Phương trình mặt phẳng tiếp xúc tại $T(-2;0;3)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{IT}=(-1;-2;2)$, phương trình là $-1(x+2)-2(y-0)+2(z-3)=0\Leftrightarrow x+2y-2z+8=0$.

Tập hợp các điểm tiếp điểm M nằm trên mặt phẳng giao của mặt cầu đường kính IA và (S). Phương trình mặt phẳng này là $2x-4y+4z-3=0$.

a) SAI. Sai tọa độ tâm I.

b) ĐÚNG. Do $IA>R$.

c) ĐÚNG. Theo phương trình đã lập.

d) SAI. Dấu tự do phải là -3 chứ không phải $+3$.

Câu 4.

Parabol $v_A(t)$ đi qua $(0;0)$, $(4;0)$ và có đỉnh tại $t=2$ nên có dạng $v_A(t)=k\cdot t(4-t)$.

Đường thẳng $v_B(t)$ đi qua gốc tọa độ nên có dạng $v_B(t)=m\cdot t$.

Giao điểm tại $t=3$ là $(3;60)$, suy ra $m=20\Rightarrow v_B(t)=20t$.

Và $k\cdot 3(4-3)=60\Rightarrow k=20\Rightarrow v_A(t)=80t-20t^2$.

a) SAI. Phương trình phải là $v_B(t)=20t$.

b) ĐÚNG. Đỉnh parabol là $v_A(2)=80$.

c) SAI. Quãng đường là $\int_0^3(80t-20t^2)dt=180$ km.

d) SAI. Khoảng cách max tại $t=3$ là $\int_0^3(v_A-v_B)dt=90$ km.

PHẦN III. CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Góc giữa (SBC) và (ABC) là góc $\widehat{SBA}=60^\circ$.

Ta có $SA=AB\cdot\tan(60^\circ)=\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}=3$.

Khoảng cách từ hình chiếu đến điểm C là $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{3+1}=2$.

Góc giữa SC và (ABC) là $\widehat{SCA}$. Ta có $\tan\widehat{SCA}=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{3}{2}=1,5$.

Đáp án: 1,5

Câu 2. Đưa về bài toán tìm đoạn thẳng ngắn nhất đi qua một điểm $M(2;1)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất, cắt hai trục tọa độ tại A,B.

Độ dài ngắn nhất được tính bằng công thức tối ưu:

$L_{\min}=(x_M^{2/3}+y_M^{2/3})^{3/2}=(2^{2/3}+1^{2/3})^{3/2}\approx 4,16$ mét. Làm tròn đến phần chục là 4,2 mét.

Đáp án: 4,2

Câu 3.

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ O trùng với điểm A, tia Ox trùng với tia AB. Khi đó ta có tọa độ các điểm: $A(0;0)$, $D(2;0)$ và $B(4;0)$.

Phương trình của hai nửa đường tròn nằm phía trên trục hoành:

Nửa đường tròn lớn đường kính AB (tâm $(2;0)$, bán kính $R=2$):

$y=\sqrt{4-(x-2)^2}=\sqrt{4x-x^2}$ với $x\in[0;4]$.

Nửa đường tròn nhỏ đường kính AD (tâm $(1;0)$, bán kính $r=1$):

$y=\sqrt{1-(x-1)^2}=\sqrt{2x-x^2}$ với $x\in[0;2]$.

Đường thẳng AC đi qua gốc tọa độ O và tạo với tia Ox (tia AB) một góc $\widehat{BAC}=30^\circ$ nên có hệ số góc $k=\tan(30^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Phương trình đường thẳng AC: $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$.

Tìm hoành độ giao điểm của đường thẳng AC với hai nửa đường tròn:

Với nửa đường tròn lớn:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x=\sqrt{4x-x^2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}x^2=4x-x^2\Leftrightarrow\frac{4}{3}x^2-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$$

Với nửa đường tròn nhỏ:

$$\frac{\sqrt{3}}{3}x=\sqrt{2x-x^2}\Leftrightarrow\frac{1}{3}x^2=2x-x^2\Leftrightarrow\frac{4}{3}x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

Thể tích chi tiết máy cần tìm chính là thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox. Ta tính thể tích này bằng cách lấy thể tích khối lớn sinh ra bởi nửa đường tròn lớn trừ đi thể tích khối nhỏ sinh ra bởi nửa đường tròn nhỏ.

Thể tích khối lớn V_1 (quay phần giới hạn bởi AC, nửa đường tròn lớn và trục Ox):

$$V_1=\pi\int_0^3\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2dx+\pi\int_3^4(4x-x^2)dx$$

$$V_1=\pi\left[\frac{x^3}{9}\right]_0^3+\pi\left[2x^2-\frac{x^3}{3}\right]_3^4=\pi(3)+\pi\left(\frac{32}{3}-9\right)=\frac{14\pi}{3}.$$

Thể tích khối nhỏ V_2 (quay phần giới hạn bởi AC, nửa đường tròn nhỏ và trục Ox):

$$V_2=\pi\int_0^{3/2}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2dx+\pi\int_{3/2}^{2}(2x-x^2)dx$$

$$V_2=\pi\left[\frac{x^3}{9}\right]_0^{3/2}+\pi\left[x^2-\frac{x^3}{3}\right]_{3/2}^{2}=\pi\left(\frac{3}{8}\right)+\pi\left(\frac{4}{3}-\frac{9}{8}\right)=\frac{7\pi}{12}.$$

Thể tích của chi tiết máy là:

$V=V_1-V_2=\frac{14\pi}{3}-\frac{7\pi}{12}=\frac{49\pi}{12}\ (cm^3)$.

Giá tiền để sản xuất một chi tiết máy là:

$T=V\cdot 15=\frac{49\pi}{12}\cdot 15=61,25\pi\approx 192,42$ (nghìn đồng).

Làm tròn đến hàng đơn vị ta được 192 nghìn đồng.

Đáp án: 192

Câu 4. Ký hiệu W_1,L_1 là thắng/thua trận 1. Ta có $P(W_1)=0,4;P(L_1)=0,6$.

Trận 2: Gọi $P(W_2\mid L_1)=x\Rightarrow P(W_2\mid W_1)=3x$.

$$P(W_2)=P(W_1)P(W_2\mid W_1)+P(L_1)P(W_2\mid L_1)\Rightarrow 0,4(3x)+0,6(x)=0,5\Rightarrow 1,8x=0,5\Rightarrow x=\frac{5}{18}.$$

Xác suất thắng đúng 1 trận:

$$P=P(W_1)P(L_2\mid W_1)+P(L_1)P(W_2\mid L_1)=0,4\left(1-\frac{15}{18}\right)+0,6\left(\frac{5}{18}\right)=\frac{2}{30}+\frac{5}{30}=\frac{7}{30}.$$

Vậy $a=7,b=30\Rightarrow 2a+b=14+30=44$.

Đáp án: 44

Câu 5. Phương trình đường thẳng AB cắt mặt phẳng (P) tại điểm K. Dễ dàng tìm được $K(26/5;1;27/5)$.

Theo tính chất phương tích của điểm K đối với mặt cầu (S), ta có $KH^2=KA\cdot KB$.

Tính các khoảng cách: $KA=9$ và $KB=4$.

Suy ra $KH^2=36\Rightarrow KH=6$.

Do H thuộc (P) và cách điểm K cố định một đoạn bằng 6 nên H thuộc đường tròn tâm K bán kính $R=6$.

Đáp án: 6

Câu 6. Sử dụng công thức tính số hoán vị lộn xộn (Derangement) - không có lá thư nào bỏ đúng phong bì:

$$D_6=6!\left(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}-\frac{1}{5!}+\frac{1}{6!}\right)=265.$$

Số cách xếp để có "ít nhất một thư đúng" là phần bù của trường hợp không có thư nào đúng.

Số cách = $720-265=455$ cách.

Đáp án: 455