# KHAI CĂN BẬC HAI VỚI PHÉP NHÂN VÀ PHÉP CHIA

## A. Kiến thức

### 1. Khai căn bậc hai với phép nhân

Với $A$, $B$ là các biểu thức không âm, ta có $\sqrt{A}\cdot\sqrt{B}=\sqrt{A\cdot B}$

* Lưu ý: Kết quả trên có thể mở rộng cho nhiều biểu thức khoong âm, chẳng hạn:

$\sqrt{A}\cdot\sqrt{B}\cdot\sqrt{C}=\sqrt{A\cdot B\cdot C}$ (với $A\ge 0$; $B\ge 0$; $C\ge 0$)

### 2. Khai căn bậc hai

Nếu $A$, $B$ là các biểu thức với $A\ge 0$; $B>0$ thì $\dfrac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}=\sqrt{\dfrac{A}{B}}$

*** Chú ý:** Nếu $A\ge 0$; $B\ge 0$; $C\ge 0$ thì $\sqrt{A^2B^2C^2}=ABC$

## B. Các dạng bài tập

### Dạng 1: Khai căn một tích

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính

a) $\sqrt{81\cdot 49}$

b) $\sqrt{25\cdot 121}$

c) $\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5^2}$

d) $\sqrt{25\cdot 1,21}$

e) $\sqrt{360\cdot 90}$

f) $\sqrt{0,16\cdot 64}$

g) $\sqrt{8,1\cdot 10^3}$

h) $\sqrt{12,1\cdot 160}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{81\cdot 49}=\sqrt{81}\cdot\sqrt{49}=9\cdot 7=63$

b) $\sqrt{25\cdot 121}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{121}=5\cdot 11=55$

c) $\sqrt{2^2\cdot 3^2\cdot 5^2}=\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{5^2}=2\cdot 3\cdot 5=30$

d) $\sqrt{25\cdot 1,21}=\sqrt{25}\cdot\sqrt{1,21}=5\cdot 1,1=5,5$

e) $\sqrt{360\cdot 90}=\sqrt{36\cdot 9\cdot 100}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{9}\cdot\sqrt{100}=6\cdot 3\cdot 0=180$

f) $\sqrt{0,16\cdot 64}=\sqrt{0,16}\cdot\sqrt{64}=0,4\cdot 8=3,2$

g) $\sqrt{8,1\cdot 10^3}=\sqrt{8,1\cdot 10^2\cdot 10}=\sqrt{81\cdot 10^2}=9\cdot 10=90$

h) $\sqrt{12,1\cdot 160}=\sqrt{121\cdot 16}=\sqrt{121}\cdot\sqrt{16}=11\cdot 4=44$

**Bài 2:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{2500\cdot 4,9\cdot 0,9}$

b) $\sqrt{12\cdot 250\cdot 1,2}$

c) $\sqrt{41^2-40^2}$

d) $\sqrt{81\cdot 6,25-2,25\cdot 81}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{2500\cdot 4,9\cdot 0,9}=\sqrt{25\cdot 49\cdot 9}=5\cdot 7\cdot 3=105$

b) $\sqrt{12\cdot 250\cdot 1,2}=\sqrt{12\cdot 25\cdot 12}=\sqrt{12^2\cdot 25}=12\cdot 5=60$

c) $\sqrt{41^2-40^2}=\sqrt{(41-40)(41+40)}=\sqrt{81}=9$

d) $\sqrt{81\cdot 6,25-2,25\cdot 81}=\sqrt{81\cdot(6,25-2,25)}=\sqrt{81}\cdot\sqrt{4}=9\cdot 2=18$.

**Bài 3:**

a) Tính nhanh $\sqrt{25\cdot 49}$

b) Phân tích thành nhân tử $\sqrt{ab}-4\sqrt{a}$ (với $a\ge 0$; $b\ge 0$).

**Lời giải**

a) Ta có $\sqrt{25\cdot 49}=\sqrt{5^2\cdot 7^2}=5\cdot 7=35$

b) Theo giả thiết $a\ge 0$, $b\ge 0$ do đó ta có:

$\sqrt{ab}-4\sqrt{a}=\sqrt{a}\left(\sqrt{b}-4\right)$.

**Bài 4:** Tính

a. $\sqrt{25.144}$

b. $\sqrt{52.13}$

c. $\sqrt{45.80}$

d. $\sqrt{7}.\sqrt{28}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{25.144}=5.12=60$

b) Ta có: $\sqrt{52.13}=\sqrt{52.13}=\sqrt{4.13.13}=\sqrt{4}.\sqrt{13^2}=26$

c) Ta có: $\sqrt{45.80}=\sqrt{5.9.5.16}=\sqrt{5^2}.\sqrt{9}.\sqrt{16}=60$

d) Ta có: $\sqrt{7}.\sqrt{28}=\sqrt{7.28}=\sqrt{7.7.4}=\sqrt{7^2}.\sqrt{2^2}=14$

**Bài 5:** Tính

a. $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{50}{3}}-\sqrt{24}\right).\sqrt{6}$

b. $\sqrt{3+\sqrt{5}}.\sqrt{2}$

c. $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{3}+5\sqrt{\frac{4}{3}}\right).\sqrt{12}$

d. $\sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{8}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\sqrt{\frac{50}{3}}-\sqrt{24}\right).\sqrt{6}=\sqrt{\frac{2}{3}.6}+\sqrt{\frac{50}{3}.6}-\sqrt{24.6}=0$

b) Ta có: $\sqrt{3+\sqrt{5}}.\sqrt{2}=\sqrt{3.2+2\sqrt{5}}=\sqrt{\left(\sqrt{5}+1\right)^2}=\sqrt{5}+1$

c) Ta có: $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}-\sqrt{3}+5\sqrt{\frac{4}{3}}\right).\sqrt{12}=7$

d) Ta có: $\sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{8}=2\left(\sqrt{5}-1\right)$

**Bài 6:** Tính

a. $\sqrt{55.77.35}$

b. $\sqrt{\frac{1}{8}}.\sqrt{2}.\sqrt{125}.\sqrt{\frac{1}{5}}$

c. $\sqrt{\sqrt{2}-1}.\sqrt{\sqrt{2}+1}$

d. $2\sqrt{2}.(\sqrt{3}-2)+(1+2\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{55.77.35}=\sqrt{5.11.7.11.5.7}=5.7.11=385$

b) Ta có: $\sqrt{\frac{1}{8}}.\sqrt{2}.\sqrt{125}.\sqrt{\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{1}{8}.2.125.\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{2.125}{8.5}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$

c) Ta có: $\sqrt{\sqrt{2}-1}.\sqrt{\sqrt{2}+1}=\sqrt{(\sqrt{2}-1).(\sqrt{2}+1)}=\sqrt{2-1}=1$

d) Ta có: $2\sqrt{2}.(\sqrt{3}-2)+(1+2\sqrt{2})^2-2\sqrt{6}=2\sqrt{6}-4\sqrt{2}+1+4\sqrt{2}+8-2\sqrt{6}=9$

**Bài 7:** Tính

a) $A=\sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}}.\sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$

b) $B=\sqrt{4+\sqrt{8}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

c) $C=\left(\sqrt{12}+3\sqrt{15}-4\sqrt{135}\right)\sqrt{3}$

d) $D=2\sqrt{40\sqrt{12}}-2\sqrt{\sqrt{75}}-3\sqrt{5\sqrt{48}}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\sqrt{3+\sqrt{5+2\sqrt{3}}}.\sqrt{3-\sqrt{5+2\sqrt{3}}}$

$=\sqrt{3^2-(\sqrt{5+2\sqrt{3}})^2}=\sqrt{9-(5+2\sqrt{3})}$

$=\sqrt{9-5-2\sqrt{3}}=\sqrt{4-2\sqrt{3}}=\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}=\sqrt{3}-1$

b) Ta có:

$B=\sqrt{4+\sqrt{8}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}$

$=\sqrt{4+\sqrt{4.2}}.\sqrt{2^2-(\sqrt{2+\sqrt{2}})^2}=\sqrt{4+2\sqrt{2}}.\sqrt{2-\sqrt{2}}$

$\Rightarrow B=\sqrt{2.(2+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})}=\sqrt{2.2}=2$

c) Ta có: $(\sqrt{12}+3\sqrt{15}-4\sqrt{135})\sqrt{3}=\sqrt{36}+3\sqrt{9.5}-4\sqrt{9^2.5}$

$=6+9\sqrt{5}-36\sqrt{5}=6-27\sqrt{5}$

d) Ta có: $C=2\sqrt{40\sqrt{12}}-2\sqrt{\sqrt{75}}-3\sqrt{5\sqrt{48}}$

$=2\sqrt{40\sqrt{12}}-2\sqrt{5\sqrt{3}}-3\sqrt{20\sqrt{3}}=2\sqrt{80\sqrt{3}}-2\sqrt{5\sqrt{3}}-6\sqrt{5\sqrt{3}}$

**Bài 8:** Tính

a) $A=(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}$

b) $B=(3-\sqrt{5})\sqrt{3+\sqrt{5}}+(3+\sqrt{5})\sqrt{3-\sqrt{5}}$

c) $C=\sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=(4+\sqrt{15})(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4-\sqrt{15}}$

$=(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4+\sqrt{15}}.\sqrt{4+\sqrt{15}}.\sqrt{4-\sqrt{15}}$

$=(\sqrt{10}-\sqrt{6})\sqrt{4+\sqrt{15}}.\sqrt{(4+\sqrt{15})(4-\sqrt{15})}$

$=\sqrt{\sqrt{10}-\sqrt{6}}.\sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(4+\sqrt{15})}$

$=\sqrt{\sqrt{10}-\sqrt{6}}.\sqrt{4\sqrt{10}+\sqrt{150}-4\sqrt{6}-\sqrt{90}}$

$=\sqrt{\sqrt{10}-\sqrt{6}}.\sqrt{\sqrt{10}+\sqrt{6}}=\sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})}$

$= \sqrt{4} = 2$

b) Ta có: $B = (3-\sqrt{5})\sqrt{3+\sqrt{5}} + (3+\sqrt{5})\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$= \sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{3+\sqrt{5}} + (3+\sqrt{5})\sqrt{3-\sqrt{5}}$

$= \sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{3+\sqrt{5}}\left(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}}\right) = 2(\sqrt{3-\sqrt{5}} + \sqrt{3+\sqrt{5}})$

$= \sqrt{2}(\sqrt{3-\sqrt{5}}.\sqrt{2} + \sqrt{3+\sqrt{5}}.\sqrt{2})$

$= \sqrt{2}(\sqrt{6-2\sqrt{5}} + \sqrt{6+2\sqrt{5}}) = \sqrt{2}(\sqrt{(\sqrt{5}-1)^2} + \sqrt{(\sqrt{5}+1)^2}$

$= \sqrt{2}(\sqrt{5}-1+\sqrt{5}+1) = 2\sqrt{10}$

c) Ta có: $C = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$

$\Rightarrow C = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}.\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{3}}}$

$\Rightarrow C = \sqrt{2+\sqrt{3}}.(\sqrt{2^2-(\sqrt{2+\sqrt{3}})^2}) = \sqrt{2+\sqrt{3}}.\sqrt{2-\sqrt{3}} = 1$

**Bài 9:** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sqrt{8a \cdot 5ab \cdot 10b^3}$

b) $\sqrt{18(2-a)^2}$ với $a > 2$

c) $\sqrt{25a^2b^2}$ (với $a \geq 0$; $b < 0$)

**Lời giải**

a) $\sqrt{8a \cdot 5ab \cdot 10b^3} = \sqrt{8 \cdot 5 \cdot 10 \cdot a^2b^4} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(b^2)^2} = 20|a|b^2$

b) $\sqrt{18(2-a)^2} = \sqrt{2 \cdot 9 \cdot (2-a)^2} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{(2-a)^2}$

$= \sqrt{2} \cdot 3 \cdot |2-a| = 3\sqrt{2}(a-2)$ (vì $a > 2$)

c) $\sqrt{25a^2b^2} = \sqrt{5^2 \cdot a^2 \cdot (-b)^2}$

$= \sqrt{5^2} \cdot \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{(-b)^2} = 5a \cdot (-b) = -5ab$ (với $a \geq 0$; $b < 0$)

## Dạng 2: Nhân các căn bậc hai

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{9}{8}}$

c) $\sqrt{72}\cdot\sqrt{50}$

d) $\sqrt{12,8}\cdot\sqrt{0,2}$

e) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}$

f) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=\sqrt{5\cdot 20}=\sqrt{100}=10$

b) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{\frac{9}{8}}=\sqrt{2\cdot\frac{9}{8}}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$

c) $\sqrt{72}\cdot\sqrt{50}=\sqrt{72\cdot 50}=\sqrt{36\cdot 100}=6\cdot 10=60$

d) $\sqrt{12,8}\cdot\sqrt{0,2}=\sqrt{12,8\cdot 0,2}=\sqrt{64\cdot 0,04}=8\cdot 0,2=1,6$

e) $\sqrt{27}\cdot\sqrt{3}=\sqrt{27\cdot 3}=\sqrt{81}=9$

f) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}=\sqrt{3\cdot 75}=\sqrt{3^2\cdot 5^2}=3\cdot 5=15$.

**Bài 2:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{1,3}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{13}$

b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{5,2}\cdot\sqrt{52}$

c) $\sqrt{4,9}\cdot\sqrt{30}\cdot\sqrt{12}$

d) $\sqrt{2,8}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{10}$

e) $\sqrt{40}\cdot\sqrt{20}\cdot\sqrt{4,5}$

f) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{12}{25}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{1,3}\cdot\sqrt{10}\cdot\sqrt{13}=\sqrt{1,3\cdot 10\cdot 13}=\sqrt{13\cdot 13}=13$

b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{5,2}\cdot\sqrt{52}=\sqrt{10\cdot 5,2\cdot 52}=\sqrt{52\cdot 52}=52$

c) $\sqrt{4,9}\cdot\sqrt{30}\cdot\sqrt{12}=\sqrt{4,9\cdot 30\cdot 12}=\sqrt{7^2\cdot 3^2\cdot 2^2}=7\cdot 3\cdot 2=42$

d) $\sqrt{2,8}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{10}=\sqrt{2,8\cdot 7\cdot 10}=\sqrt{28\cdot 7}=\sqrt{4\cdot 7\cdot 7}=2\cdot 7=14$

e) $\sqrt{40}\cdot\sqrt{20}\cdot\sqrt{4,5}=\sqrt{40\cdot 20\cdot 4,5}=\sqrt{400\cdot 9}=20\cdot 3=60$

f) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{12}{25}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{3}\cdot\frac{12}{25}\cdot\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{4}{25}}=\frac{2}{5}$

**Bài 3:** Thực hiện phép tính

a) $\sqrt{5}\left(\sqrt{125}+\sqrt{5}\right)$

b) $\left(\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}$

c) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{27}-\sqrt{3}\right)$

d) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)$

**Lời giải**

a) $\sqrt{5}\left(\sqrt{125}+\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}\cdot\sqrt{125}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{5\cdot 125}+\sqrt{25}=25+5=30$

b) $\left(\sqrt{20}+\sqrt{45}-\sqrt{5}\right)\cdot\sqrt{5}=\sqrt{100}+\sqrt{225}-\sqrt{25}=10+15-5=20$

c) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{27}-\sqrt{3}\right)=\sqrt{324}-\sqrt{36}+\sqrt{81}-\sqrt{9}=18-6+9-3=18$

d) $\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}+1\right)\left(\sqrt{5}-1\right)=5-\sqrt{5}-\sqrt{15}+\sqrt{3}+\sqrt{5}-1=4-\sqrt{15}+\sqrt{3}$

**Bài 4:** Thực hiện các phép tính

a) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2$ b) $\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)^2$

c) $\left(5\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{7}\right)$

**Lời giải**

a) $\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2=\left(\sqrt{7}\right)^2+2.\sqrt{7}.\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2=7+2\sqrt{21}+3=10+2\sqrt{21}$

b) $\left(\sqrt{8}-\sqrt{2}\right)^2=\left(\sqrt{8}\right)^2-2.\sqrt{8}.\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2=8-2\sqrt{16}+2=2$

c) $\left(5\sqrt{3}-2\sqrt{7}\right)\left(5\sqrt{3}+2\sqrt{7}\right)=\left(5\sqrt{3}\right)^2-\left(2\sqrt{7}\right)^2=25.3-4.7=47$

**Bài 5:** Rút gọn biểu thức $\left(\sqrt{14}+\sqrt{6}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}$

**Lời giải**

Ta có: $\left(\sqrt{14}+\sqrt{6}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}=\sqrt{2}\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\sqrt{5-\sqrt{21}}$

$=\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\sqrt{10-2\sqrt{7.3}}$

$=\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)\sqrt{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)^2}$

$=\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right).\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)=4$

**Bài 6:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{5a}\cdot\sqrt{20a}$ với $a\ge 0$ b) $\sqrt{3a}\cdot\sqrt{27a}$ với $a\ge 0$

c) $\sqrt{15a}\cdot\sqrt{3a}$ với $a>0$ d) $\sqrt{5x}\cdot\sqrt{20x}$ với $x\ge 0$

e) $\sqrt{3a^3}\cdot\sqrt{27a}$ với $a>0$ f) $\sqrt{5ab^3}\cdot\sqrt{5ab}$ với $a<0;\ b<0$

**Lời giải**

a) $\sqrt{5a}\cdot\sqrt{20a}=\sqrt{5a.20a}=\sqrt{100.a^2}=\sqrt{100}.\sqrt{a^2}=10.|a|=10a$ (vì $a\ge 0$)

b) $\sqrt{3a}\cdot\sqrt{27a}=\sqrt{3a.7a}=\sqrt{81a^2}=\sqrt{81}.\sqrt{a^2}=9|a|=9a$ (vì $a\ge 0$)

c) $\sqrt{15a}\cdot\sqrt{3a}=\sqrt{15a.3a}=\sqrt{3^2.a^2.5}=3a\sqrt{5}$ (vì $a>0$)

d) $\sqrt{5x}\cdot\sqrt{20x}=\sqrt{5x.20x}=\sqrt{100x^2}=\sqrt{(10x)^2}=10x$ với $x\ge 0$

e) $\sqrt{3a^3}\cdot\sqrt{27a}=\sqrt{3a^3.27a}=\sqrt{81a^4}=\sqrt{81}.\sqrt{a^4}$

$= 9.\sqrt{\left(a^2\right)^2} = 9.\left|a^2\right| = 9a^2$ (vì $a^2 \geq 0$ với mọi số thực $a$)

f) Với $a < 0; b < 0$ ta có: $\sqrt{5ab^3} \cdot \sqrt{5ab} = \sqrt{5ab^3.5ab} = \sqrt{5^2.a^2.b^4}$

$= \sqrt{\left(5ab^2\right)^2} = \left|5ab^2\right| = -5ab^2$.

## Dạng 3: Khai căn một thương

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{\frac{4}{25}}$

b) $\sqrt{\frac{1,69}{0,25}}$

c) $\sqrt{\frac{49}{64}}$

d) $\sqrt{\frac{27}{75}}$

e) $\sqrt{\frac{9}{25}}$

f) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{25}} = \frac{2}{5}$

b) $\sqrt{\frac{1,69}{0,25}} = \frac{\sqrt{1,69}}{\sqrt{0,25}} = \frac{1,3}{0,5} = 2,6$

c) $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$

d) $\sqrt{\frac{27}{75}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$

e) $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$

f) $\sqrt{1\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$

**Bài 2:** Tính

a) $\sqrt{1\frac{9}{16}}$

b) $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}$

c) $\sqrt{\frac{25}{64}}$

d) $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{1\frac{9}{16}}=\sqrt{\frac{25}{16}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}}=\frac{5}{4}$

b) Ta có: $\frac{\sqrt{12,5}}{\sqrt{0,5}}=\sqrt{\frac{12,5}{0,5}}=\sqrt{25}=5$

c) Ta có: $\sqrt{\frac{25}{64}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}}=\frac{5}{8}$

d) Ta có: $\frac{\sqrt{230}}{\sqrt{2,3}}=\sqrt{\frac{230}{2,3}}=\sqrt{100}=10$

**Bài 3:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{\frac{4}{25}:\frac{49}{121}}$

b) $\sqrt{\frac{65^2-52^2}{225}}$

c) $\sqrt{\frac{11}{9}:1,44-\frac{7}{9}:1,44}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{4}{25}:\frac{49}{121}}=\sqrt{\frac{4}{25}}:\sqrt{\frac{49}{121}}=\frac{2}{5}:\frac{7}{11}=\frac{22}{35}$

b) $\sqrt{\frac{65^2-52^2}{225}}=\sqrt{\frac{(65-52)(65+52)}{225}}$

$=\sqrt{\frac{13.117}{225}}=\frac{\sqrt{13.13.9}}{15^2}=\frac{13.3}{15}=\frac{39}{15}$

c) $\sqrt{\frac{11}{9}:1,44-\frac{7}{9}:1,44}=\sqrt{\left(\frac{11}{9}-\frac{7}{9}\right):\frac{144}{100}}=\sqrt{\frac{9}{4}:\frac{144}{100}}$

$=\sqrt{\frac{4}{9}}:\sqrt{\frac{144}{100}}=\frac{2}{3}:\frac{12}{10}=\frac{5}{9}$

**Bài 4:** Viết số dưới dấu căn thành một phân số thập phân rồi tính

a) $\sqrt{1,69}$

b) $\sqrt{6,25}$

**Lời giải**

a) Ta có $1,69=\frac{169}{100}=\frac{13^2}{10^2}$ nên $\sqrt{1,69}=\sqrt{\frac{13^2}{10^2}}=\frac{\sqrt{13^2}}{\sqrt{10^2}}=\frac{13}{10}=1,3$

b) Ta có: $6,25=\frac{625}{100}=\frac{25^2}{10^2}$ nên $\sqrt{6,25}=\sqrt{\frac{25^2}{10^2}}=\frac{\sqrt{25^2}}{\sqrt{10^2}}=\frac{25}{10}=2,5$

**Bài 5:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{\frac{4a^2}{25}}$

b) $\sqrt{\frac{a^2}{4b^4}}$ với $a\ge 0$; $b\ne 0$

c) $\sqrt{\frac{-36a}{49}}$ với $a<0$

d) $\sqrt{\frac{9}{(x-3)^2}}$ với $x>3$

e) $a\cdot\sqrt{\frac{2}{a^2}}$ với $a>0$

f) $(a^2-1)\sqrt{\frac{5}{(a-1)^2}}$ với $a>1$.

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{4a^2}{25}}=\frac{\sqrt{4a^2}}{\sqrt{25}}=\frac{\sqrt{4}.\sqrt{a^2}}{5}=\frac{2|a|}{5}$

b) $\sqrt{\frac{a^2}{4b^4}}=\frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{4b^4}}=\frac{|a|}{2b^2}=\frac{a}{2b^2}$ (vì $a\ge 0$)

c) $\sqrt{\frac{-36a}{49}}=\frac{\sqrt{-36a}}{\sqrt{49}}=\frac{\sqrt{36}.\sqrt{-a}}{\sqrt{49}}=\frac{6\sqrt{-a}}{7}$

d) $\sqrt{\frac{9}{(x-3)^2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{(x-3)^2}}=\frac{3}{|x-3|}=\frac{3}{x-3}$ (vì $x>3$)

e) Do $a>0$ nên $a\cdot\sqrt{\frac{2}{a^2}}=a.\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{a^2}}=a.\frac{\sqrt{2}}{a}=\sqrt{2}$

f) Do $a>1$ nên ta có $(a^2-1)\sqrt{\frac{5}{(a-1)^2}}$

$=(a-1)(a+1).\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{(a-1)^2}}$

$=(a-1)(a+1).\frac{\sqrt{5}}{|a-1|}$

$=(a-1)(a+1).\frac{\sqrt{5}}{(a-1)}$

$=\sqrt{5}.(a+1)$.

## Dạng 4: Chia các căn bậc hai

**Bài 1:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{8}:\sqrt{2}$

b) $\sqrt{18}:\sqrt{50}$

c) $\dfrac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}$

d) $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}$

e) $\sqrt{24}:\sqrt{3}$

f) $\dfrac{\sqrt{555}}{\sqrt{111}}$

g) $\sqrt{80}:\sqrt{5}$

h) $\sqrt{45}:\sqrt{80}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{8}:\sqrt{2}=\sqrt{8:2}=\sqrt{4}=2$

b) $\sqrt{18}:\sqrt{50}=\sqrt{18:50}=\sqrt{\dfrac{9}{25}}=\dfrac{3}{5}$

c) $\dfrac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}}=\sqrt{\dfrac{216}{6}}=\sqrt{36}=6$

d) $\dfrac{\sqrt{80}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\dfrac{80}{5}}=\sqrt{16}=4$

e) $\sqrt{24}:\sqrt{3}=\sqrt{24:3}=\sqrt{2^2.2}=2\sqrt{2}$

f) $\dfrac{\sqrt{555}}{\sqrt{111}}=\sqrt{\dfrac{555}{111}}=\sqrt{5}$

g) $\sqrt{80}:\sqrt{5}=\sqrt{\dfrac{80}{5}}=\sqrt{16}=4$

h) $\sqrt{45}:\sqrt{80}=\sqrt{\dfrac{45}{80}}=\sqrt{\dfrac{9}{16}}=\dfrac{3}{4}$

**Bài 2:** Tính

a) $\dfrac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{10}}$

b) $\sqrt{\dfrac{1}{15}}:\sqrt{1\dfrac{2}{3}}$

c) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}:\sqrt{\dfrac{5}{12}}$

d) $\sqrt{(2\cdot 3)^5}:\sqrt{2^3\cdot 3^5}$

e) $\sqrt{54}:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

f) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}:\dfrac{\sqrt{52}}{117}$

**Lời giải**

a) $\dfrac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{6}}{\sqrt{10}}=\dfrac{\sqrt{5.6}}{\sqrt{10}}=\sqrt{\dfrac{30}{10}}=\sqrt{3}$

b) $\sqrt{\dfrac{1}{15}}:\sqrt{1\dfrac{2}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{15}}:\sqrt{\dfrac{5}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{15}:\dfrac{5}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{15}\cdot\dfrac{3}{5}}=\sqrt{\dfrac{1}{25}}=\dfrac{1}{5}$

c) $\sqrt{\dfrac{3}{5}}:\sqrt{\dfrac{5}{12}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}:\dfrac{5}{12}}=\sqrt{\dfrac{3}{5}\cdot\dfrac{12}{5}}=\sqrt{\dfrac{36}{25}}=\dfrac{6}{5}$

d) $\sqrt{(2\cdot3)^5}:\sqrt{2^3\cdot3^5}=\sqrt{\dfrac{2^5.3^5}{2^3.3^5}}=\sqrt{2^2}=2$

e) $\sqrt{54}:\sqrt{2}:\sqrt{3}=\sqrt{54:2}:\sqrt{3}=\sqrt{27:3}=\sqrt{9}=3$

f) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}:\dfrac{\sqrt{52}}{117}=\sqrt{\dfrac{3}{75}}:\sqrt{\dfrac{52}{117}}=\sqrt{\dfrac{1}{25}}:\sqrt{\dfrac{4}{9}}=\dfrac{1}{5}:\dfrac{2}{3}=\dfrac{3}{10}$

**Bài 3:** Thực hiện phép tính

a) $\left(\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{20}\right):\sqrt{5}$

b) $\left(2\sqrt{18}+3\sqrt{8}-6\sqrt{2}\right):\sqrt{2}$

**Lời giải**

a) $\left(\sqrt{45}-\sqrt{125}+\sqrt{20}\right):\sqrt{5}=\sqrt{9}-\sqrt{25}+\sqrt{4}=3-5+2=0$

b) $\left(2\sqrt{18}+3\sqrt{8}-6\sqrt{2}\right):\sqrt{2}=2\sqrt{9}+3\sqrt{4}-6=2.3+3.2-6=6$

**Bài 4:** Rút gọn

a) $\sqrt{16ab^2}:\sqrt{4a}$ với $a>0$, $b<0$

b) $\sqrt{52a^3}:\sqrt{13a}$ với $a>0$

c) $\dfrac{2\sqrt{a^2(1-a)^2}}{\sqrt{50}}$ với $a>1$

d) $\dfrac{\sqrt{3ab^4}}{\sqrt{27a}}$ với $a>0$

e) $\dfrac{\sqrt{125a}}{\sqrt{5a}}$ với $a>0$

f) $\dfrac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}}$ với $x>0$

**Lời giải**

a) Theo giải thiết $a>0$, $b<0$, do đó ta có

$$\sqrt{16ab^2}:\sqrt{4a}=\sqrt{16ab^2:4a}=\sqrt{4b^2}=\sqrt{(2b)^2}=|2b|=-2b$$

b) $\sqrt{52a^3}:\sqrt{13a}=\sqrt{52a^3:13a}=\sqrt{4a^2}=\sqrt{(2a)^2}=|2a|=2a$ (do $a>0$)

c) $\dfrac{2\sqrt{a^2(1-a)^2}}{\sqrt{50}}=\sqrt{\dfrac{2a^2(1-a)^2}{50}}=\sqrt{\dfrac{a^2(1-a)^2}{25}}$

$=\dfrac{|a|.|1-a|}{5}=\dfrac{a(a-1)}{5}$ (do $a>1$)

d) $\dfrac{\sqrt{3ab^4}}{\sqrt{27a}}=\sqrt{\dfrac{3ab^4}{27a}}=\sqrt{\dfrac{b^4}{9}}=\dfrac{\sqrt{(b^2)^2}}{\sqrt{9}}=\dfrac{b^2}{3}$

e) $\dfrac{\sqrt{125a}}{\sqrt{5a}}=\sqrt{\dfrac{125a}{5a}}=\sqrt{25}=5$

f) $\frac{\sqrt{48x^3}}{\sqrt{3x^5}}=\sqrt{\frac{48x^3}{3x^5}}=\sqrt{\frac{16}{x^2}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{x^2}}=\frac{4}{|x|}=\frac{4}{x}$ (vì $x>0$)

**Bài 5:** Tính

a) $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}-\sqrt{\frac{16}{7}}+\sqrt{7}\right):\sqrt{7}$

b) $\sqrt{36-12\sqrt{5}}:\sqrt{6}$

c) $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{4}{3}}+\sqrt{3}\right):\sqrt{3}$

d) $\sqrt{3-\sqrt{5}}:\sqrt{2}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\left(\sqrt{\frac{1}{7}}-\sqrt{\frac{16}{7}}+\sqrt{7}\right):\sqrt{7}=\left(\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}}-\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{7}}+\sqrt{7}\right).\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{4}{7}$

b) Ta có: $\sqrt{36-12\sqrt{5}}:\sqrt{6}=\sqrt{6-2\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1$

c) Ta có: $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}-\sqrt{\frac{4}{3}}+\sqrt{3}\right):\sqrt{3}=\frac{2}{3}$

d) Ta có: $\sqrt{3-\sqrt{5}}:\sqrt{2}=\sqrt{2}.\sqrt{3-\sqrt{5}}:2=\frac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{2}=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

**Bài 6:** Tính

a) $A=\left(\sqrt{12}+\sqrt{75}+\sqrt{27}\right):\sqrt{15}$

b) $B=\left(12\sqrt{50}-8\sqrt{200}+7\sqrt{450}\right):\sqrt{10}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\left(\sqrt{12}+\sqrt{75}+\sqrt{27}\right):\sqrt{15}=\sqrt{\frac{12}{15}}+\sqrt{\frac{75}{15}}+\sqrt{\frac{27}{15}}$

$=\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{5}+\sqrt{\frac{9}{5}}=\frac{2}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}+\frac{3}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}+\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

b) Ta có: $B=\left(12\sqrt{50}-8\sqrt{200}+7\sqrt{450}\right):\sqrt{10}=12\sqrt{5}-8\sqrt{20}+7\sqrt{45}$

$=12\sqrt{5}-16\sqrt{5}+21\sqrt{5}=17\sqrt{5}$

**Bài 7:** Tính

a) $A=\left(\sqrt{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{6}\right):3\sqrt{3}$

b) $B=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{18}\right).\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $C=\left(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}-\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right):\sqrt{72}$

d) $D=\left(\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\frac{1}{\sqrt{3}+2}\right).\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

**Lời giải**

a) Cách 1: $A=\left(\sqrt{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{6}\right):3\sqrt{3}=\frac{\sqrt{27}}{3\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt{3}}+\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}$

$=\frac{1}{3}\sqrt{\frac{27}{3}}-\frac{1}{3}\sqrt{\frac{12}{3}}+\frac{2}{3}\sqrt{\frac{6}{3}}=\frac{1}{3}.3-\frac{1}{3}.2+\frac{2}{3}.\sqrt{2}$

$=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\sqrt{2}$

Cách 2: $A=\left(\sqrt{27}-\sqrt{12}+2\sqrt{6}\right):3\sqrt{3}$

$=\frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}.\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}\left(1+2\sqrt{2}\right)}{3\sqrt{3}}=\frac{1+2\sqrt{2}}{3}$

b) Ta có: $B=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{18}\right).\frac{\sqrt{2}}{2}=\left(\sqrt{12}-2\sqrt{18}\right).\frac{\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}$

$=\sqrt{\frac{12}{2}}-2\sqrt{\frac{18}{2}}=\sqrt{6}-2\sqrt{9}=\sqrt{6}-6$

c) Ta có: $C=\left(\frac{1-\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}}-\frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}\right):\sqrt{72}=\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2-\left(1+\sqrt{2}\right)^2}{\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)}:\sqrt{72}$

$=\frac{-2\sqrt{2}.2}{1-2}:\sqrt{72}=\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{72}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

d) Ta có: $D=\left(\frac{1}{\sqrt{3}-2}-\frac{1}{\sqrt{3}+2}\right).\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{4}{3-4}.\frac{2-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)}{\sqrt{2}-1}=4\sqrt{2}$

**Bài 8:** Tính

a) $\sqrt{2+\sqrt{3}}-\sqrt{2-\sqrt{3}}$

b) $\sqrt{3+\sqrt{5}}-\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{2}$

c) $\sqrt{6,5+\sqrt{12}}+\sqrt{6,5-\sqrt{12}}+2\sqrt{6}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}}-\sqrt{\frac{4-2\sqrt{3}}{2}}=\frac{\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}}{\sqrt{2}}$

$= \frac{|\sqrt{3}+1|}{\sqrt{2}} - \frac{|\sqrt{3}-1|}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$

b) Ta có: $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}} - \sqrt{2} = \sqrt{\frac{(\sqrt{5}+1)^2}{2}} - \sqrt{\frac{(\sqrt{5}-1)^2}{2}} - \sqrt{2}$

$= \frac{\sqrt{5}+1-\sqrt{5}+1}{\sqrt{2}} = 0$

c) Ta có: $\sqrt{6,5+\sqrt{12}} + \sqrt{6,5-\sqrt{12}} + 2\sqrt{6} = 4\sqrt{6}$

**Bài 9:** Cho biểu thức $A = \frac{\sqrt{4x+4+\frac{1}{x}}}{\sqrt{x}.|2x^2-x-1|}$. Tính giá trị của $A$, biết $x = (\sqrt{10}-\sqrt{6}).\sqrt{4+\sqrt{15}}$

**Lời giải**

Ta có: $x = \sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}-\sqrt{10})(4+\sqrt{15})} = \sqrt{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})}$

$= \sqrt{4} = 2 \Rightarrow A = \frac{1}{2}$

Vậy $A = \frac{1}{2}$

## Dạng 5: Rút gọn, tính giá trị của biểu thức

**Bài 1:** Rút gọn

a) $A = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}}$

b) $B = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}}$

c) $C = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{2}}$

d) $D = \frac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1} + \frac{5-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A = \frac{\sqrt{10}-\sqrt{15}}{\sqrt{8}-\sqrt{12}} = \frac{\sqrt{5}.\sqrt{2}-\sqrt{5}.\sqrt{3}}{\sqrt{4}.\sqrt{2}-\sqrt{4}.\sqrt{3}}$

$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{5}}{2}$

b) Ta có: $B = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{15}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}} = \frac{-\sqrt{3}}{\sqrt{7}} = \frac{-\sqrt{21}}{7}$

c) Ta có: $C = \frac{5+\sqrt{5}}{\sqrt{10}+\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

d) Ta có: $D=\dfrac{\sqrt{15}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{5-2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-4}=\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{3}-1}+\dfrac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-2)}{2(\sqrt{5}-2)}$

$=\sqrt{5}+\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{3\sqrt{5}}{2}$

**Bài 2:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $B=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}}$

b) $C=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

c) $D=\dfrac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}$

**Lời giải**

a) Ta có: $B=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{14}}{2\sqrt{3}+\sqrt{28}}=\dfrac{\sqrt{2}.\sqrt{3}+\sqrt{2}.\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{4}.\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

b) Ta có: $C=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

$=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}+\sqrt{4}+\sqrt{6}+\sqrt{8}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\sqrt{2}+1$

c) Ta có: $D=\dfrac{3\sqrt{8}-2\sqrt{12}+\sqrt{20}}{3\sqrt{18}-2\sqrt{27}+\sqrt{45}}=\dfrac{3.2\sqrt{2}-2.2\sqrt{3}+2\sqrt{5}}{3.3\sqrt{2}-2.3\sqrt{3}+3\sqrt{5}}$

$=\dfrac{2(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})}{3(3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{5})}=\dfrac{2}{3}$

**Bài 3:** Rút gọn biểu thức sau: $A=\dfrac{2\sqrt{15}-2\sqrt{10}+\sqrt{6}-3}{2\sqrt{5}-2\sqrt{10}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}$

**Lời giải**

Ta có: $A=\dfrac{2\sqrt{15}-2\sqrt{10}+\sqrt{6}-3}{2\sqrt{5}-2\sqrt{10}-\sqrt{3}+\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{5.3}-2\sqrt{5.2}+\sqrt{3.2}-3}{2\sqrt{5}-2\sqrt{5}.2-\sqrt{3}+\sqrt{3.2}}$

$=\dfrac{2\sqrt{5}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{2\sqrt{5}\left(1-\sqrt{2}\right)-\sqrt{3}\left(1-\sqrt{2}\right)}$

$\Rightarrow A=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$

**Bài 4:** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\sqrt{\dfrac{-2t}{3}}.\sqrt{\dfrac{3t}{8}}\,(t\le 0)$

b) $B=\dfrac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}}\,(y<0)$

c) $C=\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}.\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}\,(x\ge 1)$

d) $D=\sqrt{\sqrt{x^4+4}-x^2}.\sqrt{\sqrt{x^4+4}+x^2}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\sqrt{\frac{-2t}{3}}.\sqrt{\frac{3t}{8}}=\sqrt{\frac{-2t}{3}.\left(\frac{-3t}{8}\right)}=\sqrt{\frac{t^2}{4}}=\frac{-t}{2}(t\le 0)$

b) Ta có: $B=\frac{\sqrt{28y^6}}{\sqrt{7y^4}}(y<0)\Rightarrow B=-2y$

a) Ta có: $C=\sqrt{x-\sqrt{x^2-1}}.\sqrt{x+\sqrt{x^2-1}}=x^2-\left(\sqrt{x^2-1}\right)^2=1$

a) Ta có: $\sqrt{\sqrt{x^4+4}-x^2}.\sqrt{\sqrt{x^4+4}+x^2}=\sqrt{(\sqrt{x^4+4}-x^2)(\sqrt{x^4+4}+x^2)}$

$=\sqrt{(x^4+4)-(x^2)^2}=\sqrt{4}=2$

**Bài 5:** Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A=\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{x+2\sqrt{xy}+y}(x\ge 0;y\ge 0;xy\ne 0)$

b) $B=\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-2\sqrt{xy}+y}(x\ge 0;y\ge 0;x\ne y)$

c) $\frac{3\sqrt{a}-2a-1}{4a-4\sqrt{a}+1}(a\ge 0;a\ne \frac{1}{4})$

d) $D=\frac{a+4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2}+\frac{4-a}{\sqrt{a}-2}(a\ge 0;a\ne 4)$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{x+2\sqrt{xy}+y}=\frac{\sqrt{x}\sqrt{y}\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)}{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}$

$\Rightarrow A=\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$

b) Ta có: $B=\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{x-2\sqrt{xy}+y}=\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

c) Ta có: $\frac{3\sqrt{a}-2a-1}{4a-4\sqrt{a}+1}=\frac{(2\sqrt{a}-1)(1-\sqrt{a})}{(2\sqrt{a}-1)^2}=\frac{1-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}-1}$

d) Ta có: $D=\frac{a+4\sqrt{a}+4}{\sqrt{a}+2}+\frac{4-a}{\sqrt{a}-2}$

$=\frac{\left(\sqrt{a}+2\right)^2}{\sqrt{a}+2}-\frac{\left(\sqrt{a}-2\right)\left(\sqrt{a}+2\right)}{\sqrt{a}-2}=0$

**Bài 6:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{\frac{3x}{5}}.\sqrt{\frac{5x}{27}}$ với $x>0$

b) $\sqrt{x^6(x-2)^3}$ với $x>2$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{3x}{5}}\cdot\sqrt{\frac{5x}{27}}=\sqrt{\frac{3x}{5}\cdot\frac{5x}{27}}=\sqrt{\frac{x^2}{9}}=\frac{|x|}{3}=\frac{x}{3}$ (vì $x>0$)

b) $\sqrt{x^6(x-2)^3}=\sqrt{x^6}.\sqrt{(x-2)^3}=|x^3|.|x-2|=x^3(x-2)$ (vì $x>2$)

**Bài 7:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{15x^3\cdot\frac{60}{x}}$ b) $\sqrt{16\left(x^2-6x+9\right)}$

**Lời giải**

a) Điều kiện xác định : $x\neq 0$

$$\sqrt{15x^3\cdot\frac{60}{x}}=\sqrt{900x^2}=30|x|=\begin{cases}30x\,(neu\ x>0)\\-30x\,(neu\,x<0)\end{cases}$$

b) $$\sqrt{16\left(x^2-6x+9\right)}=\sqrt{16.(x-3)^2}=4|x-3|=\begin{cases}4(x-3)\ \ neu\,x\geq 3\\-4(x-3)\,neu\,x<3\end{cases}$$

**Bài 8:** Rút gọn biểu thức $M=\sqrt{25x^2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}$ với $0<x<1$

**Lời giải**

Ta có $M=\sqrt{25x^2\left(x-2\sqrt{x}+1\right)}=\sqrt{25x^2(\sqrt{x}-1)^2}=5|x|.|\sqrt{x}-1|$

Vì $x>0$ nên $|x|=x$

Vì $0<x<1$ nên $\sqrt{x}<1$ do đó $|\sqrt{x}-1|=1-\sqrt{x}$

Vậy $M=5x(1-\sqrt{x})$

**Bài 9:** Rút gọn biểu thức $\frac{\sqrt{3^{16}-3^{12}}}{\sqrt{3^{12}-3^8}}$

**Lời giải**

Ta có: $\frac{\sqrt{3^{16}-3^{12}}}{\sqrt{3^{12}-3^8}}=\sqrt{\frac{3^{12}(3^4-1)}{3^8(3^4-1)}}=\sqrt{3^4}=9$.

**Bài 10:** Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức sau với $x=6$ với $A=\frac{\sqrt{\left(165^2-124^2\right)}}{\sqrt{369}}\cdot x$

**Lời giải**

Ta có: $A=\frac{\sqrt{\left(165^2-124^2\right)}}{\sqrt{369}}\cdot x=\frac{\sqrt{(165+124)(165-124)}}{\sqrt{363}}x$

$=\sqrt{\frac{289.41}{389}}x=\sqrt{\frac{289}{9}}x=\frac{17}{3}x$

Với $x=6$ thì $A=\frac{17}{3}.6=34$

**Bài 11:** Cho biểu thức $B=\sqrt{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{y}-1}}:\sqrt{\frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{x}-1}}$

Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức $B$ với $x=5;\ y=10$

**Lời giải**

Điều kiện $x>1$, $y>1$. Khi đó ta có

$$B=\sqrt{\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{y-1}}:\frac{\sqrt{y}+1}{\sqrt{x}}-1}=\sqrt{\frac{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{y}-1)(\sqrt{y}+1)}}=\sqrt{\frac{x-1}{y-1}}$$

Với $x=5;\ y=10$ thì $B=\sqrt{\frac{5-1}{10-1}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$

**Bài 12:** Cho biểu thức $C=\sqrt{\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x+6\sqrt{xy}+9y}}$ với $x>0;\ y>0$.

Rút gọn rồi tính giá trị biểu thức $C$ với $x=25;\ y=81$

**Lời giải**

$$C=\sqrt{\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{x+6\sqrt{xy}+9y}}=\sqrt{\frac{\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}{\left(x+3\sqrt{y}\right)^2}}=\frac{\left|\sqrt{x}-\sqrt{y}\right|}{\sqrt{x}+3\sqrt{y}}$$

Với $x=25;\ y=81$ thì $C=\frac{\left|\sqrt{25}-\sqrt{81}\right|}{\sqrt{25}+3\sqrt{81}}=\frac{|5-9|}{5+3.9}=\frac{4}{32}=\frac{1}{8}$

**Bài 13:** Rút gọn các biểu thức

a) $P=xy^2\sqrt{\frac{5}{x^2y^4}}$ với $x<0;y\neq 0$

b) $Q=\sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}$ với $a<4$

c) $H=\left(\sqrt{a^3b}+\sqrt{ab^3}-ab\right):\sqrt{ab}$

d) $E=\sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}}$ với $x>3$

e) $F=(x-y)\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}}$ với $x<y<0$

f) $T=\sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}}+\frac{x^2-2}{x-2}$ với $x<2$

**Lời giải**

a) Ta có: $P=xy^2\sqrt{\frac{5}{x^2y^4}}\ (x<0;\ y\neq 0)=\frac{xy^2\sqrt{5}}{|x|y^2}=\frac{xy^2\sqrt{5}}{-xy^2}\ (|x|=-x)=-\sqrt{5}$

b) Ta có: $Q=\sqrt{\frac{36(a-4)^2}{144}}=\frac{6|a-4|}{12}=\frac{|a-4|}{2}=\frac{4-a}{2}\ (a<4)$

c) Ta có: $H=\left(\sqrt{a^3b}+\sqrt{ab^3}-ab\right):\sqrt{ab}=\sqrt{a^3b}:\sqrt{ab}+\sqrt{ab^3}:\sqrt{ab}-ab:\sqrt{ab}$

$=\sqrt{a^2}+\sqrt{b^2}-\sqrt{ab}=a+b-\sqrt{ab}$

d) Ta có: $E=\sqrt{\frac{9-6x+x^2}{(x-3)^2}}=\sqrt{\frac{(3-x)^2}{(x-3)^2}}\ (x>3)$

$$= \sqrt{\frac{\left[-(x-3)\right]^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{\frac{(x-3)^2}{(x-3)^2}} = \sqrt{1} = 1$$

e) Ta có: $F = (x-y)\sqrt{\frac{xy}{(x-y)^2}} = (x-y).\frac{\sqrt{xy}}{|x-y|}$

Vì $x < y \Rightarrow |x-y| = -(x-y) \Rightarrow F = (x-y)\frac{\sqrt{xy}}{-(x-y)} = -\sqrt{xy}$

f) Ta có: $T = \sqrt{\frac{(x-1)^4}{(2-x)^2}} + \frac{x^2-2}{x-2}(x<2) = \frac{(x-1)^2}{|2-x|} + \frac{x^2-2}{x-2}$

$$= \frac{-(x^2-2x+1)+x^2-2}{x-2} = \frac{2x-3}{x-2}$$

**Bài 14:** Rút gọn các biểu thức rồi tính

a) $A = \sqrt{\frac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{b}+1}} : \sqrt{\frac{\sqrt{b}-1}{\sqrt{a}+1}}$ tại $a = 7,25; b = 3,25$

b) $B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16}$ tại $a = \sqrt{\frac{3}{5}} + \sqrt{\frac{5}{3}} = \frac{8}{\sqrt{15}}$

c) $C = \frac{(x-6)^2}{|5-x|} - \frac{x^2-36}{x-5}(x<5)$ tại $x = 4$

d) $D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3+5x^2}}{\sqrt{x+5}}(x \ge 0)$ tại $x = \sqrt{5}$

e) $E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}}$ tại $a = \sqrt{5}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A = \sqrt{\frac{(\sqrt{a}-1)(\sqrt{a}+1)}{(\sqrt{b}-1)(\sqrt{b}+1)}} = \sqrt{\frac{a-1}{b-1}} = \frac{5}{3}(a = 7,25, b = 3,25)$

b) Ta có: $B = \sqrt{15a^2 - 8a\sqrt{15} + 16} = \sqrt{15.(\frac{8}{\sqrt{15}})^2 - 8.\frac{8}{\sqrt{15}}.\sqrt{15} + 16}$

$$= \sqrt{8^2 - 8^2 + 16} = \sqrt{16} = 4$$

c) Do $x < 5 \Rightarrow 5 - x > 0 \Rightarrow |5-x| = 5-x$

$$\Rightarrow C = \frac{(x-6)^2 + (x^2-36)}{5-x} = \frac{2x^2-12x}{5-x} = -16$$

d) Ta có: $x \ge 0 \Rightarrow \sqrt{x^3+5x^2}$ và $\sqrt{x+5}$. Vậy D luôn xác định

$$D = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^3 + 5x^2}}{\sqrt{x+5}} = 5x - \sqrt{125} + \frac{\sqrt{x^2}.\sqrt{x+5}}{\sqrt{x+5}}$$

$$= 5x - \sqrt{125} + |x| = 6x - 5\sqrt{5}\,(x \geq 0) \Rightarrow D = \sqrt{5}$$

e) Ta có: $E = \sqrt{a^2 + 2\sqrt{a^2-1}} - \sqrt{a^2 - 2\sqrt{a^2-1}}$

$$= \sqrt{(a^2-1) + 2\sqrt{a^2-1} + 1} - \sqrt{(a^2-1) - 2\sqrt{a^2-1} + 1}$$

$$= \sqrt{(\sqrt{a^2-1}+1)^2} - \sqrt{(\sqrt{a^2-1}-1)^2} = \left|\sqrt{a^2-1}+1\right| - \left|\sqrt{a^2-1}-1\right|$$

$$= \left|\sqrt{(\sqrt{5})^2-1}+1\right| - \left|\sqrt{(\sqrt{5})^2-1}-1\right|$$

$$= \left|\sqrt{4}+1\right| - \left|\sqrt{4}-1\right| = |2+1| - |2-1| = 2.$$

## Dạng 6: Chứng minh bất đẳng thức

**I. Cách giải:** Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho các số không âm, ta có:

+) $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$, dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a = b$

+) $\frac{a+b+c}{3} \geq \sqrt[3]{abc}$

**II. Bài toán**

**Bài 1:** Không dùng MTCT, chứng minh rằng: $\sqrt{5} + \sqrt{8} < \sqrt{6} + \sqrt{7}$

**Lời giải**

Ta có $\left(\sqrt{5} + \sqrt{8}\right)^2 = 5 + 2\sqrt{40} + 8 = 13 + 2\sqrt{40}$

$\left(\sqrt{6} + \sqrt{7}\right)^2 = 6 + 2\sqrt{42} + 7 = 13 + 2\sqrt{42}$

Vì $13+2\sqrt{40}<13+2\sqrt{42}$ nên $\left(\sqrt{5}+\sqrt{8}\right)^2<\left(\sqrt{6}+\sqrt{7}\right)^2$

Suy ra $\sqrt{\left(\sqrt{5}+\sqrt{8}\right)^2}<\sqrt{\left(\sqrt{6}+\sqrt{7}\right)^2}$

Hay $\sqrt{5}+\sqrt{8}<\sqrt{6}+\sqrt{7}$

**Bài 2:** Không dùng MTCT, chứng minh rằng: $\sqrt{3}+2<\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

**Lời giải**

Ta có: $\left(\sqrt{3}+2\right)^2=3+4\sqrt{3}=4=7+4\sqrt{3};$

$\left[\sqrt{2}.\left(\sqrt{3}+1\right)\right]^2=2\left(\sqrt{3}+1\right)^2=2\left(3+2\sqrt{3}+1\right)=8+4\sqrt{3}$

Vì $7+4\sqrt{3}<8+4\sqrt{3}$ nên $\left(\sqrt{3}+1\right)^2<\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)\right]^2$

Suy ra $\sqrt{\left(\sqrt{3}+1\right)^2}<\sqrt{\left[\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)\right]^2}$

Hay $\sqrt{3}+2<\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$

**Bài 3:** Cho $a>0$. Chứng minh rằng $\sqrt{a+9}<\sqrt{a}+3$

**Lời giải**

Ta có: $\left(\sqrt{a+9}\right)^2=a+9$

$\left(\sqrt{a}+3\right)^2=a+6\sqrt{a}+9$

Do $a>0$ nên $a+9<a+9+6\sqrt{a}$, do đó $\left(\sqrt{a+9}\right)^2<\left(\sqrt{a}+3\right)^2$ hay $\sqrt{a+9}<\sqrt{a}+3$

*! Chú ý: Căn bậc hai của một tổng không bằng tổng các căn bậc hai*

**Bài 4:** Cho $a,b,c\ge 0$. Chứng minh rằng:

a) $a+b\ge 2\sqrt{ab}$

b) $a+b+c\ge\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$

**Lời giải**

a) Vì $a,b\ge 0$ ta có $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2=a+b-2\sqrt{ab}$

Vì $\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2\ge 0$ nên $a+b-2\sqrt{ab}\ge 0$, suy ra $a+b\ge 2\sqrt{ab}$

*!Chú ý: Bất đẳng thức $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ với $a,b\ge 0$ gọi là bất đẳng thức Côsi*

b) Ta có $a,b,c\ge 0$. Áp dụng bất đẳng thức Coossi đối với hai số ta được

$$a+b\ge 2\sqrt{ab}$$

$$b+c\ge 2\sqrt{bc}$$

$$c+a\ge 2\sqrt{ca}$$

Từ đây suy ra $a+b+c\ge\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$

**Bài 5:** Cho $a\ge\frac{1}{2}$. Chứng minh rằng $\sqrt{2a-1}\le a$

**Lời giải**

Từ bất đẳng thức Cô-si $a+b\ge 2\sqrt{ab}$ suy ra $\sqrt{ab}\le\frac{a+b}{2}$

Áp dụng bất đẳng thức này cho các số không âm $2a-1$ và $1$ ta được:

$$\sqrt{2a-1}=\sqrt{(2a-1).1}\le\frac{(2a-1)+1}{2}=a$$

Vậy $\sqrt{2a-1}\le a$ (Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=1$)

**Bài 6:** Cho các số không âm $a,b,c$. Chứng minh

a) $\frac{a+b}{2}\ge\sqrt{ab}$ (BĐT Cauchy)

b) $\sqrt{a+b}<\sqrt{a}+\sqrt{b}$

c) $a+b+\frac{1}{2}\ge\sqrt{a}+\sqrt{b}$

d) $a+b+c\ge\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$

**Lời giải**

a) Do $a,b,c\ge 0\Rightarrow\begin{cases}\frac{a+b}{2}\ge 0\\ \sqrt{ab}\ge 0\end{cases}$

Bình phương hai vế của bất đẳng thức ta được:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\ge\left(\sqrt{ab}\right)^2\Leftrightarrow\frac{a^2+2ab+b^2}{4}\ge ab$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2+2ab+b^2}{4}-ab\ge 0\Leftrightarrow\frac{a^2+2ab+b^2-4ab}{4}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow\frac{a^2-2ab+b^2}{4}\ge 0\Leftrightarrow\frac{(a-b)^2}{4}\ge 0$$ (bất đẳng thức đúng)

b) Bình phương hai vế của bất đẳng thức ta được:

$\left(\sqrt{a+b}\right)^2<\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)^2\Leftrightarrow a+b<a+b+2\sqrt{ab}\Leftrightarrow 0<2\sqrt{ab}$ (bất đẳng thức đúng)

c) Ta có: $a+b+\frac{1}{2}\ge\sqrt{a}+\sqrt{b}\Leftrightarrow a+b+\frac{1}{2}-\sqrt{a}-\sqrt{b}\ge 0$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-1\right)^2+\left(\sqrt{b}-1\right)^2\ge 0$ (bất đẳng thức đúng)

d) Ta có: $a+b+c\ge\sqrt{ab}+\sqrt{bc}+\sqrt{ca}$

$\Leftrightarrow 2a+2b+2c-2\sqrt{ab}-2\sqrt{bc}-2\sqrt{ca}\ge 0$

$\Leftrightarrow\left(a-2\sqrt{ab}+b\right)+\left(b-2\sqrt{bc}+c\right)+\left(c-2\sqrt{ca}+a\right)\ge 0$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{a}-\sqrt{b}\right)^2+\left(\sqrt{b}-\sqrt{c}\right)^2+\left(\sqrt{c}-\sqrt{a}\right)^2\ge 0$ (đúng)

**Bài 7:** Cho các số không âm $a,b,c$. Chứng minh rằng:

a) $\sqrt{\frac{a+b}{2}}\ge\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}$

b) $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}\ge 2\left(\forall a\in R\right)$

c) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2$

d) $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 4$

e) $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}\ge 6$

**Lời giải**

a) Bình phương hai vế ta được:

$$\left(\sqrt{\frac{a+b}{2}}\right)^2\ge\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2}\right)^2\Leftrightarrow\frac{a+b}{2}\ge\frac{a+b+2\sqrt{ab}}{4}$$

$$\Leftrightarrow\frac{a+b}{4}\ge\frac{2\sqrt{ab}}{4}\Leftrightarrow a+b\ge 2\sqrt{ab}$$ (bất đẳng thức đúng)

b) Ta có: $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}=\frac{\left(a^2+1\right)+1}{\sqrt{a^2+1}}$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm $a^2+1$ và $1$, ta có:

$$a^2+1+1\ge 2\sqrt{\left(a^2+1\right).1}\Leftrightarrow a^2+2\ge 2\sqrt{a^2+1}$$

Như vậy $\frac{a^2+2}{\sqrt{a^2+1}}\ge\frac{2\sqrt{a^2+1}}{\sqrt{a^2+1}}=2$ (đpcm)

c) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm $\frac{a}{b}$ và $\frac{b}{a}$, ta có:

$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2\sqrt{\frac{a}{b}.\frac{b}{a}}=2$$

d) Ta có: $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)=1+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+1=2+\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge 2+2=4$ (đpcm)

e) Ta có: $\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{c+a}{b}=\left(\frac{a}{c}+\frac{c}{a}\right)+\left(\frac{b}{c}+\frac{c}{b}\right)+\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\ge 2+2+2=6$ (đpcm).

## Dạng 7: Bài toán tìm $x$

**I. Cách giải:** Khi giải phương trình chứa căn thức, luôn cần chú ý đến các điều kiện đi kèm.

+) $\sqrt{A}=B \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 \\ A=B^2 \end{cases}$

+) $\sqrt{A}=\sqrt{B} \Leftrightarrow \begin{cases} B \ge 0 (hoac\ A \ge 0) \\ A=B \end{cases}$

**II. Bài toán**

**Bài 1:** Tìm $x$ biết $\sqrt{25(x+5)^2}=15$

**Lời giải**

Ta có: $\sqrt{25.(x+5)^2}=15$

$5|x+15|=15$

$|x+5|=3$

$x+5=3$ hoặc $x+5=-3$

$x=-2$ hoặc $x=-8$

Vậy $x \in \{-2;-8\}$

**Bài 2:** Tìm $x$ biết $\sqrt{9x^2-90x+225}=6$

**Lời giải**

Ta có: $\sqrt{9x^2-90x+225}=6$

$\sqrt{9.(x^2-10x+25)}=6$

$\sqrt{9.(x-5)^2}=6$

$3|x-5|=6$

$x-5=2$ hoặc $x-5=-2$

$x=7$ hoặc $x=3$

Vậy $x \in \{7;3\}$

**Bài 3:** Tìm $x$ biết $\sqrt{x^2-25}=2\sqrt{x-5}$

**Lời giải**

Với điều kiện xác định $\begin{cases} x^2-25 \ge 0 \\ x-5 \ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 \ge 25 \\ x \ge 5 \end{cases} \Rightarrow x \ge 5$, ta có:

$\sqrt{x^2-25}=2\sqrt{x-5}$

$\sqrt{(x-5)(x+5)}-2\sqrt{x-5}=0$

$\sqrt{x-5}\left(\sqrt{x+5}-2\right)=0$

$\sqrt{x-5}=0$ hoặc $\sqrt{x+5}-2=0$

$x-5=0$ hoặc $x+5=4$

$x=5$ hoặc $x=-1$

Kết hợp điều kiện ta có $x=5$

**Bài 4:** Tìm $x$ biết $\sqrt{x-5}+\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=\frac{1}{5}\sqrt{25x-125}+6$

**Lời giải**

Với điều kiện xác định $x\geq 5$, ta có;

$$\sqrt{x-5}+\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=\frac{1}{5}\sqrt{25x-125}+6$$

$$\sqrt{x-5}+\frac{1}{3}\sqrt{9(x-5)}=\frac{1}{5}\sqrt{25(x-5)}+6$$

$$\sqrt{x-5}+\sqrt{x+5}=\sqrt{x-5}+6$$

$$\sqrt{x-5}=6$$

$$x-5=36$$

$x=41$ (thỏa mãn điều kiện)

**Bài 5:** Tìm $x$ biết $\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=2$

**Lời giải**

Với điều kiện xác định $x>0$, ta có:

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}=2$$

$$\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt{x}}-2=0$$

$$\frac{x+1-2\sqrt{x}}{\sqrt{x}}=0$$

$$\left(\sqrt{x}-1\right)^2=0$$

$$\sqrt{x}=1$$

$x=1$ (thỏa mãn điều kiện)

**Bài 6:** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{x^2-2x+4}=2x-2$

b) $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2-3x}$

c) $\sqrt{-x^2+x+4}=x-3$

d) $\sqrt{x+3}-2\sqrt{x^2-9}=0$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{x^2-2x+4}=2x-2$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2\geq 0\\x^2-2x+4=(2x-2)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2x-2\geq 0\\x=2\end{cases}$$

$\Rightarrow x=2$

b) Ta có: $\sqrt{x^2-2x}=\sqrt{2-3x}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-3x \ge 0 \\ x^2-2x = 2-3x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \le \dfrac{2}{3} \\ x^2+x-2=0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = -2$$

c) Ta có: $\sqrt{-x^2+x+4} = x-3$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \ge 0 \\ -x^2+x+4 = (x-3)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \ge 0 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{5}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Rightarrow x \in \varnothing$$

d) *Cách 1*: Ta có $\sqrt{x+3} - 2\sqrt{x^2-9} = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3 \ge 0 \\ x-3 = 4(x^2-9) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 (tm) \\ x = \dfrac{-11}{4} (loai) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow x = 3$$

Cách 2: Với $x \ge 3 \Rightarrow \sqrt{x^2-9} = \sqrt{x-3}.\sqrt{x+3}$

$\Rightarrow \sqrt{x-3}\left(1-2\sqrt{x+3}\right) = 0 \Rightarrow x = 3$ (thỏa mãn)

**Bài 7:** Giải các phương trình sau

a. $\sqrt{9.(2-3x)^2} = 6$

b. $\sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3}$

c. $\sqrt{10(x-3)} = \sqrt{20}$

d. $\sqrt{x^2+6x+9} = 3x-6$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{9.(2-3x)^2} = 6$

$$\Leftrightarrow 3|2-3x| = 6$$

$$\Leftrightarrow |2-3x| = 2$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4}{3} \\ x = 0 \end{array}\right.$$

b) Ta có: $\sqrt{4x^2-9} = 2\sqrt{2x+3} \Leftrightarrow \sqrt{(2x-3)(2x+3)} = 2\sqrt{2x+3}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x-3}.\sqrt{2x+3} = 2\sqrt{2x+3}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2x+3}.(\sqrt{2x-3}-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sqrt{2x+3}=0\\ \sqrt{2x-3}=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-3}{2}\\ x=\dfrac{7}{2}\end{array}\right.$$

c) Ta có: $\sqrt{10(x-3)}=\sqrt{20} \Leftrightarrow 10(x-3)=20 \Leftrightarrow x=5$ (thỏa mãn)

d) Ta có: $\Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2}=3x-6 \Leftrightarrow |x+3|=3x-6$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}3x-6\geq 0\\ \left[\begin{array}{l}x+3=3x-6\\ x+3=-3x+6\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\geq 2\\ \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{9}{2}(tm)\\ x=\dfrac{3}{4}(loai)\end{array}\right.\end{array}\right.$$

**Bài 8:** Giải phương trình ẩn y

a) $\sqrt{4y-20}+\sqrt{y-5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9y-45}=4$

b) $2\sqrt{9y-27}-\dfrac{1}{5}\sqrt{25y-75}-\dfrac{1}{7}\sqrt{49y-147}=20$

**Lời giải**

a) Điều kiện $y\geq 5$

Ta có: $\sqrt{4y-20}+\sqrt{y-5}-\dfrac{1}{3}\sqrt{9y-45}=4$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{y-5}=4 \Leftrightarrow y=9$ (thỏa mãn)

b) Điều kiện $y\geq 3$

Ta có: $2\sqrt{9y-27}-\dfrac{1}{5}\sqrt{25y-75}-\dfrac{1}{7}\sqrt{49y-147}=20$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{9(y-3)}-\dfrac{1}{5}\sqrt{25(x-3)}-\dfrac{1}{7}\sqrt{49(x-3)}=20$

$2\sqrt{9(y-3)}-\dfrac{1}{5}\sqrt{25(y-3)}-\dfrac{1}{7}\sqrt{49(y-3)}=20$

$\Leftrightarrow 6\sqrt{y-3}-\sqrt{y-3}-\sqrt{y-3}=20 \Leftrightarrow 4\sqrt{y-3}=20$

$\Leftrightarrow \sqrt{y-3}=5 \Leftrightarrow y=28$ (thỏa mãn)

**Bài 9:** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{4x^2-9}=2\sqrt{2x+3}$

b) $\dfrac{9x-7}{\sqrt{7x+5}}=\sqrt{7x+5}$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{4x^2-9}=2\sqrt{2x+3} \Leftrightarrow \sqrt{4x^2-9}=\sqrt{8x+12}$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\geq \dfrac{-3}{2}\\ 4x^2-9=8x+12\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x\geq \dfrac{-3}{2}\\ 4x^2-8x-21=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \ge -\dfrac{3}{2} \\ \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7}{2} \\ x = \dfrac{-3}{2} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{7}{2} \\ x = \dfrac{-3}{2} \end{array}\right. \Rightarrow S = \left\{\dfrac{7}{2}; \dfrac{-3}{2}\right\}$$

b) Điều kiện $7x + 5 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{-5}{7}$

Ta có: $\dfrac{9x-7}{\sqrt{7x+5}} = \sqrt{7x+5} \Leftrightarrow 9x - 7 = \left(\sqrt{7x+5}\right)^2 = 7x + 5 \Leftrightarrow x = 6$ (thỏa mãn)

**Bài 10:** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0$

b) $\sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c) $\sqrt{3}x^2 - \sqrt{12} = 0$

d) $\dfrac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

e) $\sqrt{(x-3)^2} = 9$

d) $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{2}x - \sqrt{50} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2}x - \sqrt{2}.\sqrt{25} = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = 5$

b) Ta có: $\sqrt{3}x - \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27} \Leftrightarrow \sqrt{3}(x-1) = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} \Leftrightarrow x - 1 = 5 \Leftrightarrow x = 6$

c) Ta có: $\sqrt{3}x^2 - \sqrt{12} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}x^2 = \sqrt{12} \Leftrightarrow \sqrt{3}x^2 = 2\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

d) Ta có: $\dfrac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0 \Leftrightarrow x^2 = \sqrt{5}.\sqrt{20} = \sqrt{100} = 10 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{10}$

e) Ta có: $\sqrt{(x-3)^2} = 9 \Leftrightarrow |x-3| = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 3 = 3 \\ x - 3 = -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = 0 \end{array}\right.$

f) Ta có: $\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 6 \Leftrightarrow |2x+1| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x + 1 = 6 \\ 2x + 1 = -6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{5}{2} \\ x = \dfrac{-7}{2} \end{array}\right.$

**Bài 11:** Giải các phương trình sau

a) $1 + \sqrt{3x+1} = 3x$

b) $\sqrt{x^2 + 6x + 9} = 3x - 6$

c) $\sqrt{2 + \sqrt{3x-5}} = \sqrt{x+1}$

d) $\sqrt{\dfrac{5x+7}{x+3}} = 4$

**Lời giải**

a) Điều kiện: $x \ge \dfrac{1}{3} \Rightarrow (1) \Leftrightarrow 3x - 1 = \sqrt{3x+1}$

$$\Leftrightarrow (3x-1)^2 = 3x+1 \Leftrightarrow 9x(x-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0(loai) \\ x=1(tm) \end{array}\right.$$

b) $\sqrt{x^2+6x+9} = 3x-6 \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2} = 3x-6$

$$\Leftrightarrow |x+3| = 3x-6 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3x-6 \geq 0 \\ \left[\begin{array}{l} x+3=3x-6 \\ x+3=-3x+6 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x \geq 2 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{9}{2}(tm) \\ x=\dfrac{3}{4}(loai) \end{array}\right. \end{array}\right.$$

c) Điều kiện: $\left\{\begin{array}{l} 3x-5 \geq 0 \\ x+1 \geq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow x \geq \dfrac{5}{3}$

$$\sqrt{2+\sqrt{3x-5}} = \sqrt{x+1} \Leftrightarrow 2+\sqrt{3x-5} = x+1 \Leftrightarrow \sqrt{3x-5} = x-1$$

$$\Leftrightarrow 3x-5 = x^2-2x+1$$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2(tm) \\ x=3(tm) \end{array}\right.$$

Vậy $x \in \{2;3\}$.

d) Điều kiện:

$$\frac{5x+7}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} 5x+7 \geq 0 \\ x+3>0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} 5x+7 \leq 0 \\ x+3<0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x \geq \dfrac{-7}{5} \\ x>-3 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x \leq \dfrac{-7}{5} \\ x<-3 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \frac{-7}{5} \leq x < -3$$

Ta có: $\sqrt{\dfrac{5x+7}{x+3}} = 4 \Leftrightarrow \dfrac{5x+7}{x+3} = 16 \Leftrightarrow x = \dfrac{-41}{11}$ (thỏa mãn).

## Dạng 8: Bài toán vận dụng

**Bài 1:** Công suất $p(\mathrm{w})$, hiệu điện thế $U(V)$, điện trở $R(\Omega)$ trong đoạn mạch một chiều liên hệ với nhau theo công thức $U=\sqrt{PR}$. Nếu công suất tăng gấp 8 lần , điện trở giảm 2 lần thì tỉ số giữa hiệu điện thế lúc đó và hiệu điện thế ban đầu bằng bao nhiêu?

**Lời giải**

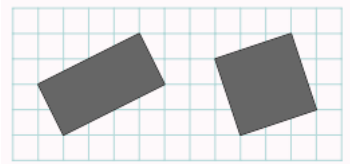
Gọi công suất, hiệu điện thế, điện trở ban đầu lần lượt là $P_1;U_1;R_1$

Gọi công suất, hiệu điện thế, điện trở về sau lần lượt là $P_2;U_2;R_2$

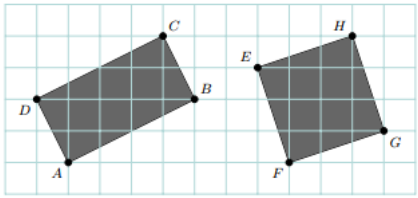
Theo bài ra ta có $P_2=8P_1$ ; $R_2=\dfrac{R_1}{2}$

Mà $\dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{\sqrt{P_2.R_2}}{\sqrt{P_1.R_1}}=\dfrac{\sqrt{8P_1.\dfrac{R_1}{2}}}{\sqrt{P_1.R_1}}=2$

**Bài 2:** Tính diện tích hình chữ nhật và hình vuông cho trong hình dưới đây. Biết mỗi ô vuông nhỏ có độ dài cạnh là 1. Diện tích của hai hình đó có bằng nhau không?



**Lời giải**




Gọi hình chữ nhật và hình vuông lần lượt là $ABCD, EFGH$, từ hình vẽ ta có

$$AB=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}\,;\,BC=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$$

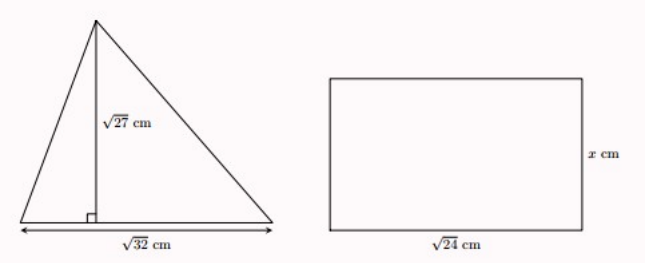
Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là : $S_{ABCD}=\sqrt{20}.\sqrt{5}=\sqrt{20.5}=10$

$$EF=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$$

Diện tích hình vuông $EFGH$ là: $S_{EFGH}=EF^2=\left(\sqrt{10}\right)^2=10$

Vậy diện tích của hai hình đã cho bằng nhau

**Bài 3:** Biết rằng hình tam giác và hình chữ nhật ở hình sau có diện tích bằng nhau. Tính chiều rộng $x$ của hình chữ nhật.




**Lời giải**

Diện tích tam giác là $\frac{1}{2}.\sqrt{32}.\sqrt{27}=\frac{1}{2}.4\sqrt{2}.3.\sqrt{3}=6\sqrt{2.3}=6\sqrt{6}\ (cm^2)$

Diện tích hình chữ nhật là $x\sqrt{24}\,(cm^2)$

Theo bài ra ta có

$$x\sqrt{24}=6\sqrt{6}$$

$$x=\frac{6\sqrt{6}}{\sqrt{24}}$$

$$x=\frac{6\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}$$

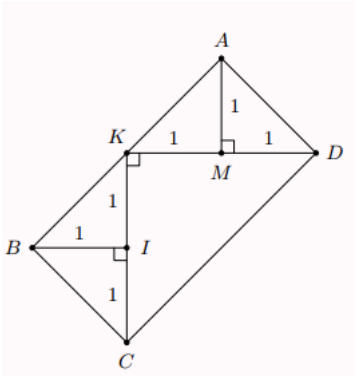
$$x=3$$

Vậy chiều rộng của hình chữ nhật là $3$ (cm)

**Bài 4:** Bạn Lan cắt một hình chữ nhật $ABCD$ thành những hình tam giác như hình vẽ (đơn vị centimét)

a) Tính độ dài các cạnh của hình chữ nhật $ABCD$

b) Sau đó, bạn Lan muốn cắt một hình vuông có diện tích bằng diện tích hình chữ nhật $ABCD$. Tính độ dài cạnh của hình vuông đó.




**Lời giải**

a) Trong tam giác vuông cân $BIC$, ta có:

$BC^2=BI^2+CI^2$ (theo định lí Pythagore)

Suy ra $BC^2=1^2+1^2=2$, do đó $BC=\sqrt{2}$ cm

Ta có $CK=1+1=2$ cm; $DK=1+1=2$ cm

Trong tam giác vuông cân $CKD$, ta có $CD^2=CK^2+DK^2$ (theo định lí Pythagore)

Suy ra $CD^2=2^2+2^2=8$, do đó $CD=\sqrt{8}$ cm

Vậy hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=BC=\sqrt{2}$ cm; $AB=CD=\sqrt{8}$ cm

b) Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là:

$$BC.CD=\sqrt{2}.\sqrt{8}=\sqrt{2.8}=\sqrt{16}=4cm^2$$

Gọi độ dài cạnh của hình vuông là $x$ (cm) với $x>0$

Ta có: $x^2=4$, do $x>0$ nên $x=\sqrt{4}$ hay $x=2$

Vậy độ dài cạnh của hình vuông là $2$ cm.

## C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

**Câu 1:** Tính $P=\sqrt{117,5^2-26,5^2-1440}$

a) $P=108$ b) $P=110$

c) $P=120$ d) $P=135$

**Lời giải**

Chọn đáp án A

***Giải thích:***

Ta có: $P=\sqrt{117,5^2-26,5^2-1440}=\sqrt{(117,5+26,5)(117,5-26,5)-1440}$

$=\sqrt{144.91-144.10}=\sqrt{144.(91-10)}=\sqrt{144.81}=12.9=108$

**Câu 2:** Phép tính nào sai

a) $\sqrt{13,5}.\sqrt{150}=45$ b) $\sqrt{4,8}.\sqrt{30}=12$

c) $\sqrt{7,2}.\sqrt{80}=36$ d) $\sqrt{0,05}.\sqrt{500}=5$

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

A) $\sqrt{13,5}.\sqrt{150}=\sqrt{13,5.150}=\sqrt{135.15}=\sqrt{15.9.15}=15.3=45$

B) $\sqrt{4,8}.\sqrt{30}=\sqrt{4,8.30}=\sqrt{144}=12$

C) $\sqrt{7,2}.\sqrt{80}=\sqrt{7,2.80}=\sqrt{72.8}=\sqrt{8.9.8}=8.3=24$

D) $\sqrt{0,05}.\sqrt{500}=\sqrt{0,05.500}=\sqrt{5.5}=5$

**Câu 3:** Phép tính $\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2$ cho kết quả là số nào

a) 3 a) 4

a) 5 a) 6

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:***

Ta có:

$$\left(\sqrt{3-2\sqrt{2}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}}\right)^2=\left(\sqrt{2-2\sqrt{2}+1}-\sqrt{2+2\sqrt{2}+1}\right)^2$$

$$=\left[\left(\sqrt{2}-1\right)^2-\left(\sqrt{2}+1\right)^2\right]^2=\left(\left|\sqrt{2}-1\right|-\left|\sqrt{2}+1\right|\right)^2$$

$$=\left[\sqrt{2}-1-\left(\sqrt{2}+1\right)\right]^2=\left(\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1\right)^2=(-2)^2=4$$

**Câu 4:** Biểu thức $\sqrt{(-3)^2\left(4x-4\sqrt{x}+1\right)\left(x+2\sqrt{xy}+y\right)}$ có giá trị bằng số nào nếu thay $x=9;y=4$

a) 60 a) 65

a) 70 a) 75

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: $\sqrt{(-3)^2\left(4x-4\sqrt{x}+1\right)\left(x+2\sqrt{xy}+y\right)}=\sqrt{(-3)^2\left(2\sqrt{x}-1\right)^2\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}$

$$=|-3|.\left|2\sqrt{x}-1\right|.\left|\sqrt{x}+\sqrt{y}\right|=3.\left|2\sqrt{x}-1\right|\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$$

Thay $x=9$ và $y=4$ vào biểu thức $=3.\left|2\sqrt{x}-1\right|\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$, ta được:

$$=3.\left|2\sqrt{9}-1\right|\left(\sqrt{9}+\sqrt{4}\right)=3.(6-1)(3+2)=3.5.5=75$$

**Câu 5:** Rút gọn $2\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-2\right)+\left(1+2\sqrt{5}\right)^2-25$ sẽ được số nào

a) 2 a) 4

a) −4 a) 6

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có:

$2\sqrt{5}\left(\sqrt{5}-2\right)+\left(1+2\sqrt{5}\right)^2-25=2\sqrt{5}.\sqrt{5}-4\sqrt{5}+1+4\sqrt{5}+\left(2\sqrt{5}\right)^2-25$

$=10-4\sqrt{5}+1+4\sqrt{5}+20-25=6$

**Câu 6:** Rút gọn $E=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$ ta được:

a) $E=1+\sqrt{5}$

b) $E=1-\sqrt{3}$

c) $\sqrt{5}-1$

d) $E=1+\sqrt{2}$

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: $E=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{16}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}+\sqrt{8}+\sqrt{4}+\sqrt{4}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

$=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)+\left(\sqrt{4}+\sqrt{6}+\sqrt{8}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}$

$\Rightarrow E=\dfrac{\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{4}}=1+\sqrt{2}$

**Câu 7:** Trong các kết luận sau đây, kết luận nào sai

a) $\sqrt{3}+\sqrt{5}>\sqrt{15}$

b) $\sqrt{3}+\sqrt{6}>\sqrt{2}+\sqrt{8}$

c) $1-\sqrt{3}<\sqrt{5}-2$

d) $2\sqrt{7}-5>3-\sqrt{10}$

**Lời giải**

Chọn đáp án B

***Giải thích:*** Ta có

A) $\sqrt{3}+\sqrt{5}>\sqrt{15}\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2>15\Leftrightarrow 8+2\sqrt{15}>15$, lại có $2\sqrt{15}>7$,

đúng vì $\left(2\sqrt{15}\right)^2>7^2$

B) $\sqrt{3}+\sqrt{6}>\sqrt{2}+\sqrt{8}\Leftrightarrow\left(\sqrt{3}+\sqrt{6}\right)^2>\left(\sqrt{2}+\sqrt{8}\right)^2$

$\Leftrightarrow 9+2\sqrt{18}>10+2\sqrt{16}=18$

$\Leftrightarrow 2\sqrt{18}>9\Leftrightarrow\left(2\sqrt{18}\right)^2>9^2\Leftrightarrow 72>81$ (sai)

C) $1-\sqrt{3}<\sqrt{5}-2$, đúng vì $\begin{cases}1-\sqrt{3}<0\\ \sqrt{5}-2>0\end{cases}$

D) $2\sqrt{7}-5>3-\sqrt{10}\Leftrightarrow 2\sqrt{7}>8-\sqrt{10}\Leftrightarrow 28>74-16\sqrt{10}$

$\Leftrightarrow 16\sqrt{10}>74-28=46\Leftrightarrow 8\sqrt{10}>23$

$\Leftrightarrow 640>529$ (đúng)

**Câu 8:** Nếu $x-\sqrt{x+1}=5$ thì $x$ là số nào?

a) $x=3$

b) $x=4$

c) $x=6$

d) $x=8$

**Lời giải**

Chọn đáp án D

***Giải thích:***

Ta có: $x-\sqrt{x+1}=5\Leftrightarrow x-5=\sqrt{x+1}$ ($x-5$ phải là số không âm)

$\Leftrightarrow (x-5)^2=\left(\sqrt{x+1}\right)^2\Leftrightarrow x^2-10x+25=x+1$

$\Leftrightarrow x^2-11x+24=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=8(tm) \\ x=3(loai)\end{array}\right.$

**Câu 9:** Điều kiện để $4\sqrt{x+4}+\sqrt{x^2-16}$ có nghĩa là

a) $x=-4$

b) $x=4$

c) $x=-4$ hoặc $x\geq 4$

d) $x\leq 4$

**Lời giải**

Chọn đáp án C

***Giải thích:***

Ta có: $4\sqrt{x+4}+\sqrt{x^2-16}=4\sqrt{x+4}+\sqrt{(x-4)(x+4)}$

Để $4\sqrt{x+4}+\sqrt{x^2-16}$ có nghĩa thì $\left\{\begin{array}{l} x+4\geq 0 \\ (x+4)(x-4)\geq 0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\geq -4 \\ \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l} x+4\leq 0 \\ x-4\leq 0\end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x+4\geq 0 \\ x-4\geq 0\end{array}\right.\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\geq -4 \\ \left[\begin{array}{l} x\leq -4 \\ x\geq 4\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-4 \\ x\geq 4\end{array}\right.$

**Câu 10:** Khẳng định nào sau đây là sai ?

a. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\dfrac{1}{3}$

b. $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}=\dfrac{1}{7}$

c. $\dfrac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}}=4$

d. $\dfrac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3.6^5}}=2$

**Lời giải**

Chọn đáp án C

**Giải thích:**

A. $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{27}}=\sqrt{\dfrac{3}{27}}=\sqrt{\dfrac{1}{9}}=\dfrac{1}{3}$

B. $\dfrac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}=\sqrt{\dfrac{15}{735}}=\sqrt{\dfrac{1}{49}}=\dfrac{1}{7}$

C. $\dfrac{\sqrt{480000}}{\sqrt{300}}=\sqrt{\dfrac{480000}{300}}=\sqrt{1600}=40$

D. $\frac{\sqrt{12^5}}{\sqrt{2^3.6^5}}=\sqrt{\frac{12^5}{2^3.6^5}}=\sqrt{\frac{2^5.6^5}{2^3.6^5}}=\sqrt{2^2}=2$

**Câu 11:** Tính $M=\sqrt{1,69.1,38-1,69.0,74}$

a. $M=1,04$

b. $M=1,64$

c. $M=2,08$

d. $M=2,14$

**Lời giải**

Chọn đáp án A

**Giải thích:**

Ta có: $M=\sqrt{1,69.1,38-1,69.0,74}=\sqrt{1,69(1,38-0,74)}$

$=\sqrt{1,69.0,64}=1,3.0,8=1,04$

**Câu 12:** Tính $N=\sqrt{\frac{125^2-100}{400}}$

a. $N=\frac{15}{2}$

b. $N=\frac{1}{15}$

c. $N=\frac{5}{4}$

d. Một kết quả khác

**Lời giải**

Chọn đáp án D

**Giải thích:**

Ta có: $N=\sqrt{\frac{125^2-100}{400}}=\sqrt{\frac{(125+100)(125-100)}{20^2}}$

$=\sqrt{\frac{225.25}{20^2}}=\frac{15.5}{20}=\frac{15}{4}$

**Câu 13:** Biểu thức rút gọn của số $\sqrt{2\frac{62}{361}}$ là số nào?

a. $\frac{26}{19}$

b. $\frac{27}{19}$

c. $\frac{28}{19}$

d. $\frac{29}{19}$

**Lời giải**

Chọn đáp án C

**Giải thích:**

Ta có: $\sqrt{2\frac{62}{361}}=\sqrt{\frac{784}{361}}=\sqrt{\frac{28^2}{19^2}}=\frac{28}{19}$

**Câu 14:** Mỗi khẳng định sau đúng hay sai

a. $0,01=\sqrt{0,0001}$

b. $-0,5=\sqrt{-0,25}$

c. $\sqrt{39}<7$ và $\sqrt{39}>6$

d. $\left(4-\sqrt{13}\right).2x<\sqrt{3}\left(4-\sqrt{13}\right)\Leftrightarrow 2x<\sqrt{3}$

**Lời giải**

Chọn đáp án B

**Giải thích:**

Do $\sqrt{-0,25}$ không tồn tại

**Câu 15:** Thực hiện các phép tính và rút gọn $\frac{\sqrt{5,29}}{\sqrt{17,64}}$ ta được số nào

a. $\frac{23}{42}$

b. $\frac{23}{48}$

c. $\frac{23}{52}$

d. $\frac{23}{58}$

**Lời giải**

Chọn đáp án A

**Giải thích:**

Ta có: $\frac{\sqrt{5,29}}{\sqrt{17,64}}=\sqrt{\frac{529}{1764}}=\sqrt{\left(\frac{23}{42}\right)^2}=\frac{23}{42}$

**Câu 16:** Biểu thức $\frac{x+3}{2-\sqrt{y}}.\sqrt{\frac{y-4\sqrt{y}+4}{(z+3)^4}}$ có giá trị bằng số nào khi $x=2$ và $y=16$

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{-1}{3}$

c. $\frac{1}{5}$

d. $\frac{-1}{5}$

**Lời giải**

Chọn đáp án D

**Giải thích:**

Ta có: $\frac{x+3}{2-\sqrt{y}}.\sqrt{\frac{y-4\sqrt{y}+4}{(z+3)^4}}=\frac{x+3}{2-\sqrt{y}}.\sqrt{\frac{\left(\sqrt{y}-2\right)^2}{(x+4)^4}}$

$$= \frac{x+3}{2-\sqrt{y}} \cdot \frac{\left|\sqrt{y}-2\right|}{(x+3)^2} = \frac{\left|\sqrt{y}-2\right|}{\left(2-\sqrt{y}\right)(x+3)}$$

Thay $y=16, x=2$ vào biểu thức $\dfrac{\left|\sqrt{y}-2\right|}{\left(2-\sqrt{y}\right)(x+3)}$

Ta được: $\dfrac{\left|\sqrt{16}-2\right|}{\left(2-\sqrt{16}\right)(2+3)} = \dfrac{|4-2|}{(2-4).5} = \dfrac{-1}{5}$.

**Câu 17:** Phương trình $\sqrt{5}x+\sqrt{125}=\sqrt{80}-\sqrt{245}$ có nghiệm là số nào

a. $\frac{1}{3}$

b. $\frac{-1}{3}$

c. $\frac{1}{5}$

d. $\frac{-1}{5}$

**Lời giải**

Chọn đáp án D

**Giải thích:**

Ta có: $\sqrt{5}x+\sqrt{125}=\sqrt{80}-\sqrt{245}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}x+\sqrt{25}.\sqrt{5}=\sqrt{16}.\sqrt{5}-\sqrt{49}.\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow \sqrt{5}\left(x+\sqrt{25}\right)=\sqrt{5}\left(\sqrt{16}-\sqrt{49}\right)$

$\Leftrightarrow x+5=4-7=-3 \Leftrightarrow x=-3-5=-8$.

**Câu 18:** Tìm $x$ biết: $\sqrt{4x^2+4x+1}=5$

a. $x=2$ hoặc $x=-3$

b. $x=-2$ hoặc $x=3$

c. $x=1$ hoặc $x=-4$

d. $x=4$ hoặc $x=-1$

**Lời giải**

Chọn đáp án A

**Giải thích:**

Ta có: $\sqrt{4x^2+4x+1}=5 \Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2}=5 \Leftrightarrow |2x+1|=5$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x+1=5 \\ 2x+1=-5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

**Câu 19:** Tìm $x$ biết: $\left(3-\sqrt{13}\right).3x > \sqrt{2}.\left(3-\sqrt{13}\right)$

Để tìm $x$, bạn Tâm đã làm như sau: $\left(3-\sqrt{13}\right).3x > \sqrt{2}.\left(3-\sqrt{13}\right)$

Bước 1: $\Leftrightarrow 3x > \dfrac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{13}\right)}{3-\sqrt{13}}$

Bước 2: $\Leftrightarrow 3x > \sqrt{2}$

Bước 3: $\Leftrightarrow x > \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Theo em bạn Tâm làm đúng hay sai, nếu sai thì sai ở bước nào?

A. Các bước đều đúng

B. Các bước đều sai

C. Sai từ bước 2

C. Sai từ bước 3

**Lời giải**

Chọn đáp án B

**Giải thích:**

Ta có: $\left(3-\sqrt{13}\right).3x > \sqrt{2}.\left(3-\sqrt{13}\right)(*)$

Vì $3 < \sqrt{13} \Rightarrow 3-\sqrt{13} < 0 \Rightarrow (*) \Leftrightarrow 3x < \dfrac{\sqrt{2}\left(3-\sqrt{13}\right)}{3-\sqrt{13}} \Leftrightarrow x < \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

Bạn Tâm đã làm sai từ bước 1 vì khi chia hai vế của bất đẳng thức cho một số âm, bạn Tâm đã không đổi chiều của bất đẳng thức đó.

## D. BÀI TẬP TỰ LUẬN

**Bài 1:** Tính

a) $\sqrt{16\cdot 0,25}$

b) $\sqrt{2^4\cdot(-7)^2}$

c) $\sqrt{0,9}\cdot\sqrt{1000}$

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{40}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{16\cdot 0,25} = \sqrt{16}\sqrt{0,25} = 4.0,5 = 2$

b) $\sqrt{2^4\cdot(-7)^2} = \sqrt{2^4}.\sqrt{(-7)^2} = 2^2.|-7| = 4.7 = 28$

c) $\sqrt{0,9}\cdot\sqrt{1000} = \sqrt{0,9.1000} = \sqrt{900} = 30$

d) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{40} = \sqrt{2.5.40} = \sqrt{400} = 20$

**Bài 2:** Tính

a) $A = \sqrt{32.200}$

b) $B = \sqrt{5}.\sqrt{125}$

c) $C = \sqrt{\left(9+2\sqrt{14}\right)\left(9-2\sqrt{14}\right)}$

d) $D = \sqrt{117,5^2 - 26,5^2 - 1440}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A = \sqrt{32.200} = \sqrt{4.8.2.10^2} = \sqrt{2^2.4^2.10^2} = 2.4.10$

$\Rightarrow A = 80$

b) Ta có: $B = \sqrt{5}.\sqrt{125} = \sqrt{5.5.25} = \sqrt{5^2.5^2} = 5.5$

$\Rightarrow B = 25$

c) Ta có: $C=\sqrt{\left(9+2\sqrt{14}\right)\left(9-2\sqrt{14}\right)}=\sqrt{9^2-\left(2\sqrt{14}\right)^2}$

$=\sqrt{81-56}=\sqrt{25}=5$

d) Ta có: $D=\sqrt{117,5^2-26,5^2-1440}=\sqrt{(117,5-26,5)(117,5+26,5)-1440}$

$=\sqrt{144.91-144.10}=\sqrt{144.(91-10)}=\sqrt{144.81}=12.9=108$

**Bài 3:** Thực hiện phép tính

a) $A=\dfrac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}}-\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}$

b) $B=\dfrac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\dfrac{2\sqrt{8}-\sqrt{12}}{\sqrt{18}-\sqrt{48}}-\dfrac{\sqrt{5}+\sqrt{27}}{\sqrt{30}+\sqrt{162}}=\dfrac{-\sqrt{6}}{3}-\dfrac{\sqrt{6}}{6}=\dfrac{-\sqrt{6}}{2}$

b) Ta có: $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}+\dfrac{2+\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})=2$

**Bài 4:** Rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{4a^2}$

b) $\sqrt{2a}\cdot\sqrt{8a}$ với $a>0$

c) $\sqrt{\dfrac{4a^2}{25}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{4a^2}=\sqrt{4}.\sqrt{a^2}=2|a|$

b) $\sqrt{2a}\cdot\sqrt{8a}=\sqrt{2a.8a}=\sqrt{16a^2}=\sqrt{16}.\sqrt{a^2}=4a$ (vì $a>0$)

c) $\sqrt{\dfrac{4a^2}{25}}=\dfrac{\sqrt{4a^2}}{\sqrt{25}}=\dfrac{\sqrt{4}.\sqrt{a^2}}{5}=\dfrac{2|a|}{5}$

**Bài 5:** Rút gọn các biểu thức

a) $A=\dfrac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}}-\dfrac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{u-v}(u,v\ge 0;u\ne v)$

b) $B=\dfrac{x^2-2x\sqrt{2}+2}{x^2-2}(x\ne\pm\sqrt{2})$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\dfrac{u-v}{\sqrt{u}+\sqrt{v}}-\dfrac{\sqrt{u^3}+\sqrt{v^3}}{u-v}(u,v\ge 0;u\ne v)=\dfrac{-\sqrt{uv}}{\sqrt{u}-\sqrt{v}}$

b) Ta có: $B=\dfrac{x^2-2x\sqrt{2}+2}{x^2-2}=\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}(x\ne\pm\sqrt{2})$

**Bài 6:** Rút gọn biểu thức

a) $A=\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2$

b) $B=\sqrt{\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}$

c) $C=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}.\sqrt{\dfrac{\left(y-2\sqrt{y}+1\right)^2}{(x-1)^4}}$

**Lời giải**

a) Ta có

$$A=\frac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2=\frac{\left(\sqrt{x}\right)^3+\left(\sqrt{y}\right)^3}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)\left(x-\sqrt{xy}+\sqrt{y}\right)}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)$$

$$=x-\sqrt{xy}+y-\left(x+y-2\sqrt{xy}\right)=\sqrt{xy}$$

b) Ta có $B=\sqrt{\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{x+2\sqrt{x}+1}}=\sqrt{\dfrac{\left(\sqrt{x}-1\right)^2}{\left(\sqrt{x}+1\right)^2}}=\dfrac{\left|\sqrt{x}-1\right|}{\sqrt{x}+1}$

c) Ta có $C=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}.\sqrt{\dfrac{\left(y-2\sqrt{y}+1\right)^2}{(x-1)^4}}=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}.\sqrt{\dfrac{\left(\sqrt{y}-1\right)^4}{(x-1)^4}}$

$$=\frac{x-1}{\sqrt{y}-1}.\frac{\left(\sqrt{y}-1\right)^2}{(x-1)^2}=\frac{\sqrt{y}-1}{x-1}$$

**Bài 7:** Tính

a) $\sqrt{12}\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)$

b) $\sqrt{8}\left(\sqrt{50}-\sqrt{2}\right)$

c) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{6}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{12}\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)=\sqrt{12^2}+\sqrt{36}=\sqrt{12^2}+\sqrt{6^2}=12+6=18$

b) $\sqrt{8}\left(\sqrt{50}-\sqrt{2}\right)=\sqrt{400}+\sqrt{16}=\sqrt{20^2}+\sqrt{4^2}=10+4=24$

c) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-2\sqrt{6}=3+2+2\sqrt{6}-2\sqrt{6}=5$

**Bài 8:** So sánh

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}$ và $\sqrt{22}$

b) $\dfrac{\sqrt{52}}{\sqrt{2}}$ và $5$

c) $3\sqrt{7}$ và $\sqrt{65}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{7}=\sqrt{3.7}=\sqrt{21}<\sqrt{22}$

b) $\dfrac{\sqrt{52}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{26.2}}{\sqrt{2}}=\sqrt{26}>\sqrt{25}$

c) $3\sqrt{7}=\sqrt{9.7}=\sqrt{63}<\sqrt{65}$

**Bài 9:** Tính

a) $\sqrt{400 \cdot 0,81}$

b) $\sqrt{\frac{5}{27} \cdot \frac{3}{20}}$

c) $\sqrt{(-5)^2 \cdot 3^2}$

d) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2 \cdot \left(2+\sqrt{5}\right)^2}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{400 \cdot 0,81} = 18$

b) $\sqrt{\frac{5}{27} \cdot \frac{3}{20}} = \frac{1}{6}$

c) $\sqrt{(-5)^2 \cdot 3^2} = 15$

d) $\sqrt{\left(2-\sqrt{5}\right)^2 \cdot \left(2+\sqrt{5}\right)^2} = 1$

**Bài 10:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\sqrt{8^2 \cdot 5}$

b) $\sqrt{81a^2}$ với $a < 0$

c) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{45a} - 3a$ với $a \geq 0$

**Lời giải**

a) $\sqrt{8^2 \cdot 5} = 8.\sqrt{5}$

b) $\sqrt{81a^2} = 81|a| = -81a$ (vì $a < 0$)

c) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{45a} - 3a = \sqrt{5a.45a} - 3a = \sqrt{15^2.a^2} - 3a$

$= 15.|a| - 3a = 15a - 3a = 12a$ ( vì $a \geq 0$)

**Bài 11:** Tính

a) $\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right)$

b) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)$

c) $\left(\sqrt{\frac{25}{3}}-\sqrt{\frac{49}{3}}+\sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{3}$

d) $\left(1+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)$

**Lời giải**

a) $\left(\sqrt{x}-3\right)\left(\sqrt{x}+2\right) = x - \sqrt{x} - 6$

b) $\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right) = x - y$

c) $\left(\sqrt{\frac{25}{3}}-\sqrt{\frac{49}{3}}+\sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{3} = 1$

d) $\left(1+\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(1+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right) = 2\sqrt{3} - 1$

**Bài 12:** Rút gọn biểu thức $\sqrt{2\left(a^2-b^2\right)} \cdot \sqrt{\frac{3}{a+b}}$ với $a \geq b > 0$

**Lời giải**

Với $a \geq b > 0$ ta có

$$\sqrt{2\left(a^2-b^2\right)}\cdot\sqrt{\frac{3}{a+b}}$$

$$=\sqrt{2(a+b)(a-b)}.\sqrt{\frac{3}{a+b}}$$

$$=\sqrt{2}.\sqrt{a+b}.\sqrt{a-b}.\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{a+b}}$$

$$=\sqrt{6}.\sqrt{a-b}$$

**Bài 13:** Áp dụng quy tắc về căn thức bậc hai của một tích, hãy rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{25(a+1)^2}$ với $a>-1$

b) $\sqrt{x^2(x-5)^2}$ với $x>5$

c) $\sqrt{2b}\cdot\sqrt{32b}$ với $b>0$

c) $\sqrt{3c}\cdot\sqrt{27c^3}$ với $c>0$

**Lời giải**

a) $\sqrt{25(a+1)^2}=\sqrt{25}.\sqrt{(a+1)^2}=5|a+1|=5a+5$ ( vì $a>-1$ nên $a+1>0$ )

b) $\sqrt{x^2(x-5)^2}=\sqrt{x^2}.\sqrt{(x-5)^2}=x(x-5)=x^2-5x$ (vì $x>5$ nên $x-5>0$ )

c) $\sqrt{2b}\cdot\sqrt{32b}=\sqrt{2b.32b}=\sqrt{64b^2}=\sqrt{64}.\sqrt{b^2}=8|b|=8b$ (vì $b>0$ )

d) $\sqrt{3c}\cdot\sqrt{27c^3}=\sqrt{3c.27c^3}=\sqrt{81c^4}=\sqrt{81}\sqrt{c^4}=9c^2$ (vì $c^2>0$ )

**Bài 14:** Tính

a) $\sqrt{99}:\sqrt{11}$

b) $\sqrt{7,84}$

c) $\sqrt{1815}:\sqrt{15}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{99}:\sqrt{11}=\sqrt{99:11}=\sqrt{9}=3$

b) Ta có: $7,84=\frac{784}{100}=\frac{28^2}{10^2}$ nên $\sqrt{7,84}=\sqrt{\frac{28^2}{10^2}}=\frac{28}{10}=2,8$

c) $\sqrt{1815}:\sqrt{15}=\sqrt{1815:15}=\sqrt{121}=11$

**Bài 15:** Tính

a) $\sqrt{\frac{0,49}{81}}$

b) $\sqrt{2\frac{7}{9}}$

c) $\sqrt{\frac{1}{16}.\frac{9}{36}}$

d) $\left(-\sqrt{52}\right):\sqrt{13}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{0,49}{81}}=\frac{\sqrt{0,49}}{\sqrt{81}}=\frac{0,7}{9}$

b) $\sqrt{2\frac{7}{9}}=\sqrt{\frac{25}{9}}=\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}}=\frac{5}{3}$

c) $\sqrt{\frac{1}{16}.\frac{9}{36}}=\frac{1}{\sqrt{16}}.\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{36}}=\frac{1}{4}.\frac{3}{6}=\frac{1}{8}$

d) $\left(-\sqrt{52}\right):\sqrt{13}=-\dfrac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}}=-\sqrt{\dfrac{52}{13}}=-\sqrt{4}=-2$

**Bài 16:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một tích, hãy tính:

a) $\sqrt{36\cdot 81}$

b) $\sqrt{49\cdot 121\cdot 169}$

c) $\sqrt{50^2-14^2}$

d) $\sqrt{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{36\cdot 81}=\sqrt{36}.\sqrt{81}=\sqrt{6^2}.\sqrt{9^2}=6.9=54$

b) $\sqrt{49\cdot 121\cdot 169}=\sqrt{49}.\sqrt{121}.\sqrt{169}=7.11.13=1001$

c) $\sqrt{50^2-14^2}=\sqrt{(50-14).(50+14)}=\sqrt{36.64}=\sqrt{36}.\sqrt{64}=6.8=48$

d) $\sqrt{3+\sqrt{5}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{5}}=\sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}=\sqrt{3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\sqrt{9-5}=\sqrt{4}=2$

**Bài 17:** Áp dụng quy tắc về căn bậc hai của một thương, hãy tính:

a) $\sqrt{\dfrac{49}{36}}$

b) $\sqrt{\dfrac{13^2-12^2}{81}}$

c) $\dfrac{\sqrt{9^3+7^3}}{\sqrt{9^2-9\cdot 7+7^2}}$

d) $\dfrac{\sqrt{50^3-1}}{\sqrt{50^2+51}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\dfrac{49}{36}}=\dfrac{7}{6}$

b) $\sqrt{\dfrac{13^2-12^2}{81}}=\sqrt{\dfrac{25}{81}}=\dfrac{5}{9}$

c) $\dfrac{\sqrt{9^3+7^3}}{\sqrt{9^2-9\cdot 7+7^2}}=\dfrac{\sqrt{(9+7)(9^2-9.7+7^2)}}{\sqrt{9^2-9.7+7^2}}=\sqrt{9+7}=4$

d) $\dfrac{\sqrt{50^3-1}}{\sqrt{50^2+51}}=\dfrac{\sqrt{(50-1)(50^2+50.1+1^2)}}{\sqrt{50^2+50.1+1^2}}=\sqrt{50-1}=7$

**Bài 18:** Tính

a) $\sqrt{72}:\sqrt{8}$

b) $\left(\sqrt{28}-\sqrt{7}+\sqrt{112}\right):\sqrt{7}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{72}:\sqrt{8}=\sqrt{\dfrac{72}{8}}=\sqrt{9}=3$

b) $\left(\sqrt{28}-\sqrt{7}+\sqrt{112}\right):\sqrt{7}=\sqrt{28}:\sqrt{7}-\sqrt{7}:\sqrt{7}+\sqrt{112}:\sqrt{7}=\sqrt{4}-1+\sqrt{16}=2-1+4=5$

**Bài 19:** Tính

a) $\sqrt{\dfrac{49}{8}}:\sqrt{3\dfrac{1}{8}}$

b) $\sqrt{54x}:\sqrt{6x}$

c) $\sqrt{\dfrac{1}{125}}\cdot\sqrt{\dfrac{32}{35}}:\sqrt{\dfrac{56}{225}}$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{49}{8}}:\sqrt{3\frac{1}{8}}=\sqrt{\frac{49}{8}:\frac{25}{8}}=\sqrt{\frac{49}{25}}=\frac{7}{5}$

b) $\sqrt{54x}:\sqrt{6x}=\sqrt{\frac{54x}{6x}}=\sqrt{9}=3$

c) $\sqrt{\frac{1}{125}}.\sqrt{\frac{32}{35}}:\sqrt{\frac{56}{225}}=\sqrt{\frac{1}{125}.\frac{32}{35}:\frac{56}{225}}=\frac{6}{35}$

**Bài 20:** Rút gọn $\frac{-3\sqrt{16a}+5a\sqrt{16ab^2}}{2\sqrt{a}}$, với $a>0$, $b>0$

**Lời giải**

Với $a>0$, $b>0$ ta có :

$$\frac{-3\sqrt{16a}+5a\sqrt{16ab^2}}{2\sqrt{a}}=\frac{\sqrt{16a}.\left(-3+5a\sqrt{b^2}\right)}{2\sqrt{a}}$$

$$=\frac{4\sqrt{a}\left(-3+5ab\right)}{2\sqrt{a}}=2.(-3+5ab)$$

**Bài 21:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $\frac{\sqrt{24a^3}}{\sqrt{6a}}$, với $a>0$

b) $\sqrt{\frac{3a^2b}{27}}$, với $a\le 0$, $b\ge 0$

**Lời giải**

a) $\frac{\sqrt{24a^3}}{\sqrt{6a}}=\sqrt{\frac{24a^3}{6a}}=\sqrt{4a^2}=2|a|=2a$ (vì $a>0$)

b) $\sqrt{\frac{3a^2b}{27}}=\sqrt{\frac{a^2b}{9}}=\sqrt{\frac{a^2}{9}.b}=\left|\frac{a}{3}\right|\sqrt{b}=\frac{-a\sqrt{b}}{3}$ (vì $a\le 0$, $b\ge 0$)

**Bài 22:** Áp dụng quy tắc về căn thức bậc hai của mộ thương, hãy rút gọn biểu thức

a) $\sqrt{\frac{(3-a)^2}{9}}$ với $a>3$

b) $\frac{\sqrt{75x^5}}{\sqrt{5x^3}}$ với $x>0$

c) $\sqrt{\frac{9}{x^2-2x+1}}$ với $x>1$

d) $\sqrt{\frac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9}}$ với $x\ge 2$

**Lời giải**

a) $\sqrt{\frac{(3-a)^2}{9}}=\frac{\sqrt{(3-a)^2}}{\sqrt{9}}=\frac{|3-a|}{3}=\frac{-(3-a)}{3}=\frac{a-3}{3}$ (vì $a>3$ nên $3-a<0$)

b) $\frac{\sqrt{75x^5}}{\sqrt{5x^3}}=\sqrt{\frac{75x^5}{25x^3}}=\sqrt{25x^2}=\sqrt{25}.\sqrt{x^2}=5|x|=5x$ (vì $x>0$)

c) $\sqrt{\frac{9}{x^2-2x+1}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{(x-1)^2}}=\frac{3}{|x-1|}=\frac{3}{x-1}$ (vì $x>1$ nên $x-1>0$)

d) $\sqrt{\frac{x^2-4x+4}{x^2+6x+9}}=\frac{\sqrt{(x-2)^2}}{\sqrt{(x+3)^2}}=\frac{|x-2|}{|x+3|}=\frac{x-2}{x+3}$ ( vì $x\ge 2$ nên $x-2\ge 0$ và $x+3>0$)

**Bài 23:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $A=\dfrac{2u+\sqrt{uv}-3v}{2u-5\sqrt{uv}+3v}(u\ge 0;v\ge 0;u\ne \dfrac{9}{4}v)$

b) $B=\dfrac{x+\sqrt{5}}{x^2+2x\sqrt{5}+5}(x\ne -\sqrt{5})$

c) $C=0,2x^3y^3\sqrt{\dfrac{16}{x^4y^8}}(x\ne 0;y\ne 0)$

d) $D=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}\sqrt{\dfrac{\left(y-2\sqrt{y}+1\right)^2}{(x-1)^4}}$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\dfrac{2u+\sqrt{uv}-3v}{2u-5\sqrt{uv}+3v}(u\ge 0;v\ge 0;u\ne \dfrac{9}{4}v)$

$=\dfrac{(\sqrt{u}-\sqrt{v})(2\sqrt{u}+3\sqrt{v})}{(\sqrt{u}-\sqrt{v})(2\sqrt{u}-3\sqrt{v})}=\dfrac{2\sqrt{u}+3\sqrt{v}}{2\sqrt{u}-3\sqrt{v}}$

b) Ta có: $B=\dfrac{x+\sqrt{5}}{x^2+2x\sqrt{5}+5}(x\ne -\sqrt{5})$

c) Ta có: $C=0,2x^3y^3\sqrt{\dfrac{16}{x^4y^8}}(x\ne 0;y\ne 0)=0,2x^3y^3.\dfrac{4}{x^2y^4}=0,8\dfrac{x}{y}$

d) Ta có: $D=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}\sqrt{\dfrac{\left(y-2\sqrt{y}+1\right)^2}{(x-1)^4}}=\dfrac{x-1}{\sqrt{y}-1}.\dfrac{\left(\sqrt{y}-1\right)^2}{(x-1)^2}=\dfrac{\sqrt{y}-1}{x-1}$.

**Bài 24:** Rút gọn các biểu thức sau

a) $A=\dfrac{x^2-2x\sqrt{2}+2}{x^2-2}\left(x\ne \pm\sqrt{2}\right)$

b) $B=\dfrac{x+\sqrt{5}}{x^2+2x\sqrt{5}+5}(x\ne -\sqrt{5})$

**Lời giải**

a) Ta có: $A=\dfrac{x^2-2x\sqrt{2}+2}{x^2-2}\left(x\ne \pm 2\right)$

$\Rightarrow A=\dfrac{\left(x-\sqrt{2}\right)^2}{\left(x-\sqrt{2}\right)\left(x+\sqrt{2}\right)}=\dfrac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}}$

b) Ta có: $B=\dfrac{x+\sqrt{5}}{x^2+2x\sqrt{5}+5}(x\ne -\sqrt{5})=\dfrac{x+\sqrt{5}}{\left(x+\sqrt{5}\right)^2}=\dfrac{1}{x+\sqrt{5}}$

**Bài 25:** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{25t^2-9}=2\sqrt{5t-3}$

b) $\dfrac{\sqrt{t-3}}{\sqrt{2t+1}}=2$

c) $\sqrt{-2x^2+6}=x-1(x\ge 1)$

d) $\sqrt{t-5}+\sqrt{4t-20}-\dfrac{1}{5}\sqrt{9t-45}=3$

**Lời giải**

a) Ta có: $\sqrt{25t^2-9}=2\sqrt{5t-3}\Leftrightarrow\sqrt{25t^2-9}=\sqrt{4(5t-3)}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=\dfrac{1}{5}(loai)\\t=\dfrac{3}{5}(tm)\end{array}\right.$

b) Ta có: $\dfrac{\sqrt{t-3}}{\sqrt{2t+1}}=2\Rightarrow\sqrt{t-3}=2\sqrt{2t+1}\Leftrightarrow\sqrt{t-3}=\sqrt{4(2t+1)}\Rightarrow t=\varnothing$

c) Ta có: $\sqrt{-2x^2+6}=x-1(x\ge 1)\Leftrightarrow -2x^2+6=(x-1)^2\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{3}(tm)$

d) Ta có: $\sqrt{t-5}+\sqrt{4t-20}-\dfrac{1}{5}\sqrt{9t-45}=3\Leftrightarrow\dfrac{12}{5}\sqrt{t-5}=3\Rightarrow t=\dfrac{105}{16}$

**Bài 26:** Cho biểu thức $A=\dfrac{x^2-\sqrt{2}}{x^4+(\sqrt{3}-\sqrt{2})x^2-\sqrt{6}}$. Rút gọn rồi tìm giá trị của x để A có GTLN, tìm GTLN đó

**Lời giải**

Ta có: $A=\dfrac{x^2-\sqrt{2}}{x^2(x^2-\sqrt{2})+\sqrt{3}(x^2-\sqrt{2})}=\dfrac{1}{x^2+\sqrt{3}}(x\ne\pm\sqrt{\sqrt{2}})$

Vì $x^2+\sqrt{3}\ge\sqrt{3}\forall x,$ nên $\dfrac{1}{x^2+\sqrt{3}}\le\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow MaxA=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow x=0$.

**Bài 27:** Giải các phương trình sau

a) $\sqrt{2}x-\sqrt{50}=0$

b) $\sqrt{3}x+\sqrt{3}=\sqrt{12}+\sqrt{27}$

c) $\sqrt{6}x^2-\sqrt{216}=0$

d) $\dfrac{\sqrt{7}}{x^2}=\sqrt{567}\,(x\ne 0)$

**Hướng dẫn**

a) Ta có: $\sqrt{2}x-\sqrt{50}=0\Leftrightarrow\sqrt{2}x=\sqrt{50}\Leftrightarrow\sqrt{2}x=5\sqrt{2}\Leftrightarrow x=5$

b) Ta có: $\sqrt{3}x+\sqrt{3}=\sqrt{12}+\sqrt{27}\Leftrightarrow\sqrt{3(x+1)}=\sqrt{3}\left(\sqrt{4}+\sqrt{9}\right)$

$\Leftrightarrow x+1=5\Leftrightarrow x=4$

c) Ta có: $\sqrt{6}x^2-\sqrt{216}=0\Leftrightarrow\sqrt{6}x^2=\sqrt{216}$

$$\Leftrightarrow x^2=\sqrt{\frac{216}{6}} \Leftrightarrow x^2=6 \Leftrightarrow x=\pm 6$$

d) Ta có: $\frac{\sqrt{7}}{x^2}=\sqrt{567} \Leftrightarrow x^2=\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{567}}$

$$\Leftrightarrow x^2=\sqrt{\frac{1}{81}} \Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{3}$$

**Bài 28:** Giải phương trình sau: $\sqrt{25t^2-9}=2\sqrt{5t-3}$

**Hướng dẫn**

Ta có:

$$\sqrt{25t^2-9}=2\sqrt{5t-3} \Leftrightarrow \sqrt{25t^2-9}=\sqrt{4(5t-3)} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{1}{5}(loai) \\ t=\frac{3}{5}(tm) \end{array}\right.$$

**Bài 29:** Kích thước màn hình ti vi hình chữ nhật được xác định bởi độ dài đường chéo. Một loại ti vi có tỉ lệ hai cạnh màn hình là $4:3$

a) Gọi $x(inch)$ là chiều rộng của màn hình ti vi. Viết công thức tính độ dài đường chéo $d(inch)$ của màn hình ti vi theo $x$

b) Tính chiều rộng và chiều dài (theo centimét) của màn hình ti vi loại $40\,inch$

**Lời giải**

a) Chiều dài của màn hình ti vi là $y=\frac{4}{3}x$ (inch)

Công thức tính độ dài đường chéo của màn hình ti vi là:

$$d^2=x^2+\left(\frac{4}{3}x\right)^2=x^2+\frac{16}{9}x^2=\frac{25x^2}{9} \Rightarrow d=\frac{5}{3}x$$

b) Ta có :

$$d=\frac{5}{3}x \Rightarrow x=\frac{3d}{5}$$

Do đó chiều rộng của ti vi loại $40$ inch là

$$x=\frac{3d}{5}=\frac{120}{5}=24 \text{ (inch)}$$

Chiều dài của ti vi loại $40$ inch là $\frac{4}{3}x=\frac{4}{3}.24=32$ (inch)

**Bài 30:** Cho hình chữ nhật có chiều rộng $a(\text{cm})$, chiều dài $b(\text{cm})$ và diện tích $S\,\text{cm}^2$

a) Tìm $S$, biết $a=\sqrt{8}$, $b=\sqrt{32}$

b) Tìm $b$, biết $S=3\sqrt{2}$, $a=2\sqrt{3}$

**Lời giải**

a) Ta có $S=ab=\sqrt{8}.\sqrt{32}=\sqrt{8.32}=16$

b) Ta có:

$$S=ab$$

$$3\sqrt{2} = 2\sqrt{3}..b$$

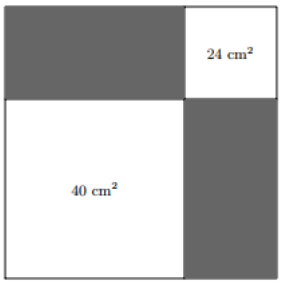
$$b = \frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$$

$$b = \sqrt{\frac{3^2.2}{2^2.3}}$$

$$b = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

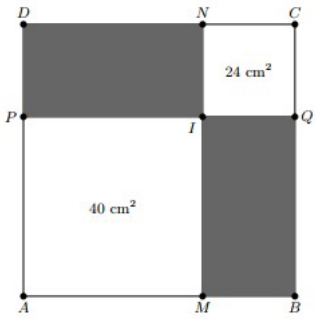
Vậy $b = \sqrt{\frac{3}{2}}$

**Bài 31:** Từ một tấm thép hình vuông, người thợ cắt ra hai mảnh hình vuông có diện tích lần lượt là $24\,\text{cm}^2$ và $40\,\text{cm}^2$ như hình dưới. Tính diện tích phần còn lại của tấm thép




*Hình 4*

**Lời giải**




a) Ta gán các đỉnh $A, B, C, D, P, Q, M, N, I$ như hình vẽ

$S_{AMIP} = IP^2$ suy ra $IP^2 = 40$ hay $IP = \sqrt{40}$

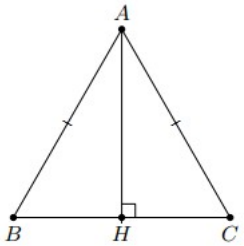
$S_{IQCN} = IN^2$ suy ra $IN^2 = 24$ hay $IN = \sqrt{24}$

$S_{PIND} = S_{IQBN} = PI.IN = \sqrt{40}.\sqrt{24} = \sqrt{40.24} = 8\sqrt{15}$

Vậy diện tích phần còn lại là $2S_{PIND} = 16\sqrt{15}$

**Bài 32:** Cho tam giác đều $ABC$ có độ dài cạnh là $a$. Tính độ dài đường cao $AH$ của tam giác $ABC$ theo $a$.

**Lời giải**



Ta có tam giác $ABC$ đều cạnh $a$, gọi $H$ là trung điểm cạnh $BC$ suy ra $AH$ vuông góc với $BC$ và $BC=\frac{a}{2}$

Xét ta giác vuông $AHC$, áp dụng định lí Pythagore ta có :

$$AH=\sqrt{AC^2-MC^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{\frac{3a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Vậy đường cao $AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

**Bài 33:** Trong vật lí, ta có định lí Joule – Lenz để tính nhiệt lượng tỏa ra ở dây dẫn khi có dòng điện chạy qua: $Q=I^2Rt$

Trong đó:

+ $Q$ là nhiệt lượng tỏa ra trên dây dẫn tính theo Jun $(J)$

+ $I$ là cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn tính theo Ampe $(A)$

+ $R$ là điện trở dây dẫn tính theo Ohm $(\Omega)$

+ $t$ là thời gian dòng điện chạy qua dây dẫn tính theo giây.

Áp dụng công thức trên để giải bài toán sau: Một bếp điện khi hoạt động bình thường có điện trở $R=80\Omega$. Tính cường độ dòng điện chạy trong dây dẫn, biết nhiệt lượng mà dây dẫn tỏa ra trong 1 giây là $500\,J$.

**Lời giải**

Áp dụng công thức $Q=I^2Rt$, cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn

$$I=\sqrt{\frac{Q}{Rt}}=\sqrt{\frac{500}{80.1}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}$$

Vậy cường độ dòng điện chạy qua dây dẫn là $I=\sqrt{\frac{Q}{Rt}}=\frac{5}{2}$

**Bài 34:** Tốc độ gần đúng của một ô tô ngay trước khi đạp phanh được tính theo công thức $v=\sqrt{2\lambda gd}$, trong đó $v(\mathrm{m}/s)$ là tốc độ của ô tô, $d(\mathrm{m})$ là chiều dài của vết trượt tính từ thời điểm đạp phanh cho đến khi ô tô dừng lại trên đường, $\lambda$ là hệ số cản lăn của mặt đường, $g=9,8\left(\mathrm{m}/\mathrm{s}^2\right)$. Nếu một chiếc ô tô để lại vết trượt dài khoảng $20\,\mathrm{m}$ trên đường nhựa thì tốc độ của ô tô trước khi đạp phanh là khoảng bao nhiêu mét trên giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng hệ số cản lăn của đường nhựa là $\lambda=0,7$

**Lời giải**

Tốc độ của ô tô khi đạp phanh là:

$$v=\sqrt{2\lambda gd}=\sqrt{2.0,7.9,8.20}=\sqrt{\frac{2^3.7^3}{10}}=\frac{14\sqrt{35}}{5}$$

**Bài 35:** Phân tích đa thức thành nhân tử

a) $a-5\sqrt{a}$

b) $a-7$ với $a>0$

c) $a+4\sqrt{a}+4$

d) $\sqrt{xy}-4\sqrt{x}+3\sqrt{y}-12$

**Lời giải**

a) $a-5\sqrt{a}=\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-5\right)$

b) $a-7=\left(\sqrt{a}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{a}+\sqrt{7}\right)$

c) $a+4\sqrt{a}+4=\left(\sqrt{a}+2\right)^2$

d) $\sqrt{xy}-4\sqrt{x}+3\sqrt{y}-12=\left(\sqrt{x}+3\right)\left(\sqrt{y}-4\right)$

**Bài 36:** Chứng minh rằng $\sqrt{7}-\sqrt{3}<\sqrt{6}-\sqrt{2}$

**Lời giải**

Ta có: $\left(\sqrt{7}+\sqrt{2}\right)^2=9+2\sqrt{14}$

$\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)^2=9+2\sqrt{18}$

Vì $9+2\sqrt{14}<9+2\sqrt{18}$ nên $\left(\sqrt{7}+2\right)^2<\left(\sqrt{6}+\sqrt{3}\right)^2$

Hay $\sqrt{7}-\sqrt{3}<\sqrt{6}-\sqrt{2}$

**Bài 37:** Tìm $x$ biết

a) $\sqrt{49\left(1-2x+x^2\right)}-35=0$

b) $\sqrt{x^2-9}-5\sqrt{x+3}=0$

**Lời giải**

a) $x_1=6;x_2=-4$

b) $x_1=-3;x_2=28$

**Bài 38:** Tính giá trị biểu thức $A=\sqrt{7+\sqrt{13}}-\sqrt{7-\sqrt{13}}$

**Lời giải**

Hướng dẫn : Tính $A^2=2$, suy ra $A=\sqrt{2}$.