

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. [1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. 60° B. 120° C. 30° D. -30°

Câu 2. [1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 8; 5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $I(2; 6; 2)$ B. $I(1; 3; 1)$ C. $I(4; 10; 8)$ D. $I(2; 5; 4)$

Câu 3. [1] Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$ là

- A. $y = x$ B. $x = 2$ C. $y = 2$ D. $y = x + 4$

Câu 4. [1] Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

- A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$ D. $\frac{\pi}{6} + k2\pi; -\frac{\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-6		-3	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

- A. $x = -6$ B. $x = -7$ C. $x = -4$ D. $x = -3$

Câu 6: [1] Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 5$. Tính u_4 .

- A. $u_4 = 17$ B. $u_4 = 14$ C. $u_4 = 11$ D. $u_4 = 8$

Câu 7: [1] Cho $0 < a \neq 1$, $b > 0$. Biết $\log_a b = 3$, tính $\log_a(ab)$.

- A. 3 B. 0 C. $\frac{1}{3}$ D. 4

Câu 8: [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-6\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$		-15	
		-6		$-\infty$		$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

- A. $(-10; 1)$. B. $(-6; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-7; -6)$.

Câu 9: [1] Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6cm . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của

cạnh BC, CD và G trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F . Độ dài đoạn thẳng EF bằng

- A. 4cm . B. 3cm . C. 5cm . D. 2cm .

Câu 10: [1] Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

- A. $x = 1$. B. $x = 2$. C. $y = 1$. D. $y = 2$.

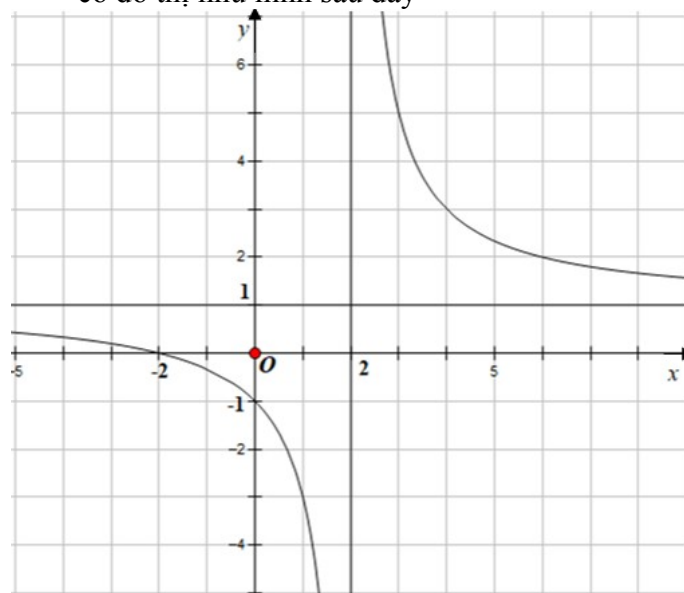
Câu 11: [1] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số như sau

Nhóm	$[16; 21)$	$[21; 26)$	$[26; 31)$	$[31; 36)$	$[36; 41)$
Tần số	4	6	8	18	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên

- A. 31 . B. 32 . C. 30 . D. 29 .

Câu 12: [1] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây

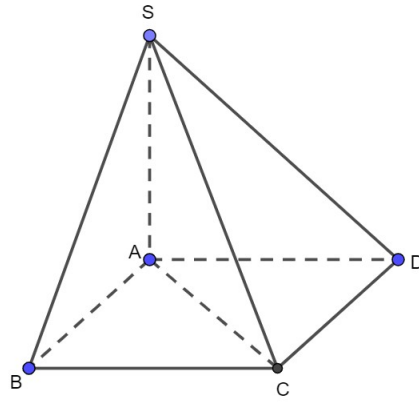


Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + 3c$

- A. 6 . B. -6 . C. 10 . D. -2 .

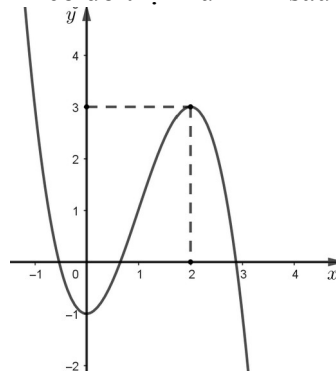
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

Câu 1: Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, $AB = a$



- a) [2] Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$.
- b) [2] Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.
- c) [2] $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}$.
- d) [3] Số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng $103,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây



- a) [1] Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng -1
- b) [2] Phương trình $\log_3(f(x) + 6) = 2$ có 2 nghiệm
- c) [2] Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$
- d) [3] Tổng $2025a + b + c + d = -2023$

Câu 3. Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

- a) [1] Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{256}$.
- b) [2] Xác suất để bạn An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.
- c) [2] Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.
- d) [3] Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Câu 4. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 m), một flycam bay với vận tốc có độ lớn và hướng không đổi. Tại thời điểm $t = 0$, flycam ở vị trí $A(1; 2; 3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21; 32; 33)$.

- a) [1] Flycam không bay qua vị trí $D(5;8;9)$
- b) [2] Vector vận tốc của flycam có tọa độ là $\vec{v} = (20;30;30)$
- c) [2] Độ lớn của vận tốc flycam là $\sqrt{22}$ (m/phút).
- d) [2] Sau 15 phút vị trí flycam là $C(31;47;48)$

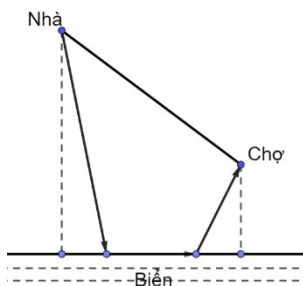
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: [3] Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 2: [3] Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° . Hỏi độ lớn của lực $\vec{F}_1$ là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Câu 3: [3] Nhà thầy Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 500 m và cách nhà thầy Hùng 1 km, tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 4: [2] Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là a và b . Tính $3a + 2b$.

Câu 5: [3] Thả một quả bóng từ độ cao $8m$, mỗi lần quả bóng sẽ nảy lên theo phương thẳng đứng lên cao $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển kể từ lúc thả cho đến khi dừng lại (đơn vị là m).

Câu 6: [3] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(7;10;6)$. Hai điểm M , N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Khi $AM + BN$ nhỏ nhất, tính tổng hoành độ của M và tung độ của N .

--- HẾT ---

BẢNG ĐÁP ÁN

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	B	D	D	C	C	C	D	D	A	A	C	B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) S
b) S	b) Đ	b) Đ	b) S
c) Đ	c) S	c) S	c) Đ
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	150	11,5	1932	3	56	9

C-ĐÁP ÁN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu thí sinh chỉ chọn một phương án.

GVTH 1: Nguyễn Minh Hạnh

Câu 1. [1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60° B. 120° C. 30° D. -30°

Lời giải

Chọn B

$$\cos(\vec{a}; \vec{b}) = \frac{1 \cdot (-2) - 2 \cdot 1 + 1 \cdot 1}{\sqrt{1 + (-2)^2 + 1} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1 + 1}} = -\frac{1}{2}$$

Ta có:

$$\Rightarrow (\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ$$

Câu 2. [1] Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(3; 8; 5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2; 6; 2)$ B. $I(1; 3; 1)$ C. $I(4; 10; 8)$ D. $I(2; 5; 4)$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \begin{cases} x_I = \frac{1+3}{2} = 2 \\ y_I = \frac{2+8}{2} = 5 \\ z_I = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(2; 5; 4)$$

Câu 3. [1] Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 2}$ là

A. $y = x$.

B. $x = 2$.

C. $y = 2$.

D. $y = x + 4$.

Lời giải

Chọn D

Gọi đường tiệm cận xiên của hàm số có phương trình $y = ax + b$.

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 2x - 3}{(x-2) \cdot x} = 1; b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 2x - 3}{x-2} - x \right) = 4$$

Ta có:

Vậy $y = x + 4$.

Câu 4. [1] Nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ là

A. $\frac{\pi}{3} + k2\pi; -\frac{\pi}{2} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

B. $\frac{\pi}{6} + k\pi; \frac{5\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{5\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

D. $\frac{\pi}{6} + k2\pi; \frac{-\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Lời giải

Chọn C

$$\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Ta có

Câu 5: [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-4	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		-6		-3	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

A. $x = -6$.

B. $x = -7$.

C. $x = -4$.

D. $x = -3$.

Lời giải

Chọn C

Điểm cực đại của hàm số $x = -4$.

Câu 6: [1] Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_2 = 5$. Tính u_4 .

A. $u_4 = 17$.

B. $u_4 = 14$.

C. $u_4 = 11$.

D. $u_4 = 8$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_1 = 2, u_2 = u_1 + d = 5 \Rightarrow d = 5 - 2 = 3$.

Vậy $u_4 = u_1 + 3d = 2 + 3 \cdot 3 = 11$.

Câu 7: [1] Cho $0 < a \neq 1$, $b > 0$. Biết $\log_a b = 3$, tính $\log_a(ab)$.

A. 3.

B. 0.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a(ab) = 1 + \log_a b = 1 + 3 = 4$.

Câu 8: [1] Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{-6\}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-7	-6	0	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		$+\infty$	-15	$-\infty$

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-10; 1)$.

B. $(-6; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-7; -6)$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-7; -6)$.

Câu 9: [1] Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng $6cm$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của

cạnh BC, CD và G trọng tâm của tam giác ABD . Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F . Độ dài đoạn thẳng EF bằng

A. $4cm$.

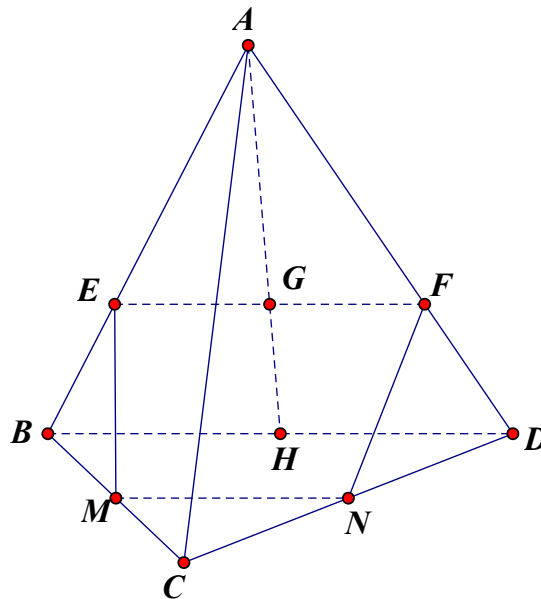
B. $3cm$.

C. $5cm$.

D. $2cm$.

Lời giải

Chọn A



Ta có MN là đường trung bình của tam giác BCD nên $MN \parallel BD$.

Suy ra $BD \parallel (GMN)$, $BD \subset (ABD)$

G là điểm chung của hai mặt phẳng (GMN) và (ABD)

Do đó giao tuyến của (GMN) , (ABD) là đường thẳng d đi qua điểm G và $\parallel BD$.

Khi đó E là giao điểm của đường thẳng d và AB .

F là giao điểm của đường thẳng d và AD .

Xét tam giác ABD có $EF \parallel BD$ nên $\frac{EF}{BD} = \frac{AG}{AH} = \frac{2}{3}$

Vậy $EF = 4cm$.

Câu 10: [1] Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

A. $x = 1$

B. $x = 2$

C. $y = 1$

D. $y = 2$

Lời giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ Ta có $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{2x+3}{x-1} = -\infty$ Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$

Câu 11: [1] Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số như sau

Nhóm	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
Tần số	4	6	8	18	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên

A. 31

B. 32

C. 30

D. 29

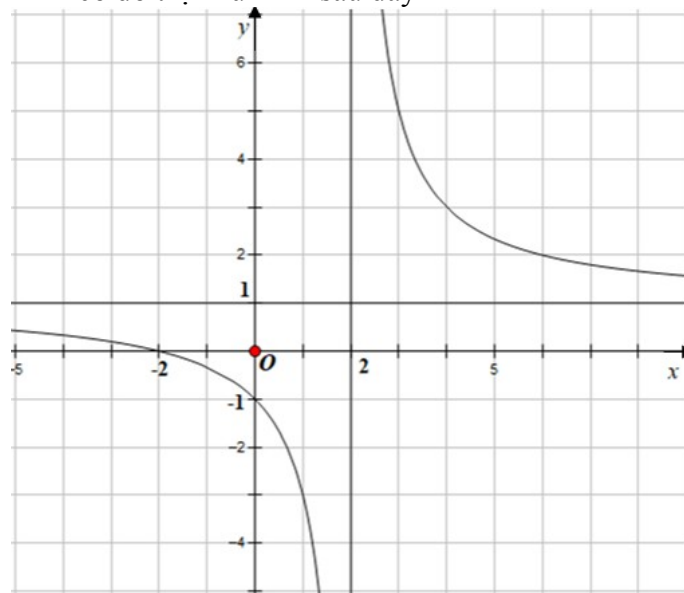
Lời giải

Chọn C

Nhóm	[16; 21)	[21; 26)	[26; 31)	[31; 36)	[36; 41)
GTĐĐ	18,5	23,5	28,5	33,5	38,5
Tần số	4	6	8	18	4

Cỡ mẫu: $n = 4 + 6 + 8 + 18 + 4 = 40$ Số trung bình $\bar{x} = \frac{1}{40}(18,5 \cdot 4 + 23,5 \cdot 6 + 28,5 \cdot 8 + 33,5 \cdot 18 + 38,5 \cdot 4) = 30$

Câu 12: [1] Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây

Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + 3c$

A. 6

B. -6

C. 10

D. -2

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có:

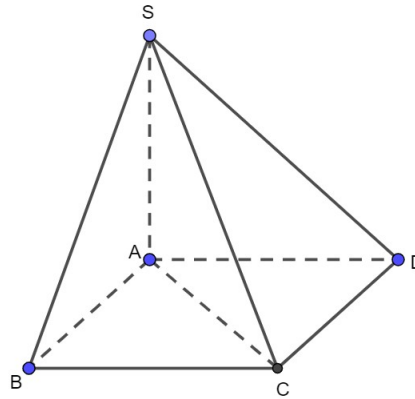
- Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$ suy ra $-c = 2 \Leftrightarrow c = -2$.- Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$ suy ra $a = 1$.Khi đó hàm số $y = \frac{x+b}{x-2}$

- Đồ thị đi qua điểm $(0; -1)$ nên $\frac{-b}{2} = -1 \Leftrightarrow b = 2$
 Vậy biểu thức $P = 2a - b + 3c = 2.1 - 2 + 3.(-2) = -6$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S)

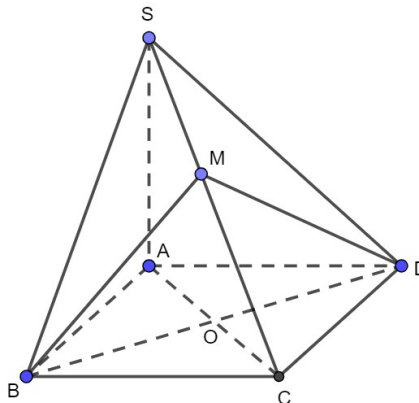
GVTH 2: Nhu Nguyen

Câu 1: [1] Cho hình chóp $SABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với đáy, $SA = 2a$, $AB = a$



- a) Thể tích khối chóp $SABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$.
- b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.
- c) $\overline{SA} + \overline{SC} = \overline{SB} + \overline{SD}$.
- d) Số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng $103,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải



a) Đúng

Diện tích đáy là $S_{ABCD} = a^2$, thể tích khối chóp là $V_{SABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2 = \frac{2a^3}{3}$.

b) Sai

Ta có $AB \perp SA, AB \perp BC \Rightarrow d(SA, BC) = AB = a$.

c) Đúng

Gọi O là giao điểm của AC và BD thì O cũng là trung điểm của AC và BD . Khi đó $\overline{SA} + \overline{SC} = \overline{SB} + \overline{SD} = 2\overline{SO}$.

d) Sai

Ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Xét tam giác SBC vuông tại B nên $SC = \sqrt{SB^2 + BC^2} = \sqrt{5a^2 + a^2} = a\sqrt{6}$

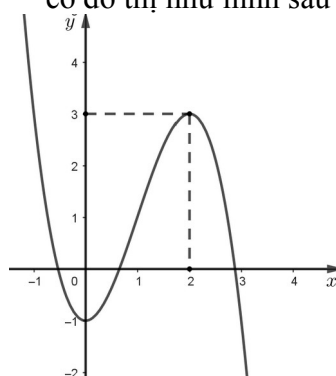
Trong mặt phẳng (SBC) kẻ $BM \perp SC$, ta có $\begin{cases} BM \perp SC \\ BD \perp SC \end{cases} \Rightarrow SC \perp (BDM) \Rightarrow SC \perp MD$, do vậy góc nhị diện $[B, SC, D]$ là góc $\widehat{BMD}$.

Xét tam giác BDM có $MB = MD = \frac{BC \cdot BS}{SC} = \frac{a\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$, $BD = a\sqrt{2}$ nên

$$\cos \widehat{BMD} = \frac{BM^2 + DM^2 - BD^2}{2 \cdot BM \cdot DM} = -\frac{1}{5}$$

Do vậy góc $\widehat{BMD} = 101,5^\circ$.

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình sau đây



- a)** Giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng -1
- b)** Phương trình $\log_3(f(x) + 6) = 2$ có 2 nghiệm
- c)** Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 3)$
- d)** Tổng $2025a + b + c + d = -2023$

Lời giải

a) Đúng

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ bằng -1

b) Đúng

Ta có: $\log_3(f(x) + 6) = 2 \Leftrightarrow f(x) + 6 = 9 \Leftrightarrow f(x) = 3$ (*)

Số nghiệm của phương trình (*) là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 3$. Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình (*) có 2 nghiệm

c) Sai

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$ và nghịch biến trên khoảng $(2; 3)$

d) Đúng

Ta có: $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

$$\begin{cases} f'(0) = 0 \\ f'(2) = 0 \\ f(0) = -1 \\ f(2) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 0 \\ 12a + 4b + c = 0 \\ d = -1 \\ 8a + 4b + 2c + d = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 3 \\ c = 0 \\ d = -1 \end{cases}$$

Theo giả thiết ta có:

Tổng $2025a + b + c + d = -2025 + 3 + 0 - 1 = -2023$

Câu 3. Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

- a)** Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{256}$.
- b)** Xác suất để bạn An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.
- c)** Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.
- d)** Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Lời giải

Để thuận cho ký hiệu và lập luận ta xem hai câu mà bạn An chọn ngẫu nhiên các đáp án đúng hoặc sai là câu 1, câu 2.

Gọi A_i là biến cố: Bạn An trả lời đúng i ý của câu 1 với $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

Gọi B_i là biến cố: Bạn An trả lời đúng i ý của câu 2 với $i = 0, 1, 2, 3, 4$.

a) đúng

Gọi A là biến cố: Bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai.

$$P(A) = P(A_4 B_4) = P(A_4) \cdot P(B_4) = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{1}{256}.$$

Vậy khẳng định **a)** đúng.

b) đúng

Gọi B là biến cố: Bạn An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai.

$$\begin{aligned} P(B) &= P(A_4 B_3 + A_3 B_4) = P(A_4) \cdot P(B_3) + P(A_3) \cdot P(B_4) \\ &= \frac{1}{2^4} \cdot \frac{C_4^3}{2^4} + \frac{C_4^3}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{1}{32}. \end{aligned}$$

Vậy khẳng định **b)** đúng.

c) sai

Gọi C là biến cố: Bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai.

$$P(C) = P(A_0 B_0) = P(A_0) \cdot P(B_0) = \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4} = \frac{1}{256}.$$

Vậy khẳng định **c)** sai.

d) đúng

Gọi D là biến cố: bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai.

$$\begin{aligned} P(D) &= P(A_4 B_0 + A_0 B_4 + A_3 B_3) = P(A_4) \cdot P(B_0) + P(A_0) \cdot P(B_4) + P(A_3) \cdot P(B_3) \\ &= \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^4} \cdot \frac{1}{2^4} + \frac{C_4^3}{2^4} \cdot \frac{C_4^3}{2^4} = \frac{9}{128}. \end{aligned}$$

Vậy khẳng định **d)** đúng.

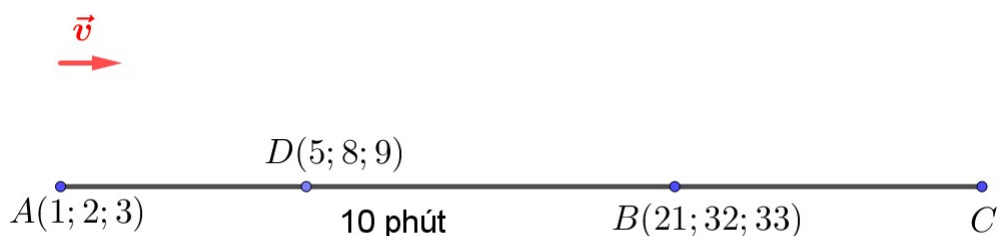
Câu 4. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là 1 m), một flycam bay với vận tốc có độ lớn và hướng không đổi. Tại thời điểm $t = 0$, flycam ở vị trí $A(1; 2; 3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21; 32; 33)$.

a) Flycam không bay qua vị trí $D(5; 8; 9)$.

b) Vector vận tốc của flycam có tọa độ là $\vec{v} = (20; 30; 30)$.

c) Độ lớn của vận tốc flycam là $\sqrt{22}$ (m/phút).

d) Sau 15 phút vị trí flycam là $C(31; 47; 48)$.



a) Sai.

$$\vec{AB} = (20; 30; 30)$$

$$\vec{AD} = (4; 6; 6)$$

$$\text{Ta có } \frac{20}{4} = \frac{30}{6} = \frac{30}{6}$$

Suy ra $\vec{AB}, \vec{AD}$ cùng phương.

3 điểm A, B, D thẳng hàng.

Do đó flycam bay qua vị trí $D(5; 8; 9)$.

b) Sai.

Flycam ở vị trí $A(1; 2; 3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21; 32; 33)$.

$$\vec{AB} = 10\vec{v}$$

$$\vec{v} = \frac{\vec{AB}}{10} = (2; 3; 3)$$

c) Đúng.

$$\text{Độ lớn của vận tốc flycam là } |\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 3^2 + 3^2} = \sqrt{22} \text{ (m/phút).}$$

d) Đúng.

Tại thời điểm $t = 0$, flycam ở vị trí A và sau 15 phút flycam ở vị trí C

$$\text{Suy ra } \vec{AC} = 15\vec{v}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} x_C - 1 \\ y_C - 2 \\ z_C - 3 \end{pmatrix} = 15 \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \begin{cases} x_C = 31 \\ y_C = 47 \\ z_C = 48 \end{cases}$$

$$\text{Vậy } C(31; 47; 48)$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

GVTH 3: Thoa Nguyen

Câu 1: Trong trung tâm thương mại Lotte thành phố Vinh, có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất. Hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Đáp án: 150.

Gọi số lần nhà hàng giảm giá là x lần. ($x \in \mathbb{N}, x \leq 20$)

Vì mỗi lần giảm, mỗi suất giảm đi 10 ngàn và bán thêm được 10 suất nên sau x lần giảm giá, số tiền mỗi suất là $200 - 10x$ (ngàn đồng) và số suất bán được là $100 + 10x$ (suất)

Doanh thu trong ngày là $f(x) = (200 - 10x)(100 + 10x) = -100x^2 + 1000x + 20000$.

Xét hàm $f(x) = -100x^2 + 1000x + 20000$ với $0 \leq x \leq 20$

$$f'(x) = -200x + 1000 = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

$$f(0) = 20000; f(20) = 0; f(5) = 22500$$

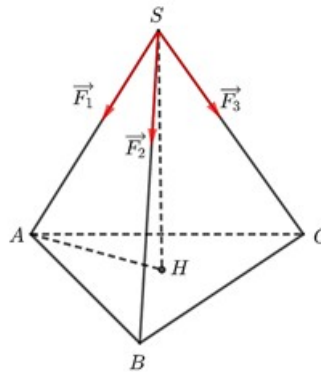
Vậy ta thấy doanh thu lớn nhất sẽ đạt được là 22 triệu 500 ngàn đồng với số tiền mỗi suất là $200 - 10 \cdot 5 = 150$ (ngàn đồng)

Câu 2: Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° . Hỏi độ lớn của lực $\vec{F}_1$ là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp án: 11,5



Giả sử chiếc máy đo đạc được đặt ở điểm S ; mặt phẳng (ABC) là mặt đất; ba chân của giá đỡ tương ứng với ba cạnh SA, SB, SC ; các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ được mô tả như hình vẽ bên.

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC .

Khi đó, $SH \perp (ABC)$ và $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$.

Vì ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° nên tồn tại số thực $k (k \neq 0)$ để $\vec{F}_1 = k\vec{SA}, \vec{F}_2 = k\vec{SB}, \vec{F}_3 = k\vec{SC}$ và $\angle SAH = 60^\circ$.

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = k(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}) = k(3\vec{SH} + \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC}) = 3k\vec{SH}$.

Lại có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc máy đo đạc và $|\vec{P}| = 30$ N.

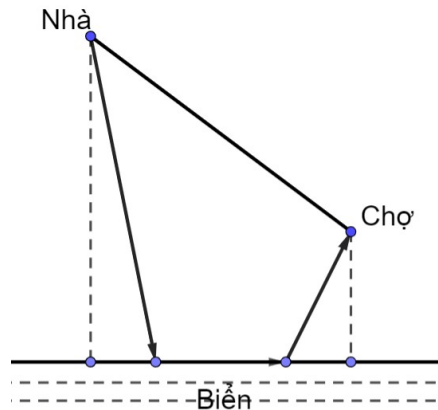
Khi đó, $3k\vec{SH} = \vec{P}$. Suy ra $3k|\vec{SH}| = |\vec{P}| = 30$, do đó $SH = |\vec{SH}| = \frac{30}{3k} = \frac{10}{k}$.

Tam giác SAH vuông tại H nên $SA = \frac{SH}{\sin \angle SAH} = \frac{\frac{10}{k}}{\sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3k}$.

Suy ra $|\vec{F}_1| = k|\vec{SA}| = \frac{20\sqrt{3}}{3} \approx 11,5$ (N).

Vậy độ lớn của lực $\vec{F}_1$ xấp xỉ bằng 11,5 N.

Câu 3: Nhà thầy Hùng cách bờ biển 1 km. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển 500 m, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển 500 m và cách nhà thầy Hùng 1 km, tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).

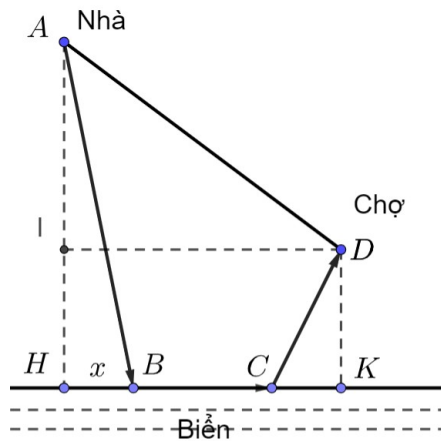


Lời giải

Đáp án: 1932.

Đổi: 500 m = 0,5 km; 400 m = 0,4 km.

Đặt tên các điểm như hình vẽ.



Dễ dàng tính được: $AI = AH - DK = 1 - 0,4 = 0,6$.

$$HK = ID = \sqrt{AD^2 - AI^2} = \sqrt{1^2 - 0,6^2} = 0,8.$$

Đặt $HB = x$ (km) suy ra $CK = HK - HC = 0,3 - x$, điều kiện: $0 \leq x \leq 0,3$.

Quãng đường mà thầy Hùng chạy mỗi sáng là

$$AB + BC + CD = \sqrt{x^2 + 1} + 0,5 + \sqrt{(0,3 - x)^2 + 0,4^2} = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25} + 0,5.$$

Xét hàm $f(x) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25} + 0,5$ với $x \in [0; 0,3]$.

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} + \frac{x - 0,3}{\sqrt{x^2 - 0,6x + 0,25}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{14}.$$

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{3}{14}$	0,3
$f'(x)$		- 0 +	
$f(x)$	$f(0)$	$f\left(\frac{3}{14}\right)$	$f(0,3)$

Từ bảng biến thiên ta có $\min_{[0,0,3]} f(x) = f\left(\frac{3}{14}\right) \approx 1,932$.

Vậy quãng đường ngắn nhất thầy Hùng chạy mỗi sáng là 1,932 km hay 1932 m.

Câu 4: Hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là a và b . Tính $3a + 2b$.

Lời giải

Đáp án: 3.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

$$y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 2x}{(x - 1)^2}$$

Ta có:

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra

Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$	

Vậy giá trị cực đại của hàm số là $a = -1$ và giá trị cực tiểu của hàm số là $b = 3$
 $\Rightarrow 3a + 2b = -3 + 6 = 3$.

Câu 5: Thả một quả bóng từ độ cao 8^m , mỗi lần quả bóng sẽ nảy lên theo phương thẳng đứng lên cao bằng $\frac{3}{4}$ độ cao trước đó. Tính tổng quãng đường quả bóng di chuyển kể từ lúc thả cho đến khi dừng lại (đơn vị là m).

Lời giải

Đáp án: 56.

Đặt $h_1 = 8$ (m)

Sau lần va chạm đất đầu tiên quả bóng ở độ cao $h_2 = \frac{3}{4}h_1 = 6$ (m)

Sau lần va chạm lần thứ n , từ độ cao h_n , quả bóng nảy lên độ cao $h_{n+1} = \frac{3}{4}h_n$

$$d = (h_1 + h_2 + h_3 + \dots + h_n + \dots) + (h_2 + h_3 + \dots + h_n + \dots)$$

d là tổng của hai cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu lần lượt là h_1, h_2 và có công bội $q = \frac{3}{4}$.

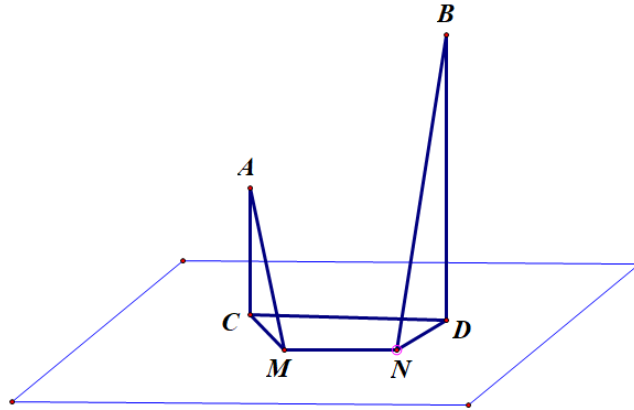
$$d = \frac{h_1}{1 - \frac{3}{4}} + \frac{h_2}{1 - \frac{3}{4}} = 4(h_1 + h_2) = 56 \text{ m.}$$

Khi đó

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(7; 10; 6)$. Hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Khi $AM + BN$ nhỏ nhất, tính tổng hoành độ của M và tung độ của N .

Lời giải

Đáp án: 9.



Gọi C, D lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên mặt phẳng (Oxy) .

Suy ra tọa độ $C(1; 2; 0)$, $D(7; 10; 0)$.

Khi đó $CD = \sqrt{(7-1)^2 + (10-2)^2 + 0^2} = 10$

Ta có $AM + BN = \sqrt{AC^2 + CM^2} + \sqrt{BD^2 + DN^2} = \sqrt{9 + CM^2} + \sqrt{36 + DN^2}$.

Khi đó $AM + BN$ nhỏ nhất khi C, M, N, D thẳng hàng.

Đặt $CM = x$ với $0 < x < 6$. Suy ra $ND = 6 - x$.

Ta có $AM + BN = \sqrt{9 + x^2} + \sqrt{36 + (6 - x)^2} = \sqrt{9 + x^2} + \sqrt{x^2 - 12x + 72}$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{9 + x^2} + \sqrt{x^2 - 12x + 72}$ với $0 < x < 6$.

Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} + \frac{x - 6}{\sqrt{x^2 - 12x + 72}}$.

Khi đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{9 + x^2}} + \frac{x - 6}{\sqrt{x^2 - 12x + 72}} = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

Bảng biến thiên

x	0	2	6
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$			

Vậy $\min(AM + BN) = 3\sqrt{13}$ khi $CM = x = 2$.

Khi đó $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{CD}$. Suy ra $x_M = x_C + \frac{1}{5}(x_D - x_C) = \frac{11}{5}$.

Mặt khác $\overrightarrow{CN} = \frac{3}{5}\overrightarrow{CD}$. Suy ra $y_N = y_C + \frac{3}{5}(y_D - y_C) = \frac{34}{5}$.

Vậy tổng hoành độ của M và tung độ của N là $x_M + y_N = \frac{11}{5} + \frac{34}{5} = 9$.

--- HẾT ---