

Họ và
tên:

Số báo danh: Mã đề 0101

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-3; 1)$. C. $\left(-1; \frac{5}{2}\right)$. D. $(-\infty; -1)$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $(ACC'A') \perp (BDD'B')$. B. $(A'BC) \perp (A'B'C'D')$.
C. $(ABCD) \perp (A'B'C'D')$. D. $(A'BC) \perp (ABCD)$.

Câu 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình $x + 2z + 3 = 0$. Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là

- A. $\vec{a} = (2; -1; 0)$. B. $\vec{a} = (2; 0; -1)$. C. $\vec{a} = (1; 0; 2)$. D. $\vec{a} = (1; 2; 3)$.

Câu 4. Cho hình chóp $S \cdot ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông cân tại B và $SA = AB = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 5. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x+1) \geq 2$ là

- A. $(-1; 15)$. B. $(-1; 5]$. C. $[15; +\infty)$. D. $(15; +\infty)$.

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 2$. Gọi V là thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. C. $V = \int_0^2 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx$.

Câu 7. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2026^x$ là

- A. $\frac{2026^{x+1}}{\ln 2026} + C$. B. $\frac{2026^x}{\ln 2026} + C$. C. $2026^{x+1} + C$. D. $2026^x + C$.

Câu 8. Tổng các nghiệm của phương trình $\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$ là

- A. 0 . B. 2 . C. 3 . D. 1 .

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Vector $\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$ bằng vector nào dưới đây?

- A. $\vec{CA'}$. B. $\vec{C'A}$. C. $\vec{A'C}$. D. $\vec{AC'}$.

Câu 10. Tập nghiệm của phương trình $\cos 2x = 1$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ C. $\{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 11. Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $[40; 60)$ B. $[20; 40)$ C. $[60; 80)$ D. $[80; 100)$

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_4 bằng

- A. 162 B. 24 C. 48 D. 54

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Trong quá trình sản xuất giấy, việc kiểm soát bột rất quan trọng để đảm bảo chất lượng sản phẩm. Giả sử $y(x)$ là nồng độ của một chất gây bột còn dư trong bể xử lý (đơn vị mol/L) tại thời điểm x (giây), $y(x) > 0$ với $x \geq 0$. Sau khi thêm một lượng chất chống tạo bột, nồng độ chất gây bột giảm dần theo thời gian thỏa mãn hệ thức: $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$ với $x \geq 0$. Biết rằng tại thời điểm bắt đầu xử lý $x = 0$, nồng độ chất gây bột là $0,05 \text{ mol/L}$. Xét hàm số $f(x) = \ln y(x)$ với $x \geq 0$.

- a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4}$
 b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4} x + \ln(0,05)$
 c) $y(30) - y(15) \approx 5,7 \cdot 10^{-4}$
 d) Cho biết giá trị trung bình của hàm số liên tục $g(x)$ trên đoạn $[a; b]$ được định nghĩa là

$\frac{1}{b-a} \int_a^b g(x) dx$. Nồng độ trung bình của chất gây bột trong khoảng thời gian từ giây thứ 20 đến giây thứ 30 bằng $0,03 \text{ mol/L}$.

Câu 2. An và Bình là bạn thân ngồi cùng bàn. Cả hai đều có thói quen chuẩn bị sẵn nhiều bút bi mực xanh và bút bi mực đen (tất cả đều còn mực) trong hộp bút của mình. Cả hai bạn cùng dùng loại bút bi E178 giống nhau.

Trong hộp bút của An chỉ có 10 chiếc bút bi E 178 gồm: 5 bút bi mực xanh và 5 bút bi mực đen. Trong hộp bút của Bình chỉ có 10 chiếc bút bi E 178 gồm: 6 bút bi mực xanh và 4 bút bi mực đen. An lấy ngẫu nhiên 1 chiếc bút bi từ hộp của mình bỏ vào hộp của Bình. Sau đó, Bình lấy ngẫu nhiên từ hộp của mình ra 1 chiếc bút bi để làm bài tập.

- a) Xác suất để chiếc bút bi An bỏ vào hộp của Bình là bút bi mực xanh bằng $\frac{6}{11}$.
 b) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là chiếc bút bi của An bằng $\frac{1}{11}$.
 c) Xác suất để chiếc bút bi Bình lấy ra từ hộp của mình là bút bi mực xanh bằng $\frac{13}{22}$.
 d) Giả sử Bình lấy ra được một chiếc bút bi mực xanh từ hộp của mình. Xác suất để chiếc bút bi đó vốn thuộc về hộp của An ban đầu bằng $\frac{1}{13}$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

a) Hàm số đã cho có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[2; 3]$ bằng 7.

d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = x + 5$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục là km), một máy bay phản lực đang

bay thẳng theo lộ trình Δ là đường thẳng có phương trình $\Delta: \frac{x - 50}{3} = \frac{y + 20}{-4} = \frac{z - 10}{1}$. Radar tại trạm kiểm soát không lưu phát hiện một khối mây dông tích điện nguy hiểm có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80 km$. Tại thời điểm quan sát, máy bay đang ở vị trí $A(50; -20; 10) \in \Delta$.

a) Một vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{u} = (5; -2; 1)$.

b) Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.

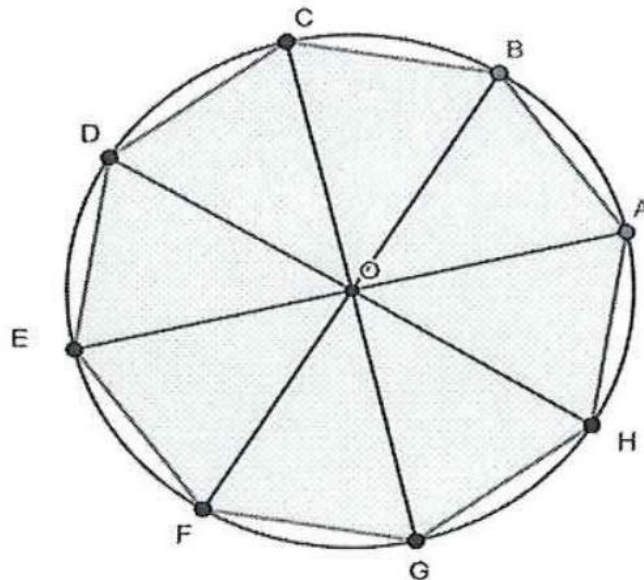
c) Nếu tiếp tục giữ nguyên lộ trình Δ thì máy bay phản lực sẽ bay xuyên qua (bay vào bên trong) khối mây dông có dạng hình cầu (S).

d) Gọi M là điểm trên đường thẳng Δ mà tại đó máy bay phản lực gần tâm C của hình cầu (S) nhất. Biết rằng tốc độ máy bay phản lực không đổi là $500 km/h$. Thời gian máy bay phản lực đó di chuyển từ vị trí điểm A đến điểm M nhỏ hơn 30 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1. Cho một hình bát giác đều $ABCDEFGH$ nội tiếp trong một đường tròn tâm O như hình bên. Gắn ngẫu nhiên tám số tự nhiên $\{9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16\}$ vào tám đỉnh của bát giác đều này (mỗi số gắn đúng một đỉnh). Chọn ngẫu nhiên một tam giác có ba đỉnh lấy từ tám đỉnh của bát giác đã cho. Gọi xác suất để thu được một tam giác vuông với ba số trên ba đỉnh của tam giác (theo một thứ tự nào đó) lập thành một cấp số

cộng là $\frac{m}{n} \left(m, n \in \mathbb{N}^+; \frac{m}{n} \text{ là phân số tối giản} \right)$. Giá trị của $m + n$ bằng bao nhiêu?



Câu 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, tam giác SBD là tam giác đều, $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{m\sqrt{2} \cdot a^3}{n} \left(m, n \in \mathbb{N}^+; \frac{m}{n} \text{ là phân số tối giản} \right). \text{ Giá trị } m + 2026n \text{ bằng bao nhiêu?}$$

Câu 3. Trong giải cờ vua giao hữu tại một trường THPT chào mừng ngày thành lập Đoàn $26/3$, các vận động viên nam và nữ cùng tham gia thi đấu. Để đảm bảo tính công bằng, giúp mỗi kỳ thủ đều được cảm quân Trắng và quân Đen khi đối đầu với các đối thủ khác thì Ban tổ chức quy định thể thức thi đấu vòng tròn hai lượt tức là mỗi cặp vận động viên sẽ thi đấu với nhau đúng 2 ván. Biết rằng giải chỉ có 2 vận động viên nữ tham gia. Sau khi kết thúc giải, Ban tổ chức thống kê được số ván các vận động viên nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với các vận động viên nữ là 66 ván. Hỏi tổng số ván mà tất cả các vận động viên đã thi đấu là bao nhiêu?

Câu 4. Một doanh nghiệp dự định sản xuất x sản phẩm trong một tháng ($x \in \mathbb{N}; 100 \leq x \leq 800$). Tổng

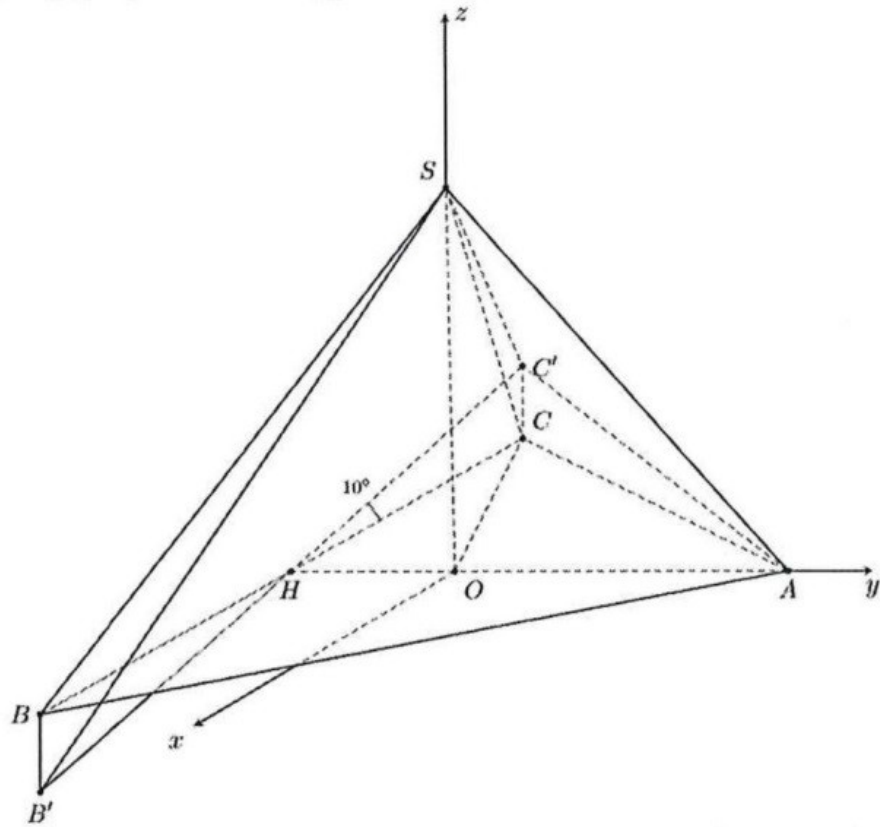
doanh thu khi bán hết x sản phẩm đó là $F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100000$ (nghìn đồng). Chi phí (điện, khấu hao máy, lương công nhân, ...) để sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là

$$G(x) = 0,0002x^2 + \frac{40000}{x} \text{ (nghìn đồng) và chi phí để mua nguyên vật liệu khi chưa triết khấu là}$$

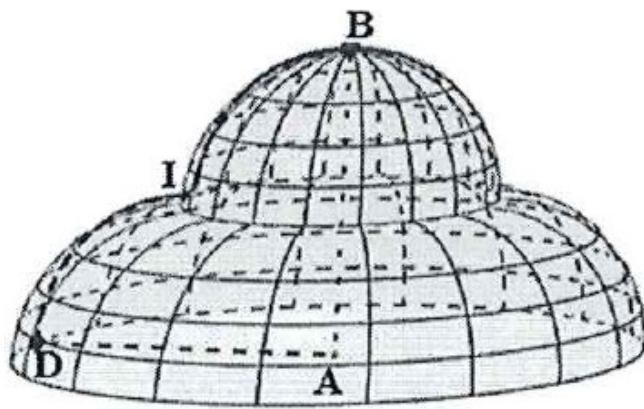
$H(x) = \frac{-4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1500000}{49}$ (nghìn đồng). Công ty cung cấp nguyên vật liệu đang chạy chương trình khuyến mại nhân dịp kỷ niệm thành lập công ty nên giảm 2% tổng tiền mua nguyên vật liệu cho doanh nghiệp đó. Trong một tháng, doanh nghiệp đó cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 5. Trong bản thiết kế của dự án lắp đặt đường dây điện cho vùng núi tỉnh A, các kỹ sư dự kiến xây dựng các trụ điện cao 120 m. Để giữ thẳng bằng cho trụ điện, hệ thống dây cáp được nối từ đỉnh trụ S xuống mặt đất giả định tại các điểm A, B, C trên mặt phẳng nằm ngang sao cho $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều, khoảng cách từ chân trụ đến các điểm A, B, C bằng $40\sqrt{3}m$. Tuy nhiên, do địa hình thực tế là sườn núi dốc 10° so với mặt phẳng nằm ngang nên vị trí tiếp đất thực tế của dây cáp sẽ tại A', B', C' (BB', CC' song song với thân trụ điện, tham khảo hình vẽ). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét) với O trùng với chân trụ điện, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt phẳng thiết kế nằm ngang, điểm A thuộc tia Oy , trục Oz hướng lên trên.

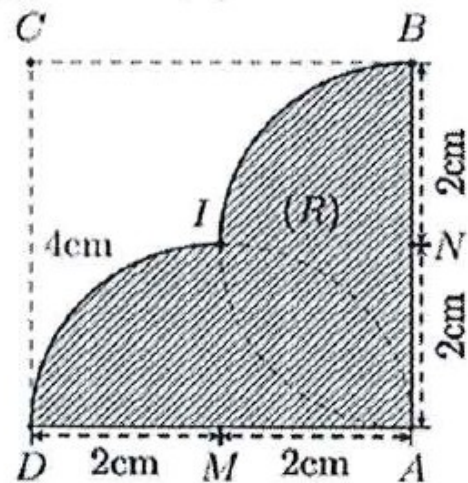
Khi đó, tọa độ điểm $B'(x_{B'}, y_{B'}, z_{B'}), C'(x_{C'}, y_{C'}, z_{C'})$. Giá trị $|z_{B'} - z_{C'}|$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 6. Một vật thể dùng để trang trí nội thất có dạng như hình (H1) bên dưới. Đây là một khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (R) (phần gạch chéo trong hình (H2)) quanh trục AB . Hình phẳng (R) được giới hạn bởi các cạnh AB, AD của hình vuông $ABCD$ tâm I , độ dài cạnh 4cm và các cung phần tư $\widehat{DI}, \widehat{IB}$ của các đường tròn bán kính bằng 2cm với tâm lần lượt là trung điểm của các cạnh AD, AB . Thể tích của vật thể (H1) bằng bao nhiêu centimet khối (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần chục)?



(H1)



(H2)

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
D	A	C	B	C	A	B	C	C	B	C	D

1.a	1.b	1.c	1.d	2.a	2.b	2.c	2.d	3.a	3.b	3.c	3.d	4.a	4.b	4.c	4.d
Đ	Đ	S	S	S	Đ	Đ	Đ	Đ	Đ	S	Đ	S	Đ	Đ	S

1	2	3	4	5	6
107	6080	156	602	21	98,1

LỜI GIẢI THAM KHẢO

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.

Câu 1.

Ta có $f'(x) = (x+1)(2x-5)^2$.

Vì $(2x-5)^2 \geq 0$ với mọi x nên dấu của $f'(x)$ phụ thuộc vào $x+1$.

Hàm số nghịch biến khi

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x+1 < 0 \Leftrightarrow x < -1.$$

Vậy hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

Chọn **D**.

Câu 2.

Trong hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$:

Ta có $(ACC'A')$ là mặt phẳng chứa đường chéo AC ,

$(BDD'B')$ là mặt phẳng chứa đường chéo BD .

Mà $AC \perp BD$ nên $(ACC'A') \perp (BDD'B')$.

Chọn **A**.

Câu 3.

Mặt phẳng $(\alpha): x+2z+3=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 0; 2)$.

Vì $\Delta \perp (\alpha)$ nên vectơ chỉ phương của Δ là $\vec{a} = (1; 0; 2)$.

Chọn **C**.

Câu 4.

Vì $SA \perp (ABC)$ nên $SA \perp AB$.

Tam giác SAB vuông tại A và $SA = AB$ nên là tam giác vuông cân.

Suy ra $\widehat{SBA} = 45^\circ$.

Đây chính là góc giữa SB và (ABC) .

Chọn **B**.

Câu 5.

Giải $\log_4(x+1) \geq 2$.

Điều kiện: $x > -1$.

Ta có $\log_4(x+1) \geq 2 \Leftrightarrow x+1 \geq 4^2 = 16 \Leftrightarrow x \geq 15$.

Vậy tập nghiệm là $[15; +\infty)$.

Chọn **C**.

Câu 6.

Khi quay quanh trục Ox , thể tích là

$$V = \pi \int_0^2 y^2 dx$$

Với $y = x^2 + 3$ ta được

$$V = \pi \int_0^2 (x^2 + 3)^2, dx$$

Chọn **A**.

Câu 7.

$$\int 2026^x dx = \frac{2026^x}{\ln 2026} + C$$

Chọn **B**.

Câu 8.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{x^2-3x} = \frac{9}{4}$$

$$\frac{9}{4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

Ta có

$$\text{Suy ra } x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow x = 1, 2$$

Tổng nghiệm: $1 + 2 = 3$.

Chọn **C**.

Câu 9.

$$\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{A'B'} + \vec{A'D'}$$

Ta có

$$\vec{A'B'} = \vec{AB}, \quad \vec{A'D'} = \vec{AD}$$

Suy ra

$$\vec{u} = \vec{A'A} + \vec{AB} + \vec{AD} = \vec{A'C}$$

Chọn **C**.

Câu 10.

$$\cos 2x = 1 \Leftrightarrow 2x = k2\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Chọn **B**.

Câu 11.

Tổng số học sinh: $n = 42$.

$$Q_3 \text{ ở vị trí } \frac{3n}{4} = 31,5$$

Xét tần số tích lũy, vị trí này thuộc lớp $[60; 80)$.

Chọn **C**.

Câu 12.

Cấp số nhân có $u_1 = 2, q = 3$.

$$u_4 = 2 \cdot 3^3 = 54$$

Chọn **D**.

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1.

Ta có $y'(x) = -7 \cdot 10^{-4} y(x)$.

Suy ra nghiệm tổng quát: $y(x) = Ce^{-7 \cdot 10^{-4} x}$.

Vì $y(0) = 0,05$ nên $C = 0,05$.

Do đó $y(x) = 0,05e^{-7 \cdot 10^{-4}x}$.

Xét $f(x) = \ln y(x)$.

$$f(x) = \ln(0,05) - 7 \cdot 10^{-4}x$$

a) $f'(x) = -7 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$ **Đúng.**

b) $f(x) = -7 \cdot 10^{-4}x + \ln(0,05) \Rightarrow$ **Đúng.**

c)

$$y(30) - y(15) = 0,05(e^{-0,021} - e^{-0,0105})$$

Tính gần đúng:

$$e^{-0,021} \approx 0,9792, \quad e^{-0,0105} \approx 0,9896$$

Suy ra $y(30) - y(15) \approx 0,05(0,9792 - 0,9896) \approx -5,2 \cdot 10^{-4}$.

Khác $5,7 \cdot 10^{-4} \Rightarrow$ **Sai.**

d)

Giá trị trung bình trên $[20;30]$:

$$\bar{y} = \frac{1}{10} \int_{20}^{30} 0,05e^{-7 \cdot 10^{-4}x} dx$$

$$\bar{y} = \frac{0,05}{10} \cdot \frac{-1}{7 \cdot 10^{-4}} (e^{-0,021} - e^{-0,014})$$

Tính gần đúng được $\bar{y} \approx 0,03$.

$\Rightarrow$ **Đúng.**

Kết luận Câu 1: Đúng, Đúng, Sai, Đúng.

Câu 2.

Gọi A : bút của An, B : bút của Bình.

Ban đầu:

- An: 5 xanh, 5 đen.
- Bình: 6 xanh, 4 đen.

a)

Xác suất An chuyển bút xanh:

$$P = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \neq \frac{6}{11} \Rightarrow$$
 Sai.

b)

Sau khi chuyển, hộp Bình có 11 bút.

Xác suất lấy đúng bút của An là

$$\frac{1}{11} \Rightarrow$$
 Đúng.

c)

Xác suất lấy bút xanh:

- Nếu An chuyển xanh: $\frac{5}{10} \cdot \frac{7}{11}$
- Nếu An chuyển đen: $\frac{5}{10} \cdot \frac{6}{11}$

Tổng:

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{7}{11} + \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{11} = \frac{13}{22}$$

⇒ **Đúng.**

d)

$$P(\text{bút c? a An} | \text{xanh}) = \frac{P(\text{An xanh và l?y xanh})}{P(\text{l?y xanh})}$$

$$= \frac{\frac{5}{10} \cdot \frac{1}{11}}{\frac{13}{22}} = \frac{1}{13}$$

⇒ **Đúng.**

Kết luận Câu 2: Sai, Đúng, Đúng, Đúng.

Câu 3. Cho $f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

a) Điều kiện xác định: $x \neq 1 \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{1\} \Rightarrow$ **Đúng.**

b) $f'(x) = \frac{(2x + 4)(x - 1) - (x^2 + 4x - 1)}{(x - 1)^2}$

Rút gọn được $f'(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} \Rightarrow$ **Đúng.**

c) $x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ (trong đoạn $[2; 3]$). $f(2) = 11, \text{quad } f(3) = 10$.

Giá trị nhỏ nhất là $10 \neq 7 \Rightarrow$ **Sai.**

d) Chia đa thức:

$$f(x) = x + 5 + \frac{4}{x - 1}$$

Tiếp cận xiên: $y = x + 5 \Rightarrow$ **Đúng.**

Kết luận Câu 3: Đúng, Đúng, Sai, Đúng.

Câu 4.

Đường thẳng Δ có phương trình

$$\Delta: \frac{x - 50}{3} = \frac{y + 20}{-4} = \frac{z - 10}{1}$$

Suy ra một điểm thuộc Δ là $A(50; -20; 10)$ và một vector chỉ phương của Δ là $\vec{u} = (3; -4; 1)$.

Mặt cầu (S) có tâm $C(200; -300; 60)$ và bán kính $R = 80$.

a)

Từ phương trình chính tắc của Δ , vector chỉ phương đúng là $\vec{u} = (3; -4; 1)$.

Nếu $(5; -2; 1)$ là vector chỉ phương của Δ thì nó phải cùng phương với $(3; -4; 1)$, tức là phải có cùng tỉ số tọa độ.

Nhưng

$$\frac{5}{3} \neq \frac{-2}{-4} \neq \frac{1}{1}$$

Nên hai vector này không cùng phương.

Vậy khẳng định đã cho là **Sai.**

b) Xét mặt phẳng $(P): 4x + 3y = 140$.

Thay tọa độ điểm $A(50; -20; 10)$ vào phương trình mặt phẳng, ta có $4 \cdot 50 + 3 \cdot (-20) = 200 - 60 = 140$.

Suy ra $A \in (P)$.

Vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (4; 3; 0)$.

Ta có $\vec{n} \cdot \vec{u} = 4 \cdot 3 + 3 \cdot (-4) + 0 \cdot 1 = 12 - 12 = 0$.

Suy ra $\vec{u} \perp \vec{n}$, nên $\Delta \subset (P)$.

Vì Δ đi qua điểm $A \in (P)$ nên $\Delta \subset (P)$.

Vậy khẳng định đã cho là **Đúng**.

c) Ta xét khoảng cách từ tâm C đến đường thẳng Δ .

Có $\vec{AC} = (200 - 50; -300 - (-20); 60 - 10) = (150; -280; 50)$.

$$d(C, \Delta) = \frac{|\vec{AC} \cdot \vec{u}|}{|\vec{u}|}$$

Khoảng cách từ điểm C đến đường thẳng Δ là

Ta tính được $[\vec{AC}, \vec{u}] = (-80; 0; 240)$.

Do đó $|\vec{AC} \cdot \vec{u}| = \sqrt{(-80)^2 + 0^2 + 240^2} = \sqrt{6400 + 57600} = 80\sqrt{10}$.

Mặt khác $|\vec{u}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{26}$.

$$d(C, \Delta) = \frac{80\sqrt{10}}{\sqrt{26}} = 80\sqrt{\frac{5}{13}}$$

Suy ra

Vì $80\sqrt{\frac{5}{13}} < 80 = R$, nên đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) .

Vậy máy bay sẽ bay xuyên qua khối mây hình cầu.

Khẳng định đã cho là **Đúng**.

d) Điểm M trên đường thẳng Δ gần tâm C nhất khi $CM \perp \Delta$.

$$\begin{cases} x = 50 + 3t \\ y = -20 - 4t \\ z = 10 + t \end{cases}$$

Phương trình tham số của Δ là

Khi đó điểm M có tọa độ

$M(50 + 3t; -20 - 4t; 10 + t)$.

Suy ra $\vec{CM} = (50 + 3t - 200; -20 - 4t + 300; 10 + t - 60) = (-150 + 3t; 280 - 4t; -50 + t)$.

Vì $CM \perp \Delta$ nên

$$\vec{CM} \cdot \vec{u} = 0$$

Do đó $(-150 + 3t) \cdot 3 + (280 - 4t) \cdot (-4) + (-50 + t) \cdot 1 = 0$.

Giải ra được $-450 + 9t - 1120 + 16t - 50 + t = 0$,

$$\Leftrightarrow 26t - 1620 = 0 \Rightarrow t = \frac{810}{13}$$

$$AM = |t| \cdot |\vec{u}| = \frac{810}{13} \sqrt{26}$$

Suy ra

Tính gần đúng: $AM \approx 318 \text{ km}$

Vận tốc máy bay là $v = 500 \text{ km/h}$

$$T = \frac{AM}{v} \approx \frac{318}{500} = 0,636 \text{ giờ?}$$

Thời gian đi từ A đến M là

Đổi ra phút: $0,636 \cdot 60 \approx 38,2 \text{ phút}$

Vì $38,2 > 30$, nên khẳng định “thời gian nhỏ hơn 30 phút” là **Sai**.

Kết luận Câu 4: Sai, Đúng, Đúng, Sai.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6

Câu 1.

Tổng số cách chọn 3 đỉnh từ 8 đỉnh là

$$\binom{8}{3} = 56$$

Một tam giác nội tiếp đường tròn là tam giác vuông khi và chỉ khi cạnh huyền là đường kính.

Trong bát giác đều có 4 cặp đỉnh đối diện $\Rightarrow$ có 4 đường kính.

Mỗi đường kính kết hợp với 6 đỉnh còn lại tạo được 6 tam giác vuông.

Số tam giác vuông là $4 \cdot 6 = 24$.

Các bộ 3 số trong $9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16$ lập thành cấp số cộng là:
 $(9, 11, 13), (10, 12, 14), (11, 13, 15), (12, 14, 16), (9, 12, 15), (10, 13, 16)$

Có 6 bộ.

$$P = \frac{6}{56} = \frac{3}{28}$$

Xác suất:

$$\text{Suy ra } m = 3, n = 28 \Rightarrow m + n = 31$$

Câu 2.

$$\text{Diện tích đáy: } S_{ABCD} = a^2$$

$$\text{Chiều cao: } SA = a\sqrt{2}$$

$$\text{Thể tích khối chóp: } V = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Suy ra } m = 1, n = 3$$

$$\text{Do đó } m + 2026n = 1 + 2026 \cdot 3 = 6079$$

Câu 3.

Gọi số vận động viên nam là n .

Theo đề, có 2 vận động viên nữ.

Mỗi cặp vận động viên đấu với nhau đúng 2 ván.

Số cặp nam đấu với nam là

$$\binom{n}{2}$$

Vậy số ván nam đấu với nam là

$$2 \binom{n}{2} = n(n-1)$$

Số cặp nam đấu với nữ là

$$n \cdot 2 = 2n$$

Vậy số ván nam đấu với nữ là

$$2 \cdot 2n = 4n$$

Theo đề bài, số ván các vận động viên nam thi đấu với nhau nhiều hơn số ván họ thi đấu với các vận động viên nữ là 66 ván, nên ta có phương trình

$$n(n-1) - 4n = 66$$

Rút gọn:

$$n^2 - 5n - 66 = 0$$

Phân tích:

$$(n-11)(n+6) = 0$$

Vì $n > 0$ nên

$$n = 11$$

Vậy tổng số vận động viên là

$$11 + 2 = 13$$

Tổng số cặp vận động viên là

$$\binom{13}{2} = 78$$

Mỗi cặp đấu 2 ván, nên tổng số ván là

$$2 \cdot 78 = 156$$

Câu 4. Tổng doanh thu là

$$F(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100000$$

Chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là

$$G(x) = 0,0002x^2 + \frac{40000}{x}$$

Vậy tổng chi phí sản xuất là

$$xG(x) = x \left(0,0002x^2 + \frac{40000}{x} \right) = 0,0002x^3 + 40000$$

Chi phí nguyên vật liệu khi chưa chiết khấu là

$$H(x) = -\frac{4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1500000}{49}$$

Do được giảm 2% tiền nguyên vật liệu nên chi phí nguyên vật liệu thực tế là $0,98H(x)$

Vậy lợi nhuận là $P(x) = F(x) - xG(x) - 0,98H(x)$

$$0,98 = \frac{49}{50}$$

Ta có

$$0,98H(x) = \frac{49}{50} \left(-\frac{4}{49}x^2 + \frac{750}{49}x + \frac{1500000}{49} \right) = -\frac{2}{25}x^2 + 15x + 30000$$

Suy ra

$$P(x) = -0,001x^3 + 0,6x^2 + 500x + 100000 - (0,0002x^3 + 40000) - \left(-\frac{2}{25}x^2 + 15x + 30000 \right)$$

Do đó

$$\text{được } P(x) = -0,0012x^3 + 0,68x^2 + 485x + 30000$$

Rút gọn

Lấy đạo hàm:

$$P'(x) = -0,0036x^2 + 1,36x + 485$$

Giải phương trình $P'(x) = 0$, ta được nghiệm gần đúng
 $x \approx 601,686$

Vì x là số sản phẩm nên $x \in \mathbb{N}$, ta xét hai giá trị gần nhất là 601 và 602.

Do đỉnh cực đại của parabol gần 601,686 nên giá trị nguyên cho lợi nhuận lớn nhất là $x = 602$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 602 sản phẩm.

Câu 5.

Ta chọn hệ trục tọa độ sao cho:

- O là gốc tọa độ;
- mặt phẳng (Oxy) là mặt phẳng nằm ngang;
- Oz thẳng đứng;
- tia Oy đi qua điểm A .

Vì $OA = OB = OC = 40\sqrt{3}$ và tam giác ABC đều cạnh 120, nên có thể chọn tọa độ:

$$A(0; 40\sqrt{3}; 0),$$

$$B(60; -20\sqrt{3}; 0),$$

$$C(-60; -20\sqrt{3}; 0).$$

Mặt phẳng sườn núi tạo với mặt phẳng ngang một góc 10° và giao tuyến với mặt phẳng ngang là đường thẳng OA , nên phương trình mặt phẳng sườn núi có dạng

$$z = x \tan 10^\circ$$

Do BB' và CC' song song với trục Oz , nên B' và C' có cùng hoành độ, tung độ với B và C .

Vì thế:

$$z_{B'} = 60 \tan 10^\circ,$$

$$z_{C'} = -60 \tan 10^\circ.$$

Suy ra

$$|z_{B'} - z_{C'}| = |60 \tan 10^\circ - (-60 \tan 10^\circ)| = 120 \tan 10^\circ$$

Tính gần đúng:

$$120 \tan 10^\circ \approx 21,16$$

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được

$$|z_{B'} - z_{C'}| \approx 21$$

Câu 6.

Đặt hệ trục tọa độ trong mặt phẳng hình vẽ sao cho: $D(0,0)$, $A(4,0)$, $B(4,4)$.

Khi đó trung điểm của AD là $M(2,0)$,

và trung điểm của AB là $N(4,2)$.

Cung DI là cung của đường tròn tâm M , bán kính 2, nên có phương trình $(x-2)^2 + y^2 = 4$.

Lấy nhánh phía trên, ta được $y = \sqrt{4 - (x-2)^2}$, $0 \leq x \leq 2$.

Cung IB là cung của đường tròn tâm N , bán kính 2, nên có phương trình

$$(x-4)^2 + (y-2)^2 = 4$$

Lấy nhánh phía trên, ta được $y = 2 + \sqrt{4 - (x - 4)^2}$, $2 \leq x \leq 4$.

Khi quay miền (R) quanh trục AB, dùng phương pháp vỏ trụ, ta có:

- bán kính vỏ trụ là $4 - x$;
- chiều cao vỏ trụ là y .

Do đó thể tích khối tròn xoay là

$$V = 2\pi \int_0^2 (4 - x) \sqrt{4 - (x - 2)^2} dx + 2\pi \int_2^4 (4 - x) \left(2 + \sqrt{4 - (x - 4)^2} \right) dx.$$

Tính các tích phân trên, thu được $V = \frac{4\pi}{3}(14 + 3\pi)$.

Suy ra $V \approx 98,1 \text{ cm}^3$.