

SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HÀ NỘI
TRƯỜNG THPT NGUYỄN TRÃI-BĐ
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

KỲ KIỂM TRA KHẢO SÁT LỚP 12 LẦN 2
NĂM HỌC 2025 - 2026
Bài thi: TOÁN HỌC
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên: Số báo danh: **Mã đề 1201**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho đồ thị hàm số $y = \frac{2x-5}{x+2}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là:

- A. $x = 2$. B. $x = \frac{5}{2}$. C. $x = \frac{2}{5}$. D. $x = -2$.

Câu 2. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) = 3$ là:

- A. $x = 9$. B. $x = 4$. C. $x = 10$. D. $x = 7$.

Câu 3. Thời lượng gọi điện thoại (đơn vị: phút) của một số khách hàng được thống kê trong bảng dữ liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)
Số khách hàng	10	20	15	5

Tứ phân vị thứ ba (Q_3) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu?

- A. 12,5. B. 13,33. C. 15. D. 11,67.

Câu 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng AB song song với mặt phẳng nào dưới đây?

- A. $(B'CD')$. B. $(ADD'A')$. C. $(A'B'C)$. D. $(BC'D')$.

Câu 5. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B . Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $SA = 2a$, $AB = a$ và $BC = 3a$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A. a^3 . B. $3a^3$. C. $4a^3$. D. $2a^3$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$.

- A. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 + C$. B. $\int f(x)dx = 6x + 2 + C$.
C. $\int f(x)dx = 3x^3 + 2x^2 - x + C$. D. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 - x + C$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua điểm $I(-1;2;3)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2;1;-2)$ là:

- A. $2x - y + 2z - 6 = 0$. B. $2x - 3y + 6z + 6 = 0$. C. $2x + 2y - 6z - 6 = 0$. D. $2x + y - 2z + 6 = 0$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ với $a < b$ được tính bởi công thức:

- A. $S = \int_a^b f(x)dx$. B. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. C. $S = \pi \int_a^b f^2(x)dx$. D. $S = \pi \int_a^b |f(x)| dx$.

Câu 9. Tập nghiệm S của phương trình $\sin x = 1$ là:

- A. $S = \{2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \left\{\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. C. $S = \{\pi + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \left\{-\frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{4}$$

. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A. $\vec{u}_2 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{u}_3 = (2; -1; 4)$. C. $\vec{u}_1 = (1; -2; 3)$. D. $\vec{u}_4 = (2; 1; 4)$.

Câu 11. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** về tổng của các vector $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'}$?

- A. $\overrightarrow{AB'}$. B. $\overrightarrow{A'C}$. C. $\overrightarrow{AC'}$. D. $\overrightarrow{A'B}$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Giá trị của số hạng u_5 là:

- A. 13. B. 10. C. 9. D. 11.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý **a), b), c), d)** ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng (Đ) hoặc sai (S).

Câu 1. Khảo sát hàm số $f(x) = x^3 - 12x - 8$.

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm là $f'(x) = 3x^2 - 12$.
b) Phương trình $f'(x) = 0$ có tập nghiệm là $S = \{2\}$.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng 24.
d) Giá trị của hàm số tại $x = 2$ là $f(2) = 24$.

Câu 2. Một quần thể vi khuẩn ban đầu có 1000 con. Gọi $P(t)$ là số lượng vi khuẩn của quần thể đó tại thời điểm t , trong đó t tính theo giờ ($t \geq 0$). Sự gia tăng của quần thể vi khuẩn tuân theo mô hình tốc độ sinh trưởng tỷ lệ thuận với số lượng hiện có, được mô hình hóa bởi phương trình $P'(t) = k \cdot P(t)$, trong đó k là hằng số tăng trưởng. Điều này dẫn đến công thức tính số lượng vi khuẩn tại thời điểm t là $P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$. Biết rằng sau 2 giờ, số lượng vi khuẩn của quần thể tăng lên thành 4000 con.

- a) Hằng số tăng trưởng của quần thể vi khuẩn này là $k = \ln 2$.
b) Số lượng vi khuẩn ban đầu của quần thể là $P_0 = 1000$.
c) Tốc độ tăng trưởng của quần thể tại thời điểm ban đầu ($t = 0$) lớn hơn 700 con/giờ.
d) Sau 5 giờ kể từ thời điểm ban đầu, số lượng vi khuẩn của quần thể đạt 32000 con.

Câu 3. Trong một không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo lấy theo mét, mặt phẳng (Oxy) biểu diễn mặt đất). Một chiếc flycam bắt đầu di chuyển thẳng đều từ vị trí $A(0; 0; 20)$ theo hướng của vectơ $\vec{v} = (2; 2; 1)$ với tốc độ 15 m/s. Một trạm quan sát được đặt tại điểm $K(36; 48; 0)$ trên mặt đất. Giả sử t (giây) là thời gian tính từ lúc flycam bắt đầu di chuyển ($t \geq 0$).

- a) Đường thẳng chứa quỹ đạo chuyển động của flycam có phương trình chính tắc là $\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+20}{1}$.
b) Giả sử tại thời điểm xuất phát, flycam phát ra một tia tín hiệu hướng thẳng về trạm quan sát K . Góc α tạo bởi hướng bay của flycam và tia tín hiệu này thỏa mãn $\cos \alpha = \frac{37}{15\sqrt{10}}$.
c) Một nhân viên an ninh từ vị trí trạm K bắt đầu chạy theo hướng của vectơ $\vec{w} = (2; 1; 0)$ với vận tốc $2\sqrt{5}$ m/s ngay khi flycam xuất phát. Tại thời điểm $t = 2$ giây, khoảng cách giữa nhân viên và flycam là 50 m.
d) Khoảng cách ngắn nhất từ trạm quan sát K đến vị trí của flycam trong quá trình di chuyển là $20\sqrt{5}$ m.

Câu 4. Một hệ thống AI được sử dụng để tự động kiểm tra và phân loại linh kiện điện tử trong một nhà máy bằng cách "đánh dấu" các linh kiện nghi ngờ bị lỗi để loại bỏ. Qua một thời gian dài theo dõi, người ta thống kê được: trong số tất cả linh kiện đi qua hệ thống, có 20% số linh kiện bị đánh dấu. Trong số các linh kiện bị đánh dấu, có 5% số linh kiện thực chất là đạt chuẩn (không lỗi). Trong số các linh kiện không bị đánh dấu, có 10% số linh kiện thực chất bị lỗi.

Chọn ngẫu nhiên một linh kiện điện tử đã qua kiểm tra.

- Xác suất để linh kiện đó đạt chuẩn, biết rằng nó không bị đánh dấu, bằng 0,9.
- Xác suất để linh kiện đó không bị đánh dấu bằng 0,8.
- Xác suất để linh kiện được chọn ngẫu nhiên đó thực chất bị lỗi bằng 0,27.
- Biết linh kiện đạt chuẩn, xác suất để linh kiện bị hệ thống AI nhận diện nhầm lớn hơn 0,015.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một cửa hàng hoa quả sạch dự định đóng gói hai loại giỏ quà Tết: **Giỏ Lộc Phát** và **Giỏ Bình An**.

- Mỗi **Giỏ Lộc Phát** cần 3 kg táo, 1 kg cam và 1 kg nho. Lãi thu được là 400 nghìn đồng.
- Mỗi **Giỏ Bình An** cần 1 kg táo, 3 kg cam và 1 kg nho. Lãi thu được là 500 nghìn đồng.

Hiện tại, trong kho của cửa hàng đang có sẵn tối đa 18 kg táo, 18 kg cam và 8 kg nho. Hỏi tổng tiền lãi lớn nhất mà cửa hàng có thể thu được khi bán hai loại giỏ quà Tết trên? (đơn vị nghìn đồng)

Câu 2. Một kho vật tư y tế đang có sẵn 8 thùng thuốc loại A và 6 thùng thuốc loại B. Một hệ thống phần mềm tự động tiếp nhận các đơn đặt hàng từ các bệnh viện và tiến hành xét duyệt lần lượt theo thứ tự thời gian. Giả sử luôn có sẵn các đơn hàng xếp hàng chờ được hệ thống xử lý để quá trình xét duyệt không bao giờ bị gián đoạn do thiếu đơn. Dữ liệu thống kê cho thấy, mỗi đơn hàng khi gửi đến sẽ rơi vào một trong ba trường hợp (các đơn hàng hoàn toàn độc lập với nhau):

- Loại 1 (có xác suất $1/2$): Yêu cầu xuất 2 thùng loại A.
- Loại 2 (có xác suất $1/3$): Yêu cầu xuất 1 thùng loại A và 1 thùng loại B.

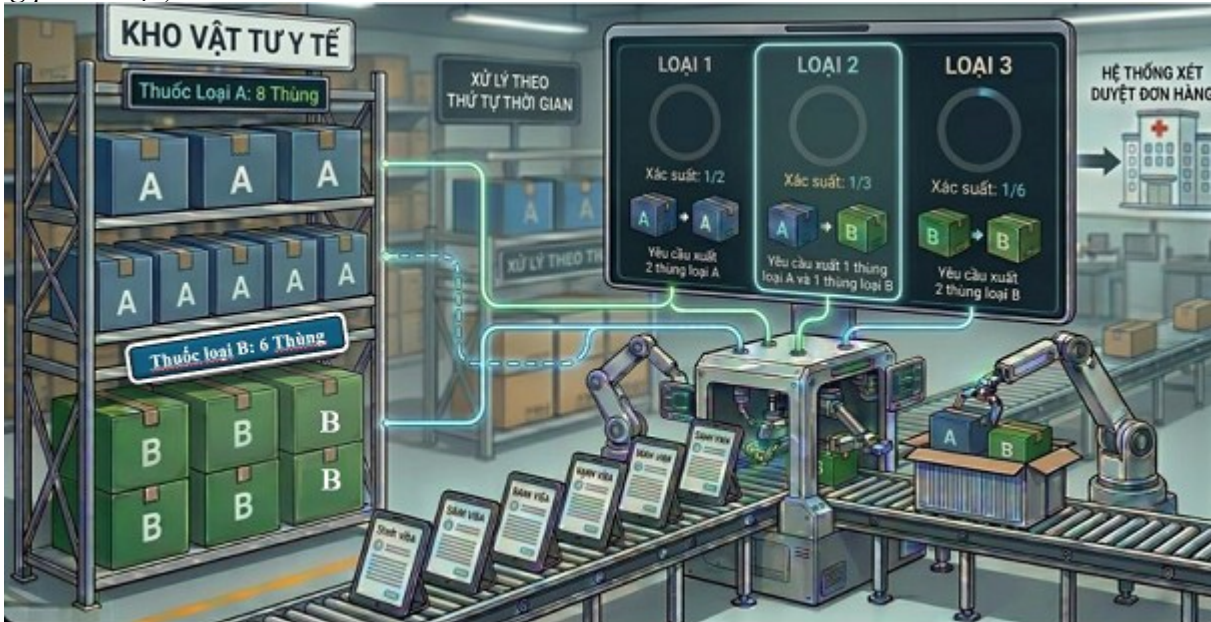
B.

- Loại 3 (có xác suất $1/6$): Yêu cầu xuất 2 thùng loại B.

Quy trình xuất kho được lập trình như sau:

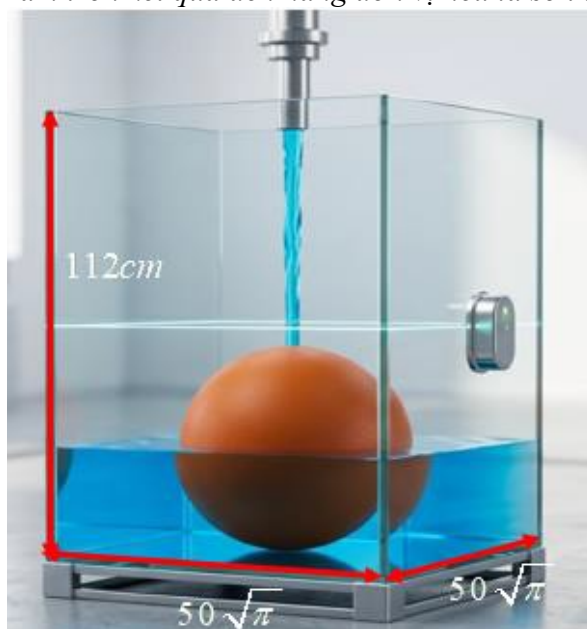
- Hệ thống sẽ chấp nhận xuất kho nếu số lượng thuốc hiện tại đủ để đáp ứng trọn vẹn đơn hàng đang xét.
- Ngay khi xét duyệt đến một đơn hàng mà kho không đủ khả năng đáp ứng (dù chỉ thiếu 1 thùng), hệ thống sẽ báo lỗi từ chối đơn hàng đó và dừng hoạt động vĩnh viễn. Các đơn hàng xếp sau cũng sẽ bị hủy bỏ.

Gọi E là biến cố: “Ngay trước khi hệ thống báo lỗi và dừng hoạt động, kho vật tư đã được xuất hết cả hai loại thuốc A và B (còn đúng 0 thùng A và 0 thùng B)”. Hãy tính xác suất của biến cố E . (Làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 3. Cho hình chóp $SABCD$ có đáy là hình chữ nhật $ABCD$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $AB = 1$, $AD = 2$, $SA = 3$. Tính số đo góc nhị diện $[B, SC, D]$ theo đơn vị độ. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 4. Tại một trung tâm thử nghiệm, các kỹ sư sử dụng một bồn chứa nhiên liệu dạng lăng trụ đứng có đáy là hình vuông. Các kích thước của bồn như sau: cạnh đáy bằng $50\sqrt{\pi}$ cm và chiều cao bằng 112 cm. Bên trong bồn chứa có lắp đặt cố định một bình nén khí. Bình nén khí này được coi là một khối cầu đặc có bán kính bằng 30 cm, tiếp xúc với mặt đáy của bồn và có tâm nằm trên trục của lăng trụ. Ban đầu, bồn chứa hoàn toàn không có nhiên liệu. Người ta bắt đầu bơm nhiên liệu lỏng vào bồn với lưu lượng (thể tích bơm được trong mỗi phút) không đổi. Quá trình bơm diễn ra liên tục, và sau đúng 90 phút, mực nhiên liệu dâng lên vừa chạm tới mặt phẳng miệng bồn. Để thiết lập hệ thống tự động, các kỹ sư cần khoan gắn một cảm biến đo mức trên vách bồn. Cảm biến này phải được đặt ở vị trí có cùng độ cao với mực nhiên liệu tại thời điểm máy bơm đã hoạt động được đúng 15 phút. Hỏi cảm biến này phải được gắn ở độ cao bao nhiêu cm (tính từ mặt đáy bồn theo phương thẳng đứng)? (Bỏ qua sự bay hơi hay giãn nở của nhiên liệu; bồn chứa không bị biến dạng và có độ dày không đáng kể. Giả sử nhiên liệu lấp đầy hoàn toàn các khoảng trống và bề mặt chất lỏng luôn là mặt phẳng nằm ngang. Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị nếu là số thập phân).



Câu 5. Một xưởng công nghệ chuyên sản xuất máy tính bảng giáo dục cung cấp cho các trường học. Xưởng thỏa thuận cung cấp số lượng sản phẩm hàng tháng theo đơn đặt hàng, nhưng tối đa không vượt quá 100 lô hàng. Nếu số lượng đặt hàng là x (lô) thì giá bán của mỗi lô sản phẩm được xác định bởi hàm số

$P(x) = 140 - 0,01x^2$ (triệu đồng). Biết rằng chi phí để xưởng sản xuất x lô sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 200 + 32x$ (triệu đồng) (bao gồm 200 triệu đồng chi phí cố định vận hành máy móc và 32 triệu đồng chi phí sản xuất cho mỗi lô). Hỏi lợi nhuận lớn nhất mà xưởng có thể thu được mỗi tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 6. Có 3 hộp đựng bi: hộp I có 6 bi đỏ và 4 bi trắng; hộp II có 4 bi đỏ và 6 bi trắng; hộp III có 5 bi đỏ và 5 bi trắng. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp I và 1 viên bi từ hộp II rồi bỏ 2 viên bi này vào hộp III. Sau đó từ hộp III lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi. Biết rằng 2 viên bi lấy ra từ hộp III có đủ cả hai màu, xác suất để các

viên bi đó là viên bi được chuyển từ hộp I và hộp II sang hộp III là $\frac{p}{q}$ với p, q là các số nguyên dương và nguyên tố cùng nhau. Tìm $p + q$.

----- HẾT -----

PHẦN I

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	D	A	A	C	A	D	D	B	B	B	C	D

PHẦN II

Câu	a	b	c	d
Câu 1	Đ	S	S	S
Câu 2	Đ	Đ	S	Đ
Câu 3	S	Đ	Đ	S
Câu 4	Đ	Đ	Đ	S

PHẦN III

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	3700	0,1	100	20	4120	901

PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1

$$y = \frac{2x-5}{x+2}$$

Hàm số đã cho là .

Đường tiệm cận đứng xuất hiện khi mẫu số bằng 0:

$$x+2=0 \Rightarrow x=-2$$

$$x=-2$$

Vậy đường tiệm cận đứng là .

Chọn D.

Câu 2

$$\log_2(x-1)=3 \Rightarrow x-1=2^3=8 \Rightarrow x=9$$

Ta có: .

Chọn A.

Câu 3

Bảng tần số:

Thời gian	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số khách hàng	10	20	15	5

$$n = 10 + 20 + 15 + 5 = 50$$

Tổng số khách hàng: .

$$\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37,5$$

Vị trí tứ phân vị thứ ba: .

Tần số tích lũy:

[0; 5)

- Lớp : 10

[5; 10)

- Lớp : 30

[10; 15)

- Lớp : 45

$$30 < 37,5 \leq 45 \quad Q_3 \quad [10; 15)$$

Vì nên thuộc lớp .

$$Q_3 = L + \frac{\frac{3n}{4} - F}{f} \cdot h$$

Áp dụng công thức:

$$L = 10 \quad F = 30 \quad f = 15 \quad h = 5$$

Trong đó: , , , .

$$Q_3 = 10 + \frac{37,5 - 30}{15} \cdot 5 = 10 + 2,5 = 12,5$$

Suy ra: .

Chọn A.

Câu 4

$$ABCD.A'B'C'D' \quad AB \parallel A'B'$$

Trong hình hộp chữ nhật , ta có .

$$A'B' \quad (A'B'C') \quad AB \parallel (A'B'C')$$

Mà nằm trong mặt phẳng , nên .

Chọn C.

Câu 5

Đáy ABC là tam giác vuông tại B , có $AB = a, BC = 3a$.

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 3a = \frac{3a^2}{2}$$

Diện tích đáy:

$$SA = 2a$$

Chiều cao khối chóp là:

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a^2}{2} \cdot 2a = a^3$$

Thể tích khối chóp:

Chọn A.

Câu 6

Ta có:

$$f(x) = 3x^2 + 2x - 1$$

$$\int f(x)dx = \int (3x^2 + 2x - 1)dx = x^3 + x^2 - x + C$$

Suy ra:

Chọn D.

Câu 7

$$I(-1; 2; 3)$$

$$\vec{n} = (2; 1; -2)$$

Mặt phẳng đi qua $I(-1; 2; 3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 1; -2)$ nên có phương trình:

$$2(x+1) + 1(y-2) - 2(z-3) = 0$$

$$2x + 2 + y - 2 - 2z + 6 = 0$$

Khai triển:

$$\Rightarrow 2x + y - 2z + 6 = 0$$

Chọn D.

Câu 8

$$y = f(x)$$

$$x = a, x = b$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là:

$$S = \int_a^b |f(x)| dx$$

$$f(x)$$

Vì diện tích luôn không âm nên phải lấy trị tuyệt đối của

Chọn B.

Câu 9

$$\sin x = 1$$

Ta có:

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$S = \left\{ \frac{\pi}{2} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

Vậy tập nghiệm là:

Chọn B.

Câu 10

$$d \quad \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{4}$$

Đường thẳng có phương trình:

$$\vec{u} = (2; -1; 4)$$

Vector chỉ phương của đường thẳng là:

Chọn B.

Câu 11

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$

Ta có:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'}$$

Do đó:

$$\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} \quad \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AC'}$$

Trong lăng trụ, nên:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$$

Vậy:

Chọn C.

Câu 12

$$u_1 = 3, d = 2$$

Cấp số cộng có:

$$u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot 2 = 11$$

Số hạng thứ 5:

Chọn D.

PHẦN II. Trắc nghiệm đúng sai

Câu 1

$$f(x) = x^3 - 12x - 8$$

Xét hàm số:

$$f'(x) = 3x^2 - 12$$

a) Ta có:

Mệnh đề a) đúng.

a) Đúng.

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 12 = 0$$

b) Giải phương trình:

$$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$$

$$S = \{-2; 2\} \quad \{2\}$$

Vậy tập nghiệm là , không phải chỉ có .

b) Sai.

$$[-3; 3] \quad x = -3, x = -2, x = 2, x = 3$$

c) Xét trên đoạn , ta tính tại các điểm .

$$f(-3) = (-3)^3 - 12(-3) - 8 = -27 + 36 - 8 = 1$$

$$f(-2) = (-2)^3 - 12(-2) - 8 = -8 + 24 - 8 = 8$$

$$f(2) = 2^3 - 12 \cdot 2 - 8 = 8 - 24 - 8 = -24$$

$$f(3) = 3^3 - 12 \cdot 3 - 8 = 27 - 36 - 8 = -17$$

8

Giá trị lớn nhất là , không phải 24.

c) Sai.

$$f(2) = 8 - 24 - 8 = -24$$

d) Ta có:

$$f(2) \neq 24$$

Vậy

d) Sai.

Kết luận Câu 1: a) Đ, b) S, c) S, d) S.

Câu 2

$$P(t) = P_0 \cdot e^{kt}$$

Ta có mô hình:

$$P_0 = 1000$$

Ban đầu có 1000 con nên:

$$P(2) = 4000$$

Sau 2 giờ có 4000 con:

$$1000e^{2k} = 4000$$

Suy ra:

$$\Rightarrow e^{2k} = 4 \Rightarrow 2k = \ln 4 = 2\ln 2 \Rightarrow k = \ln 2$$

$$P(t) = 1000e^{t \ln 2} = 1000 \cdot 2^t$$

Do đó:

$$k = \ln 2$$

a)

a) Đúng.

b)

$$P_0 = 1000$$

Số lượng ban đầu là .

b) Đúng.

c)

Tốc độ tăng trưởng:

$$P'(t) = kP(t)$$

$$t = 0$$

Tại :

$$P'(0) = kP(0) = 1000 \ln 2 \approx 693,15$$

$$693,15 < 700$$

Vì nên tốc độ tăng trưởng ban đầu không lớn hơn 700 con/giờ.

c) Sai.

d)

Sau 5 giờ:

$$P(5) = 1000 \cdot 2^5 = 1000 \cdot 32 = 32000$$

d) Đúng.

Kết luận Câu 2: a) Đ, b) Đ, c) S, d) Đ.

Câu 3

$$A(0;0;20)$$

Flycam xuất phát từ:

$$\vec{v} = (2; 2; 1)$$

Hướng bay:

$$|\vec{v}| = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$$

Ta có:

$$\vec{V} = 15 \cdot \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|} = 15 \cdot \frac{(2; 2; 1)}{3} = (10; 10; 5)$$

Tốc độ là 15 m/s nên vector vận tốc là:

$$F(t) = (0; 0; 20) + t(10; 10; 5) = (10t; 10t; 20 + 5t)$$

Vị trí flycam sau giây là:

a)

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-20}{1}$$

Đường thẳng chứa quỹ đạo có dạng:

$$\frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+20}{1}$$

Đề cho là sai dấu.

a) Sai.

$$A \quad K(36; 48; 0)$$

b) Tại thời điểm xuất phát, tia tín hiệu hướng từ đến

$$\overrightarrow{AK} = (36; 48; -20)$$

Ta có:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{v} \cdot \overrightarrow{AK}}{|\vec{v}| \cdot |\overrightarrow{AK}|}$$

α

Góc tạo bởi hướng bay và tia tín hiệu nên:

Tính:

$$\vec{v} \cdot \overrightarrow{AK} = 2 \cdot 36 + 2 \cdot 48 + 1 \cdot (-20) = 72 + 96 - 20 = 148$$

$$|\vec{v}| = 3$$

$$|\overrightarrow{AK}| = \sqrt{36^2 + 48^2 + (-20)^2} = \sqrt{4000} = 20\sqrt{10}$$

$$\cos \alpha = \frac{148}{3 \cdot 20\sqrt{10}} = \frac{37}{15\sqrt{10}}$$

Do đó:

b) Đúng.

c)

$$K(36; 48; 0)$$

$$\vec{w} = (2; 1; 0)$$

$$2\sqrt{5}$$

Nhân viên xuất phát từ

theo hướng

với vận tốc

m/s.

$$|\vec{w}| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

Ta có:

Vector vận tốc của nhân viên là:

$$\vec{U} = 2\sqrt{5} \cdot \frac{(2; 1; 0)}{\sqrt{5}} = (4; 2; 0)$$

$$N(t) = (36; 48; 0) + t(4; 2; 0) = (36 + 4t; 48 + 2t; 0)$$

Sau giây, vị trí nhân viên là:

$$t = 2$$

Tại :

$$F(2) = (20; 20; 30)$$

$$N(2) = (44; 52; 0)$$

$$FN = \sqrt{(44 - 20)^2 + (52 - 20)^2 + (0 - 30)^2}$$

Khoảng cách giữa hai điểm:

$$= \sqrt{24^2 + 32^2 + 30^2} = \sqrt{576 + 1024 + 900} = \sqrt{2500} = 50$$

c) Đúng.

d)

K

Khoảng cách ngắn nhất từ đến đường thẳng chứa quỹ đạo là:

$$d = \frac{|\overrightarrow{AK} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

$$d^2 = |\overrightarrow{AK}|^2 - \frac{(\overrightarrow{AK} \cdot \vec{v})^2}{|\vec{v}|^2}$$

Ta có thể tính bằng công thức:

$$d^2 = 4000 - \frac{148^2}{9}$$

Suy ra:

$$= \frac{36000 - 21904}{9} = \frac{14096}{9}$$

$$d = \frac{\sqrt{14096}}{3} \approx 39,54$$

Do đó:

$$20\sqrt{5} \approx 44,72$$

Trong khi đó:

Hai giá trị không bằng nhau.

d) Sai.

Kết luận Câu 3: a) S, b) Đ, c) Đ, d) S.

Câu 4

Gọi:

- M : linh kiện bị đánh dấu.
- $\bar{M}$: linh kiện không bị đánh dấu.
- D : linh kiện bị lỗi.
- G : linh kiện đạt chuẩn.

$$P(M) = 0,2 \quad P(\bar{M}) = 0,8$$

Theo đề: nên

$$P(G | M) = 0,05$$

Trong số linh kiện bị đánh dấu, có 5% đạt chuẩn:

$$P(D | M) = 0,95$$

Suy ra:

Trong số linh kiện không bị đánh dấu, có 10% bị lỗi:

$$P(D | \bar{M}) = 0,1$$

$$P(G | \bar{M}) = 0,9$$

Suy ra:

a)

$$P(G | \bar{M}) = 0,9$$

Xác suất để linh kiện đạt chuẩn, biết rằng nó không bị đánh dấu, là:

a) Đúng.

b)

$$P(\bar{M}) = 1 - 0,2 = 0,8$$

Vì có 20% linh kiện bị đánh dấu nên xác suất không bị đánh dấu là:

b) Đúng.

c)

$$P(D) = P(M)P(D | M) + P(\bar{M})P(D | \bar{M})$$

Xác suất linh kiện thực chất bị lỗi là:

$$= 0,2 \cdot 0,95 + 0,8 \cdot 0,1 = 0,19 + 0,08 = 0,27$$

c) Đúng.

d)

Linh kiện đạt chuẩn nhưng bị đánh dấu là trường hợp AI nhận diện nhầm.

$$P(M | G) = \frac{P(M \cap G)}{P(G)}$$

Ta cần tính:

$$P(M \cap G) = P(M)P(G | M) = 0,2 \cdot 0,05 = 0,01$$

Ta có:

$$P(G) = 1 - P(D) = 1 - 0,27 = 0,73$$

Mặt khác:

$$P(M | G) = \frac{0,01}{0,73} \approx 0,0137$$

Do đó:

$$0,0137 < 0,015$$

Vì nên mệnh đề “lớn hơn 0,015” là sai.

d) Sai.

Kết luận Câu 4: a) Đ, b) Đ, c) Đ, d) S.

PHẦN III. Trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1

Gọi:

- $\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$ là số Giỏ Lộc Phát.
- $\begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$ là số Giỏ Bình An.

$$3x + y \leq 18$$

Điều kiện nguyên liệu: Táo: .

$$x + 3y \leq 18$$

Cam: .

$$x + y \leq 8$$

Nho: .

$$x, y \geq 0$$

Với .

$$F = 400x + 500y$$

Tiền lãi cần tối đa: .

Ta xét các đỉnh của miền nghiệm.

$$(0; 0)$$

Đỉnh thứ nhất :

$$F = 0$$

$$Ox$$

Đỉnh trên trục

$$y = 0$$

Nếu thì:

$$3x \leq 18 \Rightarrow x \leq 6$$

$$(6; 0)$$

Đỉnh :

$$F = 400 \cdot 6 = 2400$$

Oy **Đỉnh trên trục**

$$x = 0$$

Nếu thì:

$$3y \leq 18 \Rightarrow y \leq 6$$

$$(0; 6)$$

Đỉnh :

$$F = 500 \cdot 6 = 3000$$

$$3x + y = 18 \quad x + y = 8$$

Giao của và

Trừ hai phương trình:

$$(3x + y) - (x + y) = 18 - 8$$

$$\Rightarrow 2x = 10$$

$$\Rightarrow x = 5$$

$$y = 8 - 5 = 3$$

Suy ra:

$$(5; 3)$$

Đỉnh :

$$F = 400 \cdot 5 + 500 \cdot 3 = 2000 + 1500 = 3500$$

$$x + 3y = 18 \quad x + y = 8$$

Giao của và

Trừ hai phương trình:

$$(x + 3y) - (x + y) = 18 - 8$$

$$\Rightarrow 2y = 10$$

$$\Rightarrow y = 5$$

$$x = 8 - 5 = 3$$

Suy ra:

$$(3; 5) \quad F = 400 \cdot 3 + 500 \cdot 5 = 1200 + 2500 = 3700$$

Đỉnh :

$$3700$$

Vậy tổng tiền lãi lớn nhất là: nghìn đồng.

Câu 2

Kho ban đầu có:

- 8 thùng A.
- 6 thùng B.

Mỗi đơn hàng lấy tổng cộng 2 thùng.

$$8 + 6 = 14$$

Tổng số thùng ban đầu là:

Muốn kho hết cả hai loại A và B ngay trước khi báo lỗi thì phải có đúng 7 đơn hàng được chấp nhận, vì:

$$14 : 2 = 7$$

Gọi:

- n_1 là số đơn loại 1: lấy $2A$.
- n_2 là số đơn loại 2: lấy $1A + 1B$.
- n_3 là số đơn loại 3: lấy $2B$.

Ta có:

$$n_1 + n_2 + n_3 = 7$$

Tổng số đơn:

$$2n_1 + n_2 = 8$$

Tổng số thùng A bị lấy:

$$n_2 + 2n_3 = 6$$

Tổng số thùng B bị lấy:

$$2n_1 + n_2 = 8 \quad n_2 = 8 - 2n_1$$

Từ , suy ra: .

$$n_2 + 2n_3 = 6 \quad n_3 = n_1 - 1$$

Từ , suy ra: .

$$n_1, n_2, n_3 \geq 0 \quad n_1 = 1, 2, 3, 4$$

Vì nên .

Ta có các trường hợp:

n_1	n_2	n_3
1	6	0
2	4	1
3	2	2
4	0	3

$$P_1 = \frac{1}{2} \quad P_2 = \frac{1}{3} \quad P_3 = \frac{1}{6}$$

Xác suất mỗi loại đơn: , , .

$$(n_1, n_2, n_3) \quad \frac{7!}{n_1! n_2! n_3!} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n_1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{n_2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{n_3}$$

Với mỗi bộ , xác suất là: .

$$P(E) = \frac{7!}{1!6!0!} \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{3}\right)^6$$

Do đó:

$$+ \frac{7!}{2!4!1!} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^1$$

$$+ \frac{7!}{3!2!2!} \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{6}\right)^2$$

$$+ \frac{7!}{4!0!3!} \left(\frac{1}{2}\right)^4 \left(\frac{1}{6}\right)^3$$

$$P(E) = \frac{13993}{93312} \approx 0,14996$$

Tính được: .

0,1

Làm tròn đến hàng phần chục: .

Câu 3

Chọn hệ trục tọa độ:

$$A(0;0;0) \quad B(1;0;0) \quad D(0;2;0) \quad C(1;2;0)$$

, , , .

$$SA \perp (ABCD) \quad SA = 3 \quad S(0;0;3)$$

Vì và nên: .

$$[B, SC, D]$$

$$(BSC)$$

$$(DSC)$$

$$SC$$

Ta cần tính góc nhị diện , tức là góc giữa hai mặt phẳng và theo giao tuyến .

Ta có:

$$\overrightarrow{SB} = B - S = (1; 0; -3)$$

.

$$\overrightarrow{SC} = C - S = (1; 2; -3)$$

.

$$\overrightarrow{SD} = D - S = (0; 2; -3)$$

.

$$(BSC) \quad \vec{n}_1 = \overrightarrow{SB} \times \overrightarrow{SC}$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là: .

$$\vec{n}_1 = (6; 0; 2)$$

Tính được: .

$$(DSC) \quad \vec{n}_2 = \overrightarrow{SD} \times \overrightarrow{SC}$$

Vector pháp tuyến của mặt phẳng là: .

$$\vec{n}_2 = (0; -3; -2)$$

Tính được: .

$$\cos \varphi = \frac{\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|}$$

Góc giữa hai mặt phẳng thỏa mãn: .

Ta có:

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = 6 \cdot 0 + 0 \cdot (-3) + 2 \cdot (-2) = -4$$

$$|\vec{n}_1| = \sqrt{6^2 + 0^2 + 2^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$|\vec{n}_2| = \sqrt{0^2 + (-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$$

$$\cos \varphi = \frac{-4}{2\sqrt{10} \cdot \sqrt{13}} = \frac{-2}{\sqrt{130}}$$

Suy ra:

$$\varphi \approx 100,10^\circ$$

Do đó:

$$100^\circ$$

Làm tròn đến hàng đơn vị:

Câu 4

Bồn chứa là lăng trụ đứng đáy hình vuông.

$$50\sqrt{\pi}$$

Cạnh đáy: cm.

$$S = (50\sqrt{\pi})^2 = 2500\pi$$

Diện tích đáy: cm².

$$H = 112$$

Chiều cao bồn: cm.

$$V_{\text{tr}} = 2500\pi \cdot 112 = 280000\pi$$

Thể tích lăng trụ: cm³.

$$R = 30$$

Bình nén khí là khối cầu bán kính cm.

$$V_{\text{cầu}} = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 30^3 = 36000\pi$$

Thể tích khối cầu: cm³.

Thể tích nhiên liệu khi bồn đầy là:

$$V = 280000\pi - 36000\pi = 244000\pi$$

cm³.

Sau 90 phút thì đầy bồn, nên sau 15 phút thể tích nhiên liệu là:

$$V_{15} = \frac{15}{90} \cdot 244000\pi = \frac{244000\pi}{6} = \frac{122000\pi}{3}$$

h

Gọi h là độ cao mực nhiên liệu sau 15 phút.

$$0 \leq h \leq 60$$

Vì đáp án cần tìm nằm dưới đỉnh quả cầu, xét

h

Thể tích phần quả cầu bị chiếm chỗ từ đáy đến độ cao h là thể tích chỏm cầu:

$$V_{\text{chỏm}} = \pi h^2 \left(30 - \frac{h}{3} \right)$$

$$V(h) = 2500\pi h - \pi h^2 \left(30 - \frac{h}{3} \right)$$

Thể tích nhiên liệu đến độ cao h là:

$$2500\pi h - \pi h^2 \left(30 - \frac{h}{3} \right) = \frac{122000\pi}{3}$$

Theo đề:

π

Chia hai vế cho π :

$$2500h - 30h^2 + \frac{h^3}{3} = \frac{122000}{3}$$

Nhân 3:

$$7500h - 90h^2 + h^3 = 122000$$

$$h = 20$$

Thử:

$$7500 \cdot 20 - 90 \cdot 20^2 + 20^3$$

$$= 150000 - 36000 + 8000 = 122000$$

20

Vậy: cm.

Câu 5

$$P(x) = 140 - 0,01x^2$$

Giá bán mỗi lô là: triệu đồng.

$$R(x) = xP(x) = x(140 - 0,01x^2) = 140x - 0,01x^3$$

Do đó doanh thu khi bán lô là: .

$$C(x) = 200 + 32x$$

Chi phí là: .

$$L(x) = R(x) - C(x) = 140x - 0,01x^3 - (200 + 32x)$$

Lợi nhuận:

$$= -0,01x^3 + 108x - 200$$

Điều kiện:

$$0 \leq x \leq 100$$

$$L'(x) = -0,03x^2 + 108$$

Ta có:

$$L'(x) = 0$$

Giải :

$$-0,03x^2 + 108 = 0$$

$$\Rightarrow 0,03x^2 = 108 \Rightarrow x^2 = 3600 \Rightarrow x = 60 \quad x \geq 0$$

vì .

$$x = 60$$

Tính lợi nhuận tại :

$$L(60) = -0,01 \cdot 60^3 + 108 \cdot 60 - 200 = -0,01 \cdot 216000 + 6480 - 200$$

$$= -2160 + 6480 - 200 = 4120$$

Tại hai đầu mút:

$$L(0) = -200$$

$$L(100) = -0,01 \cdot 100^3 + 108 \cdot 100 - 200 = 600$$

4120

Vậy lợi nhuận lớn nhất là: triệu đồng.

Câu 6

Hộp I có 6 bi đỏ, 4 bi trắng.

Hộp II có 4 bi đỏ, 6 bi trắng.

Hộp III ban đầu có 5 bi đỏ, 5 bi trắng.

Gọi:

- A là biến cố: 2 viên lấy từ hộp III có đủ cả hai màu.
- B là biến cố: 2 viên lấy từ hộp III chính là 2 viên được chuyển từ hộp I và hộp II sang.

Cần tính:

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Xét các khả năng chuyển bi vào hộp III.

Trường hợp 1: Chuyển 2 bi đỏ

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{6}{25}$$

Xác suất:

Khi đó hộp III có 7 đỏ, 5 trắng.

$$\frac{7 \cdot 5}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$$

Xác suất lấy được 2 bi đủ cả hai màu:

Trường hợp 2: Chuyển 1 đỏ từ hộp I và 1 trắng từ hộp II

$$\frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{9}{25}$$

Xác suất:

Khi đó hộp III có 6 đỏ, 6 trắng.

$$\frac{6 \cdot 6}{C_{12}^2} = \frac{36}{66}$$

Xác suất lấy được 2 bi đủ cả hai màu: .

Trường hợp 3: Chuyển 1 trắng từ hộp I và 1 đỏ từ hộp II

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{4}{10} = \frac{4}{25}$$

Xác suất: .

Khi đó hộp III có 6 đỏ, 6 trắng.

$$\frac{36}{66}$$

Xác suất lấy được 2 bi đủ cả hai màu: .

Trường hợp 4: Chuyển 2 bi trắng

$$\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} = \frac{6}{25}$$

Xác suất: .

Khi đó hộp III có 5 đỏ, 7 trắng.

$$\frac{5 \cdot 7}{C_{12}^2} = \frac{35}{66}$$

Xác suất lấy được 2 bi đủ cả hai màu: .

$$P(A) = \frac{6}{25} \cdot \frac{35}{66} + \frac{9}{25} \cdot \frac{36}{66} + \frac{4}{25} \cdot \frac{36}{66} + \frac{6}{25} \cdot \frac{35}{66}$$

Do đó: .

$$P(A) = \frac{12}{25} \cdot \frac{35}{66} + \frac{13}{25} \cdot \frac{36}{66}$$

Gộp lại: .

$$P(A) = \frac{148}{275}$$

Tính được: .

$$A \cap B$$

Bây giờ xét .

Muốn hai viên lấy ra chính là hai viên được chuyển từ hộp I và hộp II sang, đồng thời có đủ cả hai màu, thì hai viên được chuyển phải khác màu.

$$\frac{9}{25} + \frac{4}{25} = \frac{13}{25}$$

Xác suất chuyển hai viên khác màu là: .

Khi đã chuyển hai viên khác màu vào hộp III, xác suất lấy đúng chính hai viên đó trong 12 viên là:

$$\frac{1}{C_{12}^2} = \frac{1}{66}$$

$$P(A \cap B) = \frac{13}{25} \cdot \frac{1}{66} = \frac{13}{1650}$$

Do đó: .

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{13}{1650}}{\frac{148}{275}} = \frac{13}{888}$$

Suy ra: .

$$p = 13, q = 888$$

Vậy: .

$$p + q = 13 + 888 = 901$$

Do đó: .

$$901$$

Đáp án: .